

## 컨덕턴스의 개념을 사용한 공압관 시스템의 유량 예측

김진현\* · Ruoyu Deng\* · 김희동\*†

\* 안동대학교 기계공학부

### Flow Rate Prediction of Pneumatic Pipe System Using Concept of Conductance

Jin-Hyeon Kim\*, Ruoyu Deng\* and Heuy-Dong Kim\*†

\* Dept. of Mechanical Engineering, Andong Nat'l Univ.

(Received January 23, 2014 ; Revised March 10, 2014 ; Accepted March 12, 2014)

**Key Words:** Conductance(컨덕턴스), Friction Factor(마찰계수), Penumatic Pipe(공압관), Flow Coefficient(유량계수), Fanno Flow(Fanno 유동)

**초록:** 컨덕턴스는 유동저항의 반대되는 개념으로써, 광범위하게 유동지표로써 현재 사용되고 있다. 하지만, 유동 컨덕턴스 연구들은 지금까지 매우 드물며, 압축 공기의 표준화 장치에 대한 체계적인 연구가 필요하다. 본 연구에서는 2차 방정식 난류모델을 이용한 압축성 N-S 방정식을 적용하여 수치해석적(CFD) 연구를 수행하였다. 본 CFD 결과는 기존의 실험 데이터를 통해 검증되었으며 공압 배관의 입구 및 출구에서의 컨덕턴스와 마찰 계수의 값은 유량을 평가하기 위해 사용되었다. 본 결과는 컨덕턴스가 공압 배관의 입구 및 출구에서의 압력 비율에 의존한다는 것을 보여준다.

**Abstract:** Conductance is a concept contrary to flow resistance and is extensively used as a flow index on how easily fluid is transported through a pneumatic pipe or fluid device. However, research on flow conductance is very rare to date, and a systematic investigation is needed for the standardization of pneumatic devices. In the present study, a computational fluid dynamics method was applied to solve the compressible Navier-Stokes equations with two-equation turbulence models. The present CFD results were validated with existing experimental data. The conductance values and friction factors at the inlet and outlet of a pneumatic pipe were used to assess the flow rates. The present results showed that the conductance depends on the pressure ratio at the inlet and outlet of a pipe.

- 기호설명 -

A : 단면적(m<sup>2</sup>)

C<sub>e</sub> : 컨덕턴스(m<sup>3</sup>/(Pa·s))

D<sub>0</sub> : 노즐 직경(mm)

D : 관 직경(mm)

L : 관 길이(m)

M<sub>a</sub> : 마하수

P : 압력(Pa)

q<sub>m</sub> : 질량유량(kg/s)

γ : 비열비

Re : 레이놀즈수

T : 온도(K)

λ : 마찰계수

ρ : 밀도(kg/m<sup>3</sup>)

μ : 점성(Pa·s)

R : 이상기체상수(J/(kg·K))

