

그래핑 계산기를 활용한 수학적 과정의 평가도구 개발에 관한 연구 -중학교 수학을 중심으로-

고상숙(단국대학교)

주홍연(용동중학교)

한혜숙(단국대학교)[†]

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

IT공학기술의 발달과 맞물려 21세기 수학교육은 공학적 도구의 활용을 지속적으로 요구받고 있다. NCTM(1991)에서 학생들의 수학적 개념에 대한 탐구 및 문제해결 능력을 향상시키기 위해서 공학적 도구의 활용에 대해서 적극적으로 권고한 이후로 수학교육에서 공학적 도구의 활용에 대해서 보다 많은 관심을 갖게 되었다. 이후 NCTM(2000)에서는 학교 수학을 위한 원리 중 하나로 기술공학의 원리를 제시하여 수학과 교수-학습 과정에서 공학도구의 활용을 보다 더 강조하였다. 기술공학의 원리에서는 “기술공학은 수학을 가르치고 배우는데 필수이다. 그것은 수학을 가르치는데 영향을 미치고 학생들의 학습을 향상시킨다.”(p. 24)고 기술하며 수학 교수-학습 과정에서의 기술공학의 역할, 장점, 활용범위 등에 대해서 제시하였다. 우리나라의 경우에도 제6차 수학과 교육과정에 계산기나 컴퓨터의 사용에 대한 언급이 있었으나 이후로 교육과정 문서에서 지속적으로 계산기나 컴퓨터와 같은 공학적 도구의 활용에 대해서 제안하고 있다. 특히, 2007, 2009 개정에 따른 수학과 교육과정에서는 평

가에서도 공학적 도구를 활용할 수 있는 기회를 제공할 것을 권고하면서 공학적 도구의 활용 범위를 확대하고 있는 추세이다.

비록 우리나라는 대학수학능력시험과 같은 국가수준의 평가에서는 공학적 도구의 활용이 제한되고 있는 실정이지만, 미국, 영국, 호주, 싱가포르 등의 여러 국가에서는 국가수준의 평가에서도 공학적 도구의 활용을 허용하고 있다. 예를 들면, 미국의 경우에는 대학수학능력시험의 일종인 SAT와 ACT에서 계산기의 활용을 허용하고 있고, 호주의 경우에는 Victoria주에서 1997년부터, Western Australia주에서는 1998년부터 대학수학능력시험에 그래핑 계산기의 사용을 허용하고 있다(홍예운, 2011).

계산기는 국제학업성취도 검사인 TIMSS(The Trends in International Mathematics and Science Study)와 PISA(Programme for International Student Assessment) 검사에서도 활용되고 있는 실정이다. TIMSS의 경우에는 TIMSS 2003의 8학년 평가에서 계산기 사용이 도입되어 계산기가 없어도 문제해결이 가능한 중립형 문항에 대해서 계산기 사용을 원하는 국가에 한해 계산기 사용을 허용하였고, TIMSS 2007, 2011에서도 계산기의 활용을 지속적으로 허용하고 있다(홍예운, 고상숙, 2012). PISA의 경우에는 PISA 2012 이전부터 계산기의 활용이 허용되었고, 계산기의 사용 여부가 문제해결에 직접적인 영향을 주지 않는 중립형 문제가 출제되어 왔으나, PISA 2012 지필평가에서는 계산기의 사용이 문제풀이에 영향을 줄 수 있는 문항이 출제되었다(조지민 외, 2012).

이렇듯 국내외적으로 수학과 평가 과정에서 공학적 도구의 활용이 확대되는 추세에 편승하고, 공학적 도구 활용의 실효성을 보다 높이기 위해서는 공학적 도구를 활용한 평가 방법, 평가 내용, 평가 절차 등에 대한 구체

* 접수일(2014년 01월 16일), 수정일(2014년 02월 18일), 게재확정일(2014년 05월 12일)

* ZDM분류 : C73

* MSC2000분류 : 97U70

* 주제어 : 그래핑계산기, 공학도구, 수학적 과정 평가

* 본 논문은 2012년도 교육과학기술부의 재원으로 한국과학창의재단의 지원을 받아 고상숙 외(2013)가 수행한 ‘교과 및 공학도구를 활용한 수학적 과정중심 평가 기반 조성’ 연구의 최종보고서 일부를 요약 및 재구성하여 작성하였음.

† 교신저자

적인 연구가 반드시 선행되어야 한다. 그러나 국내에서 이루어진 공학적 도구를 활용한 평가 방안에 관한 선행 연구들을 살펴보면, 평가에서 공학적 도구의 활용에 대한 강조는 많이 대두되고 있지만 구체적인 평가 방안을 제시한 연구는 미흡한 실정이다. 비록 몇몇 연구자들(박인혜, 2013; 하미란, 2013; 홍예윤, 고상숙, 2012)이 그래프 계산기를 활용한 평가도구 개발에 대한 연구를 수행하기도 하였지만 고등학교 수준에서 활용할 수 있는 평가문항의 개발에 대한 연구가 주를 이루었다.

이에 본 연구에서는 중학교 수학과 교수-학습 과정에서 활용할 수 있는 그래프 계산기를 활용한 수학적 과정 평가도구를 개발하고, 이를 학생들에게 적용하여 평가 결과를 분석해 봄으로써 평가문항에 대한 타당도 및 현장 적용성에 대해서 알아보려고 한다. 또한 그래프 계산기를 활용한 수학적 과정의 평가 방법에 대한 교사들의 이해를 돕기 위하여 평가 매뉴얼 또한 개발하고자 한다. 본 연구를 통해 개발된 평가도구 및 평가 매뉴얼은 향후 수학과 평가에서 그래프 계산기 적용을 위한 예시 자료로 활용될 수 있으며, 또한 그래프 계산기를 활용한 평가 방법에 대한 교사들의 이해를 향상시키기 위한 참고 자료로도 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

본 연구의 목적을 달성하기 위한 구체적인 연구 내용은 다음과 같다.

