

덧셈과 뺄셈의 대안적 계산방법 지도에 대한 연구¹⁾

장 해 원*

초등수학의 덧셈과 뺄셈 지도에서 학생들로 하여금 표준 알고리즘과 함께 대안적인 계산방법을 경험하도록 하는 것은 수학교육의 다양한 측면에서 옹호되고 있다. 우리나라의 초등 수학 교과서에서도 여러 가지 방법으로서 덧셈과 뺄셈을 차시 내용으로 담고 있고, 특히 2009 개정 교육과정에 따른 2학년 수학 교과서의 초판본과 수정본에서 주목되는 학습 계열상의 변화는 표준 알고리즘과 대안적 방법의 지도 순서 및 목표에 대한 논의의 필요성을 야기한다. 이에 본 연구에서는 덧셈과 뺄셈의 표준 알고리즘 외의 대안적 방법을 다루는 목적을 검토하고 지도 방법과 순서에 대한 합의점을 도출하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 관련 문헌 및 교육과정과 교과서를 분석하고, 초등학교 2, 3학년의 관련 수업을 관찰하고 교사 면담을 실시하였다. 수업 관찰 및 학생들이 고안한 대안적 계산방법으로부터 학생 활동의 특성, 교사의 교수학적 특성에 대한 분석 결과와 그에 대한 교수학적 논의를 포함한다.

I. 서론

초등 수학에서 계산 지도의 목표가 단순히 계산력의 향상이 아닌 양적 사고의 강화 및 연산 감각의 신장이라는 측면에서, 표준 알고리즘 외에 다양한 대안적 계산방법²⁾에 대한 관심은 날로 증가하고 있다(Kamii, 1994; Carroll & Porter, 1998; Carpenters et al., 1999; Thompson, 2000; Verschaffel et al., 2006 등). 심지어 Kamii(1994)는 계산 알고리즘의 지도와 관련한 학자들의 입장을 세 가지로 구분한 바, 알고리즘의 지도와 아울러 대안적 방법을 장려하는 것, 알고리즘 지도

에 대한 회의, 알고리즘 지도의 중단을 주장하는 것이다. 다시 말해 그 어떤 입장도 표준 알고리즘만의 지도를 고집하는 입장은 없다고 보면 된다. 결국 학생들로 하여금 대안적 계산방법을 고안하도록 하는 것은 선택의 문제가 아니라 필수라는 입장에서 그 지도의 타당성을 주장한 것이다. 이와 같은 대안적 계산방법의 필요성은 인식론 및 인지적 측면에서 설명될 수 있다.

먼저 인식론적 측면에서 표준 알고리즘은 수십 세기에 걸쳐 발달해온 계산방법의 결과물에 해당한다. 알고리즘은 수학 활동에 있어 필수적인 도구이지만 수학의 발생 초기부터 현재와 동일한 절차를 따르지 않았다는 사실에 대한 인식

* 서울교육대학교, hwchang@snue.ac.kr

1) 본 연구는 2014년도 서울교육대학교 교내연구비에 의하여 연구되었음.

2) 본 연구에서는 표준 알고리즘 외의 다양한 방법을 대안적 계산방법이라 칭할 것이다. 연구에 따라 ‘대안 알고리즘(alternative algorithm)’ 등의 용어를 사용하기도 하는데, 알고리즘에 대해 ‘문제를 해결하기 위한 일련의 명확하고 체계적인 방법’이라는 의미(Maurer, 1998)나 요리법이라는 비유에 나타나듯 알고리즘의 요소로 꼽은 ‘속도, 신뢰성’ 등(Usiskin, 1998)이 본 연구에서 의미하는 사고의 유연성 및 독창성을 위한 계산방법의 다양성에 부합되지 않는다고 판단하여 ‘대안적 계산방법’으로 표현하고자 한다.

은 오늘날의 학교에서 알고리즘을 배우는 학생들에게 인식론적 장애로 출현할 위험이 있음을 함의한다. 실제로 본고의 관심인 덧셈, 뺄셈 알고리즘의 핵심 요소는 일의 자리부터 각 자리수 별로 시행된다는 점과 받아올림 및 받아내림의 아이디어에 있다. 수학사에서 보이는 중국이나 인도의 덧셈, 뺄셈 계산은 왼쪽의 큰 자리 수부터 이루어지며(장혜원, 2006; Kamii, 1998), 즉 계산의 진행 방향이 오늘날의 알고리즘과 정반대이다. 아동이 형식적인 알고리즘을 배우기 이전의 비형식적 지식에 기초한 덧셈, 뺄셈이 오늘날의 알고리즘이 아닌 수학사 속의 이전 방식과 대응한다는 점을 상기하면, 오늘날의 표준 알고리즘이 아동에게 부자연스럽다는 사실을 수학사 속에서 확인할 수 있는 것이다.

또한 인지적 측면에서 계산방법의 다양성에 대한 강조는 부분적으로 CGI(cognitively guided instruction)의 맥락에서 비롯되었다고 할 수 있다. CGI 관점에서의 수업은 학생들의 수학적 사고를 바탕으로 이루어진다. 즉 학생들이 어떻게 수학적으로 사고하는지에 관한 교사의 이해를 도움으로써 수학 교수에 의미 있는 변화를 가져오게 하는 것이다(Baek, 2004). 따라서 CGI의 관점에서 덧셈과 뺄셈의 지도는 학생들이 스스로 생각하는 계산방법으로부터 출발해야 한다. 학생들은 덧셈과 뺄셈을 할 수 있는 자신만의 알고리즘을 만들어낼 수 있고, 그것이 표준 알고리즘과 다른 면에서 중요한 이유는 수를 다양한 방식으로 가르치고 모으는 것과 같은 수에 대한 사고의 유연성을 보여주기 때문이다(Carpenter et al., 1999).

우리나라의 경우, 제7차 교육과정기로부터 시작되어 2009 개정 교육과정에 따른 초등 수학교과서에서는 ‘여러 가지 방법으로 덧셈/뺄셈을 할 수 있어요’와 같은 차시명으로 대안적 덧셈, 뺄셈을 다루어왔다. 본 연구의 발단은 현재 적용중인

2009 개정 교육과정에 따른 교과서의 개정판에 나타난 학습 계열상의 변화에 있다. 2학년 1학기 교과서 초판본(교육과학기술부, 2013)과 수정본(교육부, 2014a)에서 동일한 내용 요소를 다루고 있지만 덧셈, 뺄셈의 표준 알고리즘과 다양한 대안적 방법의 순서를 바꾸어 다루고 있으며 그로 인해 대안적 방법을 다루는 학습목표 역시 동일하지 않은 것으로 파악되기 때문이다. 구체적으로 초판본에서는 제7차 및 2007 개정 교육과정기와 마찬가지로 표준 알고리즘을 학습한 후 다양한 대안적 계산방법에 대한 차시가 이어진다. 반대로 수정본에서는 순서가 바뀌어 학생들의 비형식적 지식으로서의 다양한 계산방법을 생각하게 한 다음 표준 알고리즘을 배우게 된다. 내용은 동일한데 순서가 완전히 바뀌어 있는 것이다. 지도 계열의 변화는 교과서 집필진의 의도가 담긴 결과이며, 따라서 교수·학습 목표 역시 달라지는 것이 자연스럽다.

이와 같이 양자의 학습 계열 및 그로 인한 학습목표에 대한 논의의 필요성을 제기하며, 본 연구는 덧셈과 뺄셈 지도에 있어 표준 알고리즘 외의 대안적 방법을 다루는 목적 및 지도 내용과 관련하여 대안적 방법을 어떻게, 어떤 순서로 지도해야 하는지 등에 대해 교과서 구성 및 수업을 위한 함의점을 도출하는 것을 목적으로 한다.

이와 같은 목적을 위해 본 연구는 다음과 같은 연구 문제를 제기한다.

- 연구문제 1. 대안적 계산방법 지도의 목적은 무엇이고, 그에 따라 어떠한 지도 계열이 적절한가?
- 연구문제 2. 2009 개정 교과서에 따른 차시 내용인 여러 가지 방법에서의 덧셈과 뺄셈과 관련하여 학생들이 고안하는 방법의 다양성 및 교사들의 지도 방법과 인식은 어떠한가?

본 연구는 연구문제 1을 위해 관련 문헌 및 교육과정과 교과서를 분석하였고, 연구문제 2와 관련하여 실제 초등학교 수학 수업을 관찰함으로써 학생 활동 및 교사의 지도 특성을 분석하고 교사 면담을 실시하였다.

II. 이론적 고찰

1. 덧셈과 뺄셈의 대안적 계산방법에 대한 연구

덧셈과 뺄셈의 표준 알고리즘이란 일의 자리 수부터 왼쪽으로 나아가며 자리끼리 차례대로 계산하되 10을 넘거나 부족하면 받아올림 및 받아내림을 수행하는 것을 말한다. 이에 반해 대안적 계산방법은 표준 알고리즘 외에 생각할 수 있는 모든 방법을 총칭하며, 덧셈과 뺄셈 알고리즘에 대한 대안적 방법으로 Carpenters et al. (1999)는 점진적 전략, 자릿값을 활용한 전략, 보수전략의 세 가지를 관찰하였다³⁾. 점진적 전략은 부분 합이나 차를 구한 다음 연속적으로 증가시키거나 감소시켜 구하는 방법으로, $28+35$ 를 예를 들어 설명하면 20과 30을 더하여 50을 얻은 다음, 8을 더하면 58, 2를 더하면 60, 다시 3을 더하여 63을 얻는 것이다. 자릿값을 활용한 전략은 십의 자리와 일의 자리를 따로 계산한 후 구한 값들을 합하는 방법으로, 20과 30을 더하여 50을 얻고 $8+5=13$ 이므로 50과 13을 더하여 63을 얻는 것이다. 한편 보수전략은 한 수의 변화를 보충하기 위해 다른 한 수를 조정하는 방법으로 계산을 쉽게 하기 위해 수를 조정하는 전략을 포함한다. 28을 30으로 생각하여 30과 35의 합인 65를 구하고, 원래 수 28보다 많이 더한 2만큼을 빼주는 보수 과정을 통해 63을 얻는 것이다.