b : 임계압력비

하첨자

s : 정적상태

t : 전상태

† Corresponding Author, kimhd@andong.ac.kr

© 2014 The Korean Society of Mechanical Engineers

- 0 : 정체적 상태
- 1 : 입구상태
- 2 : 출구상태

## 1. 서 론

공압관은 대형 선박과 같은 해양구조물 내부와 발전소 및 화학공장 등의 계통으로 매우 복잡한 유로를 가지는 다양한 구성요소들로 이루어져 있다. 이처럼 공압관은 여러분야로 사용되고 있으며, 관내 압축성 유동의 유량계측에는 계측기의 오차문제와 고가의 비용 문제 등으로 용이하지 않다. 아시는 바와 같이, 공압관을 통하는 유동의 질량유량은 주로 등엔트로피 관계식들을 이용하여, 이들 식에 유출계수나 유량계수를 적용하여 사용하고 있으나, 이 방법에는 공압관을 통하는 유동의 용이성이나 특성 즉, 컨덕턴스의 개념이 포함되어 있지 않으므로, 단순한 경험식에 불과하다. 본 연구의 컨덕턴스 개념을 이용하면, 관내를 통과하는 압축성 유동의 특성을 적절하게 반영한 유량예측이 가능하기 때문에 공학적 의미가 크다고 판단된다. 압축성 유체와 파이프의 동적 거동에 관한 모델이 이미 제안되었지만,<sup>(1,2)</sup> 정지 상태에서 질량 유량 특성의 개선은 공압관 회로를 설계하기 위해 현재까지 요구되고 있다. 컨덕턴스는 유동 저항에 반대되는 개념으로 공압관이나 유체기계 등을 통해 얼마나 쉽게 유체를 전송할 수 있는지에 대한 유동 지수로 광범위하게 쓰이고 있다. 이것은 공압관이나 장치의 사용에 상관없이 유량 특성값을 나타내는데 매우 유용하다. 공압관의 유량 특성을 지정하는 ISO 규정<sup>(3)</sup>은 "음속 컨덕턴스( $C_e$ )"와 "임계 압력 비(Critical Pressure ratio b)"를 사용하여 전체 영역에 대한 유량 특성을 나타낼 수 있다. 유량 특성의 이러한 규명은 비압축성 흐름과 관련된 유량 방정식에서 매우 다르다. Senoo<sup>(4)</sup>와 Kagawa<sup>(5)</sup>는 공압관 구성 요소의 동작을 정확하게 이 두 계수로 표시되지 않는다고 강조했다. 아음속 영역에서 이러한 구성 요소의 동작을 재현하는 세 번째 계수(음속 인덱스)를 추가하는 것을 제안하였다. 압축성 유동의 경우, 두 가지 주요 유동 영역은 파이프의 입구와 출구사이의 압력비에 대하여 관련이 있는지 알려주며 입구에서 낮은 마하 수를 고려할 때, 출구에서의 최대 속도는 마하수가 1일 때

이다.

최근 연구에는 Fanno 유동 이론에서 발췌한 방정식의 근사값을 파이프를 통해 유동을 결정하기 위해 시도 되었으며, Satoh<sup>(6)</sup>는 일정한 마찰계수를 고려하여 임계 압력비를 결정하는 방법을 제안하였다. 마찰 계수는 매끄러운 파이프에서의 레이놀즈수 함수로 마찰 계수를 주는 관계가 질량 유량 계산을 위한 유량 계수를 결정하는 데 사용할 수 있다는 것을 보여주는데 도움이 될 것이다. 파이프 질량 유량을 컨덕턴스에 대한 정의와 방정식을 개발하기 위해 수치해석을 수행하였으며, 연구의 일환으로 노즐 입구와 출구의 압력비와 파이프 직경을 변화시켜 변환인자에 대해 조사하였다.

## 2. 이론해석

이 연구에서 수행된 Fanno 유동에 대한 수치해석 결과를 실험결과[1]와 비교하기 위해 이론해석을 수행하였다. 먼저 식 (1)에서 질량유량( $q_m$ ) 및 전압( $P_{t1}$ ) 그리고 전온도( $T_{t1}$ )를 이용하여 컨덕턴스( $C_e$ )를 계산 할 수 있다. 이때, 사용된 작동기체는 공기로 설정하여 정체적 밀도( $\rho_0$ )와 정체적 온도( $T_0$ )는 각각  $1.225\text{kg/m}^3$ ,  $273\text{K}$ 이며, 비열비( $\gamma$ )는 1.4이다.

$$C_e = \frac{q_m}{\rho_0 P_{t1}} \sqrt{\frac{T_{t1}}{T_0}} \quad (1)$$

관의 입구 마하수( $Ma_1$ )는 등엔트로피 유동으로 가정하여 정체 압력( $P_{t1}$ )의 정의를 사용하여 전체 압력( $P_{t1}$ )과 정압( $P_{s1}$ )의 측정으로부터 계산될 수 있다. 관의 출구 마하수( $Ma_2$ ) 또한 같은 방법으로 계산할 수 있다. 이 때, 관의 직경보다 노즐의 직경이 매우 크기 때문에 정체 압력과 전체 압력을 같다고 가정 할 수 있으며, 공압관을 매끄러운 벽으로 가정할 때, 마찰계수는 레이놀즈수에 의해 구할 수 있다. 이때 레이놀즈수는 다음과 같다.

