

## 다공성 매질내의 공기압 확산에 대한 실내 배수시험과 유한요소해석 비교분석

### Comparison between Soil Drainage Experiment and Finite Element Analysis for Air Diffusion in Multiphase Porous Media

김 유 성<sup>1</sup> Kim, You-Seong

김 재 홍<sup>2</sup> Kim, Jae-Hong

김 태 현<sup>3</sup> Kim, Tae-Heon

이 진 광<sup>4</sup> Lee, Jin-Kwang

#### Abstract

The paper presents comparison between numerical and experimental results to verify finite element algorithm of air diffusion in three-phase porous media. The theory of two-phase flow in partially saturated soil is a fundamental study to predict the safety for CO<sub>2</sub> sequestration. Geotechnical engineering problems exposed to atmospheric pressure generally assume that air pressure is equal to zero in three-phase porous media, but the geotechnical engineering problem at a depth of about over 1 km needs to be considered in connection with deformable solid skeleton due to air pressure. Therefore, the objective of this study is to validate the numerical algorithm by comparing with results obtained from measurement of air diffusion and dissipation through drainage test.

#### 요 지

3상으로 이루어진 다공성 매질 내에서 공기의 흐름을 확인하기 위해 실내시험과 수치해석 알고리즘의 비교분석을 하였다. 불포화 지반내의 유체의 흐름을 확인하는 연구는 이산화탄소 지중저장을 위한 안정성 예측을 위해 중요한 기초연구이다. 일반적으로 대기압에 노출되어 있는 지반공학적인 문제들은 3상 다공성 매질 내부에서 발생할 수 있는 공기압을 '0'으로 가정하고 해석하지만, 지중 1km 지점에서의 불포화토의 거동은 기체압력을 고려하여 지반의 변형과 연계해석이 필수적이다. 본 연구는 이러한 지중 깊숙한 곳에서 발생할 수 있는 불포화 지반의 거동을 해석하고자 공기압의 확산과 소산에 대한 수치해석과 실내배수시험을 비교분석하여 유한요소해석 알고리즘을 검증하고자 한다.

**Keywords :** Three-phase porous media, Partially saturated soil, Air diffusion, Finite element algorithm, Drainage test

1 정희원, 전북대학교 토목공학과 교수 (Member, Prof., Dept. of Civil Engrg., Chonbuk National Univ.)

2 정희원, 전북대학교 토목공학과 연구교수 (Member, Research Prof., Dept. of Civil Engrg., Chonbuk National Univ., Tel: +82-63-4060-8182, Fax: +82-63-270-2421, [woghdjfk@gmail.com](mailto:woghdjfk@gmail.com), Corresponding author, 교신저자)

3 비회원, 전북대학교 토목공학과 박사과정 (Graduate Student, Dept. of Civil Engrg., Chonbuk National Univ.)

4 정희원, 전북대학교 토목공학과 석사과정 (Member, Graduate Student, Dept. of Civil Engrg., Chonbuk National Univ.)

\* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2014년 8월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

# 1. 서론

지반공학적으로 간극공기압을 대기압으로 가정하고 흙의 알갱이와 간극수압의 역학관계를 다루어 불포화 토 거동을 예측하여 실제 현장에서 일어나는 현상을 평가하고 있다. 토목공학적인 측면에서는 간극공기압을 '0'으로 할 때, 실내시험이나 현장 거동을 해석한 결과 값에 근접한 접근을 보여주고 있다(Laloui et al., 2003). 본 연구의 목적은 불포화 지반의 거동에서 2가지 유체(물과 공기)의 흐름을 고려하여 공기의 확산 및 소산과 토립자의 변형을 중점적으로 관찰하게 된다.

토립자 내부의 간극 공기압 거동을 관찰하는 수치해석 모델들은 여러 문헌들에서 연구되어 왔으나, 정확한 해석에 대한 검증은 찾기 위해 여전히 연구가 수행되고 있다(Schrefler and Zhan, 1993; Gawin et al., 1997; Schrefler and Scotta, 2001; Laloui et al., 2003; Kim and Hwang, 2011). 이러한 간극공기압의 실험을 최초로 관찰한 연구자로서 Liakopoulos(1965)의 모래시료를 사용하여 간극공기압을 예측하기 위한 배수시험을 모사하려는 수치해석 모델들이 제안하고 검증은 하였지만, 수치해석 알고리즘이나 지배방정식에 따라 간극공기압의 확산이나 소산에 대한 민감한 반응에 대해서는 정확한 해법을 찾지 못하고 있다. 지금까지 배수시험의 공기압 확산 및 소산의 정확한 해답을 찾기 위해 여러 연구자들은 해석결과들을 비교 검증되고 있다.

지반역학적인 접근이 필요한 관점에서 불포화 지반의 특성에 관한 연구와 이산화탄소 지중저장에 대한 안정성해석은 많은 연관성이 있다. 기존 발표되어 왔던 이

산화탄소의 화학적인 작용으로 발생하는 고체거동 및 응력-변형률 변화로는 누출 위험성 예측이 어렵고 많은 경비와 시간이 필요한 작업이다. 지반 또는 암반의 균열과 파괴를 평가할 수 있는 직접적인 응력-변형률 해석을 통하여 실시간으로 거동특성을 해석할 때 적절한 주입압력과 이산화탄소의 저장용량을 예측할 수 있다. 지중저장소의 가장 중요한 관심이 '안정성'이라는 화두에 맞는 지반 조사와 시추에 대한 여러 공정은 토질역학적인 관점에서 접근해야할 필요가 있다(노르웨이 지반공학회, NGI; Lacasse and Nadim, 1994).

국제에너지기구(IEA)에서는 오는 2005년까지 온실가스를 저감하기 위한 로드맵을 기획하면서 전체 CO<sub>2</sub> 저감량의 약 17%를 CCS(이산화탄소 포집 및 저장, Carbon Capture Storage) 기술이 담당해야 할 것으로 예상하고 있으며, 세계시장 규모도 연간 550조원에 이른다. CCS 산업을 통한 온실가스 감축과 더불어 새로운 일자리를 창출하는 수의 사업화를 위하여 국제 사회가 한 차원 높은 결집을 해야 하는 시점이다.