알고리즘을 지도하는 전통적인 방법은 표준 알고리즘을 완성된 형태로 제시하고 예를 통해 이해한 다음 적용 연습을 하는 형태인데, 이 방법의 문제점은 표준 알고리즘에 지나치게 집중되어 있다는 것과 학생 스스로 문제에 적합한 알고리즘을 선택하거나 개발하는 경험을 제공하지 못한다는 점이다(강홍규, 심선영, 2010). 표준 알고리즘은 어떤 이유에서건 표준화되었다는 자체가 그것을 배워야 할 필요성을 뒷받침하는 것으로 설명되지만, 다른 한편 대부분의 수학교육자는 알고리즘의 발견을 허용하는 시간 역시 제공되어야 하는 조화를 주장한다(Morrow, 1998). 본 연구에서 관심 있는 대안적 계산방법의 지도 방법이나 순서 중 어느 것을 따르더라도 최종적으로 학생이 사용하기 기대되는 계산방법은 표준 알고리즘이다. 그렇다면 학생들로 하여금 대안적 계산방법을 경험하게 하는 의의는 무엇인가?

첫째, 표준 알고리즘의 기계적 모방으로부터 탈피하여 학생 스스로 문제에 적합한 계산 방법을 생각하기를 기대할 수 있다. 표준 알고리즘은 오랜 역사를 지닌 발달의 산물이다. 그만큼 효율성을 띠게 되겠지만, 알고리즘을 이유 없는 자동화된 절차라 부를 만큼 개념적 근거에 대해서는 반성할 기회가 적으므로 학생들의 입장에서 왜 그렇게 해야 하는지에 대한 이유를 간과하기 쉽다. 알고리즘의 맹목적인 수용을 막기 위해 대안을 알고 있어야 한다(Usiskin, 1998).

둘째, 학생 스스로의 지식 구성을 위해 그들의 비형식적 지식에 기초하는 것이 자연스럽다는 전제가 있다. 다수의 연구가 사칙계산과 관련한 표준 알고리즘을 갖기 이전의 학생들이 지닌 비형식적 지식에 관심을 두었다(백선수, 2004; 백선수, 김원경, 2005; 이종욱, 2008; 장혜원, 2009; 전형욱, 이경화, 2008).

셋째, 알고리즘의 지나친 적용을 막기 위해 필

3) Verschaffel et al.(2006)이 구분한 연속전략, 분해전략, 변화전략에 각각 대응한다.

요하다. 일단 알고리즘을 알고 익숙해진 다음에는 암산 해결이 가능한 경우에도 알고리즘을 선호하는 경우가 많다(Usiskin, 1998). 심지어 다른 방법이 더 적절한 경우에도 알고리즘에 의존하곤 한다. 예를 들어, 0을 포함하는 계산 문제는 0처리 오류로 통칭될 만큼 학생들에게 오류를 야기하는 어려운 문제로 간주된다. 특히 뺄셈에서는 덧셈보다 더욱 그러하다(장혜원, 최민아, 임미인, 2014). 그러나 이러한 관념은 표준 알고리즘에서의 상황이다. 실제로 학생들이 수 감각과 자릿값의 개념적 이해에 기초할 때는 0을 포함한 계산이 오히려 쉽다. Carpenter et al.(1999)의 예를 보면 302-104를 계산하는 학생이 100을 빼면 202, 그보다 4 작은 것은 200보다 2 작은 것으로 198을 쉽게 구할 수 있음을 보여준다. 또는 $98+24$ 에서처럼 98에 2를 더하여 100을 만들고 남은 22를 더하는 방식과 같이 보수 전략은 대안적 계산방법을 고안하는 데 큰 활약을 하게 된다.

넷째, 수 가르기와 모으기의 적절한 사용이 요구되므로 수에 대한 감각과 유연성이 발달한다. 학생들은 다양한 계산방법을 시도함으로써 연산의 세로셈 알고리즘의 숙달에서 벗어나 대수적 관계에 기초한 연산을 해볼 기회를 경험하게 된다. 물론 그러한 경험이 학생들이 연산 및 대수 법칙을 명시적으로 이해했음을 나타내는 것은 아니지만 알고리즘 때보다 관계적 사고를 할 때 그러한 성질의 이용가능성이 훨씬 드러나는 것으로 나타난다(이화영, 장경윤, 2010).

이와 같은 지도 의의에 기초하여 대안적 계산방법의 지도에 대한 옹호에서 더 나아가 초등 저학년에서 알고리즘을 지도하는 부작용에 대한 주장도 있다(Kamii, 1994; 1998). 그 이유는 표준 알고리즘과 아동 고유의 사고 간의 간격이 크기 때문에 알고리즘이 아이들 고유의 수량적 사고와 수 감각을 방해한다는 것이다. 이를테면, 계

산 수행 방향이 반대라는 간격 외에 표준 알고리즘은 계산이 각 자리에서 한 자리 수로 다루어지므로 자릿값 개념을 잊게 만드는 반면, 학생 자신이 고안한 방법은 자릿값을 살려서 계산하므로 절차적 지식과 개념적 지식이 연계된다는 장점이 있다. 예컨대 Kamii의 실험에서 504-306에 대해 표준 알고리즘을 사용한 학생들은 일의 자리가 8인 다양한 오답을 내었다. 10이 어디서 오는지도 모르는 채 14-6을 계산하여 얻은 8을 유지한 답들이다. 이에 부수적으로 전자는 수의 크기에 대한 양감이 없기 때문에 어림의 범위를 벗어나는 이상한 계산결과에 대해 전혀 의문시하지 않는다는 것이다.

Carroll & Porter(1998), Verschaffel et al.(2006) 등의 연구를 통해 학생들이 고안하는 대안적 덧셈, 뺄셈 방법의 다양성에 대한 증거는 충분하며, 특히 표준 알고리즘의 규범적인 지도에 앞서 학생들이 다양한 유형을 자발적으로 이용함을 보여준다. 그러나 Verschaffel et al.(2006)에서 일단 표준 알고리즘을 배우고 나면 같은 자리 수를 먼저 처리하는 전략의 빈도가 유의미하게 증가하는 반면, 다른 유형의 사용 빈도가 감소한다는 결과는 여러 가지 계산방법을 표준 알고리즘보다 먼저 다룰 것을 제안한다. 이와 같은 연구 결과는 학습 계열에 있어 대안적 계산방법이 표준 알고리즘보다 선행할 것을 옹호하며, 다만 표준 알고리즘을 이해하지 못하여 문제해결에 어려움을 겪는 학생에게 대안적 계산방법을 지도함으로써 계산 능력의 성장을 보여준 박인묵(2002)의 연구는 표준 알고리즘에 이어 대안적 방법의 지도가 효과적인 경우를 보여준다.

2. 교육과정 및 교과서의 탐색

초등학교 저학년에서 다양한 방법을 이용한 덧셈과 뺄셈에 대한 탐구 활동은 여러 나라의

수학과 교육과정에서 확인되고 있다(ACARA, 2014; FNBE, 2004 등). 우리나라의 경우, 제7차 교육과정 해설서에 다음과 같은 관련 내용을 찾아볼 수 있다. 2-가 단계의 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 것이다.

계산 원리를 이해한 다음에는 계산 기능을 숙달시키는 과정이 중요하므로 연습의 기회를 많이 주어 받아올림이나 받아내림 처리가 능숙해지도록 한다. 덧셈과 뺄셈의 형식화 지도에만 중점을 둘 경우, 아동들이 조작 활동에서 찾아내는 다양한 계산방법을 무시하기 쉽다. 다양한 사고 활동의 전개는 수학 교육에서 매우 중요하므로 이러한 점이 무시되지 않도록 배려하는 것이 좋다(교육부, 2003).

이 단락에서 다양한 계산방법을 다루는 목적을 읽어낼 수 있다. 즉 다양한 사고 활동의 전개를 위한 것이다. 2007 개정 교육과정 해설서에서는 좀 더 상세한 설명을 찾을 수 있다.

<1학년> 이러한 이해를 바탕으로 일의 자리 수끼리 더한 후 십의 자리 수끼리 더하는 형식적인 계산방법을 익히도록 한다. 또 두 자리 수의 덧셈을 여러 가지 방법으로 계산하고, 그 방법을 설명하게 한다. 예를 들어 [...] 등 여러 가지 방법으로 계산할 수 있다.

<2학년> 또 학생들 스스로 여러 가지 방법으로

계산해 보게 하거나 계산을 하기 전에 계산 결과를 어렵해보게 함으로써 수 감각이나 사고력을 신장시키고, 실생활에서 수학을 활용할 수 있도록 한다(교육과학기술부, 2008).

1학년 내용에서는 여러 가지 방법을 다루는 이유가 설명되지 않는 반면 형식적인 계산을 한 다음 여러 가지 방법의 계산을 다루고, 더불어 그 방법을 설명하도록 함을 볼 수 있다. 뺄셈에 대해서도 동일한 구조의 서술이 발견된다. 2학년 내용에서는 여러 가지 계산방법을 지도하는 근거로서 수 감각과 사고력의 신장을 들고 있다. 그리고 여러 가지 계산방법을 다루는 수의 범위는 1학년에서 받아올림이나 받아내림이 없는, 2학년에서 받아올림이나 받아내림이 있는 두 자리 수로 한정하고 있다. 한편 2009 개정 교육과정은 해설서가 마련되어 있지 않기 때문에 교육과정 관련 문서에서 직접적인 언급을 찾을 수는 없다. 다만 교사용 지도서에서 다음과 같은 구체적인 설명을 찾을 수 있다.