$$Ma_1 = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P_{t1}}{P_{s1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (2)$$

$$Ma_2 = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P_{t2}}{P_{s2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (3)$$

$$Re = P_s Ma \sqrt{\frac{\gamma}{RT_s}} \frac{D}{\mu} \quad (4)$$

난류유동에서 마찰계수는 벽면의 상대조도 ( $\epsilon/D$ )와 레이놀즈수의 함수이다. 이 연구에서는 마찰손실 계산에서 변수를 줄이기 위해 등가조도 ( $\epsilon$ )를 0으로 하여 식 (5)를 통해 상류 파이프와 하류 파이프 유동에서의 마찰계수를 계산하였다. 이는 난류유동에서 마찰계수의 두 변수 중 하나인 상대조도의 영향을 배제함으로써 관의 거칠기 영향을 무시할 수 있도록 한다. 이와 같은 경우, 마찰계수는 레이놀즈수만의 함수로 표현가능하다. 등가조도가 0인 수력학적으로 매끄러운 벽을 가지는 원형 파이프에서 마찰계수는 레이놀즈수만의 함수이며  $Re > 10^4$  이면, Filonenko<sup>(5)</sup> 방정식을 이용할 수 있으며,  $4000 < Re < 10^5$  이면, Blasius<sup>(6)</sup> 방정식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\lambda = \frac{1}{(1.8 \log Re - 1.64)^2} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{1/4}} \quad (6)$$

Fanno 유동의 이론에 의해 평균마찰계수는 관의 입구와 출구 단면에서 마하수( $Ma$ ) 및 관의 길이( $L$ )와 직경( $D$ )으로 표현될 수 있다.

$$\bar{\lambda} \frac{L}{D} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{Ma_1^2} - \frac{1}{Ma_2^2} \right) + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \ln \left[ \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2} \right) \frac{Ma_1^2}{Ma_2^2} \right] \quad (7)$$

### 3. 수치해석방법

이 연구에서는 컨덕턴스의 개념을 사용한 시스템의 유량예측을 위해 2차원, 축대칭, 압축성, N-S방정식을 적용한 수치해석을 수행하였다.

수치계산은 상용코드인 Fluent Ver. 14를 사용하였으며, Coupled Implicit 방법으로, 수치적 불안정성을 보완하기 위하여, 이미 여러 문헌에서 적용된 AUSM-DV와 2nd Order Up-Wind Scheme을 적용하여 수치해석을 수행하였다. 수치모사의 타당성을 위해서 크기가 유사한 공압관의 실험적 연구결과<sup>(1)</sup>에 일반적으로 유동 현상을 잘 예측한

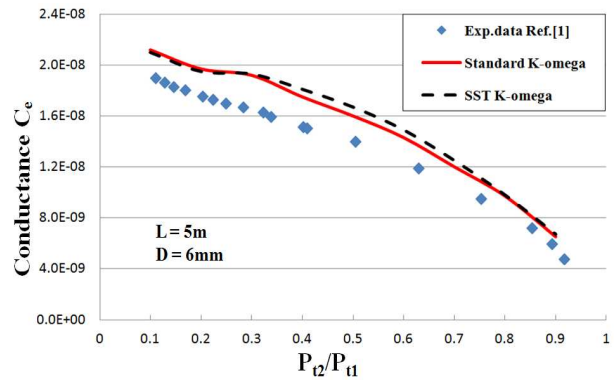
다고 알려진 SST K- $\omega$ 와 Standard K- $\omega$  난류모델을 적용하여 예측한 결과를 Fig. 1에 나타내었다. Standard K- $\omega$  난류모델이 좀 더 정확하게 나타난다. Fig. 2는 이 연구에 적용된 도메인의 상세한 형상과 경계조건을 나타낸다.

관의 직경을  $D$ 로 정의하며,  $D=3\text{mm}, 6\text{mm}, 10\text{mm}$ 로 각각 적용하였다. 수치계산에 적용된 경계조건은 노즐 입구에 Pressure inlet, 출구에 Pressure outlet, 그리고 벽면은 단일 No-slip조건을 각각 적용하였다.

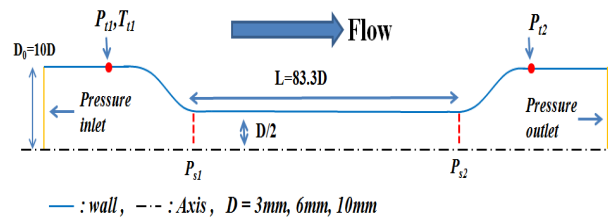
본 연구에 적용된 여러 변수 및 조건을 Table 1을 통해 정리하였다. 입구 전압력( $P_{t1}$ )을 1bar ~ 10bar로 변화시켰으며, 노즐의 직경( $D_0$ )은 20D, 전온도( $T_{t1}$ )는 280K, 관의 길이( $L$ )는 83.3D, 출구 압력( $P_{t2}$ )은 대기압으로 고정하였다.