CCS 기술 중에 이산화탄소 지중저장에 관련된 분야는 지반공학과 해안공학 기술이 많이 요구된다. 저장계획을 수립하기 위해서는 지반조사를 통하여 이산화탄소를 고밀도로 압축하여 특정한 지질구조를 가지는 지중에 강제적으로 주입하여 반영구적으로 저장하는 방법이다. Fig. 1과 같이, 저장부지의 특성으로는 일정압력과 온도를 유지하기 위하여 대수층(또는 염수층)의 깊이가 약 800m 이상이어야 하며, 이산화탄소의 주입이 용이하도록 이산화탄소의 주입부 근방에서 충분한 다공성 및 침투성을 갖고 있는 퇴적암 지역(주로 "사암"으

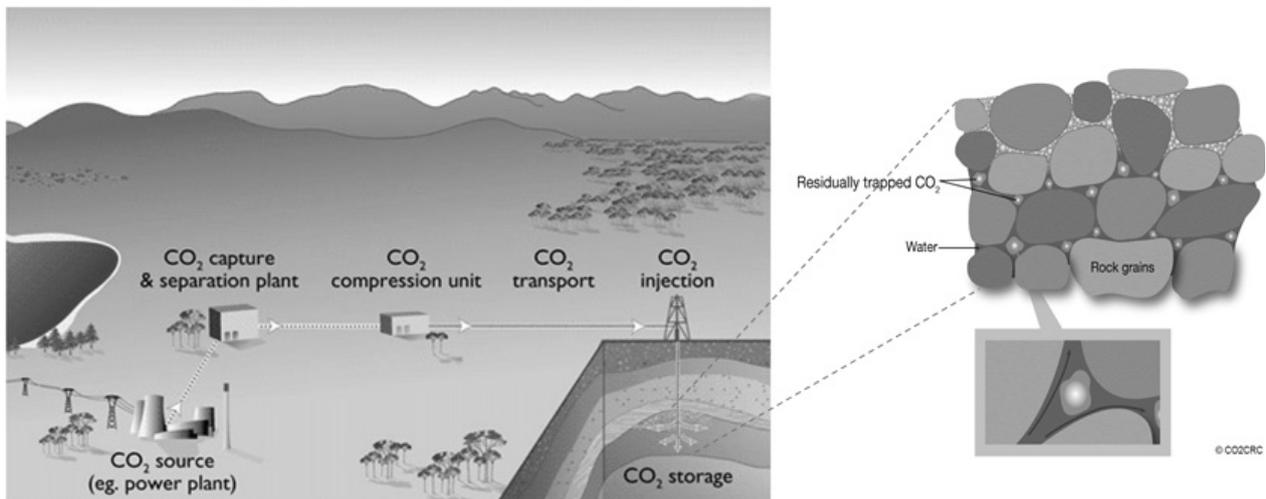


Fig. 1. System for Carbon Capture and Storage (CO2CRC)

로 구성된 암석층)이 이용된다(Lee, 2011). 최근까지 대수층(또는 심부염수층) 저장기술은 대부분 이산화탄소의 확산 및 거동을 예측하는데 초점이 맞춰져 왔다. 역학적인 거동보다는 화학적이고 기체 또는 유체의 흐름에 집중했기 때문에 안정성을 고려하기 위해서 지반 역학적인 원천기술이 개발될 필요성이 점점 대두되고 있다.

## 2. 공기압 확산과 소산 거동을 위한 실내배수시험

### 2.1 실내시험 개요 및 시료

문헌에서 제시된 최초 다공성 매질 내의 3상 거동에 대한 연구는 Liakopoulos(1965)의 모래시료를 이용한 배수시험을 토대로 측정된 결과들이다. Liakopoulos 연구결과를 바탕으로 여러 연구자들이 알고리즘을 개발하고 수치해석 결과를 제시하였다(Gawin et al., 1997; Schrefler and Scotta, 2001; Laloui et al., 2003). 이러한 배수시험을 모사한 수치해석 결과들을 근간으로 본 연구에서 유도된 다공성 매질의 구성방정식과 수치해석 알고리즘 검증이 시도되었다(Kim and Hwang, 2011). 실내 배수시험을 구축하기 위한 기본적인 사항은 시료의 높이 1m이며 시료의 초기 조건은 포화상태로써, 시료의 측면과 바닥면은 불투수 조건이다. 시험이 시작과 동시에, 시료의 상부에서 공급되고 있는 물을 차단하고 바닥면은 물이 배수가 되도록 하여 시료 내에서 공기압이 확산될 수 있도록 한다. 수치해석에서 사용한 이러한

Table 1. Material property used in numerical analysis

Young's modulus ( $E$ )	1.42 Mpa
Poisson's ratio ( $\nu$ )	0.42
Solid real density ( $\rho^{sR}$ )	1149 kg/m <sup>3</sup>
Bulk modulus of air ( $K_a$ )	0.1 MPa
Water real density ( $\rho^{wR}$ )	1000 kg/m <sup>3</sup>
Air real density ( $\rho^{aR}$ )	1.2 kg/m <sup>3</sup>
Initial porosity ( $n$ )	0.49
Intrinsic permeability ( $\kappa$ )	$2.0 \times 10^{-13}$ m <sup>2</sup>
Water viscosity ( $\eta_w$ )	$1.0 \times 10^{-3}$ Pa·s
Air viscosity ( $\eta_a$ )	$1.8 \times 10^{-5}$ Pa·s

Table 2. Material property used in drainage test

	$e_0$	$\rho_d$ (t/m <sup>3</sup> )	S (%)	$G_s$	$C_u$	$C_c$	$D_{50}$ (mm)	$k_s$ (m/s)
Silica Sand	0.960	1.415	91	2.63	1.64	1.20	0.21	$2.0 \times 10^{-6}$

사항들을 동일한 조건으로 실내배수시험에 사용된 재료의 물리적 특성들은 Table 1과 2에 요약되었으며, Fig. 2는 해석 대상 시료의 배수시험 모식도이다.

실내실험에서 사용된 시료는 규사(KS L 5100)로써 자세한 물리적 특성은 Table 2에서 제시되어 동일한 재료특성을 사용하여 유한요소해석 프로그램에서도 적용하였다. Table 2에서  $e_0$  초기간극비, S 포화도,  $G_s$  비중,  $C_u$  균등계수,  $C_c$  압축지수,  $D_{50}$  흙 입자의 크기,  $k_s$  투수계수를 나타낸다.