- 1) 중학교 수학과 교수-학습 과정에서 활용할 수 있는 그래프 계산기를 활용한 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 능력을 평가할 수 있는 문항 및 그에 따른 모범답안과 채점기준표(지필평가, 관찰평가)를 개발한다.
- 2) 개발된 평가문항에 대한 타당도와 현장 적용성을 조사하기 위하여 문항에 대한 예비검사와 본검사를 실시하고, 그 결과를 분석한다.
- 3) 그래프 계산기를 활용한 수학적 과정의 평가 방법에 대한 교사들의 이해를 돕기 위하여 평가 매뉴얼을 개발한다.

II. 이론적 배경

1. 수학적 과정 평가

PISA에서는 학교 교육과정에 근거한 지식보다 학생

들이 학습한 지식을 상황과 목적에 맞게 활용할 수 있는 '소양'을 강조하면서(조지민 외, 2012), 수학 평가들의 하나의 축을 수학적 과정으로 설정하고 이 영역에 해당하는 문항을 꾸준히 출제하고 있다. PISA에서는 수학적 과정을 문제가 발생한 상황을 수학과 연결하고 문제 해결을 위해 요구되는 능력에 관한 것으로 보았으며, PISA 2012의 수학 평가들에서 수학적 과정의 하위 요소로서 '형식화하기(formulating)', '이용하기(employing)', '해석하기(interpreting)'의 3가지를 제시하였다(조지민 외, 2011).

PISA 검사에서는 수학적 과정에 해당하는 문항들이 꾸준히 출제되어 학생들의 수학적 능력을 평가하고 있다. 그러나 PISA 2003, 2006 검사 결과에 의하면, 우리나라 학생들은 전반적으로 높은 학업 성취를 보이는 반면 자신들의 문제해결 과정을 합리적으로 의사소통하고, 수학적으로 옳은 추론의 과정을 요구하는 문항에 대해서 미흡함을 나타냈다(박혜숙 외, 2009). 따라서 학생들의 이러한 측면을 개선하기 위해서 2009 개정에 따른 수학과 교육과정에서는 수학적 문제해결, 추론, 의사소통을 수학적 과정의 하위 요소로 보고 학생들의 수학적 과정 능력의 향상을 더욱 강조하고 있다. 박혜숙 외(2009)는 수학적 과정을 “수학적 주제를 이해하고 습득하는 데에서, 그리고 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통하는 데에서 활성화되어야 하는 수학적 능력”(p. 63)으로 보았다.

수학적 과정에 대한 중요성이 부각됨에 따라 최근에 수학적 과정의 평가 방안에 대한 연구들도 활발하게 수행되고 있다. 신준식 외(2011)는 수학적 사고력 측정을 위한 평가도구 개발에 관한 연구를 수행하여 초등학생들의 수학적 추론, 문제해결, 의사소통능력을 측정할 수 있는 평가문항을 개발하였다. 이후 정상권 외(2012)는 '2011년 과정중심의 수학교과 평가방안 연구'를 통하여 과정중심의 평가도구 뿐 아니라 수학적 과정 평가의 목적과 의미, 수학적 과정 평가 원리 및 기준을 제시하였는데 그들이 제시한 수학적 과정 평가의 의미는 다음과 같다.

교사와 학생의 내적인 동기를 강화하여 수학 교수-학습을 촉진하는 것을 목적으로 하는 평가로서, 문제해결, 추론, 의사소통에 관련된 하위 능력 요소에 대한 세부적인 정보를 서

술형 또는 수행평가 형태의 문항을 사용하여 파악하는 것.(p. 41)

수학교육에서 평가의 원리는 NCTM(1995)의 경우 수학, 학습, 일관성, 추론, 개방성, 공평성의 6가지로 제시하였고, NAS(1993)의 경우에는 내용, 학습, 공평성이라는 세 가지 원리를 제시하였다. 정상권 외(2012)에서는 수학적 과정 중심 평가의 원리로서 ‘진정성의 원리’, ‘배경화의 원리’, ‘구성의 원리’, ‘기본의 원리’ 라는 네 가지 원리를 제안하고 있다.

본 연구에서는 선행연구의 분석을 통해서 수학적 과정 평가의 원리로서 수학, 학습, 일관성, 공평성의 원리를 포함시키고, 공학적 도구를 활용한 평가라는 점에서 역동성의 원리를 추가하였다. [표 1]은 본 연구에서 활용된 평가 원리를 정리한 것이다(고상숙 외, 2013).

[표 1] 공학적 도구를 활용한 수학적 과정 평가의 원리
[Table 1] Principles of the process-focused mathematics assessment using technological devices

수학의 원리	수학의 주요 아이디어 초점을 두어 좀 더 넓은 수학적 아이디어와 과정을 평가하고자 함.
학습의 원리	교육의 필수 요소로서, 수학 학습을 향상시키기 위한 목적으로 평가가 이루어져야 함.
일관성의 원리	평가는 교육과정 및 수업과 일관성이 있어야 하며 평가도구의 선택 및 개발, 평가 자료의 사용에 있어서 중요한 사항임.
공평성의 원리	공정한 평가가 되기 위해서 학생들에게 다양한 표현의 기회를 제공하고, 학생 개개인의 개인차를 고려한 판단이 이루어지며 평가자의 편향성이 배제되어야 함.
역동성의 원리	학생들이 교구 또는 공학도구 등의 다양한 방법을 활용하여 평가를 하고 교사가 이런 도구들을 활용하여 학생의 수학 능력을 평가함.

정상권 외(2012)는 수학적 과정 중심의 평가도구 개발에 있어서 수학적 과정의 하위 요소를 독립적으로 평가하기 보다는 하나의 문항을 통해서 통합된 형태로 평가할 수 있는 평가문항을 개발하였으나, 본 연구에서는 수학적 과정의 하위 요소를 반영한 문항의 특성을 보다 구체화하기 위하여 수학적 과정의 하위 요소를 독립적으로 평가할 수 있는 문항을 개발하였다.

