# 굽힘파 전파 특성을 이용한 레일체결장치의 구조 결함 진단

# Identification of Structural Defects in Rail Fastening Systems Using Flexural Wave Propagation

# 박정원\*, 박준홍\*<sup>†</sup>

Jeongwon Park\* and Junhong Park\*<sup>†</sup>

초 록 굽힘파 전파 특성을 이용하여 지지강성을 도출하고 이를 이용한 레일체결장치의 결함 검출 시험법을 제안하였다. 점탄성 패드로 지지되고 체결장치로 고정된 레일의 진동 응답은 주파수에 따라 지지단 동특성에 크게 영향을 받는다. 체결장치에 결함이 발생할 경우에는 구조적인 불연속성으로 인해 굽힘 파동의 전과 특성이 변화하게 된다. 이러한 변화를 감지하기 위해서 전달함수법을 이용해 주파수에 따라 변화하는 레일 지지단 동특성을 측정하였다. 연속 스프링으로 지지된 레일 응답으로부터 예측한 레일의 보존에너지를 이용해 결함에 대한 파동 전파의 민감도를 해석하였다. 민감도 해석 결과와 동적지지강성 변화를 측정하여 손상지수를 계산하고 결함 위치를 추정하였다.

주요용어: 레일체결장치, 동적지지강성, 굽힘파 전파, 손상 지수

Abstract An experimental method based on flexural wave propagation is proposed for identification of structural damage in rail fastening systems. The vibration of a rail clamped and supported by viscoelastic pads is significantly influenced by dynamic support properties. Formation of a defect in the rail fastening system induces changes in the flexural wave propagation characteristics owning to the discontinuity in the structural properties. In this study, frequency-dependent support stiffness was measured to monitor this change by a transfer function method. The sensitivity of wave propagation on the defect was measured from the potential energy stored in a continuously supported rail. Further, the damage index was defined as a correlation coefficient between the change in the support stiffness and the sensitivity. The defect location was identified from the calculated damage index.

Keywords: Rail Fastening System, Dynamic Support Stiffness, Flexural Wave Propagation, Damage Index

#### 1. 서 론

레일에서 발생하는 작은 결함에 의한 손상을 막고 피해를 최소화하여 철도구조물의 안전성을 증대시킬 수 있는 구조 건전도 진단에 대한 요구 가 증가하고 있다. 이를 위해 실시간으로 구조물 의 손상을 예측할 수 있는 다양한 방법들이 제안 되어 왔다. 평판 표면결함에 의한 모달 특성 변 화[1]를 이용해 결함 위치와 깊이를 추정하거나, Lamb파를 이용한 복합재료의 적층 구조 결함이 나 크랙을 검출하는 방법[2] 등이 널리 연구되어 왔다. 이러한 방법은 대형 토목구조물에 존재하 는 결함을 검출하는데 적용되기도 하였다[3].

철도 시스템에는 콘크리트, 자갈, 매립형 궤도 등 다양한 궤도 구조물이 적용되고 있다. 이러한 궤도 시스템의 구조적 안전성을 평가하기 위해서 X선이나 초음파[4]를 이용한 비파괴 건전도 진단 방법이 주로 사용되어 왔다. 최근에는 종합 검측 차를 이용해 레일의 마모나 뒤틀림 등 전반적인 상태 진단이 이루어지기도 한다. 레일의 결함뿐 만 아니라 체결장치가 궤도의 구조적 안전성에 미치는 영향을 파악하거나[5] 초기 체결력이 체

[접수일: 2014. 2. 4, 수정일: 2014. 2. 21, 게재확정일: 2014. 2. 24] \*한양대학교 기계공학부, **†**Corresponding Author: School of Mechanical Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea (E-mail: parkj@hanyang.ac.kr) © 2014, Korean Society for Nondestructive Testing 결장치의 성능과 안전성에 미치는 영향을 분석하 기 위한 실험적인 연구도 수행되었다[6]. 하지만 이러한 방법들은 슬라브, 레일체결장치(rail fastening system)를 포함한 복잡한 궤도 시스템의 결함을 한 번에 검사할 수 없으며 매우 긴 레일 전체를 측정하는데 오랜 시간이 소요된다. 그리 고 결함 검사 및 데이터 수집을 위해서 부가적인 장비를 필요로 하기 때문에 실시간 궤도 상태 진 단시스템에 적용하기 어렵다.