### 2.2 공기압 센서와 배수시험 구축

실내 배수실험을 이용하여 공기압 확산과 소산 거동을 위한 측정은 Laloui et al.(2001)이 제시한 문헌에서 확인할 수 있다. Fig. 3과 같은 공기압 측정 센서에 대한 특성과 측정 범위를 알 수 있다.

공기압 센서(Keller AG)의 측정범위는  $\pm 50$  kPa이며, 대기압 크기를 '0'값으로 기준하여 다공성 매질 내부에 설치하여 공기압 확산과 소산을 측정한다. 본 실험에서는 초기 포화된 시료에서 중력에 의해 물이 배수되며

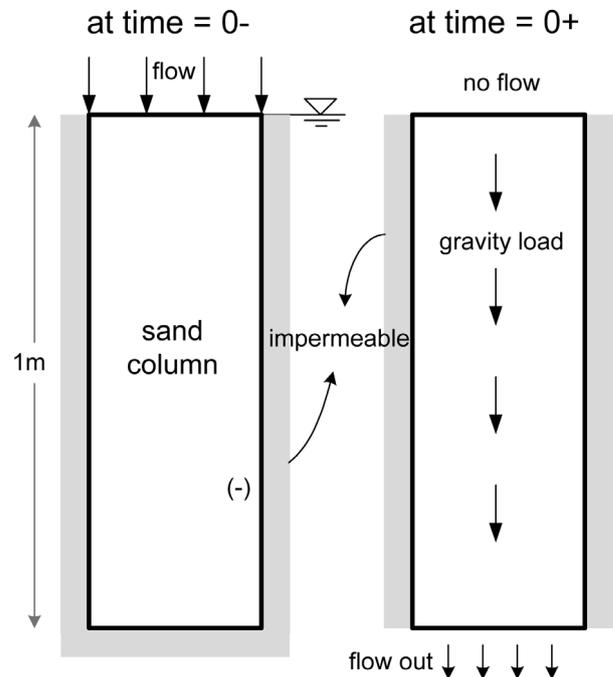


Fig. 2. Drainage test for diffusion of air pressure in porous medium

‘-’값의 공기압이 시료 안에서 확산되고 시간에 지남에 따라 대기압의 침투로 다시 소산되는 변화를 확인할 수 있다(Schrefler and Scotta, 2001; Laloui et al., 2003). 센서의 위치는 1m 원통형 모형토조 높이에 10cm 간격으로 총 10개를 설치하여 부의 공기압 측정을 하였다.

실내 배수시험을 통해 얻을 수 있는 결과들은 간극공기압, 부간극수압(matric suction), 그리고 시료의 포화도를 각각 공기압센서, Tensiometer, 전기비저항으로 얻을 수 있다(Fig. 4). 총 5단의 원형 토조를 포화시키기 위해서 수도차를 이용하여 시료를 1단부터 최대한 물길기 생기지 않게 천천히 물을 침투시켜 구사를 포화시킨다. 완전포화에 가깝게 접근하기 위해 24시간 이상 침수시키며 배수 시험을 시작하기 위해 바다의 배수구를 열어서 전체 원형 토조의 배수를 시작한다. 중력에 의해 물이 배수 되면서 상부 시료부터 부의 공기압이 발생하게 된다. 시험 초기에는 배수 속도가 빠르지만 시간이 갈수록 수도차가 감소하면서 배수속도가 느려지는 것을 물

의 양으로 확인 할 수 있다. 시료내부에서 물이 이동하면서 공기의 확산과 소산이 발생되고 부의 공기압, 모관 흡수력, 포화도를 관측하여 수치해석으로 얻어진 결과 값들과 비교하였다.

### 3. 3상 거동의 연계해석을 위한 알고리즘

#### 3.1 평형방정식과 구성방정식

이산화탄소 지중저장에 대하여 일반적으로 지중 내에 주입된 CO<sub>2</sub>는 염수나 지하수에 용해되지만, 초임계(기체와 액체의 중간상태) CO<sub>2</sub>로 인정하여 2상의 유체 흐름으로 고체의 변형에 대한 영향과 모든 CO<sub>2</sub>가 용해되어 액체의 흐름만으로 고체에 미치는 거동해석으로 구분할 수 있다. 지반공학적인 관점에서 3상으로 이루어진 불포화토 구조 개념으로 고체, 액체, 기체의 관계를 고려해야 하지만, 대부분의 실험적인 비교나 현장 결과에 대한 비교분석에 근거하면 기체인 공기압을 대기압( $p_w \approx 0$ ) 상태로 가정할 때, 불포화토의 해석은 2상으로 해석하는 것이 적절한 거동예측을 보여주고 있다(Laloui et al., 2003). CO<sub>2</sub> 지중저장을 위한 해석으로 3상 또는 2상으로 이루어진 다공성 매질 내부에서 유체의 압력과 흐름이 고체 변형에 대한 거동특성을 확인해야 한다. 이러한 다공성 매질을 해석하기 위해 변위( $u$ ), 간극수압( $p_w$ ) 그리고 간극 공기압( $p_a$ )을 구하기 위한 세 개의 지배방정식이 유도되어야 한다.