2. 그래핑 계산기를 활용한 평가

1) 그래핑 계산기를 활용한 평가의 필요성

Senk et al.(1997)은 미국의 3개의 주에 위치한 5개의 고등학교 19개 학급의 수학 수업에서 사용되었던 평가문항들을 분석하는 연구를 수행하였다. 이들은 NCTM의 평가 기준에서 제시된 권고 사항 중에서 다양한 평가 방법을 사용하는가, 평가에서 컴퓨터와 그래핑 계산기를 사용하는가, 추론과 계산 영역에서 공학 도구를 사용하는가에 대한 교사들의 이행정도를 분석하였다. 주목할 것은 공학용 계산기 또는 그래핑 계산기 사용이 요구되는 대다수의 평가문항들이 독립적이거나 소극적으로 활용되도록 제시되어 있다는 것이다(적극적인 사용을 요구하는 문항은 8%에 불과함). 즉 대부분의 교사들이 학생 평가에서 공학적 도구의 활용 가능성과 이점들을 인지하고는 있지만 공학적 도구를 활용하는 평가문항을 사용하지 않는다는 것을 알 수 있다. 그러나 그래핑 계산기의 경제성, 편리한 휴대성, 기능적인 장점들을 고려해 볼 때, 학생들의 수학적 능력을 평가하기 위한 계산기 사용의 허용 여부는 충분히 재고해 볼 필요가 있다(Kissane, Kemp, Bradley, 1996).

Kissane et al.(1996)은 3년 동안 그래핑 계산기의 활용 범위를 확장하면서 대학생들의 그래핑 계산기 활용에 대한 태도 변화를 살펴보았다. 1994년 집단에는 그래핑 계산기를 수업 시간과 1회의 평가에 활용하였고, 1995와 1996년 집단에서는 수업, 과제, 기말고사를 포함한 모든 과정에서 그래핑 계산기의 활용을 허용하였다.

[표 2] 평가에서 그래핑 계산기 활용에 대한 학생들의 생각의 변화(p. 3)

[Table 2] Shifts in student opinion regarding assessment using a graphing calculator

태도	1994년	1995년	1996년
평가에서 그래핑 계산기를 사용할 수 있다는 것은 좋은 아이디어다.	3.01	3.22	3.39
기말고사에도 그래핑 계산기의 사용이 허용되어야 한다고 생각한다.	2.71	3.35	3.53

[표 2]는 Kissane 외의 연구에서 그래핑 계산기를 활용한 평가에 대한 학생들의 생각의 변화에 대한 결과만

을 나타낸 것이다. 점수의 극간은 1점에서 4점까지이며 높을수록 더 긍정적인 태도를 보인 것이다. 수학 교수-학습 과정에서 그래핑 계산기의 활용 범위가 넓어질수록 그래핑 계산기를 활용한 평가에 대한 학생들의 생각도 보다 긍정적으로 변화되는 것을 볼 수 있다.

2) 그래핑 계산기를 활용한 평가문항의 특징과 목적
많은 연구자들은 그래핑 계산기가 평가에 어떤 영향을 미치는지를 연구해왔다(Adams, 1997; Anderson et al., 1999; Forster & Mueller, 2002). 평가의 유형은 크게 공식적 평가(Formal Assessment)와 비공식적 평가(Informal Assessment)로 구분할 수 있는데, 공식적 평가는 졸업여부를 결정하거나 고입, 대입을 위한 시험 또는 중간, 기말고사와 같은 정규고사 시험들이 포함되며, 비공식적 평가는 수업 중에 실시하는 형성평가, 퀴즈, 태도관찰, 대화와 인터뷰에 의한 수행평가 등이 포함될 수 있다(Kissane et al., 1996). Anderson et al.(1999)은 공식적인 평가(특히, 학부수준의 미적분학 평가)에서 그래핑 계산기가 미치는 영향을 연구하였는데 그들은 그래핑 계산기를 활용한 평가문항의 특징을 다음과 같이 제시하였다.

- (1) 평가문항은 정확한 답을 요구하는지 아니면 대략적인 답을 요구하는지 명확하게 언급되어야 한다.
- (2) 평가문항은 학생들이 그래프로 나타난 정보를 얼마나 잘 해석할 수 있는지를 평가할 수 있어야 한다.
- (3) 평가문항은 하나의 표상에서 다른 표상으로 변환(수, 그래프, 기호 등)하는 학생들의 능력을 평가할 수 있어야 한다.
- (4) 평가문항은 정보를 해석하거나 정답에 도달하기 위한 추론의 과정을 더 강조할 수 있도록 구성되어야 한다.

Adams(1997)는 그래핑 계산기를 활용한 학생들의 비공식적인 평가에 대한 연구를 실시하였는데, 그래핑 계산기가 교실에서의 학생들의 대화 수준을 향상시켰고, 학생 간 상호작용이 증대되면서 학생들의 이해정도를 더 효과적으로 평가할 수 있도록 돕는다는 사실을 발견하였다. 이것은 그래핑 계산기가 모둠활동을 통한 수학적 평

가에서 학생들의 참여를 유도하고, 수학적 아이디어를 공유, 합의하기 위한 대화의 도구로서 중요한 역할을 한다는 것을 의미하는 것이다(Cavangh, 2005; Collins & Bielaczyc, 1997).

Borwein(2005)은 그래핑 계산기는 (1)통찰력과 직관력을 기르기 위해, (2)새로운 규칙성과 관계성을 발견하기 위해, (3)수학적 원리를 발견하기 위한 그래프를 그리기 위해, (4)추측을 확인하고 탐구하기 위해, (5)형식적 증명이 가능한지 알아보기 위해, (6)형식적 증명을 위한 접근방법을 제안하기 위해, (7)복잡한 계산을 쉽게 하기 위해, (8)도출된 결과를 분석적으로 확인해보기 위해서 평가 과정에 사용해야 한다고 주장하였다.

본 연구에서는 공식적인 평가의 유형인 지필평가와 비공식적 평가의 유형인 수행평가(관찰평가) 모두에서 활용할 수 있는 그래핑 계산기를 활용한 평가문항을 개발하였다.