**Table 1** Numerical conditions used in the present study

$D_0$	$T_{t1}$	$L$	$P_{t1}$	$P_{t2}$
20D	280K	83.3D	1bar ~ 10bar	1bar



**Fig. 1** Comparison of computed Conductance distributions with experiment



**Fig. 2** Computational domain and boundary conditions

### 4. 결과 및 고찰

압력비의 변화가 컨덕턴스의 미치는 영향을 조사하기 위해 직경에 대해 나타내면 Fig. 3과 같다. 노즐의 출구압력( $P_2$ )은 대기압으로 고정하고 입구압력( $P_{t1}$ )을 다양하게 하여 압력비를 변화시켜 나타냈다. 관의 직경은 각각  $D=3\text{mm}$ ,  $6\text{mm}$ ,  $10\text{mm}$ 이며, 관의 길이는  $5\text{m}$ 이다. 수치계산 결과로 얻어진 실제 유량( $q_m$ )을 식 (1)을 이용하여 컨덕턴스( $C_c$ )의 값들을 각각 계산했다. 전반적으로 수치계산 결과는 압력비의 증가에 따라 컨덕턴스는 감소하는 경향을 보인다. 직경이 커질수록 컨덕턴스는 증가하며, 기울기가 커지는 경향을 보인다.

압력비와 마하수의 관계를 나타내면 Fig. 4과 같다. 수치해석 결과를 통해 식 (2), (3)을 이용하여 각각의 입구 마하수와 출구 마하수를 구할 수 있다. 직경이 커질수록 입구 마하수는 증가하며, 단조롭게 감소하는 경향을 보인다. 출구마하수는 직경이 증가할수록 초킹구간이 보다 넓은 압력비 구간에서 초킹현상 나타나 마하수는 일정하였으며, 그 이후로는 급격히 감소하는 경향을 보인다.

각각 관 입구와 관 출구에서의 레이놀즈 수 변화를 각각의 직경에 대해 나타낸 그림은 Fig. 5와 Fig. 6과 같다. 식 (4)를 이용하여 각각의 레이놀즈수의 값을 계산하였다. 레이놀즈수는 관 입구와 출구에서의 값은 거의 유사하다는 것을 알 수 있었다. 직경이 커질수록 레이놀즈 수는 증가하였으며, 압력비에 따라 감소하는 경향이 나타났

다. 공압관을 매끄러운 벽으로 가정할 때, 마찰계수

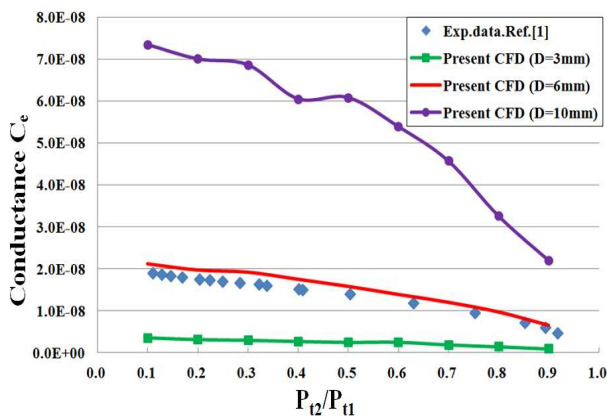


Fig. 3 Comparison of computed Conductance distributions with experiment

와 압력비의 관계를 나타낸 것이 Fig. 7이다. 이때, 레이놀즈수는  $Re > 10^4$  이므로, 식 (5)를 이용해 실험값과 수치해석 값을 비교하고 각각의 직경에 따라 마찰계수를 나타낸 그림이다. 압력비의 증가에 따라 마찰계수 또한 점차 증가하고 있으며, 직경이 증가할수록 마찰계수는 감소하는 경향을 보인다.