3상으로 구성된 다공성 매질의 연립 방정식은 변위

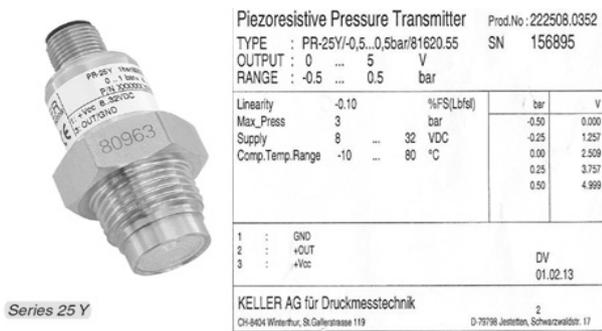


Fig. 3. Sensor for air pressure measurement (Keller AG)

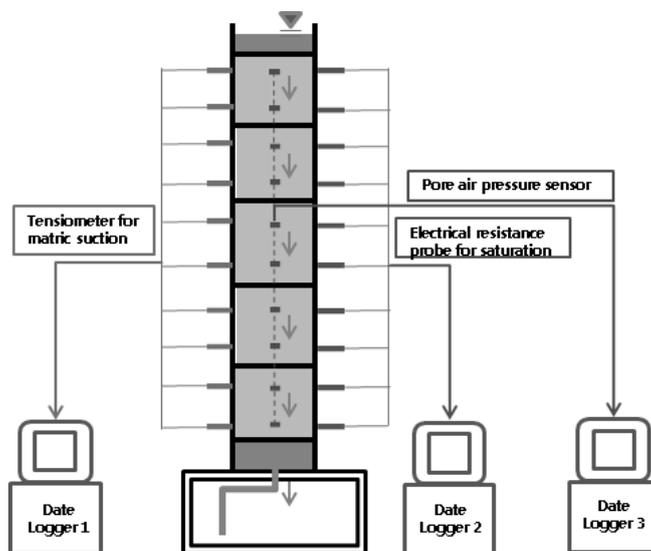
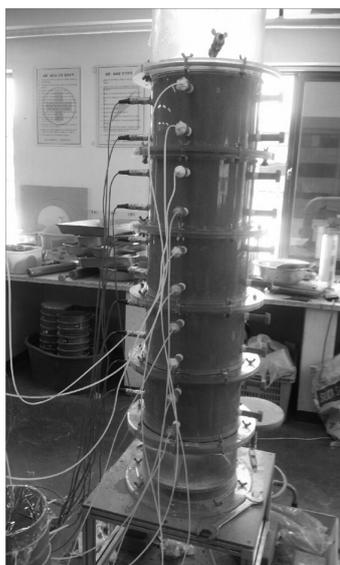


Fig. 4. Drain test diagram for air pressure diffusion

( $\mathbf{u}$ ), 간극수압( $p_w$ ) 그리고 간극 공기압( $p_a$ )을 계산하기 위해 3개의 방정식이 유도되어야 한다. 미지수들을 계산하기 위해 사용하는 다공성 매질 내의 물과 공기 이동은 흙 입자 움직임에 종속되기 때문에 고체에 대한 응력-변형률 계산을 위한 선형운동량 평형방정식(Balance of linear momentum)과 다공성 매질 내의 물과 공기 흐름을 파악하여 간극수압과 간극 공기압을 계산할 수 있는 질량 평형방정식(Balance of mass of the water and air)을 이용한다. 각각의 평형방정식들은 다음과 같다(Borja, 2004).

$$\text{DIV} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$n \frac{\partial S}{\partial s} (\dot{p}_a - \dot{p}_w) + S \text{DIV} \mathbf{v} = - \text{DIV} \tilde{\mathbf{v}}^w \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \left[ -n \frac{\partial S}{\partial s} + \frac{n(1-S)}{K_a} \right] \dot{p}_a + n \frac{\partial S}{\partial s} \dot{p}_w + (1-S) \text{DIV} \mathbf{v} \\ & = - \frac{1}{\rho^{aR}} \text{DIV} (\rho^{aR} \tilde{\mathbf{v}}^a) \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 전응력을 유효응력( $\boldsymbol{\sigma}'$ )의 함수로 표현하면  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - \bar{p} \mathbf{1}$  (positive in tension)와 같이 Bishop의 불포화도의 전단강도 방정식으로 응력과 변형률의 관계를 산정할 수 있다. 간극 공기압과 간극수압의 관계식은  $\bar{p} = p_a - S(s)(p_a - p_w)$ 으로 전체 밀도( $\rho$ )는  $\rho = \rho^s + \rho^w + \rho^a$  관계식처럼 흙의 입자, 물 그리고 공기의 부분으로 구분할 수 있다.  $\mathbf{g}$ 는 중력가속도이며 다공성 매질의 체적비를 흙 입자( $n^s$ ), 물( $n^w$ ), 그리고 공기( $n^a$ )로 구분한다면 총 간극률을 1로 가정하여  $1 = n^s + n^w + n^a$ 으로 표현할 수 있다.  $S$ 는 포화도이며  $p_w$ 와  $p_a$ 는 각각 간극수압과 간극공기압을 나타낸다.  $\tilde{\mathbf{v}}^w$  (superficial Darcy velocity of water)는 실제 물의 속도( $\mathbf{v}_w$ )와 흙 입자 속도( $\mathbf{v} = \mathbf{v}_s$ )의 차이로  $\tilde{\mathbf{v}}^w = n^w (\mathbf{v}_w - \mathbf{v})$ 으로써 표현되어 2가지 유체(air와 water)와 고체의 거동 관계를 계산할 수 있다. 유효응력에 대한 구성방정식(linear isotropic elasticity)과 다공성 매질 내의 물과 공기의 흐름을 파악할 수 있는 Darcy's law를 다음 식들과 같이 표현된다(Coussy, 2004).

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{c}^e : \boldsymbol{\epsilon} \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}^w = k_w(S, n)(-\nabla p_w + \rho^{wR} \mathbf{g}) \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}^a = k_a(S, n)(-\nabla p_w + \rho^{aR} \mathbf{g}) \quad (6)$$

여기에서 유효응력( $\boldsymbol{\sigma}'$ )은 탄성계수인  $\mathbf{c}^e = \lambda \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \mathbf{I}$  (Lamé parameters =  $\lambda$ ,  $\mu$ )와 변위( $\boldsymbol{\epsilon} = \text{sym} \nabla \mathbf{u}$ )의 관계이며, 물과 공기의 실제 밀도( $\rho^{aR}$ )는 체적비의 관계로 표현할 수 있다  $\rho^a = n^a \rho^{aR}$ . 2가지 유체의 투수계수( $k_\alpha$ )는 포화도와 간극비의 함수로써 식 (7)과 같이 표현할 수 있다(Coussy, 2004). 기존문헌과 수치해석을 비교하기 위해 사용된 구성 관계식으로써, 공기압을 위한 상대 투수계수 방정식으로 Brooks and Corey(1966) 관계식을 사용하였고, 물의 흐름을 위한 상대투수계수 방정식은 Liakopoulos(1965)의 배수시험에서 사용된 경험적인 식을 사용하였다. 두 가지 관계식은 다음 식 (8)~(9)와 같이 표현할 수 있다.