3) 그래핑 계산기 활용 정도(accessibility)에 따른 문항의 분류와 개발의 방향

그래핑 계산기를 활용한 평가문항은 계산기의 활용 정도에 따라 분류될 수 있다(Harvey, 1992; Kissane et al., 1996). Harvey(1992)는 계산기 활용 정도에 따라 소극적인 계산기 활용 평가(Calculator-passive tests), 중립적인 계산기 활용 평가(Calculator-neutral tests), 적극적인 계산기 활용 평가(Calculator-based tests)로 분류하였다. 이것은 Kissane et al.(1996)이 설명했던 계산기 활용에 제한이 없는 평가(Unrestricted calculator access), 중립적인 계산기 활용 평가(Calculator-neutral assessment), 계산기를 활용할 수 없는 평가(Calculator-free assessment)의 분류와 유사하다. 제한 없이 계산기를 평가에 활용해야 한다는 관점은 계산기를 활용한 교수-학습 상황을 전제로 유사한 교육환경에서 평가가 이루어져야 한다는 것을 근거로 두고 있다(Kissane et al., 1996). 즉 교육과정에서 공학적 도구를 활용한다면 평가의 형식과 방법도 변화할 필요가 있다는 것이다. 그래핑 계산기를 제한 없이 사용할 때 학생들은 계산기를 언제, 어떻게 사용할 것인지 스스로 결정할 수 있어야 하며(Kissane et al., 1996), 그래핑 계산기를 제한 없이 사용하는 문항들은 문항에 계산기의 사용을 명

시하거나, 다른 해결 방법들이 계산기를 활용하는 것보다 상대적으로 매우 비효율적인 상황이 되도록 개발되어야 한다(Kissane et al., 1996). Kissane et al.(1996)은 계산기를 중립적으로 활용할 수 있는 평가의 경우에는 계산기를 사용하여 문제를 해결한 학생들이 그래핑 계산기를 사용하지 않는 학생들보다 평가에 있어 상대적 이득이 있으면 안 된다는 것을 전제로 하는데 중립형 문항이 오히려 형평성의 문제를 불러일으킬 수도 있다고 지적하였다. 중립형 문항일지라도 그래핑 계산기의 사용법에 매우 숙달된 사용자들에게는 그래핑 계산기는 문제해결을 위한 좋은 도구가 될 수 있기 때문이라고 하였다. 그래핑 계산기의 활용 효과를 중립화시킬 수 있는 평가문항을 개발하는 한 방법은 수보다는 상징적인 기호를 활용하는 것인데 이런 방법이 교사의 의도보다 필요 이상으로 문항을 어렵게 만들 수도 있다(Bradley, 1995). 또한 Kissane et al.(1996)은 중립형 문항을 활용한 평가의 경우 학생들은 결국 그래핑 계산기는 유용한 도구가 아니라는 잘못된 믿음을 형성할 수 있다는 것을 지적하였는데, 이는 중립형 문항을 활용할 경우 교사는 보다 평가문항의 개발에 신중하게 접근을 할 필요가 있음을 시사한다고 볼 수 있다.

계산기를 활용할 수 없는 평가의 경우 교사는 학생들이 공학적 도구를 올바르게 사용하는 방법을 학습하였는지에 대해서는 판단할 수 없게 만든다. Kemp et al.(1996)의 연구에서는 학생들이 문제를 해결할 때 오히려 그래핑 계산기를 사용하는 것이 매우 비효율적이거나, 상징적 기호를 사용하여 답을 쉽게 구할 수 있을 때 계산기를 사용하지 않는다고 설명했다. 또한 자신의 추론에 대한 설명을 쓰거나, 상황 제시로부터 수학을 이끌어내고, 제시된 표상을 해석하여 일반화를 이끌어내는 문항의 경우에는 그래핑 계산기가 활용되지 않았다.

Harvey(1992)는 계산기¹⁾가 활용-가능한 문항(Calculator-acceptable)에 대해서 두 조건을 만족해야 한다고 설명하였다. 즉 계산기를 사용하든 안하든 그 문항에 대한 (1)평가의 목적이 동일하고, (2)문항난이도가 거의 유사한 경우에 계산기가 활용-가능한 문항이라고 하였다. 만약 (1) 또는 (2)의 조건 중 하나만 만족한다면 부분적으로 계산기 활용이 가능한(marginally

acceptable) 문항이고, (1), (2)의 조건을 둘 다 만족하지 않으면 계산기 활용이 불가능한(unacceptable) 문항이라고 하였다. 그는 소극적인 계산기 활용 평가 Calculator-passive tests와 중립적인 계산기 활용 평가에 문항(Calculator-neutral tests)에 계산기 활용이 불가능한(unacceptable) 문항들이 포함될 수 있으며 그 예를 [표 3]과 같이 제시하고 있다.

[표 3] 소극적, 중립적 계산기 활용 평가에서 그래핑 계산기 활용이 불가능한 문항의 예시

[Table 3] Examples of calculator-unacceptable items in Calculator-passive tests and Calculator-neutral tests

문항 분류		예
소극적 계산기 활용 문항 (Calculator-passive tests)	계산기 활용이 불가능한 문항 (unacceptable)	$\tan x$ 가 정의되지 않는 x 의 값은? (1) $-\pi$ (2) $-\frac{\pi}{2}$ (3) 0 (4) $\frac{\pi}{4}$ (5) $\frac{\pi}{3}$
중립적인 계산기 활용 문항 (Calculator-neutral tests)		$(\frac{1}{2})^{-3}$ 의 값은?

본 연구에서는 적극적인 계산기 활용 문항을 개발하는 것을 목표로 하고, 계산기를 사용하더라도 교육과정에서 제시하는 성취기준을 평가할 수 있도록 하였다.

III. 연구방법

1. 평가문항 및 평가기준 개발 과정

1) 평가요소 추출 및 평가문항 개발

2012년 2월부터 6월까지 계산기를 활용한 평가문항에 관한 선행연구 및 계산기를 활용한 평가에 대한 교사들의 설문 조사 결과를 바탕으로 수학적 과정의 세 가지 하위 요소에 대한 평가요소를 결정하여 문항 개발의 방향을 설정하였다. 평가요소에 대한 결정은 정상권 외(2012)의 연구를 기초로 하여 공학도구를 사용한 경험이 있는 교사 332명의 설문을 분석한 결과를 바탕으로 이루어졌다. 또한 문항 개발 시 연구진들이 가장 중점을 두었던 사항 중의 하나는 적극적인 계산기 활용을 요구하

1) Harvey(1992)의 연구에서는 공학용 계산기를 사용하였다.