덧셈[뺄셈] 방법에는 여러 가지가 있으며 사람마다 편리하게 생각하는 방법이 다르므로 다양한 방법으로 계산하는 것을 유도하여 자신이 편리하다고 생각하는 방법으로 덧셈[뺄셈] 문제를 해결하도록 한다(교육부, 2014b).

<표 II-1> 2007 개정 교육과정에 따른 교과서의 여러 가지 덧셈 방법

학년학기	예	다른 방법으로 구하기	세로셈	여러 가지 방법으로 계산하기
2학년 1학기	27+14	개수만큼 ○를 그려서 세기	수모형을 이용한 세로셈 알고리즘화	$48+26=(48+20)+6$
		$(20+10)+(7+4)=30+11$		$48+26=(40+20)+(8+6)$
		$27+4=31, 31+10=41$		$48+26=(48+2)+24$
2학년 2학기	217+352	어림	수모형을 이용한 세로셈 알고리즘화	$280+310=(280+300)+10$
				$280+310=(200+300)+(80+10)$
				$280+310=(80+10)+(200+300)$
3학년 1학기	568+585	어림	필산 후 수 모형 확인	$817+396=(817+400)-4$
		568+185 계산방법 확인		$817+396=(810+390)+(7+6)$
		머릿셈		$497+835=(497+3)+832$

여기서는 여러 가지 계산방법을 경험하는 이
유가 계산의 편리성에 있다. 세 차례의 교육과정
기에 학습 목적이 사고의 다양성, 수 감각과 사
고력의 신장, 계산의 편리함으로 변화했음을 주
목할 수 있다. II-1절에서 고찰한 대안적 계산방
법의 지도 목적을 두루 언급하고 있는 것으로
볼 수 있다.

한편 교과서에는 제7차 교육과정에 따른 교과
서 이후 덧셈과 뺄셈 지도에 있어 표준 알고리
즘 외에 다양한 계산방법의 지도를 목표로 한
차시 내용이 포함되어 있다. 현행 교과서와 이전
교과서의 비교를 위해 먼저 2007 개정 교육과정
에 따른 교과서에서 여러 가지 덧셈 방법을 예
로 들면 <표 II-1>과 같다.

세 학기에 걸쳐 두 자리 수와 세 자리 수의
덧셈을 다루면서 세로셈 알고리즘 전후에 여러
가지 방법으로 구하거나 계산하도록 하였다. 그
런데 2학년 1학기에는 형식화된 알고리즘을 지
도하는 차시 앞뒤에 여러 가지 방법의 계산이
두 차례 포함되어 있고, 특히 $(20+10)+(7+4)=$

$30+11$ 과 $48+26=(40+20)+(8+6)$ 은 먼저 십의 자리
끼리 더하고 다음에 일의 자리끼리 더하는 동일
한 방법이므로, 지도 목적 및 의도에 있어 차이
가 있음을 함의한다.

2009 개정 교육과정에 따른 교과서의 초판본
과 수정본에서의 변화 또한 지도 목적에 대한
재고를 요구한다. 이는 장혜원, 강태석, 박원규,
김동원, 이환철(2014)에 보고된 2학년 1학기 3단
원 ‘덧셈과 뺄셈’의 차시 변화에 관한 것이다.

<표 II-2>에서 알 수 있듯이 차시 배열의 변화
는 여러 가지 방법으로 하는 덧셈과 뺄셈을 형
식적인 세로셈 알고리즘 이후에 다루느냐, 또는
이전에 다루느냐의 변화에서 야기된다. 양자는
동일 내용을 다룰지라도 지도 순서에 따라 교수
학적 의도에 있어 큰 차이로 간주될 수 있다. 수
정본에서는 여러 가지 방법으로 더하거나 빼는
계산을 세로셈 알고리즘 학습 이전에 다룸으로
써 계산 원리를 이해하고 형식화하기에 앞서 학
생 스스로 발견한 비형식적인 방법으로 계산하
게 한 다음 이후 차시에서의 형식적인 알고리즘

<표 II-2> 2학년 1학기 3단원 ‘덧셈과 뺄셈’의 차시 배열

차시	초판본	변화	수정본
2	덧셈을 할 수 있어요(1)		덧셈을 할 수 있어요(1)
3	뺄셈을 할 수 있어요(1)		뺄셈을 할 수 있어요(1)
4	덧셈을 할 수 있어요(2)		여러 가지 방법으로 덧셈을 할 수 있어요
5	덧셈을 할 수 있어요(3)		덧셈을 할 수 있어요(2)
6	뺄셈을 할 수 있어요(2)		덧셈을 할 수 있어요(3)
7	뺄셈을 할 수 있어요(3)		여러 가지 방법으로 뺄셈을 할 수 있어요
8	덧셈과 뺄셈의 관계를 알 수 있어요		뺄셈을 할 수 있어요(2)
9	여러 가지 방법으로 계산할 수 있어요(1)		뺄셈을 할 수 있어요(3)
10	여러 가지 방법으로 계산할 수 있어요(2)		덧셈과 뺄셈의 관계를 알 수 있어요
11	어떤 수를 □로 나타낼 수 있어요		어떤 수를 □로 나타낼 수 있어요
12	□의 값을 구할 수 있어요		□의 값을 구할 수 있어요
13	세 수의 계산을 할 수 있어요		세 수의 계산을 할 수 있어요

을 다루는 형식화를 의도한 것으로 보인다. 새로 추가된 어렵도 수 감각의 신장이라는 같은 목표 하의 활동이다.

구체적인 차시 전개를 살펴보자. 스토리텔링을 이용한 도입에 이어 어렵, 여러 가지 방법으로 계산하기, 자기만의 방법으로 계산하고 설명하기의 세 가지 활동으로 전개된다. 교과서에 제시된 여러 가지 방법 3가지와 지도서에 나만의 방법으로 예시된 방법 2가지를 합하여 덧셈과 뺄셈에 대해 각각 5가지 방법⁴⁾이 제공된다(<표 II-3>, <표 II-4>).

이와 같은 두 가지 교과서 사례로부터 표준 알고리즘과 대안적 계산방법의 지도 계열성에

대한 논의가 불가피하다. 대안적 계산방법에 대한 지도가 표준 알고리즘 지도에 앞서는 경우와 뒤따르는 경우이다.

표준 알고리즘에 이어 대안적 방법을 생각해 보는 것은 표준 알고리즘의 학습 후, 그 외에 다양한 계산방법을 모색하는 과정을 통해 계산 전략의 다양성을 추구함으로써 양적 사고에 기초한 연산 감각을 기른다는 의도가 있다.

그러나 이러한 방법은 II-1절에서 언급한 Verschaffel et al.(2006)의 제안이나 Kamii(1994)의 관찰 결과에 의해 반박 가능하다. 한 시간 내내 학생들에게 366+199, 453+99, 601+199 등과 같이 대안적 방법을 선호하는 유형의 문제들만 제시

<표 II-3> 덧셈의 여러 가지 방법

덧셈식	교과서			지도서	
	교a1	교a2	교a3	지a1	지a2
57+28	57에 28의 20을 먼저 더한 후 그 결과에 8을 더하는 방법 57+28 =57+20+8 =77+8 =85	50과 20을 먼저 더하고 7과 8을 더한 후 두 합을 더하는 방법 57+28 =50+7+20+8 =50+20+7+8 =70+15 =85	57에 3을 먼저 더하여 60을 만든 후 25를 더하는 방법 57+28 =57+3+25 =60+25 =85	28을 30으로 만들기 위해 57을 55와 2로 가른 후 2와 28을 먼저 더하는 방법 57+28 =55+2+28 =55+30 =85	57을 60으로 만들어 28과 더한 후 그 결과에서 3을 빼는 방법 57+28 =60-3+28 =60+28-3 =88-3 =85

<표 II-4> 뺄셈의 여러 가지 방법

뺄셈식	교과서			지도서	
	교s1	교s2	교s3	지s1	지s2
53-36	53에서 30을 먼저 빼 후, 그 결과에서 6을 빼는 방법 53-36 =53-30-6 =23-6 =17	53에서 6을 먼저 빼 후, 그 결과에서 30을 빼는 방법 53-36 =53-6-30 =47-30 =17	53에서 3을 먼저 빼고 33을 빼는 방법 53-36 =53-3-33 =50-33 =17	53을 50과 3으로 가른 후 먼저 50에서 36을 빼고 그 결과에 3을 더하는 방법 53-36 =50+3-36 =50-36+3 =14+3 =17	60에서 36을 빼 후 그 결과에서 7을 빼는 방법 53-36 =60-7-36 =60-36-7 =24-7 =17

4) 교과서에는 방법에 따라 도식적, 기호적 표현이 선택적으로 이용되어 표현되어 있다. 여기서는 공통적으로 사용된 언어적 표현을 따르고, 가독성 제고를 위해 수식으로 나타내었다.

하고 풀도록 하였다. 학급 구성원 중 구성주의 교육을 받은 경험이 있는 한 명만이 $366+199=200+365$ 로 문제를 풀었고 수업 내내 계속 그런 식으로 상호작용하였는데, 전체 학생 중 단 세 명만이 이 방법을 모방하였고 다른 학생들은 일관되게 표준 알고리즘에 의존하였다는 것이다. 이 결과가 시사하는 바는 일단 표준 알고리즘을 알게 되면 수정이 어렵고 다른 방법을 떠올리기 어렵다는 사실이다.