$$k_\alpha(S, n) = \frac{l^2}{\eta_\alpha} \delta(n) k_{r\alpha}(S), \quad \delta(n) = \frac{n^3}{(1-n^2)}, \quad \alpha = w, a \quad (7)$$

$$k_{ra} = (1 - S_e)^2 (1 - S_e^{(2+3\lambda)/\lambda}), \quad S_e = \frac{S - S_r}{1 - S_r} \quad (8)$$

$$k_{rw} = 1 - 2.207(1 - S_e)^{1.0121}, \quad S = 1 - 1.9722 \times 10^{-11} \cdot s^{2.4279} \quad (9)$$

여기에서  $k_{ra}$ 는 다공성 매질 내의 2가지 유체 물( $k_{rw}$ )과 공기( $k_{ra}$ )에 대한 상대투수계수,  $l^2$ 은 토립자 간극 구조에 따른 정수( $m^2$ ),  $\eta_\alpha$ 는 2가지 유체의 점성계수, 그리고  $m$ 은 함수특성곡선의 재료 정수이다.  $\lambda$ 는 간극크기에 따른 실험정수,  $S_e$ 는 유효포화도,  $S$ 는 포화도,  $\kappa$ 는 흙의 고유투수계수를 나타낸다. 같은 배수시험을 수행할지라도 연구자마다 사용하는 수치해석의 지배방정식과 유한 요소 구성방정식에 따라 실험정수 값에 대한 민감도는 결과들에서 약간의 오차를 발생한다(Gawin et al., 1997; Schrefler and Scotta 2001; Laloui et al., 2003). 본 연구에서 실험정수  $\lambda$ 는 0.1을 적용하였으며, 잔류 포화도  $S_r$ 는 0.06689 이다. 모관흡수력의 함수로 정의되는 함수특성곡선 관계식은 다음과 같다(van Genuchten, 1980).

$$S = S_r + S_e(1 - S_r) \quad (10)$$

$$S_e = \left[ 1 + \left( \frac{s}{a} \right)^n \right]^{-m} \quad (11)$$

여기에서  $s$ 는 모관흡수력 그리고  $a$ 와  $n$ 은 함수특성곡선의 재료정수이다.

### 3.2 수치해석을 위한 유한요소 방정식

원형토조 내 다공성 매질의 유한요소 해석을 위한 전구역(whole domain,  $B$ )을 토립자, 물, 공기 3상으로 구분하고, 가중잔류항법(method of weighted residuals)을 적용하면 흙의 변위(식 (12)), 간극수압(식 (13)) 그리고 간극공기압(식 (14))을 계산할 수 있는 평형방정식의 비선형 약형(coupled nonlinear weak form)을 다음과 같이 연계하여 유도할 수 있다(Hughes, 1987; Kim, 2010).

$$\begin{aligned} \int_B \nabla \mathbf{w} : [\boldsymbol{\sigma}' - S p_w \mathbf{1} - (1-S) p_a \mathbf{1}] dv \\ = \int_B \rho \mathbf{w} \mathbf{g} dv + \int_{\Gamma_t} \mathbf{w} \mathbf{t}^\sigma da \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \int_B \eta n \frac{\partial S}{\partial s} (\dot{p}_a - \dot{p}_w) dv + \int_B \eta S \text{DIV} \mathbf{v} dv - \int_B (\nabla \eta) \tilde{\mathbf{v}}^w dv \\ = \int_{\Gamma_s^w} \eta S^w da \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \int_B \varphi \frac{n(1-S)}{K_a} \dot{p}_a dv - \int_B \varphi n \frac{\partial S}{\partial s} (\dot{p}_a - \dot{p}_w) dv \\ + \int_B \varphi (1-S) \text{DIV} \mathbf{v} dv \\ + \int_B \frac{\varphi}{K_a} (\nabla p_a) \tilde{\mathbf{v}}^a dv - \int_B (\nabla \varphi) \tilde{\mathbf{v}}^a dv = \int_{\Gamma_s^a} \varphi S^a da \end{aligned} \quad (14)$$

여기에서  $\mathbf{w}$ 는 변위( $\mathbf{u}$ )을 위한 가중함수(weighting function),  $\mathbf{t}^\sigma$ 는 외부하중 벡터,  $\eta$ 와  $\varphi$ 는 각각 간극수압( $p_w$ )과 간극공기압( $p_a$ )을 위한 가중함수이다. 실내 배수시험의 초기 조건은 포화된 다공성 매질 내부에서 물이 배수되면서 발생하는 공기압을 측정하기 때문에 침투수( $S^w$ )와 침투하는 공기( $S^a$ )는 없으므로 방정식에서는 0이다.  $K_a$ 는 공기 체적계수를 나타낸다. 3가지의 미지수( $\mathbf{u}$ ,  $p_w$ ,  $p_a$ )를 연계한 비선형 약형(coupled nonlinear weak form)을 유도하여 유한요소방정식으로 변환하기 위해 형상함수(shape function)를 적용한다. 다음은 다공성 매질 내부에서 거동하는 3가지의 변수를 얻기 위한 행렬함수(matrix form) 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bigwedge_{e=1}^{n_{el}} (\mathbf{c}^e)^T [ \mathbf{f}_e^{d,INT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e) - \mathbf{f}_e^{db,INT}(\boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) - \mathbf{f}_e^{d\zeta,INT}(\boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) \\ = \mathbf{f}_e^{d,EXT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) ] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bigwedge_{e=1}^{n_{el}} (\boldsymbol{\alpha}^e)^T [ \mathbf{k}_e^{\theta d,INT}(\boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) \dot{\mathbf{d}}^e - \mathbf{k}_e^{\theta\theta,INT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) \dot{\boldsymbol{\theta}}^e \\ + \mathbf{k}_e^{\theta\zeta,INT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) \dot{\boldsymbol{\zeta}}^e - \mathbf{f}_e^{\theta 1,INT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) = \mathbf{f}_e^{\theta,EXT} ] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \bigwedge_{e=1}^{n_{el}} (\boldsymbol{\beta}^e)^T [ \mathbf{k}_e^{\zeta d,INT}(\boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) \dot{\mathbf{d}}^e - \mathbf{k}_e^{\zeta\theta,INT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) \dot{\boldsymbol{\theta}}^e \\ + \mathbf{k}_e^{\zeta\zeta,INT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) \dot{\boldsymbol{\zeta}}^e - \mathbf{f}_e^{\zeta 1,INT}(\mathbf{d}^e, \boldsymbol{\theta}^e, \boldsymbol{\zeta}^e) = \mathbf{f}_e^{\zeta,EXT} ] \end{aligned} \quad (17)$$