궤도 구조물에서 구조파 파동 전달 특성을 이 용하면 레일 크랙, 패드 손상, 체결장치의 결함 등 시스템에 존재하는 결함을 간단한 측정으로 파악할 수 있다. 점탄성 패드로 지지되고 체결 장치로 고정된 레일에서 진동 파동이 전파될 경 우, 운동에너지와 보존에너지로 표현되는 전체 시스템 에너지는 일정하게 유지된다. 이 때 보존 에너지가 큰 위치에서 결함이 발생하면 궤도 시 스템의 동특성 변화가 나타나는데, 이로 인해 굽 힘파동 전달 특성이 크게 변화하게 되고 이 변화 를 감지하면 결함 유무와 위치를 빠르고 정확하 게 파악할 수 있게 된다[7].

본 연구에서는 철도 시스템의 굽힘파 전파 (flexural wave propagation) 특성을 이용한 레일체 결장치의 결함 검출 알고리즘을 제안하였다. 제 안한 방법을 검증하기 위해서 단순 궤도 모델을 이용하여 실험을 수행하였다. 연속적인 복소 스 프링(complex spring)으로 지지된 레일 모델과 전 달함수법(transfer function method)[8]을 이용해 주 파수에 따른 레일 패드와 체결장치를 포함한 등 가 지지단 동특성을 측정함으로써 체결장치 결함 발생에 의한 굽힘파동의 변화를 분석하였다. 측 정된 레일의 동적지지강성(dynamic support stiffness) 변화와 보존에너지의 민감도(sensitivity) 해석 결 과를 이용해 손상지수(damage index, DI)를 제안 하고 레일 체결장치의 결함 위치를 예측한 후 실 제 결함 위치와 비교하였다.

#### 2. 레일 지지단 결함 검출

### 2.1. 점탄성 지지단을 갖는 레일의 굽힘파 전파

Fig. 1과 같이 레일이 점탄성 패드로 지지되고 체결장치로 고정될 경우, 레일의 전단 변형과 회 전 관성을 고려하지 않으면 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + M_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + S_t w = 0$$
(1)

여기서 w는 레일의 횡방향 변위, D는 굽힘강 성, Mb는 단위 길이당 질량, St는 레일을 지지하 는 패드와 레일 고정 시 패드에 압축력을 작용하 는 체결장치를 모두 고려한 등가지지강성 (equivalent support stiffness)을 나타낸다.

외부 가진력에 의해 점탄성 지지단(viscoelastic support)을 갖는 레일이 진동할 경우 시스템 에너 지는 Fig. 2에 나타낸 것과 같이 지지단과 레일 의 상호 작용에 의한 레일의 진동 모드와 관계 된다. 레일의 진동에너지는 다음 식(2)와 같이 운 동에너지(kinetic energy)와 레일 변형 및 점탄성 지지단에 의한 보존에너지(potential energy)로 구 분할 수 있다.

$$T = \int_{0}^{L} \frac{1}{2} M_b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)^2 dx$$
 (2a)

$$V = \int_{0}^{L} \frac{1}{2} S_{t} w^{2} dx + \int_{0}^{L} \frac{1}{2} D \left(\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}\right)^{2} dx$$
(2b)

여기서 T는 운동에너지, V는 보존에너지를 나타 낸다. 체결장치에 결함이 존재하면 레일을 지지 하고 있는 패드에 작용하는 압축력이 변화하면서 지지단 강성의 함수로 표현되는 보존에너지의 변 화가 나타난다. 특히 결함 발생 위치에 보존에너 지가 클수록 결함에 대한 에너지 변화는 크게 나 타난다.