따라서 대안적 계산방법을 먼저 생각해볼 수 있다. 이는 학생의 비형식적 지식으로부터 출발하여 수학적 지식으로 형식화하는 교수-학습 과정에 근거한다. 곧 학습과정의 근거를 수학과 속에서 찾으려는 역사발생적 원리나 Freudenthal의 수학적 이론에서와 같이 완성된 지식체로서의 수학이 아닌 수학적화하는 과정을 학습해야 한다는 취지와도 일치한다. 실제로 표준 알고리즘의 형성에는 수학적적으로 오랜 시간이 걸렸고, 그보다 앞서 존재했던 다양한 방법들이 인간의 사고에 더 자연스러운 것이라는 기대에는 무리가 없다.

두 가지 접근 방식이 수학교육적 관점에서 각각의 정당화가 가능하고, 그렇기 때문에 반대의 순서로 계열화된 두 접근법이 교과서에서 구현될 수 있었던 것이다. 그러나 각각의 정당화에도 불구하고 표준 알고리즘을 알고 나면 다른 방법을 생각해내기 어렵다는 한계만으로도 대안적 방법의 지도가 앞서는 쪽으로 무게가 실리게 된다.

III. 연구 방법

본 연구는 연구 문제 1을 위해 문헌 분석을 실시하였고, 연구 문제 2를 위해 수업 관찰 및 교사 면담을 실시하였다.

1. 연구 참여자

연구 문제 2를 위한 수업 관찰은 서울 동작구에 위치한 S초교와 구로구에 위치한 O초교에서 이루어졌다. 연구 참여자는 해당 내용을 지도하게 되어있는 2, 3학년 교사로서 교사 J, 교사 M, 교사 H와 그들이 담임을 맡고 있는 3학년 1개 학급 학생 25명과 2학년 2개 학급 학생 25명, 22명이다. 교사 면담을 통해 풍부한 자료를 수집하려는 의도에서 교수학적 내용지식이 평균 이상일 것으로 기대되는 초등수학교육 전공 석사과정 중에 있거나 마친 교사 세 명을 선정하였으며, 2013년과 2014년 교과서에서 지도 계열에 차이가 있기 때문에 양자를 모두 지도해보아 비교 의견을 제시할 수 있는 교사 J를 포함하였다. 이에 대한 보다 자세한 사항을 <표 III-1>과 같이 정리할 수 있다.

2. 연구 방법

연구 문제 2를 위한 연구 방법으로 수업 관찰, 교사 면담의 절차를 따른다.

<표 III-1> 연구 참여자

수업일자	학년	학생 수(명)	지도 차시 (학년-학기-단원-차시)	교사/경력	학교
2014. 3. 7	3	25	3-1-1-2	교사 J/8년	동작구 S초교
2014. 3. 14	3	25	3-1-1-5	교사 J	동작구 S초교
2014. 4. 25	2	25	2-1-3-4	교사 M/8년	구로구 O초교
2014. 4. 25	2	22	2-1-3-7	교사 H/4년	구로구 O초교

가. 교사 면담

교사 J, M, H를 대상으로 수업 전, 후에 자유로운 대화 형식의 일대일 면담이 이루어졌고, 이를 통해 교사가 수업을 준비하면서 또는 수업을 전개하면서 경험한 느낌과 학생들의 활동에 대한 생각을 들을 수 있었다. 아울러 보다 형식적인 절차로서 연구자가 작성한 몇 가지 질문 문항을 수업 당일 이메일로 보내어 수합하는 온라인 방법을 병행하였다. 특히 교사 J는 작년의 지도 경험에 비추어 2013년도에 출간된 2학년 초판본의 순서와 2014년도에 출간된 3학년의 순서가 일치하지 않음을 비교하여 논의할 수 있었다.

나. 수업 관찰

본 연구를 위한 자료 수집의 주방법은 수업 관찰이다. Wisdom(2014)에 따르면 수학교육 연구 방법론으로서 수업 관찰의 이점은 연구자에게 수학교실에서의 지도 현상 및 복잡성에 대한 통찰, 설명, 이해를 제공한다는 점인 반면, 단점은 국소적 제약에 의해 편향되기 때문에 일반화의 어려움이 있다는 점이다. 같은 맥락에서 본 연구의 수업 관찰 결과도 일반화하는 데 제약이 있기는 하지만 본 연구 주제에 대한 설명과 이해가 가능하다는 이점을 살리면서 교사 면담과 이론적 고찰을 통해 수집된 자료로부터의 해석 결과를 보완하고자 하였다.

본 연구의 관찰 대상 수업은 2009 개정 교육 과정에 따른 수학 교과서에 포함된 ‘여러 가지 방법으로 더하기와 빼기’에 대한 것으로, 예비 분석을 위해 3학년 1학기의 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 수업을 관찰하였고, 본 분석을 위해 2학년 1학기의 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 수업을 관찰하였다. 세로셈 형식의 표준 알고리즘을 거의 경험해보지 않은 2학년은 관찰 대상으로 적

합하다고 판단했으며, 예비 분석을 3학년으로 한 것은 앞선 지도 시기 덕분(1학년 2차시)에 학생 활동 결과로부터 본 분석에 대한 밀도 있는 관찰 관점을 제공하고, 두 자리 수의 덧셈, 뺄셈에서 이미 표준 알고리즘과 대안적 계산방법을 학습한 경험을 기반으로 세 자리 수의 덧셈, 뺄셈에서 풀이 방법의 다양성을 파악할 수 있을 것으로 기대했기 때문이다.

처음에 수업 관찰 허용을 의뢰했을 때 연구 참여자인 세 명의 교사는 모두 스토리텔링에 대한 낯섬 등을 이유로 들어 수업 진행 및 연구자에 의한 수업 관찰에 대해 부담스러워하였고, 이에 연구자는 교과서 및 지도서에 충실한 평범한 수업을 해 줄 것을 요구하였다.

예비 관찰로서 2014년 3월 2회에 걸쳐 서울시 동작구에 위치한 S초등학교 3학년 한 학급 학생 25명을 대상으로 교사 J가 실시한 수업을 관찰하였다. 본 관찰은 2014년 4월 서울시 구로구에 위치한 O초등학교 2학년 학생 각각 25명, 22명을 대상으로 교사 M과 H가 실시한 수업을 관찰하였다. 교사 M의 수업은 여러 가지 덧셈에 관한 수업이고 교사 H의 수업은 여러 가지 뺄셈에 관한 수업이다. 사후 수업 분석을 위해 연구자가 관찰한 모든 수업에 대한 비디오 녹화를 진행하는 동시에 연구자가 필드노트를 작성하며 교사 및 학생의 활동을 관찰하여 분석하였다.

IV. 연구 결과

본 연구의 결과로서 교과서 분석 결과는 II장에서 제시하였고, 본 장에서는 학생의 수업 활동 결과 및 교수·학습 활동의 특징, 교사 면담 결과를 제시하고자 한다. 특히 학생의 활동 결과는 예비 분석의 경우, 학생이 보여주는 계산방법의 다양성에 초점이 있으므로 수업 중 발표된 내용

위주로 제시할 것이며, 본 분석의 경우에는 학생들의 계산방법의 다양성 및 빈도분석을 포함하여 제시할 것이다.

1. 학생 활동의 특징

교사들은 수업을 전개하며 각자 생각해볼 시간을 주고 발표하는 방식을 취하였다. 주목할 만한 관찰 결과는 다음과 같다.

첫째, 학생들이 풀이 방법 중 오류가 포함된 것이 있었는데, 자릿값을 잘못 생각한 경우와 수 구구 자체의 오류였다. 십의 자리에 있는 2를 20으로 생각하지 않아 계산 과정에서 부분합을 잘못 구하게 되고 따라서 틀린 결과를 얻게 되어 당황하는 사례가 있었다. 그 과정에서 ‘방법은 달라도 답은 같은 거죠?’라고 확인하는 학생이 있었고, 처음 몇 학생의 활동을 통해 답을 이미 알고 있는 상태였기 때문에 계산이 잘못되면 그 사실을 스스로 파악하고 당황하여 더 이상 계산을 이어나갈 수 없었다. 더욱이 자신의 풀이에서 무엇이 잘못된 것인지를 파악하지 못하는 학생도 있었다.

둘째, 친구들의 방법의 다양성을 놀라워하고 방법상 중복이나 유사한 것에 대한 호기심을 보이는 학생들이 있었다. 교사는 풀이의 다양성을 강조하였고 따라서 학생들은 새로운 것을 만들어내는 데 급급하여 계산상 효과적이지 않은 기이한 절차를 제시하기도 하였다. 이에 대해 ‘근데, 방법 되게 많다’, ‘이 방법은 ○○의 방법과 뭐가 다르지?’ 등의 소리가 종종 표출되었다. 교사는 방법의 비교 없이 모든 방법을 수용하는 분위기였기 때문에 소수 학생의 그와 같은 호기심을 충족시킬 수 없는 한계가 있었다.

셋째, 뺄셈에서 식 표현을 선호한 풀이는 덧셈에서 발견되지 않는 갈등 상황을 빚어냈고 학생들의 당혹감이 관찰되었다. 구체적으로 53-36을

하면서 36을 40-4로 표시하였고, 따라서 53에서 40을 뺀 13, 그리고 다시 4를 뺀 9를 답하는 오류였다. 교사는 학생들로 하여금 생각해보도록 하였고, 이후 작은 수에서 큰 수를 빼는 상황이 출현하면서 더욱 혼란스러워졌다. ‘3에서 6을 뺄 수 없어요’, ‘6-3 아니야?’와 같은 의견이 나왔다. 교사는 $50+3-30-6$ 을 $50-30+3-6=20+3-6=23-6$ 이라는 식으로 이끌어 결국 3-6을 회피했지만, +3과 -30을 교환하는 단계에서 이미 학생의 인지 범위를 넘어서는 교수학적 오류를 보였다.