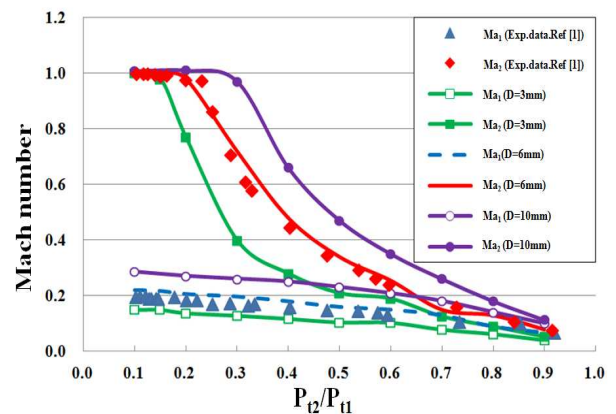


Fig. 4 Variation of the Mach numbers at inlet and outlet

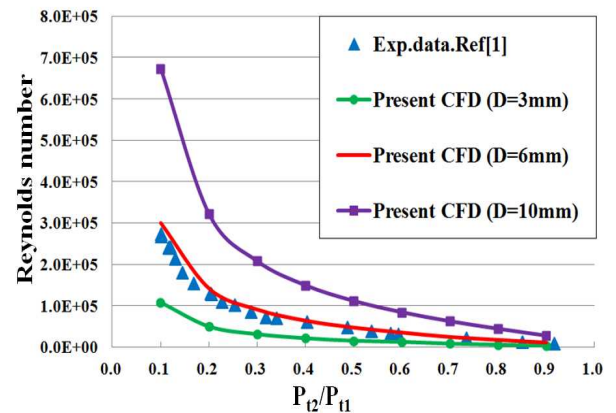


Fig. 5 Variation of Reynolds numbers at the inlet of the pipe

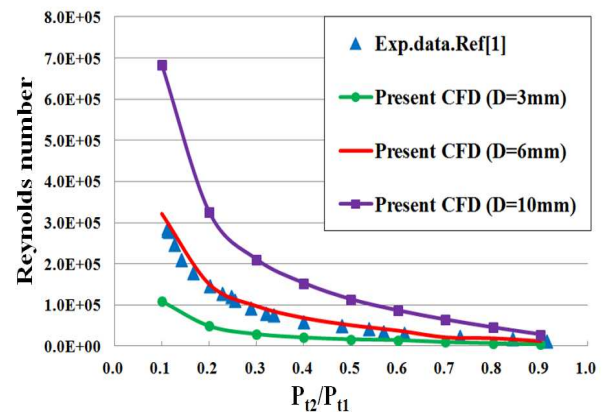


Fig. 6 Variation of Reynolds numbers at the outlet of the pipe

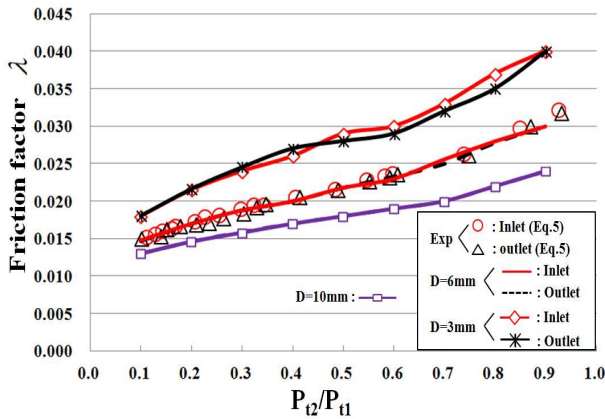


Fig. 7 Friction coefficient at the inlet and outlet of pipe

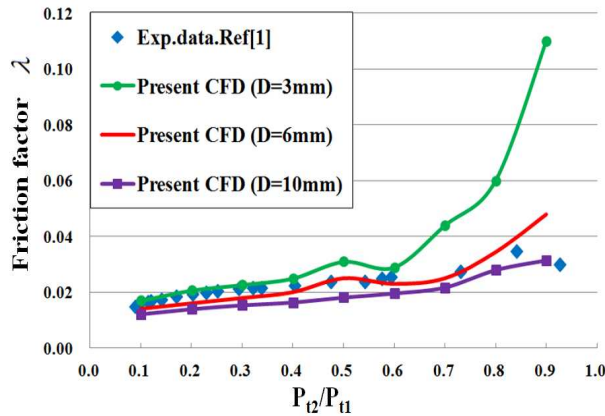


Fig. 8 Comparison of computed friction coefficient distributions with experiment

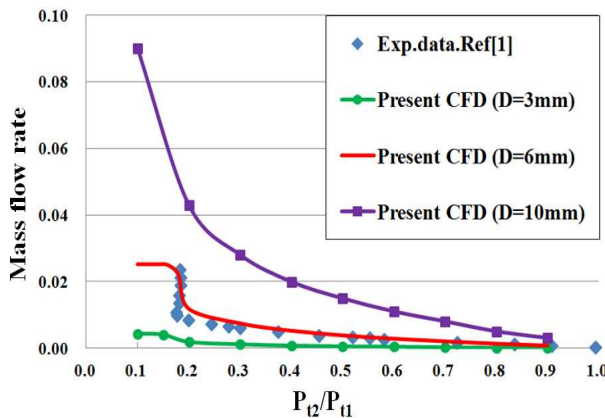


Fig. 9 Comparison of the predicted mass flow rates and experimental data

Fanno 유동이론으로 얻어진 식 (7)을 이용하여 관의 마찰계수를 나타낸 것이 Fig. 8이다. 직경이 증가함에 따라 마찰계수는 높게 나타남을 알 수 있으며, 단조롭게 증가하는 경향을 보인다. 직경이 3mm일 때 압력비 0.8 구간에서 증가하며,

6mm일 때 압력비 0.7 구간에서 급격히 증가하다가 0.8이후에 감소하는 경향을 보인다.

압력비와 질량유량의 관계를 나타내면 Fig. 9와 같다. 실험값은 압력비 0.2 구간에서 급속도로 감소하고 있으며, 그 이상일 경우 단조롭게 감소하는 경향을 보이며 수치해석 값과 유사하게 나타난다. 직경이 6mm일 때 압력비 0.1 ~ 0.2구간에는 일정한 질량유량을 가졌으며, 직경이 3mm일 때는 0.1 ~ 0.15구간에서 일정하게 나타났다. 반면 직경이 10mm일 때는 일정한 구간없이 단조롭게 감소하는 경향이 나타났다. 그리고 직경이 증가할 수록 질량유량 또한 증가하는 경향을 보인다.

### 5. 결론

이 연구에서는 컨덕턴스의 개념을 이용하여 공압관 시스템에 유량을 조사하기 위하여, Navier-Stokes 방정식에 유한 체적법을 적용한 수치해석을 수행하였으며, 아래와 같은 결과를 얻었다.

- (1) 본 연구를 통해 컨덕턴스의 개념을 이용하면 압축성 유동의 특성에 반한 유량예측이 가능하여 향후 심도 있는 연구를 통해 공학적 의미가 크다고 판단된다.
- (2) 모든 압력비에서 컨덕턴스는 직경이 증가할 수록 높게 나타났다.
- (3) 압력비가 증가할수록 컨덕턴스와 마하수 및 레이놀즈 수는 감소하였으며, 마찰계수는 증가하였다.