Fig. 1 Measurement setup for flexural vibration of rail clamped and supported by viscoelastic pads



Fig. 2 Wave energy stored in the railway system as the potential and kinetic energy

#### 2.2. 레일 지지단 동강성의 민감도 해석

파동 전달 해석을 이용해 레일체결장치 결함에 대한 동적지지강성의 민감도를 분석하였다. 연속 적인 점탄성 스프링으로 지지된 레일의 운동방정 식 (식 (1))을 만족하는 파동해는

$$\hat{w}(x) = \hat{A}_1 \sin \hat{k}_b x + \hat{A}_2 \cos \hat{k}_b x + \hat{A}_3 e^{\hat{k}_b (x-L)} + \hat{A}_4 e^{-\hat{k}_b x}$$
(3)

이며, 여기서  $\hat{k}_b = \left[ \left( M_b \omega^2 - \hat{S}_i \right) / \hat{D} \right]^{1/4}$ 는 복소 파수 (complex wavenumber)이며  $\wedge$ 은 복소수를 나타낸 다. 외부 가진에 의한 진동 응답을 예측하기 위 해서 레일 양쪽 끝에 자유단 경계조건을 적용하 면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \hat{w}(0)}{\partial x^2} = 0, \hat{D} \frac{\partial^3 \hat{w}(0)}{\partial x^3} = F, \qquad (4a,b)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{w}(L)}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^3 \hat{w}(L)}{\partial x^3} = 0$$
(4c,d)

여기서 F는 가진장치에 의한 가진력을 나타낸다.



Fig. 3 Sensitivity variation with the frequency and defect location for a continuously supported rail

식(3)과 (4)로부터 레일의 굽힘파 전달 특성을 분 석하고 식(2)에 나타낸 레일의 운동에너지와 지 지단 동강성 변화에 따른 보존에너지를 얻을 수 있다.

Fig. 3은 레일 진동 시 평균 보존에너지에 대한 체결장치 결함 위치에서 예측한 보존에너지의 비 를 나타내는 민감도 함수를 보여준다. 식(5)를 이 용해 계산한 민감도는 주파수(ω)와 위치(x)로 표 현되며 민감도가 큰 위치에서 체결 결함이 존재 하면 지지단 동강성의 감소가 크게 나타나게 된다.

$$SD(x,\omega) = \frac{1}{2(V/L)} \left[ S_t w^2(x,\omega) + D\left(\frac{\partial^2 w(x,\omega)}{\partial x^2}\right)^2 \right]$$
(5)

#### 2.3. 레일 체결 결함 검출

레일체결장치에 결함이 존재할 경우, 지지단 동강성 변화를 감지하고 결함 위치를 추정하기 위해서 보 전달함수법을 적용하였다. 레일 체결 상태에 따른 지지단 동강성의 변화를 측정하기 위해서 식(6)과 같이 레일의 두 지점에서 측정한 전달함수(transfer function)와 주파수별로 예측한 전달함수를 비교하였다.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}e^{i\varphi} &= \frac{\hat{w}(x_1)}{\hat{w}(0)} \\ &= \frac{\hat{A}_1 \sin \hat{k}_b x_1 + \hat{A}_2 \cos \hat{k}_b x_1 + \hat{A}_3 e^{\hat{k}_b(x_1 - L)} + \hat{A}_4 e^{-\hat{k}_b x_1}}{\hat{A}_2 + \hat{A}_3 e^{-\hat{k}_b L} + \hat{A}_4} \end{aligned}$$

40

(6)

여기서  $\Lambda$ 와  $\phi$ 는 각각 Fig. 1에 나타낸 것과 같 이 두 지점 (x=0과  $x_1$ )에서 가속도계를 이용해 측 정한 전달함수의 크기와 위상을 나타낸다. 식(6) 에 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)을 적용하 고 주파수별 복소 파수( $\hat{k}_b = k_{br} - ik_{bi}$ )의 실수부와 허수부를 수치적으로 계산한다. 계산된 복소 파 수로부터 레일 체결 상태에 따라 변화하는 주파 수별 복소 지지단 강성( $\hat{S}_t = S_u + iS_u$ )을 식(7)을 통해 얻을 수 있다.

$$\hat{S}_t = M_b \omega^2 - \hat{D} \hat{k}_b^4 \tag{7}$$

레일체결장치에 결함이 발생하기 전과 후에 각 각 측정된 지지단 동강성의 실수부를 이용해 다 음과 같이 체결 결함에 의한 주파수별 강성 변화 를 계산한다.