는 문항을 개발하는 것이었다. [표 4]는 선행연구와 설문 결과의 분석을 통해 결정된 수학적 과정 중심의 영역별 하위능력에 따른 평가요소이다(고상숙 외, 2013, p. 18).

[표 4] 수학적 과정의 평가요소
[Table 4] Assessment elements of mathematical process

수학적 영역	수학적 과정의 평가요소	약어
문제 해결	상황에서 수학적 문제를 구성하는 능력	P1
	문제를 수학적 기호, 그림을 사용하여 다시 표현하는 능력	P2
	문제해결에 필요한 조건의 확인 또는 보완 능력	P3
	문제해결에 적절한 형태로 표현을 변환하는 능력	P4
	문제해결에서 사용되는 개념들 간의 연결성을 태도하고 활용하는 능력	P5
	문제해결을 위한 다양한 전략 또는 방법을 찾는 능력	P6
	문제해결에서 적절한 전략을 활용하여 문제를 해결하는 능력	P7
	상황에서 주어진 문제를 해결하는 능력	P8
	문제해결 과정과 결과의 타당성을 수학적 방법으로 점검하는 능력	P9
	문제해결 전략 또는 결과를 새로운 문제에 적용하는 능력	P10
추론	수학적 관계를 파악하는 능력	R1
	수학적으로 추측하는 능력	R2
	수학적 관계를 찾아 표현하는 능력	R3
	수학적 추론 과정을 분석·점검하는 능력	R4
	수학적 추론에 근거한 정당화 능력	R5
	추론 과정과 결과를 해석하거나 평가하는 능력	R6
	추론 과정과 결과를 변환하거나 확장하는 능력	R7
의사 소통	수학적 표현을 읽고 이해하는 능력	C1
	풀이 과정을 수학적 언어로 표현하는 능력	C2
	풀이 과정을 논리적으로 설명하는 능력	C3
	풀이 과정을 반성적으로 점검하여 표현하는 능력	C4
	다른 사람의 풀이 과정에 대한 설명을 해석하거나 평가하여 표현하는 능력	C5
	풀이 과정의 표현을 다른 방식으로 변환하는 능력	C6
	풀이 과정의 표현을 확장 또는 일반화 하는 능력	C7

문항의 개발과정에는 수학교육 전공 교수 1인과 중학교 현장 교사 2인이 한 조가 되어 9개의 문항을 개발하였고, 수학교육 전공 교수, 연구원, 현직교사 등의 8인으로 구성된 외부 자문위원단으로부터 평가문항에 대한 타당도 검증을 받아 1차 문항 개발이 완료되었다.

2) 평가기준 개발 및 예비검사

채점기준표는 수학적 과정의 구성 요소에 따라 NCTM(1989, 1999, 2000b)과 고상숙 외(2012)가 제시한 내용을 기반으로 문제해결영역은 Malone 외(1980), 추론

영역은 진평국 외(2002), 의사소통영역은 이종희 외(2001)의 연구를 참고로 하여 개발하였다. 채점기준표는 지필평가를 위해서 두 가지 채점양식인 총체적 채점기준표와 분석적 채점기준표를 개발하였고, 수행평가에 적용할 수 있는 관찰평가 채점기준표와 관찰 체크리스트 또한 개발하였다(Trouche, 2004).

1차 개발된 평가도구에 대한 현장 적용성을 검토하기 위하여 연구진 중 한 사람이 근무하는 중학교에서 약 2주간 예비검사를 실시하였다. 예비검사 결과를 토대로 문항의 발문 방법, 형식, 오류 등을 수정하여 2차적으로 평가문항, 채점기준표, 모범답안 개발을 완료하였다. 특히, 본 연구에서는 교육과정의 내용을 준수하면서 그래핑 계산기를 적극적으로 활용할 수 있는 문항을 개발하는 것이 목적이므로 예비검사를 통해 문제해결 과정에서 학생들의 그래핑 계산기의 활용도에 대해서 살펴보았다. 예비검사를 통해서 2차 수정된 문항은 본검사의 과정을 거쳐서 3차 수정 및 보완이 이루어졌다.

2. 현장 적용(본검사)과정

1) 적용 대상

예비검사를 통해 2차 수정된 평가문항에 대한 본검사는 경기도 용인시에 소재한 A중학교의 2, 3학년 학생들을 대상으로 수행되었다. A중학교에서는 2학년의 경우 전체 8개의 학급 중에 2개의 학급(A학급 26명, B학급 33명)²⁾, 3학년은 전체 8개의 학급 중에 1개의 학급(C학급 35명)을 무작위로 추출하여 연구 참여자로 선정³⁾하였다. 연구에 참여한 2학년 2개 학급 학생들의 수학교과 성취도 측면에서 동질성 여부를 파악하기 위하여 학교에서 최근에 실시한 지필평가 결과를 활용하여 독립표본 t-검정을 실시하였다. A, B 두 학급의 지필평가 평균 점수는 각각 58.43, 58.42점이었고, 두 학급의 지필평가 점수에 대한 독립표본 t-검정 결과에 의하면 유의수준

2) A학급은 33명으로 구성되었으나 연구 기간 동안 7명의 학생이 학교 외부 행사로 인하여 연구에 참여하지 못하였고, B학급의 34명으로 구성되었으나 1명의 학생이 전출로 인하여 연구 대상에서 제외되었다.

3) 문항의 적절성과 타당성을 파악하기 위하여 한 문항 당 적용 학급을 2개씩 선정하였으나 M공Ca 문항의 경우 선정된 두 학급 중 한 학급이 학교운영일정과 현실적인 여건으로 인하여 평가 과정을 완료하지 못하여 분석의 대상에서 제외하였다.

.05에서 두 집단간에는 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다($t=.001$, $p=.999$). A중학교 2학년의 수학교과에 대한 전체 평균은 54.2점으로 본 연구에 참여한 두 학급의 수학 성취도는 상대적으로 높다고 볼 수 있다. 3학년 C학급의 경우, 최근 실시한 지필평가의 학급평균이 51.87점(학년평균 53.5점)으로 수학교과와 성취도가 상대적으로 낮은 학급이었다.