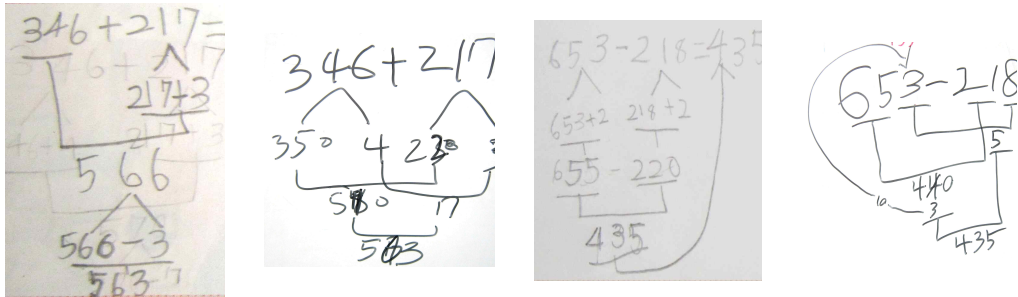
넷째, 이전 차시에서 학습한 세로셈 알고리즘의 영향이 있었다. 교사 M의 경우, 보통의 수업에서처럼 바로 전 차시인 두 자리 수와 한 자리 수의 세로셈 알고리즘을 복습한 후 본 수업을 시작하였다. 따라서 이 수업에서는 다수의 학생이 세로셈 알고리즘을 떠올렸고, 그 자체를 여러 가지 계산방법으로 다루는 양상을 나타냈다.

다섯째, 학생들은 전반적으로 자신의 방법을 자유롭게 활발하게 발표했는데 간혹 발표력이 약하여 참신한 방법을 생각하고도 발표하지 않는 경우가 있었다. 이 때 교사는 순회 지도를 하면서 다른 방법들을 찾아내고 풀이의 다양성을 공유하도록 함으로써 수업 전개를 보완하였다.

2. 학생의 대안적 계산방법의 다양성

가. 3학년 학생들의 계산방법의 다양성

3학년 학생들은 2학년 때 이미 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 동일 절차의 수업에 참여한 경험이 있는 학생들이다. 예비관찰은 본 관찰에서 이용할 관점의 명료화 및 교과서에 제시된 방법 외에 학생 스스로 고안해낼 수 있는 방법의 다양성 확인 차원에서 시행된 것이므로 학생들이 제시한 방법 중 교과서 이외의 방법을 위주로 제시한다.



[그림 IV-1] 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 방법

덧셈의 경우, [그림 IV-1]의 처음 두 방법을 이용하였다. 첫째 방법은 가수에 적당한 수를 더하여 계산한 후 합에서 더한 수만큼을 뺀 것이고, 둘째 방법은 피가수와 가수에 각각 적당한 수를 더하여 계산한 후 합에서 더한 수의 합만큼을 빼주는 방법이다. 두 방법에서 적당한 수라 함은 일의 자리가 0이 되게 하는, 즉 몇 백 몇 십을 만들어주는 수이다. 그렇게 함으로써 받아올림이 없는, 계산이 쉬운 수로 변형시켜 더한 다음 더한 수만큼 빼주는 보수 전략에 해당한다. 한편 뺄셈은 [그림 IV-1]의 셋째, 넷째 방법과 같이 피감수와 감수에 같은 수를 더해줌으로써 받아내림이 생기지 않도록 하는 방법과 받아내림 없이 계산할 수 있는 백과 십의 자리를 먼저 빼 후 일의 자리에서 빼지 못한 5만큼을 더 빼주는 방법을 생각해내었다.

이상의 결과들은 학생들이 대안적 계산방법을 고안하는 과정에서 보여준 사고의 독창성 및 유연성을 가늠할 수 있는 사례로 간주된다.

나. 2학년 학생들의 계산방법 분석 결과

2학년을 대상으로 한 본 수업에서의 활동 결과는 교과서의 방법을 포함하여 빈도분석 결과를 함께 제시함으로써 덧셈과 뺄셈의 대안적 계산방법을 처음 배우는 학생들의 구성 결과를 좀 더 자세히 관찰하고자 하였다. 덧셈 및 뺄셈 수

업에 참여한 학생들은 각각 세 개의 문제를 풀었다. 덧셈, 뺄셈의 교과서 차시 내용 및 익힘책의 문제 구성 방식은 동일하다. 덧셈, 뺄셈에서 각각 두 개의 문제에 대한 학생 결과에 초점을 맞출 것이다. 하나는 다른 방법으로 계산하는 교과서 문제이고, 다른 하나는 익힘책의 '2가지 방법으로 계산하시오'라는 문제로, 학습한 어떤 방법을 사용해도 좋다는 정리 차원의 문제이다. 전자로부터는 학생 사고의 유연성 및 독창성을, 후자로부터는 학생들이 선호하는 계산방법에 대한 함의를 얻을 수 있을 것으로 기대되기 때문이다.

활동 결과는 <표 IV-1>, <표 IV-2>, <표 IV-3>, <표 IV-4>와 같다. 하나 이상의 방법을 고안한 학생들이 있어 다중 고려하였기 때문에 전체 수가 참여 학생 수보다 크다는 사실을 언급한다.

우선 덧셈의 다양한 방법을 겨냥한 문제의 결과인 <표 IV-1>에서 주목할 점은 사용된 방법 중 반 이상이 교과서의 방법을 이용했다는 사실이다. 교사가 교과서의 방법을 설명하지 않고 문제를 완전히 열린 상태로 제시하였기 때문에 가능한 결과였다. 또한 차시 도입단계에서의 세로셈 알고리즘 복습을 감안할 때 A7의 높은 빈도수가 자연스럽다. A6에 대해 '그냥', '57에다가 28을 바로 더하면 85가 된다' 등의 설명으로부터 자신의 계산에 포함된 구체적 절차를 반성하지 못하는 한계를 보여준다. A3에서는 2를 20으로 보아야 옳은 결과를 얻을 수 있는데, [그림 IV-2]

<표 IV-1> 덧셈 결과(1)

덧셈식	코드	방법	사례수(개)	백분율(%)	사례	비고
57+28	A1	57+20=77 77+8=85	11	25.6		교과서 방법 (교a1)
	A2	50+20=70 7+8=15	14	32.6		교과서 방법 (교a2)
	A3	57+8=65 65+20=85	2	4.7		
	A4	60+30=90 90-5=85	2	4.7		
	A5	7+28=35 50+35=85	1	2.3		
	A6	57+28=85	4	9.3		
	A7	세로셈 알고리즘	9	20.9		
합계			43	100.1		

$$57+28$$

$$57+28$$

57에서 8을 빼해서 65일만
28에 2를 더해서 30

[그림 IV-2] 수의 크기를 잘 못 생각하는 오류

의 사례는 2를 그냥 2로 보았기 때문에 풀이를 중단하였음을 오른쪽 설명에서 파악할 수 있다. 이는 자연수의 덧셈과 뺄셈에 대한 계산 절차를 이해하기 위한 수학적 기초가 덧셈의 성질 및 자릿값이라는 사실(Karp et al., 2011)을 뒷받침해 준다. 또한 자신의 방법에 대한 피드백을 스스로의 다른 방법으로부터 찾는 특징도 나타났다.

한편 2가지 방법을 이용하도록 한 익힘책 문제의 결과인 <표 IV-2>를 통해 학생들이 선호한 대안적 계산방법이 A2, A7, A1, A6등의 순서임을 알 수 있다. 십의 자리 수끼리 더하고 일의 자리 수끼리 더하는 A2가 가장 많이 이용되었고, 그 다음이 세로셈 알고리즘이다. 두 자리 수의 덧셈에서는 세로셈 알고리즘을 아직 배우지 않았지만 학교 밖 학습 경험이나 앞선 차시의 영향으로 고려된다. 특히 A8은 교과서 활동 결과인 <표 IV-1>에서는 보이지 않던 결과라 흥미롭다. 십의 자리와 일의 자리를 서로 바꾸어 더하여, 22+69로 계산한 것인데, 받아올림 등의 이점이 없기 때문에 말 그대로 다른 방법을 추구한 부산물로 볼 수 있다.

<표 IV-2> 덧셈 결과(2)

덧셈식	코드	사례수(개)	백분율(%)
29+62	A1	7	15.6
	A2	14	31.1
	A3	3	6.7
	A4	1	2.2
	A5	2	4.4
	A6	6	13.3
	A7	10	22.2
	A8	2	4.4
합계		45	99.9

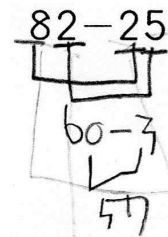
뺄셈의 결과는 <표 IV-3>, <표 IV-4>이다. 뺄셈 수업에서 교사 H는 ‘선생님의 방법’으로 S1 하나만을 제시하였다. 방법의 다양성과 관련하여 역시 교과서 방법이 가장 많이 이용되었지만, 그

외에도 다양한 시도가 이루어졌다는 점이 드러난다. 그러나 S8과 같이 잘못된 방법이나 또는 의미 없는 절차를 추가한 억지스런 방법을 고안하기도 하였다. S7은 덧셈의 A6과 마찬가지로 자신의 사고 과정을 반성하지 못함을 드러낸다.