여기에서  $\bigwedge_{e=1}^{n_{el}}$ 는 유한요소( $e$ )들의 누계를 계산하기 위한 연산기호이며,  $\mathbf{c}^e$ ,  $\boldsymbol{\alpha}^e$  그리고  $\boldsymbol{\beta}^e$ 는 각각 유한요소 domain에서 각 절점(node)에서 변위, 간극수압, 간극공기압의 가중함수( $\mathbf{w}^h, \eta, \varphi$ )를 위한 값들,  $\mathbf{d}^e$ ,  $\boldsymbol{\theta}^e$  그리고  $\boldsymbol{\zeta}^e$ 는 요소 절점에서의 변위, 간극수압, 간극공기압에 해당하는 벡터들이다. 각 요소(element)들이 가지고 있는 내력(internal force)과 외력(external force)의 평형조건으로 행렬들을 연립하여 계산할 수 있다.

이와 같은 유한요소 방정식에 원형 토조의 경계조건을 동일하게 적용시킨 후, 각 요소들의 계산을 누적시키면 비선형 포물형 미분 방정식(coupled nonlinear parabolic first order ordinary differential equation)을 간단하게 행렬 형태로 표현 할 수 있다.

$$\mathbf{C}(\mathbf{D}) \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{F}^{INT}(\mathbf{D}) = \mathbf{F}^{EXT}(\mathbf{D}) \quad (18)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{D}_n) \mathbf{D}_{n+1} + \mathbf{K}(\mathbf{D}_n) \mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{F}^{EXT}(\mathbf{D}_n) \quad (19)$$

여기에서  $\mathbf{C}$ 는 감쇠행렬(damping matrix)과 시간에 따른 변수들의 미분값들의 강성행렬(stiffness matrix)의 결합하여 계산되고,  $\mathbf{D}$ 와  $\dot{\mathbf{D}}$ 는 각각 3가지 미지수에 초기값과 시간 적분에 관한 행렬이다. Backward Euler 방법을 이용한 반 내제적 방법(semi-implicit time integration)을 통해, 위와 같은 행렬 방정식은 다음 시간( $t_{n+1}$ )을 유한요소 선형운동량 평형방정식과 질량 평형방정식을 통해 시간에 따른 Trapezoidal 적분법으로 계산된다. 내부에서 작용하는 힘과 외부에서 작용하는 힘에 대한 평형으로  $\mathbf{F}^{INT}(\mathbf{D}_{n+1}) \approx \mathbf{K}(\mathbf{D}_n) \mathbf{D}_{n+1}$ 으로 유도할 수 있으며,

다공성 매질 내에서 거동하는 공기압을 고려하여 수리학적 흡의 거동을 내제적 방법(fully-implicit time integration)의 결과에 근접하는 정확성을 가지고 빠른 전산 속도(computer running time)로 계산할 수 있는 반 내제적인 방법(semi-implicit time integration)으로 수치해석 알고리즘을 구성하고 있다(Kim and Hwang, 2011).

#### 4. 알고리즘 검증을 위한 실내시험 결과분석

Kim and Hwang(2011)에서 제안했던 유한요소해석 결과들은 해외문헌을 바탕으로 비교분석을 하였으며 각 연구자들이 사용하는 수치해석 구성방정식들의 차이에 따라 수렴속도나 미지수들을 계산하는 방법에 따라 약간의 차이점을 보였지만, 전체적인 거동특성은 유사하다고 판단된다. 본 연구에서 실내 배수실험을 수행한 시료의 물리적 특성에 맞는 입력 데이터를 적용하여 실험결과와 수치해석에서의 거동을 공기압과 모관흡수력을 시간에 따라 비교 분석하였다.

중력에 의해 물이 배수되면서 원형 토조 높이에 따라 포화도의 변화는 Fig. 5에 나타내었다. 실험 단계별 포화를 시키면서 시료를 5층 다짐을 하였으며 포화를 위해 24시간 침수하였지만, 시험시작 전 전체 토조의 초기 포화도 91%를 확인 할 수 있었다. 시간에 따라 포화도가 감소하는 경향을 1, 4, 7, 60분 그리고 48시간을 높이에 따라 확인하였다. Fig. 5에서 전기비저항 센서들이 측정된 값들 위치에 따라 증가 또는 감소가 일정하게 확인되지 않는 이유는 원형토조 내에 물의 흐름이 다짐 정도에 따라 지속되거나 정체되어 있는 구간들이 발생하기 때문이다. 포화되었던 시료가 물이 배수되면서 불

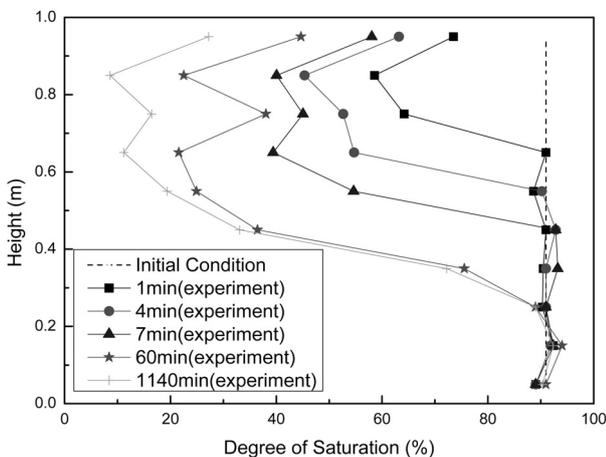


Fig. 5. Variation of degree of saturation in model test

포화가 계속적으로 지속되지만 바닥위치에 수두가 형성되면서 토조 하단부분에서는 배수 속도가 느려지는 것을 알 수 있다. 물이 배수되면서 하단부분에서 최대 포화도는 높이 0.2m지점에서 93%까지 접근한다.