- (4) 직경이 커질수록 초킹구간이 보다 넓은 압력비 구간에서 나타났다.
- (5) 컨덕턴스는 질량유량과 서로 비례관계이며, 정체압력과 전온도에 영향을 받는다.

### 참고문헌 (References)

- (1) Chabane, S., Sesmat, S., Hubert, D., Gautier, D., Wartelle C. and Bideaux E., 2013, "Mass Flow Rate of Pneumatic Pipes Using Friction Factor," *Journal of Systems and Control Engineering*, to the Published.
- (2) Sesmat, S., Lecerf, J. and Gautier, D., 2007, "Calculation Method for Determining the Flow-Rate Characteristics of a Group of Pneumatic Components," *International Scientific-technical Conference: Hydraulics and Pneumatics*, pp. 409-419.

- (3) ISO 6358 International Standard., 1989, Pneumatic Fluid Power Components Using Compressible Fluids - Determination of Flow Rate Characteristics.
- (4) Senoo, M., Zhang, H. and Oneyama, N., 2002, "Study and Suggestions on Pneumatic Component Flow-Rate Characteristics," *Proceedings of the Fifth JFPS Fluid Power International Symposium, Nara, Japan*, pp. 67~72.
- (5) Kagawa, T., Cai, M. and Kawashima, K., 2004, "Extended Representation of Flow-Rate Characteristics for Pneumatic Components and Its Measurement Using Isothermal Discharge Method," *Power Transmission and Motion Control (PTMC'04)*, pp. 271~282.
- (6) Satoh, K., Kawakami, Y. and Nakano, K., 2008, "Estimation of a Critical Pressure Ratio of a Pneumatic Pipe Line and Its Simulation," *In: Proceeding of the 7th JFPS Symposium on Fluid Power, Toyama, Japan*, pp. 413~417.