본 연구를 통해 개발된 평가문항에 대한 현장 적용은 2012년 12월 10일부터 2012년 12월 21일까지 2주간 실시되었다. 예비검사를 통해 확정된 3개의 문항(M공Pa⁴), M공Rb, M공Ca) 중에서 M공Pa, M공Rb 문항은 2학년 A, B 학급에서, M공Ca 문항은 3학년 C학급에서 현장 적용(평가)을 실시하였다.

2) 적용 절차

현장 적용의 절차는 2학년 A, B학급의 경우 총 4차시 분량의 수업시간(45분)을 통해서 이루어졌다. 1차시에는 교사가 그래핑 계산기(TI-84 plus)에 대한 소개를 멀티비전을 통해 PPT를 활용하여 설명하였고, 2차시에는 계산기 조작 방법에 대한 활동지를 활용하여 학생들과의 실습을 통해 자세히 설명하는 수업을 진행하였다. 3차시에는 교사가 5분 간 평가에 대해 간단히 주의사항을 설명하고 평가문항 M공Pa를 활용하여 평가를 45분간 실시하였다. 4차시에는 3차시와 동일한 방법으로 평가문항 M공Rb를 활용하여 평가를 45분간 실시하였다. 3학년 C학급의 경우 2학년과 동일하게 1, 2차시에는 계산기의 소개와 조작 방법에 대한 실습으로 수업을 진행하였고, 3차시에는 평가문항 M공Ca를 활용한 평가를 45분간 실시하였다. 모든 평가 과정은 캠코더를 이용하여 촬영하였으며 평가가 실시되는 도중에 교사에게 평가문항에 대한 풀이 이외의 계산기 조작에 대한 질문을 자유롭게 허용하였고, 교사는 순회를 하면서 개별 질문을 받아 설명을 해주었다. 본검사에 사용된 그래핑 계산기의 수가 학생 수에 비하여 상대적으로 적었기 때문에 학생 개개인에게 계산기를 제공하지는 못하였고, 2인 1조로 그래핑

계산기를 함께 사용하도록 하였다. 조는 5×7로 책상을 배열하고 학번 순으로 학생들을 차례로 앉혀 2인 1조로 구성하되 계산기는 서로 자유롭게 쓰고 나서 반드시 초기화함으로써 평가 중에 정보를 서로 공유할 수 없도록 하였다.

3) 자료수집 및 분석

학생들이 작성한 M공Pa, M공Rb, M공Ca문항의 평가지, 평가가 실시되는 상황을 녹화한 비디오 파일, 평가자(교사)에 의해 작성된 지필평가 결과와 관찰평가 체크리스트, 연구진(수학교육전문가 4명, 현장교사 2명)의 회의 자료와 각종 기록물 등의 자료를 수집하여 분석하였다. 특히, 현장 적용 과정을 통해 얻어진 결과들은 개발된 평가문항과 평가기준의 적절성 및 타당도 검증을 위한 자료로 활용되었으며, 이를 토대로 평가문항과 평가기준이 최종적으로 수정·보완되었다.

3. 평가 매뉴얼 제작

그래핑 계산기를 활용한 수학적 과정의 평가 방법에 대한 교사들의 이해를 돕기 위하여 공학도구를 활용한 평가 절차를 안내하는 평가 매뉴얼을 제작하였다. 평가 매뉴얼은 평가도구의 현장 적용 과정에서 수집된 자료 및 전문가 집단 회의를 통해 논의된 내용들을 기반으로 하여 평가문항 및 평가기준 개발, 채점 및 평가 결과 산출, 평가결과 피드백 등의 내용을 포함하였고, 이는 공학도구를 활용한 평가가 학교 현장에 확산되는데 도움을 줄 것이다.

IV. 결과 분석 및 논의

1. 평가도구 개발 및 현장 적용 결과

[표 5]는 본 연구에서 개발한 평가도구에 대한 개요이고, 각 평가문항에 대한 현장 적용 결과를 보다 구체적으로 살펴보겠다.

1) 문제해결영역

(1) M공Pa 문항 개발

그래핑 계산기의 가장 큰 장점은 함수식을 입력하고 그래프를 손쉽게 확인할 수 있다는 것이다. 따라서 함수

4) 문항표기 M공Pa는 M(Middle school, 중학교), 공(공학도구활용), P(Problem solving, 문제해결), a(첫째 문제)를 뜻한다. 나머지 문항에서 R(Reasoning, 추론), C(Communication, 의사소통)를 나타낸다.

영역에서 적절한 전략이나 방법을 찾아 활용하여 실생활의 문제를 해결하는 문항(평가요소:P3, P5, P7, P9)을 개발하고자 하였다. 이는 현직교사들을 대상으로 실시했던 문제해결 능력에 대한 평가요소 중 높은 순위를 차지한 설문 결과(평가요소:P5, P6, P9)를 반영한 것이다(고상숙 외, 2013).

[표 5] 평가도구에 대한 개요
[Table 5] The outline of assessment tools

수학적 과정	문항 번호	관련 학년 영역/단원명	활용 도구	평가 요소	평가 유형 (주)	평가 유형 (보조)	채점 기준 (지필)
문제 해결	M공Pa	중2 - III.함수 일차함수의 활용	그래핑 계산기 (TI-84 plus)	P3, P5~7	지필 평가	관찰 평가	분석적
추론	M공Rb	중2 - III.함수 일차함수와 그 그래프	그래핑 계산기 (TI-84 plus)	R1~3	지필 평가	관찰 평가	분석적
의사 소통	M공Ca	중3 - III.함수 이차함수와 그 그래프	그래핑 계산기 (TI-84 plus)	C1~3, C6	지필 평가	관찰 평가	총체적

또한 학생들의 가장 큰 관심사 중 하나인 핸드폰 요인에 대한 문제 상황을 제시하여 학생들의 학습 동기를 높이도록 하였고, 여러 요인을 고려해야 하는 복잡한 문제 상황을 공학적 도구의 도움을 통해 논리적이고 체계적으로 사고할 수 있도록 문항을 구성하였다. 특히, M공Pa 문항은 평가에서 학생들이 계산기를 적극적으로 활용할 수 있도록 유도하기 위하여 문항에 그래핑 계산기의 사용을 명시하였고, 다른 해결방법 보다 계산기를 활용하는 것이 상대적으로 더 효율적일 수 있도록 복잡한 수의 계산(수의 크기 또는 표현)을 포함시켰다(Kissane et al., 1996). 그리고 그래프로 나타낸 정보를 해석하는 능력과 표상을 변환하는 능력(수, 기호, 그래프)을 평가하는 그래핑 계산기를 활용한 평가문항의 특징을 충분히 반영한 것이기도 하다(Anderson et al., 1999). 본 연구에서 최종 개발된 문제해결 영역의 평가문항 M공Pa와 모범답안은 <부록>에 첨부하였다. 다음 [표 6], [표 7]은 M공Pa의 지필평가를 위한 채점기준표와 관찰평가를 위한 채점기준표이다.