익힘책의 문제를 풀면서 학생들이 선호한 방법은 <표 IV-4>에 나타나듯이 S3, S1, S10 순이었고, 방법을 생각하지 못하여 빈칸으로 놓아둔 학생이 5명, 같은 방법을 중복 사용한 학생이 1명 있어 덧셈보다 뺄셈을 어려워함이 확인되었다. 특히 [그림 IV-3]의 S10은 80과 20으로부터 60을 얻고 2와 5로부터 3을 얻은 후 두 수의 차를 구하는 것으로, <표 IV-3>에서 나타나지 않은 방법이다. 전체 발표 활동에서 난관에 부딪혔던 문제에 대한 해결책을 공리화한 결과로 해석되어 의미 있다. S9 역시 <표 IV-3>에서 나타나지 않은 새로운 방법인데, 풀이 과정 중 75-18로부터 80과 5, 20과 2의 차를 고려한 것으로 추측된다.

<표 IV-4> 뺄셈 결과(2)

뺄셈식	코드	사례수(개)	백분율(%)
82-25	S1	7	21.2
	교s2	3	9.1
	S3	8	24.2
	S4	3	9.1
	S5	0	0.0
	S6	2	6.1
	S7	1	3.0
	S8	2	6.1
	S9	1	3.0
	S10	6	18.2
합계		33	100.0



[그림 IV-3] S10

<표 IV-3> 뺄셈 결과(1)

덧셈식	코드	방법	사례수(개)	백분율(%)	사례	비고
53-36	S1	53-30=23 23-6=17	7	35.0		교과서 방법 (교s1)
	S2	53-3=50 50-3=47 47-30=17	1	5.0		유사 교과서 방법 (교s2)
	S3	50-36=14 14+3=17	1	5.0		지도서 방법 (지s1)
	S4	53-40=13 13+4=17	3	15.0		
	S5	50-30=20 20-3=17	1	5.0		
	S6	받아내림 알고리즘 (가로셈, 세로셈)	3	15.0		
	S7	53-36=17	1	5.0		
	S8	잘못된 또는 불필요 방법	3	15.0		
합계			20	100.0		

3. 교사의 지도 방법상 특징

본 연구자가 관찰한 수업은 2, 3학년의 덧셈과 뺄셈의 여러 가지 방법에 대한 네 개의 차시이다. 교과서에는 ‘문제제시-어림-세 가지 방법 제시-다른 방법’으로 제시되는데, 교사 H가 한 가지 방법을 소개한 것을 제외하면 교사들은 방법을 제시하지 않고 학생 스스로 다양한 방법을 고안하도록 하였다. 계산방법의 다양성을 가능한 학생 활동으로 계구성했다는 점 외에는 세 명의 교사가 진행한 수업 절차 및 방식에 있어 차이가 있었다. 여기서는 교사의 발문, 발표 방법, 교수 표현의 측면에서 고찰해본다.

우선 교사의 발문에 있어 발견된 차이가 흥미롭다. 본 연구에서 관찰한 수업의 목표 중 하나는 ‘다른 방법으로 계산’하기로, 곧 풀이 방법의 다양성을 추구하고자 함이다. 교사 J와 M은 막연히 다른 방법, 교사 H는 더 쉽고 편리한 방법을 구해보라고 하면서 방법의 다양성을 독려하였다. 전자가 단순히 다양성만을 추구한 것에 비해 후자는 쉽고 편리하다는 가치 판단이 포함되어 있다. 또한 교사 M은 다른 학생이 이미 사용한 방법을 이용해도 좋다고 하면서 ‘친구 ○○의 방법’이라고 부르자고 함으로써 동기유발을 강화하였다.

둘째, 학생들의 계산방법을 발표하는 교수 절차에서 교사는 학생들의 다양한 방법에 대한 비교를 거의 포함하지 않았다. 이는 다른 방법을 요구한 교사 M 뿐만 아니라 더 쉽고 편리한 방법을 요구한 교사 H의 경우도 마찬가지였다. 다양성만 추구하여 계속 발표를 독려했지만 각 풀이간의 비교를 위한 반성적 활동은 안내되지 않았다. 따라서 모든 방법을 수용할 수밖에 없고, 유사성 여부를 궁금해하는 학생들의 호기심은 간과되었다. 구체적으로 다양한 계산방법의 발표를 위해 교사가 취한 방법인 한 학생이 칠판에 적고 다음 학생을 위해 적은 내용을 지우는 방

식(교사 H)이나 자신의 교과서를 가지고 나와 실물화상기를 이용하는 방법(교사 M)은 앞서 나온 방법에 대한 기억을 보장할 수 없기 때문에 여러 가지 방법을 체계적으로 인식시킬 수 없는 한계를 보여주었다. 또 다른 방법을 요구하는 교사의 발문에 대해 학생들이 앞서 나온 방법과 상관없이 자신의 방법을 중복하여 발표한 사실이 이를 입증한다. 다만 교사 J는 칠판에 다른 학생의 방법을 유지하여 방법들 간의 비교 경험도 부분적으로 포함하였다.

셋째, 교사가 사용하는 교수 표현은 학생들의 사고에 큰 영향을 미친다. 본 수업 관찰에서 교사들은 여러 가지 덧셈과 뺄셈을 지도하기 위해 자신이 선호하는 교수 표현을 이용하였고 그에 따라 학생들의 활동이나 사고에 영향을 미쳤을 것이라는 가정에는 무리가 없다. 2학년 교과서에서 사용한 방법은 덧셈식과 뺄셈식을 가로셈으로 제시하고 식 밑으로 관련 자리 수를 선으로 이어 도식화한 것이다. 이에 반해 교사 H는 식 표현을 선호하여 교과서의 도식을 전혀 사용하지 않았다. 그럼에도 불구하고 학생들은 도식 표현을 사용한 결과는 흥미롭다. 나아가 교사의 식 표현에 대한 선호는 53-36을 50+3-30-6으로 제시하도록 하였고, 그 해결을 학생에게 맡기는 교수학적 문제점을 야기하기도 하였다. 학생들이 교사의 가로셈 표현을 따라하면서 자연수의 범위를 벗어나는 계산 결과에 대한 당혹감 및 덧셈에 대한 교환법칙을 뺄셈까지 확장하는 오류를 범하게 된 것이다.

4. 교사 면담 결과

연구 참여자인 세 교사의 면담 결과를 지도 계열성, 지도 목표, 지도 방법상의 문제 등 세 가지 측면으로 구분하여 정리할 수 있다.

우선 지도 계열성에 대한 교사의 의견은 엇갈렸다. 교사 J와 H는 대안적 방법을, 교사 M은

표준 알고리즘을 먼저 지도하는 것이 적절하다고 답했다. 교사 M의 근거는 다음과 같다.

교사 M: 여러 가지 방법으로 해결하는 것은 다양한 방법을 적용하여 학생들 스스로 편리한 방법을 찾도록 한다는 데에 큰 의의가 있으나, 그 내용 자체는 보통의 2학년 학생들의 사고 수준을 기준으로 판단했을 때 매우 어려우며 고차원적인 사고를 요구해요. 따라서 학생들이 덧셈을 정확히 이해하거나 익히지 않은 단계에서 여러 가지 방법을 지도하게 되는 경우, 수를 분할하거나 더하는 두 수 사이의 양을 따져가며 쉬운 수로 만들어야 하는 등의 학생들의 사고 수준에 비해 높고 복잡한 사고가 이루어져야 하므로 많은 학생들이 어려움에 봉착하게 됩니다. 그러므로 세로셈 알고리즘을 충분히 학습한 후에 덧셈에 대한 이해를 바탕으로 여러 가지 방법을 적용해보도록 하는 것이 학생들의 이해도를 높일 수 있다고 생각해요.

이는 교과서의 취지가 다양한 연산 방법의 중요성을 강조하는 것이라면 세로셈 알고리즘을 먼저 익힌 후 여러 가지 방법을 지도하는 것이 2학년 학생들의 사고 수준에 더 적합하다는 생각을 보여준다. 반면 교사 H와 J는 표준 알고리즘을 알고 있는 학생들은 여러 가지 방법으로 계산하라는 교과서 활동의 요구를 ‘귀찮다’고 느끼는 경향이 있다는 공통된 이유를 들어 설명하였다. 표준 알고리즘을 먼저 배운다면, 세로셈으로 이미 답을 알고 있기 때문에 계산방법을 다 각도에서 바라보고 해결하고자 하는 의욕을 갖기가 힘들다는 것이다. 더욱이 교사 J는 작년에 표준 알고리즘이 우선하는 2학년을 지도했었기 때문에 양자의 장단점에 대해 좀 더 구체적인 제안을 할 수 있었다.

교사 J: 가르치는 입장에서 의미가 달라요. 이번처럼 세로셈보다 먼저 가르치는 것은 도입처럼... 뭐랄까, 생각열기, 브레인스토밍처럼 느껴져요.

그래서 아이들한테도 이것저것 생각해보라고 가능한 열어두는 거죠. 수학적으로 옳은지, 의미 있는 건지보다는... 그런데 뒤에 나왔을 때는 심화, 적용, 발전의 의미로 다가왔어요. 세로셈을 배웠으니 다른 의미로 해보라는 거죠. 그래서 엉뚱한 거나 수학적으로 의미 없는 방법은 뭔가 제재를 가해야 할 것으로 생각해요. 두 가지의 가르치는 초점이 달라지는 거죠. 뭐가 더 좋은지는 잘 모르겠어요. 다만 1차시에 나오니까 아이들이 더 열심히 하는 것 같아요. 작년에는 ‘귀찮아, 이거 안하면 안돼요?’ 등의 반응이 많았거든요. 그래도 차시 내용에 있을 때는 했는데, 특히 정리 확인이나 단원 평가에 있는 문제는 싫어했어요. ‘이거 꼭 두 가지로 해야 돼요?’ 라고 묻는 거죠.