Fig. 6에서 알 수 있듯이 실내 배수시험은 규사를 포화 시킨 후, 대기압 상태에서 자연배수를 통해 시료 상부로부터 간극공기압이 확산되고, 부간극수압은 포화도가 작아지면서 증가한다. 실험이 시작하기 전에는 시료내부에 완전포화가 되지 않아 공기압 센서 값들이 '0' 이상을 갖는다. 초기(1min)에는 배수 속도의 차이가 크지 않았지만 시간이 경과할수록 실내시험의 공기압은 증가량이 작으나 수치해석의 결과는 일정하게 증가되어 실험으로 얻은 증가량보다 커지게 된다. 이러한 경향은 실험에 의해 다져지는 시료의 균질성과 등방성의 차이가 있으며 간극비와 밀도에 따라 물이 배수되는 물질이 국부적으로 발생하기 때문인 것으로 판단된다. 그러나 시간의 따른 간극공기압이 변화하는 경향은 비슷하다.

수치해석은 배수가 균질하고 등방성 있는 시료 상단부터 하단까지 모두 일정하기 때문에 증가량이 비슷한 간격을 보이지만 실내 시험은 배수속도가 처음 상단은 속도가 빠르지만 하단으로 갈수록 감소되어 시간이 흐를수록 간격이 줄어드는 것을 알 수 있다. 하단에 위치한 물의 수위는 배수될수록 수두차이가 줄어들기 때문이다. 시험이 시작되어 배수되면 상단에서 공기가 확산되면서 부간극공기압의 최대값은 수치해석일 때 높이 0.9m이고 실내배수시험에서는 0.85m일 때 관측되어 2가지 최고점에 대한 측정이 유사한 것을 Fig. 6에 나타

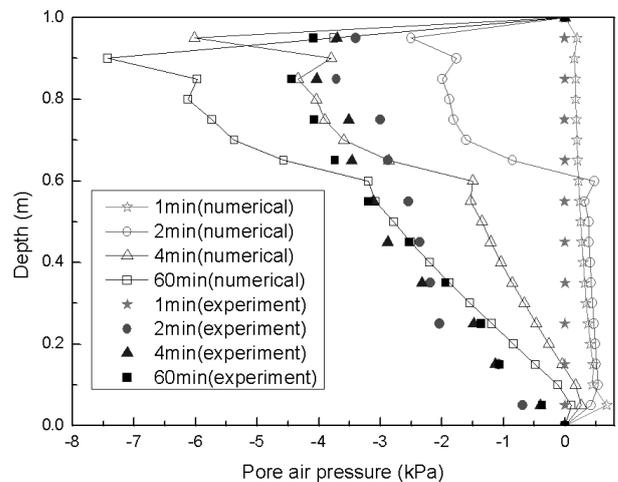


Fig. 6. Comparison of model test and numerical analysis for pore air pressure

내었다.

Fig. 7은 실내시험과 수치해석을 통해 시료내의 부간극수압(negative pore water pressure; matric suction)을 비교한 것이다. 실험 시작 전에는 높이에 따라  $p_w = \gamma_w \times h$ 에 의한 정수압이 원형 토조 바닥에 측정되기 때문에 배수가 시작되면서 ‘+’값에서 ‘-’값으로 변화하게 된다. 앞에서 언급한 부간극공기압의 차이점에서와 같은 이유로 수치해석과 실내시험의 결과에서 차이점을 보이고 있으며, 중요한 이유 중에 하나로는 배수시험의 최대포화도가 91%이고 수치해석에서는 100% 포화도의 초기조건이다. 그리고 실내시험을 수행할 때 발생할 수 있는 각 층마다 다짐정도의 차이가 있으며, 센서에 충격이 가하지 않게 다짐을 하기 때문에 구간별로 다짐정도와 간극비에서 2가지 해석비교에서 약간씩 오차를 갖고 있으리라 판단된다. 투수계수 역시 각 구간마다 차이가

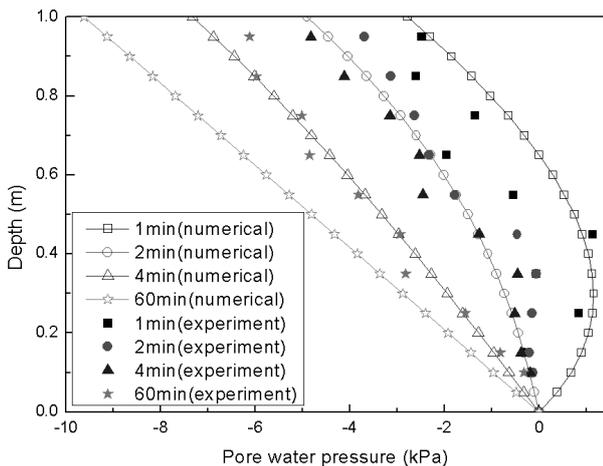


Fig. 7. Comparison of model test and numerical analysis for pore water pressure

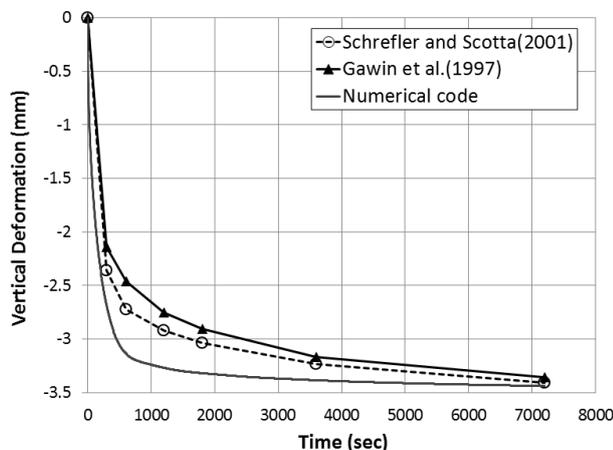


Fig. 8. Vertical deformation at the top of soil specimen in numerical analyses

발생하므로 수치해석에서 적용된 시료의 균질성과 등방성이 갖는 특성과 다소 변화하는 속도차이를 확인할 수 있으나, 부간극수압의 움직임의 경향은 유사한 것으로 확인 할 수 있다.