Fig. 4 Measured transfer functions of the rail (a) without and (b) with the defect of the fastening device

$$\Delta S_t(\omega) = S_{tr,undamged}(\omega) - S_{tr,damaged}(\omega)$$
(8)

식(5)의 민감도와 측정된 동적 강성 변화(식 (8)) 사이의 상관계수(correlation coefficient)를 이용해 레일의 체결 결함에 대한 손상지수를 다음과 같 이 정의할 수 있다[9].

$$DI(x) = \frac{\operatorname{cov}(\Delta S_t(\omega), \operatorname{SD}(x, \omega))}{\sqrt{\operatorname{var}(\Delta S_t(\omega))\operatorname{var}(\operatorname{SD}(x, \omega))}}$$
(9)

식(9)는 레일의 길이 x=0에서 L까지 계산되며 손 상지수가 큰 위치에서 결함이 발생할 수 있음을 의미한다.

### 3. 실험결과 및 고찰

본 연구에서 제안한 레일 체결 불량 검출 방법 을 검증하기 위해서 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 길이(*L*) 2 m, 단위 길이당 질량 9 kg인 표준 레 일을 이용해 실험을 수행하였다. 길이 0.1 m, 두 께 0.005 m인 실리콘 재질의 점탄성 패드는 0.8 m 간격으로 *x*=0.25-0.35 m, 1.05-1.15 m와 1.85-1.95 m에서 레일을 지지하도록 하였고 레일 체결장치는 *x*=0.30, 1.10, 1.90 m에서 각각 레일 양쪽을 압축할 수 있도록 고정하였다. 체결장치 를 볼트로 고정할 때 볼트 각각의 조임 토크는 2 N·m로 동일하게 적용하였다.

가진기(Type 4810, B&K)를 이용해 레일의 한 쪽 끝단을 가진하고 x=0과 0.11 m 두 지점에서 가속도계(2250A-10, Endevco)를 이용해 굽힘 진동 을 측정하였다. Fig. 4는 100-1600 Hz 주파수 영 역에서 레일체결장치의 결함 유무에 따라 측정한 전달함수를 보여준다. 결함을 만들기 위해서 체 결장치 #1-#3 중 하나를 제거한 후 전달함수를 측정하였고 제거하기 전의 측정 결과와 비교하였 다. Fig. 4(a)에 나타낸 것처럼 모든 체결장치에 결함이 없고 정상적으로 레일을 고정할 경우 측 정된 전달함수는 식(6)으로 예측한 전달함수와 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 이를 통해 패드와 체결장치를 이용해 고정한 레일의 굽힘 진동 응답을 본 연구에서 제안한 연속스프링으로 지지된 레일 모델로부터 큰 오차 없이 예측할 수



Fig. 5 Frequency variations of the measured dynamic stiffness and loss factor for the rail support without defect

있음을 알 수 있다. 레일체결장치 중 하나를 제 거하여 체결 불량을 유발하게 되면 전달함수의 변화가 나타나는데, Fig. 4(b)에 나타낸 것과 같이 특히 300-900 Hz 주파수 영역에서 측정된 전달함 수의 크기가 증가하면서 공진주파수 감소가 뚜렷 하게 나타났다. 이와 같이 측정된 레일의 전달함 수 변화로부터 체결장치 결함 위치를 바로 계산할 수 없기 때문에 레일 하중과 체결장치의 압축력을 받고 있는 레일 지지단의 동특성을 계산하였다.

Fig. 5는 체결장치 결함이 없을 경우 측정한 전달함수와 식(6)을 이용해 계산한 지지단 동강 성과 손실률(lossfactor)을 보여준다. 동강성은 측 정 주파수 영역에서 큰 변화 없이 연속적인 결과 를 나타냈고, 손실률은 레일 패드와 체결 부위 감쇠가 동시에 반영되었기 때문에 일반적인 점탄 성 소재에 비해 높게 나타났다. 본 연구에서 적 용한 레일 지지단 동특성 측정 방법은 실제 궤도 와 유사한 조건에서 체결 결함에 따른 동적 강성 변화를 비교적 정확하게 파악할 수 있는 장점이 있다. Fig. 6은 체결 결함 위치를 변화시키면서 측정한 전달함수를 이용해 400-900 Hz 주파수 영 역에서 수치 계산한 동적지지강성을 보여준다. 정상 체결된 레일의 지지강성에 비해 체결장치를 제거할 경우 측정 주파수 영역에서 강성이 크게 감소하는 것을 알 수 있다. 레일 중앙에 위치한 체결장치(#2)를 제거할 경우에 강성 변화가 가장 컸으며 레일 양 끝단에 인접한 체결장치(#1, #3) 를 제거할 경우에는 상대적으로 작은 변화를 보 였다.