이와 같은 교사 J의 의견에 따르면, 표준 알고리즘 이전의 생각열기와 이후의 심화 적용이라는 역할의 차이에 근거하여 지도 계열성이 지도 목표를 결정하는 것으로 볼 수 있다. 생각열기와 심화 적용이라는 지도 목표 외에 또 다른 목표로서 교사 M은 다양성에서 비롯되는 수학적 사고 능력 및 사고를 공유하면서 합리적인 방법을 찾아가는 수학적 의사소통 능력의 신장을 언급하기도 하였다. 이는 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 이슈인 수학적 창의성 개발을 위한 수학적 추론 및 수학적 의사소통이라는 측면에서 부합한다. 더욱이 교사 H와의 면담에서 드러난 ‘배운 지식을 최대한 활용해서 문제를 해결할 수 있는 문제해결 능력, 이전 지식에 기초하여 인지적 갈등을 겪으며 스스로 알고리즘을 발견하는 기회의 제공’은 수학적 창의성 구현을 위한 하위 3요소를 충족시켜준다. 교사들의 이와 같은 생각은 본 연구의 주제인 대안적 계산방법을 찾는 교과서 활동이 교육과정의 취지에 적합한 활동이라는 인식을 보여준다.

한편 직접 수업을 이끈 세 명의 교사는 지도 방법상의 어려움이나 문제점에 대해서도 의견을 표명하였다. 먼저 교사 J가 지적했던 것은 학생들이 보인 유사한 방법이나 수학적으로 의미 없

는 방법에 대한 교사로서의 태도 및 대처 방안에 관한 것이다.

교사 J: 아이들은 다양한 방법으로 잘 따라왔어요. 그런데 몇 가지 생각할 점은, 비슷한 것, 같은 원리인 방법이 나왔을 때랑 수학적으로 의미 없는 방법일 때 어떻게 해야할지 잘 모르겠어요. ‘비슷한 방법이네’라고 약하게 언급하고 넘어갔지만, 지적해야 하는 건지, 방법을 추려야 하는 건지...

교사 J가 이와 같은 어려움을 느낀 것은 학생들이 발표한 다양한 방법에 대한 비교를 주목한 유일한 연구 참여자였기 때문에 가능하였다. 한편 교사 M은 시간 관계상 수준이 다른 25명의 학생 개개인에게 다양한 방법을 생각해볼 수 있는 기회를 제공하지 못한 것이나 보편적으로 발생하는 오류를 수정하지 못한 것을 언급하며 시간 제약에 대한 어려움을 언급하였다.

교실 관찰로부터 학생들은 자신만의 방법을 생각해낼 때 교과서나 친구들에 의해 제시된 것과 다른 방법을 생각해내는 데 어려움을 겪는다는 것을 알 수 있었다. 사실상 교과서에 제시된 방법은 그 연산과 관련하여 가장 보편적으로 생각해낼 수 있는 대안일 것이다. 그것을 이미 교과서가 선점했으니 그와 다른 것을 생각해내는 어려움은 충분히 예측 가능하다. 이에 대해 한 가지 방법을 제시했던 교사 H는 ‘교사나 교과서의 사전 설명 없이 먼저 주어진 식을 자신만의 방법으로 (틀려도 좋다는 가정 하에) 풀어보는 시간을 주는 것이 좋을 것 같다’고 하였다.

V. 결론 및 논의

본 연구는 덧셈과 뺄셈의 대안적 계산방법의 지도 목적 및 계열성에 대한 문제 제기로부터

출발하였고, 이제 문헌 고찰 및 수업 관찰의 연구 방법을 통해 얻은 연구 결과로부터 결론을 도출하고 그에 기초한 교수학적 논의를 전개하고자 한다.

본고에서는 대안적 계산방법과 표준 알고리즘의 지도 계열성에 있어 전자 후 후자를 지도하는 쪽을 옹호하였다. 교육과정 해설서에서 보았듯이 표준 알고리즘을 먼저 지도하는 것이 사고의 다양성이나 수 감각 신장의 측면에서 정당화되지만, 대안적 방법을 먼저 지도하는 그 외의 이점을 고려했기 때문이다. 학생들의 비형식적 지식을 이용하여 학습 전개가 자연스럽다는 점 뿐만 아니라 학생이 표준 알고리즘을 알고 나면 그로부터 벗어나기 힘들기 때문에 다른 방법을 생각해내기 어렵고 나아가 대안적 계산방법을 불필요하다고 생각하기 때문에 학습 동기가 부재하는 문제를 피할 수 있다는 점이다. 또한 창의성 관점에서 알고리즘 학습시 전형적인 알고리즘 외의 대안을 생각할 여지를 주고 있지 않다는 서동엽(2009)의 입장과 관련하여, 표준 알고리즘에 앞선 다양한 계산방법의 고안은 그 입장을 재고할 수 있는 최적의 방안이며 따라서 2009 개정 교육과정의 취지인 창의성 교육을 수학에서 구현하는 대표적인 사례라 할 만하다.

나아가 학습 계열성에 대한 논의와 별도로, 중국에 표준 알고리즘의 지도로 귀착된다면 대안적 방법을 지도하는 목적 자체에 대한 설명이 필요하다. 알고리즘 이전에 독립적인 차시로 설정될 만큼 학습 시간을 할애하지만 그 학습에 대한 정당성이 확보되어야 한다. II장에서 고찰하였듯이 사고의 다양성, 수 감각 및 사고력의 신장, 계산의 편리함이라는 목적과 그로 인해 이후 학습 상황에서 표준 알고리즘보다 더 적절한 경우에 적용할 수 있다는 점을 꼽을 수 있다. 표준 알고리즘을 알고 있는 경우에도 문제에 따라서는 대안적 방법이 더 효과적임을 경험하게 함

으로써 더 편리한 방법을 선택할 수 있도록 학습 경험이 이어질 필요가 있다. 아울러 이와 같은 계산방법의 효율성, 편리성은 왜 대안적 방법을 지속하면 안 되는가 하는 질문에 대해 표준 알고리즘이 수학사에서 선택된 최종의 방법이라는 점을 고려한 답변이 될 수 있다.

본 연구의 수업 관찰에서 교사의 지도 방법은 학생들의 활동 결과에 큰 영향을 미친 것으로 나타난다. 대안적 계산방법의 고안을 목표로 하는 수업에서 다양한 계산방법을 생각해내야 하는 주체는 학생이지만 학생의 적절한 활동을 보장하는 교사의 역할이 그 어느 때보다 세심하게 고려되어야 한다. Thompson(1999)은 머릿셈(mental calculation)⁵⁾에서는 지필셈과 달리 한 자리 수의 계산과 두 자리 수의 계산 사이에 큰 차이가 있고 결과적으로 차별된 교수 접근이 필요함을 지적하였다. 또한 Thompson(2000)은 교사가 이와 관련하여 성공적이라고 말할 수 있으려면, 적어도 아이들이 사용하는 다양한 방법에 익숙해야 하고 이 절차들을 개발하고 확장하기 위한 적절한 교수 전략을 지녀야 한다고 하였다. 본 연구 결과로부터 몇 가지 구체적인 전략을 도출할 수 있다.

첫째, 교과서에 제시된 교수 절차를 교사 스스로 융통성 있게 재구성할 필요가 있다. 본 수업 관찰에서 교사들은 ‘선생님의 방법’으로 제시한 방법을 제시한 경우를 제외하곤 교과서의 방법을 제시하지 않고 문제만 제시한 상태에서 학생들 스스로 방법을 고안하도록 격려했다. 가장 전형적인 대안적 방법에 해당하는 것들을 교사나 교과서가 제시해버린다면 학생들은 새롭고 효과적인 계산방법을 발견하는 데 어려움을 경험하고 흥미를 잃게 될 것이므로, 본 연구 참여자들인 교사의 선택은 바람직한 것으로 간주된

다. 이러한 선택은 교과서 집필시에도 적극 검토 할만한 사항이며, 대안적 방법 사례를 교과서가 아닌 교사용지도서에만 제시하는 것을 제안해본다.

둘째, 더 다양한 계산방법의 고안을 격려하기 위해 본 연구의 2학년 덧셈 수업에서와 같은 이전 차시 내용인 세로셈 알고리즘에 대한 환기는 피하는 것이 적절하다. 앞의 문헌 고찰에서 일단 세로셈 알고리즘을 알고 나면 사과의 유연성을 잃게 됨을 언급하였다. 세로셈 알고리즘을 복습함으로써 수의 범위는 달라지지만 유사한 방식으로 적용함으로써 다른 방법을 생각해내는 데 어려움을 겪을 수 있다. 실제로 차시 도입을 세로셈 복습으로 시작한 교사 M의 수업에서 9명(20.9%), 10명(22.2%)의 세로셈 알고리즘 빈도는 교사 H의 뺄셈 수업에서보다 훨씬 높게 나타난다. 같은 맥락에서 3학년 교과서의 받아들림이 있는 것과 없는 것의 혼용처럼 다양한 유형을 혼합하여 다루는 것도 바람직한 방법일 것이다. 예컨대 받아들림이 없는 유형만 다루다보면 각 자리 수끼리 더해져 쓰면 된다고 생각하여 유형을 벗어나는 문제에 오류를 범할 수 있다.

셋째, 일반적으로 학생들은 덧셈 계산방법의 구성을 뺄셈, 곱셈, 나눗셈보다 덜 어려워하기 때문에 대안적 계산방법의 지도는 덧셈으로 시작하는 것이 자연스럽다. 실제로 본 연구에서 뺄셈의 대안 방법에서는 인지적 갈등과 오류가 발생하였고, 그에 대한 교사의 대처도 재고의 여지가 있었다. 뺄셈 수업을 위한 좀 더 신중한 수업 계획 및 학생의 반응을 예측한 적절한 피드백이 준비되어야 할 것이다.