[표 6] M공Pa 문항의 지필평가를 위한 채점기준표
[Table 6] Scoring rubric on M공Pa item for paper and pencil assessment

문항 번호	평가 요소 (채점 영역)	(분석적) 채점기준	점수화
①	P3, P5 (문제 이해)	각 요급제에 대한 $y=f(x)$ 의 함수식을 모두 제대로 구함.	2
		3개의 요급제 중 1개 또는 2개의 요급제에 대한 $y=f(x)$ 의 함수식만을 제대로 구함.	1
		3개의 요급제에 대한 $y=f(x)$ 의 함수식을 전혀 구하지 못함.	0
②-1	P6 (전략 수립)	문제해결을 위해 주어진 표를 모두 옳게 채움.	1
		문제해결을 위해 주어진 표를 채웠으나 오류 또는 누락 요소가 있음.	0.5
		문제해결을 위해 주어진 표를 전혀 채우지 못함.	0
②-2	P6 (전략 수립)	$y_1, y_2 / y_2, y_3 / y_1, y_3$ 의 그래프 교점을 올바르게 찾음.	1
		$y_1, y_2 / y_2, y_3 / y_1, y_3$ 의 그래프 교점을 찾았으나 교점좌표의 x, y 값에서 논리적 오류 또는 누락이 있음.	0.5
		$y_1, y_2 / y_2, y_3 / y_1, y_3$ 의 그래프 교점을 전혀 구하지 못함.	0
③	P7 (실행과 답구하기)	②-1, ②-2 문제 풀이를 활용하여 표와 그래프의 교점 좌표를 확인하고 이를 통해 각 경우에 대한 가장 유리한 요급제를 올바르게 구함.	2
		②-1, ②-2 문제 풀이를 활용하여 표와 그래프의 교점 좌표를 확인하였으나 이를 통해 각 경우에 대한 가장 유리한 요급제를 구하는데 오류 또는 누락이 있음.	1
		②-1, ②-2 문제 풀이를 전혀 활용하지 않고, 가장 유리한 요급제를 전혀 구하지 못함.	0
총점			6

[표 7] M공Pa 문항의 관찰평가를 위한 채점기준표
[Table 7] Scoring Rubric on M공Pa item for the assessment based on observation

문항 번호	평가 요소 (채점 영역)	채점기준	점수화
① ②	P3,5,6 (이해와 전략)	문제를 잘 이해하여 각 요급제에 대한 $y=f(x)$ 의 함수식을 그래핑 계산기에 모두 정확히 입력하고, TABLE 기능을 활용하여 주어진 표를 채우거나 GRAPH , CALC 의 기능을 활용하여 $y_1, y_2 / y_2, y_3 / y_1, y_3$ 의 그래프 교점을 찾는 적절한 전략을 올바르게 알고 있음.	2
		문제를 이해하여 각 요급제에 대한 함수식을 그래핑 계산기에 입력하는데 오류가 있거나, TABLE 기능을 활용하여 주어진 표를 채우고 GRAPH , CALC 의 기능을 활용하여 $y_1, y_2 / y_2, y_3 / y_1, y_3$ 의 그래프 교점을 찾는 적절한 전략을 이해하지 못하고 수행하는데 어려움이 있음.	1

		합수식을 그래핑 계산기에 전혀 입력하지 못하거나 계산기의 기능을 활용하여 전략을 구현할 시도를 전혀 하지 않음.	0
③	P7 (실행 과 답구하 기)	그래핑 계산기를 활용하여 표만들기와 그래프그리기와 같은 적절한 전략을 올바르게 수행하고 올바른 답을 서술함.	2
		그래핑 계산기를 활용하여 합수식 입력 또는 전략 수행하는 과정에서 누락 또는 오류가 있음. 문제를 잘 이해하여 전략수행을 정확히 하였으나 구한 답에 오류가 있음.	1
		그래핑 계산기를 활용하여 전략을 전혀 수행을 하지 않았거나 구한 답이 완전히 틀림. 답구하기를 전혀 시도하지 않음.	0
		총점	4

(2) M공Pa 문항의 현장 적용 결과

M공Pa 문항을 현장에 적용하여 지필평가 채점기준표를 바탕으로 분석한 결과를 보면, A학급은 평균 점수가 2.6점(6점 만점)이었고, B학급은 3.8점(6점 만점)으로 B학급의 성취도가 높게 나타났고, 독립표본 t-검정 결과에 의하면 유의수준 .05에서 두 집단간에 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다(t=2.386, p=.022). 두 집단간의 차이를 보다 면밀하게 파악하기 위하여 A, B학급 학생들의 점수 분포를 살펴보았고, 그 결과는 [표 8]과 같다.