Fig. 6 Measured dynamic stiffness of the defective rail support



Fig. 7 Identified location of the defective rail clamp obtained from the damage index

체결장치 결함에 의한 지지단 강성 변화를 관 측한 결과(Fig. 6)와 민감도 해석 결과(Fig. 3)를 이용해 계산한 손상지수를 Fig. 7에 나타내었다. 각 체결 불량 실험에서 얻어진 손상지수가 최대 인 지점을 결함 위치로 선택하였다. Fig. 7에서 얻은 각 체결장치(#1-#3)의 결함 추정 위치는 각 각 0.10L, 0.52L, 0.85L이며, 실제 패드 및 체결장 치가 설치된 위치에 대한 오차는 2.45%, 0.75%, 7.6%로 측정 결과와 실제 위치가 잘 일치하였다. 가진지점에서 멀리 떨어진 #3체결장치는 측정된 주파수 영역에서 보존에너지의 민감도가 상대적 으로 낮은 위치이기 때문에 위치 추정 결과의 오 차가 다소 증가하였다. 본 연구에서 제안한 결함 검출 방법은 구조파 파동 전달 특성을 이용하기 때문에 간단한 측정으로 지지단을 포함한 궤도 구조물의 결함 위치를 신속하고 정확하게 파악할 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 굽힘파 전달 특성을 이용해 점 탄성 지지단을 갖는 철도 궤도 구조물 중 레일 체결장치에 대한 결함 검출법을 제안하였다. 레 일 체결 결함에 의한 동적지지강성의 변화를 측 정하고 결함 위치에 따라 측정한 결과를 비교하 였다. 측정된 동강성의 변화와 결함 위치별로 계 산한 민감도 해석 결과를 이용해 손상지수를 정 의하고 체결 결함 위치를 큰 오차 없이 예측하였 다. 제안된 구조물의 결함 위치 파악 알고리즘은 간단한 구조파 파동 전달을 측정함으로써 철도 궤도 시스템의 안전성을 증대시키고 유지 보수 비용을 절감할 수 있는 철도 상태 진단 시스템에 활용이 가능할 것이다.

# 후 기

이 연구는 한국연구재단의 지원을 받아 수행되 었습니다 (2012R1A2A2A01004746).

## 참고문헌

- A. S. J. Swamidas and Y. Chen, "Monitoring crack growth through change of modal parameters," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 186, No. 2, pp. 325-343 (1995)
- [2] S. S. Kessler, S. M. Spearing and C. Soutis, "Damage detection in composite materials using Lamb wave methods," *Smart Materials* and Structures, Vol. 11, pp. 269-278 (2002)
- [3] C. R. Farrar and D. A. Jauregui, "Comparative

study of damage identification algorithms applied to a bridge: I. Experiment," *Smart Materials and Structures*, Vol. 7, pp. 704-719 (1998)

- [4] R. Clark, "Rail flaw detection: overview and needs for future developments," NDT&E International, Vol. 37, pp. 111-118 (2004)
- [5] J. H. Kim, S. Y. Han, N. H. Lim and Y. J. Kang "An experimental study of fastening system on CWR(continuous welded rail) track stability," *Proceedings of Korean Society for Railway*, pp. 23-30 (2007)
- [6] D. W. Lee, J. Y. Choi, C. H. Baik and Y. G. Park, "Influence of initial clamping force of tension clamp on performance of elastic rail fastening system," *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 33, No. 3, pp. 1243-1251 (2013)
- [7] J. Park, "Identification of damage in beam structures using flexural wave propagation characteristics," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 318, No. 4-5, pp. 820-829 (2008)
- [8] J. Park, "Transfer function methods to measure dynamic mechanical properties of complex structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 288, No. 1-2, pp. 57-79 (2005)
- [9] D. Kim, S. Hong J. Jang and J. Park, "Simultaneous determination of position and mass in the cantilever sensor using transfer function method," *Applied Physics Letters*, Vol. 103, 033108 (2013)