넷째, 교사가 계산식을 제시하는 형태도 중요하다. 알고리즘에 익숙한 학생은 일반적으로 가로셈으로 제시된 계산을 어려워하고 세로셈으로 제시된 문제를 훨씬 쉬워한다. 반면 가로셈으로

5) Thompson(1999)은 암산(mental arithmetic)과 머릿셈(mental calculation)을 구별하면서, ‘정신적 회상 대 정신적 전략’ 또는 ‘머릿속에서 작동(working in your head) 대 머리로 작동(working with your head)’의 차이를 언급하였다.

제시된 문제는 대안적 계산방법을 생각하는 데 적합하므로 문제를 제시할 때 가로셈을 이용하는 것이 적절하다. 그러나 교사 H처럼 식 표현만을 고집하면 음수의 출현이나 뺄셈에서 교환법칙의 고려와 같은 부적절한 교수 상황이 발생하기 쉬우므로 도식과 같은 표현을 적절히 이용할 수 있어야 한다. Hiebert et al.(1997)에서 학생들은 수형도와 화살표를 이용하여 추상적인 방법을 구체적으로 생각할 수 있었고, 계산의 여러 단계에서 부분합을 찾아 표시할 때 이러한 도구를 이용한 것을 볼 수 있다.

다섯째, 학생들이 발표한 여러 가지 대안 방법에 대해 비교해볼 수 있도록 방법을 칠판에 남겨두고 적절한 활동을 격려할 필요가 있다. 본 수업 관찰 중 두 개 수업은 앞서 발표된 방법을 남기지 않아 비교가 불가능하였고, 따라서 학생들은 동일한 방법을 중복 발표하도록 허용되었다. 이는 모든 방법을 수용하여 학생 활동을 격려한다는 이점에도 불구하고 일부 학생들이 방법의 동일성 여부에 대해 지닌 궁금증에 적절히 대처할 수 없었다. 교사 면담에서 교사 J는 이와 관련한 교수 접근에 대한 자문을 구하기도 하였다.

여섯째, 대안적 계산방법의 지도를 위해 제공하는 문제의 적절성을 고려할 필요가 있다. 즉 제공하는 문제가 대안적 계산방법을 적용하기에 효과적인 경우면 더욱 바람직하다. 특히 대안적 계산방법의 지도 의의를 충족시키고 II장에서 고찰한 대로 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서 대안적 방법을 지도하는 목적인 계산상의 편리함을 경험하게 하려면 표준 알고리즘보다 더 편리하다는 느낌을 가질 수 있도록 고안된 문제를 제시할 필요가 있다. 예컨대 36+49, 204-108과 같은 문제들이다. 교과서에서 이용한 문제들이 대안적 방법을 격려하는지에 대한 재고가 요구된다.

일곱째, 연필 사용을 금지하는 것도 대안적 계

산방법의 촉진을 위한 전략이 될 수 있다. 학교 수학의 계산 알고리즘은 지필 알고리즘이며, 종이와 연필 없이 지필 알고리즘을 사용하기를 기대할 수 없다(Usiskin, 1998). 연필과 종이를 사용하지 않고 Thompson(1999)식의 머릿셈을 이용하도록 함으로써 머릿속에서 표준 알고리즘을 따르는 것이 아니라 다양한 대안적 계산방법을 궁리해내도록 격려할 필요가 있다.

참고문헌

- 강홍규, 심선영(2010). 알고리즘의 다양성을 활용한 두 자리 수 곱셈의 지도 방안과 그에 따른 초등학교 3학년 학생의 곱셈 알고리즘 이해 과정 분석. **한국초등수학교육학회지 14(2)**, 287-314
- 교육과학기술부(2008). **초등학교 교육과정 해설 (IV) 수학, 과학, 실과**. 한울사
- 교육과학기술부(2013). **수학 1-2학년군 수학3**. 천재교육
- 교육부(2003). **제7차 교육과정 해설서**.
<http://westudy.busanedu.net/search/sapi.htm?&txtKeyword=%ED%95%B4%EC%84%A4%EC%84%9C&searchType=simple>
- 교육부(2014a). **수학 2-1**. 천재교육
- 교육부(2014b). **교사용 지도서 수학 2-1**. 천재교육
- 박인묵(2002). **대안 알고리즘 적용을 통한 덧셈과 뺄셈 능력 신장 방안**. 대구교육대학교 석사학위논문
- 백선수(2004). 비형식적 지식을 이용한 대안적인 분수 나눗셈의 형식화 방안에 관한 연구. **초등수학교육 8(2)**, 97-113
- 백선수, 김원경(2005). 분수의 곱셈에서 비형식적 지식의 형식화 사례 연구. **학교수학 7(2)**, 139-168

- 서동엽(2009). 창의성의 관점에서 바라 본 수학 교육과정. **국제과학영재학회지** 3(2), 159-166
- 이종욱(2008). 자연수 나눗셈에 관한 비형식적 지식과 형식적 지식의 연결 방안. **수학교육** 47(1), 91-106
- 이화영, 장경윤(2010). 초기 대수(Early Algebra)의 연구 동향과 접근에 관한 고찰. **수학교육학 연구** 20(3), 275-292
- 장혜원(2006). **산학서로 보는 조선 수학**. 경문사
- 장혜원(2009). 받아올림과 받아내림이 있는 계산과 관련한 아동의 비형식적 지식에 대한 사례연구. **학교수학** 11(4), 607-623
- 장혜원, 강태석, 박원규, 김동원, 이환철(2014). 초등학교 수학과 교육과정과 교과서의 연계 분석 - 2009 개정 교육과정 초등학교 3~4학년 군을 중심으로. **수학교육학연구** 24(2), 181-204
- 장혜원, 최민아, 임미연(2014). 0처리 오류에 기초한 교과용 도서 분석 및 활동 구성. **한국초등수학교육학회지** 18(2), 257-278
- 전형욱, 이경화(2008). (두 자리 수) \times (두 자리 수) 해결과정에서 나타나는 아동의 비형식적인 지식에 관한 사례연구. **수학교육학연구** 18(4), 483-497
- Australian curriculum, assessment and reporting authority(ACARA: 2014). *The Australian Curriculum, Mathematics. Version 6.0.* <http://www.australiancurriculum.edu.au/mathematics/Curriculum/F-10>
- Baek, J.M.(2004). Teaching mathematics based on children's cognition: introduction to cognitively guided instruction in U.S. *The Journal of Educational Research in Mathematics* 14(4), 421-433
- Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, J.L., Levi, L. & Empson, S.B.(1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. 김수환 외(역)
- (2006). **어떻게 수학을 배우지? CGI에 의한 수학학습**. 경문사
- Carroll, W. M. & Porter, D.(1998). Alternative algorithms for whole-number operations. In L. J. Morrow & M. J. Kenney(Eds), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, 106-114. NCTM
- Finnish National Board of Education(FNBE: 2004). *National core curriculum for basic education 2004 - National core curriculum for basic education intended for pupils in compulsory education*. ISBN 978-952-13-3346-0
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., & Human, P.(1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Heinemann. 김수환 외(역) (2006). **어떻게 이해하지?** 경문사
- Kamii, C.(1994). *Young children continue to reinvent arithmetic - 3rd grade-*, Teachers college press. 강완, 김진호, 김연(역) (2008). **Piaget의 발생론적 인식론을 적용한 수학 수업-3학년-**. 경문사
- Kamii, C.(1998). The harmful effects of algorithms in grades 1-4. In L. J. Morrow & M. J. Kenney(Eds), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, 130-140. NCTM
- Karp, K., Caldwell, J., Bay-Williams, J., & Zbiek, R.M.(2011). *Developing Essential Understanding of Addition and Subtraction for Teaching Mathematics Pre-K-Grade 2*. NCTM
- Morrow(1998). Whither algorithms? mathematics educators express their views. In L. J. Morrow & M. J. Kenney(Eds), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*,

- 1-6. NCTM
- Thompson, I.(1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction, part 1. *Mathematics in school*, 28(5). 2-4
- Thompson, I.(2000). Mental calculation strategies for addition and subtraction, part 2. *Mathematics in school*, 29(1). 24-26
- Usiskin, Z.(1998). Paper-and-pencil algorithms in a calculator-and-computer age. In L. J. Morrow & M. J. Kenney(Eds), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, 7-20. NCTM
- Verschaffel, L., Greer, B., & Torbeyns, J.(2006). Numerical thinking. In A. Gutiérrez & P. Boero(Eds), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future*, 51-82. Sense Publishers
- Wisdom, N.J.(2014). *Meta-Didactical Slippages: A Qualitative Case Study of Didactical Situations in a Ninth Grade Mathematics Classroom*. Dissertation, Georgia State University

Study on Teaching Alternative Algorithms of Addition and Subtraction

Chang, Hyewon (Seoul National University of Education)

Many researchers have supported in various aspects that elementary students should experience alternative algorithms as well as formal standard one for addition and subtraction. Korean elementary mathematics textbooks have some units for alternative algorithms for addition and subtraction. In special, the change of unit sequence in the second grade revised mathematics textbooks may cause the necessity for discussion about teaching sequence and teaching purpose between alternative algorithms and formal standard one. Therefore, this study aims to consider the purpose of teaching alternative algorithms and to induce implications for their teaching strategies and sequence. To do this, related references, curriculum and textbooks were analyzed. Four lessons were observed and three teachers were interviewed. The main content of this study is the result of analysis on students' activities and teachers' teaching approaches. This study also includes didactical implications based on the result.

* Key Words : alternative algorithms of addition and subtraction(대안적 덧셈, 뺄셈 방법), standard algorithm(표준 알고리즘), teaching sequence(지도 계열성), variety(다양성), lesson observation(수업 관찰)

논문접수 : 2014. 10. 10

논문수정 : 2014. 11. 11

심사완료 : 2014. 11. 18