다공성 매질 내부에서 2상의 유체흐름(물과 공기)으로 인하여 토립자의 변형을 측정된 결과는 Fig. 8에 나타내었다. 3가지 수치해석에 대한 비교결과를 보여주며 실내 배수실험에서도 측정을 시도하였으나, 너무 미소 변형이 발생하므로 시료의 측정위치에 따라 오차의 범위를 벗어나는 측정결과 때문에 비교할 수 없었다. 각 제안된 수치해석 구성방정식에 따라 Gawin et al.(1997)의 알고리즘이 유체의 흐름에 토립자의 변형이 가장 느리게 진행되고 있음을 알 수 있다. 3가지 수치해석결과에서 알 수 있듯이 토립자의 변형에 대한 진행속도는 약간의 차이를 보이고 있지만, 대략 2시간( $\approx 7300$  sec) 후의 최종적인 변형크기는 비슷하게 발생하고 있다.

## 5. 결론

다공성 매질을 구성하는 고체, 액체, 기체의 3상을 지반공학적인 측면에서 토립자, 물 그리고 공기의 3가지 성분으로 고려하여 서로 연계된 구성방정식을 정립하고 유한요소해석 알고리즘으로 유도하였다. 문헌조사를 통하여 알고리즘을 비교 분석하고 실내시험을 수행하여 개발된 수치해석을 검증하고자 하였다. 다공성 매질 내에서 공기압 확산과 소산 거동을 통하여 얻은 결과를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 3상 다공성 매질 거동을 해석하기 위해 개발된 알고리즘 검증에 위하여 Laloui et al.(2003)가 제안한 실내시험을 수행한 결과, 다공성 매질 내에서 발생하는 공기압 확산과 소산 거동은 수치해석과 유사한 경향을 확인하였으며 시료의 균질성과 등방성을 가정한 알고리즘 결과 값이 비교적 크게 나타났으며, 실내시험에서 측정된 공기압 확산은 초기에 대부분의 공기압이 발생하고 시간에 따른 증가율은 매우 작았다.
- (2) 다공성 매질 내부에서 발생하는 모관흡수력은 수치해석에서 얻은 결과가 일정한 증가를 보였으나 실내시험에서는 측정 위치에 따라 약간의 차이를 보이는 경향을 보였다. 포화도 측정 결과, 실내시험에서 진행되었던 다짐에 따른 밀도와 센서 주변의

균질하지 못한 간극률 때문에 배수의 차이와 포화도의 측정 오차가 발생하였으나 전체적인 측정값들의 경향은 수치해석 결과와 비슷한 움직임을 보여 알고리즘의 검증이 대체적으로 확인되었다고 판단된다.

- (3) 물의 흐름으로 인한 시료 변형 측정은 실험적으로 불가능 하였으나, 제안한 수치해석으로 공기압 확산과 흐름으로 인한 간극률 변화가 토립자 변형과 연관된 알고리즘은 적절하게 수행되고 있음을 확인하였다. 이러한 유한요소해석을 확대하여 지하 깊숙한 지층 내 이산화탄소 주입 시, 저장소 지층 변형이나 균열에 대한 위험성을 미리 예측할 수 있는 기초적인 연구가 될 수 있으리라 판단된다. 차후 연구로는 이산화탄소와 염수에 대한 화학적인 반응이 고체 거동에 대한 영향력을 수치해석으로 검증하여 적용해야할 것이다.

### 참고문헌 (References)

1. Borja, R. I. (2004), Cam-Clay Plasticity. Part V: A mathematical framework for three-phase deformation and strain localization analyses of partially saturated porous media, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.193, pp.5301-5338.
2. Brooks, R. N. and Corey, A. T. (1966), Properties of porous media affecting fluid flow, *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, ASCE, Vol.92, pp.61-68.
3. Coussy, O. (2004). *Poromechanics*, John Wiley and Sons, New York, pp.45-51, 157-168.
4. CO2CRC (URL: www.co2crc.com.au) Cooperative Research Centre for Greenhouse Gas Technologies.
5. Gawin, D., Simoni, L., and Schrefler, B. A. (1997), Numerical model for hydro-mechanical behaviour in deformable porous media: a benchmark problem, *Proceedings of the 9th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Balkema, Rotterdam, pp.1143-1148.
6. Hughes, T. J. R. (1987), *The Finite Element Method*, Prentice-Hall, New Jersey, pp.1-51, 57-75.
7. KELLER AG für Druckmesstechnik, www.keller-druck.com, Winterthur, Switzerland.
8. Kim, J. (2010), *Plasticity modeling and coupled finite element analysis for partially-saturated soils*, Ph.D. Thesis, University of Colorado at Boulder, pp.139-145.
9. Kim, J. and Hwang, Y-C. (2011), Finite Element Analysis of Partially Saturated Soil Considering Pore-air Pressure, *Journal of Korean Geotechnical Society*, Vol.27, No.3, pp.95-102.
10. Lacasse, S. and Nadim, F. (1994), Reliability issues and future challenges in geotechnical engineering for offshore structures, *Norges Geotekniske Institutt*, Norway, Vol.191, pp.1-30.
11. Laloui, L., Klubertanz, G., and Vulliet, L. (2003), Solid-liquid-air coupling in multiphase porous media, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.27, No.3, pp.183-206.
12. Lee, D. S. (2011), *Embedding of Carbon Dioxide under the Ground*, ORUM DESIGN.
13. Liakopoulos, A. C. (1965), *Transient flow through unsaturated porous media*, Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley.
14. NGI (www.ngi.no) Norwegian Geotechnical Institute.
15. Schrefler, B. and Scotta, A. (2001), A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol.190, pp.3223-3246.
16. Schrefler, B. and Zhan, X. (1993), A fully coupled model for water flow and airflow in deformable porous media, *Water Resources Research*, Vol.29, pp.155-167.
17. van Genuchten, M. (1980), Closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society of America Journal*, Vol.44, No.5, pp.35-53.

Received : December 9<sup>th</sup>, 2013

Revised : January 24<sup>th</sup>, 2014

Accepted : February 3<sup>rd</sup>, 2014