[표 8] M공Pa 문항에 대한 A, B학급 학생들의 지필평가 결과

[Table 8] The results of paper and pencil assessment on M공Pa item in A, B classes

학급	점수	6	5.5	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0	계
A	명	3	0	2	0	5	1	4	2	0	0	0	0	9	26
	%	11.5	0	7.7	0	19.2	3.9	15.4	7.7	0	0	0	0	34.6	100
B	명	3	1	5	0	8	8	5	0	1	0	0	0	2	33
	%	9.1	3	15.2	0	24.2	24.2	15.2	0	3	0	0	0	6.1	100

A, B학급을 비교해 봤을 때 A학급의 경우 0점을 받은 학생의 수(9명, 34.6%)가 B학급(2명, 6.1%)에 비해 현저히 높게 나타났는데 이러한 부분이 M공Pa 문항에 대한 두 학급의 평균 점수에 유의미한 차이를 발생시킨 요인으로 추측된다. A학급에서 유독 0점의 응답률이 높게 나타난 데에는 다양한 이유가 있겠지만, 학생들의 계산기에 대한 도구화 수준을 그 이유 중 하나로 추측할 수 있다. [표 10]의 A, B학급 학생들의 도구화 수준 분

석 결과에 의하면, B학급의 경우 도구화 수준이 많이 미흡한 것으로 판단되는 학생이 6.1%인데 반해 A학급의 경우에는 도구화 수준이 많이 미흡한 것으로 판단되는 학생이 19.2%로 다소 높게 나타났다. 주어진 문제를 해결하기 위해서 학생들은 계산기를 적극적으로 활용해야 하는데 도구화 수준이 낮은 학생들의 경우 문제해결에 어려움을 겪을 수도 있고, 더 극단적인 경우에는 문제해결을 시도조차 못하는 경우도 발생할 수 있을 것으로 생각된다.

[그림 1]은 문제해결 영역 문항의 관찰평가를 위한 관찰체크리스트이고, 이를 통해 A, B학급을 분석한 결과는 [표 9]와 같다. 문제해결영역의 평가요소인 '이해와 전략'과 '실행 및 답구하기'에 대해서 A학급의 경우 평균 점수가 각각 1.3점, 0.7점(2점 만점)이었고, 전체 평균 점수는 2.0점(4점 만점)이었다. B학급의 경우에는 평가요소별로 평균 점수가 각각 1.9점, 1.0점(2점 만점)이고, 전체 평균 점수는 2.9점(4점 만점)이었다. 특히, A학급은 '이해와 전략', '실행 및 답구하기'요소에서 0점인 학생들이 34.6%, 38.5%로 본 문항을 수행하는데 전혀 시도조차 못하는 것으로 나타났고, B학급의 경우에는 '이해와 전략' 요소에서 2점을 받은 학생이 90.9%로 문제를 대부분 잘 이해하고 있었지만 전략을 수립하여 답을 구하는 과정에서는 1점 이하인 학생들이 90.9%로 학생 대부분이 오류를 범하거나 시도를 못하면서 어려워하고 있었다. 계산기에 대한 도구화 수준으로서 '도구사용의 적절성' 요소에 대해서는 A학급의 평균 점수가 1.1점(2점 만점)이었고, B학급은 1.2점(2점 만점)으로 두 학급 모두 보통 이상의 도구화 수준을 보여주었다. [표 10]은 M공Pa 문항에서 A, B학급 학생들의 도구화 수준을 나타낸다.

학급	평가 영역	수학적 문제해결								도구사용			
		이해와 전략				실행 및 답구하기				적절성			
학생 순번	학생 이름	0	1	2	기타	0	1	2	기타	0	1	2	기타
1	○○	✓				✓				✓			

[그림 1] 문제해결영역 문항의 관찰체크리스트⁵⁾

5) 관찰체크리스트에서 '기타'는 월등한 학생으로서 성취수준이

[Fig. 1] Observation checklist for problem-solving items
 [표 9] M공Pa 문항에 대한 A, B학급의 관찰평가 결과
 [Table 9] Results of the assessment based on observation on M공Pa item in A, B classes

		배점	0	1	2	평균	
A학급 (N=26)	이해와 전략	9 (34.6%)	0 (0%)	17 (65.4%)	1.3	2.0	0.7
	실행과 답구하기	10 (38.5%)	13 (50%)	3 (11.5%)			
B학급 (N=33)	이해와 전략	2 (6.1%)	1 (3.0%)	30 (91%)	1.9	2.9	1.0
	실행과 답구하기	2 (6.1%)	28 (84.9%)	3 (9.1%)			

[표 10] M공Pa 문항에 대한 A, B학급의 도구화 수준
 [Table 10] Students' instrumentalization level on M공Pa item in A, B classes

		많이 미흡	보통	성취	기타 (월등)	평균
		0	1	2	2	
A학급 (N=26)	도구사용의 적절성	5 (19.2%)	13 (50%)	6 (23.1%)	2 (7.7%)	1.1
B학급 (N=33)	도구사용의 적절성	2 (6.1%)	22 (66.7%)	7 (21.2%)	2 (6.1%)	1.2

2) 추론 영역

(1) M공Rb 문항 개발

중학교 2학년의 함수 단원에서 가장 중요한 학습 목표는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 이해하고 그 그래프를 그릴 수 있으면서, 함수식과 그래프 사이의 성질을 이해하는 것이다. 이때, 학생들이 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 효과적으로 이해하기 위해서는 학생 스스로 다양한 일차함수의 그래프를 그려보고 확인하는 활동이 반드시 선행되어야 한다. 그래핑 계산기는 함수식의 입력과 그래프의 확인이 쉬울 뿐 아니라 'Apps' 기능을 활용하면 계수값의 변화에 따른 그래프의 변화를 즉각적으로 확인할 수 있다. 따라서 학생들은 본 평가문항을 통하여 다양한 함수식을 입력하고 규칙을 발견하면서(평가요소:R3) 그래프의 성질에 대한 일반화된 추론이 가능해

'성취'와 같은 2점을 부여하되 학생생활기록부의 과목별세부능력특기사항에 기재할 수 있도록 개발되었다(고상숙 외, 2013).

지도록(평가요소:R1, R2) 문항을 구성하였다. 이는 현직 교사들을 대상으로 실시했던 추론 능력에 대한 평가요소 중 높은 순위를 차지한 요소(평가요소:R1, R2, R3)를 반영한 결과이다(고상숙 외, 2013). M공Rb 문항의 경우 그래핑 계산기의 활용 절차를 제시하고 이를 문제해결 과정의 평가요소로 포함시킴으로써 계산기 활용을 적극적으로 유도하였다. 또한 학생들의 그래프 정보의 해석이나 표상의 변환을 통한 추론의 과정을 평가할 수 있도록 문항을 개발하였다. 최종 개발된 추론 영역의 평가문항 M공Rb과 모범답안은 <부록>에 첨부하였다. [표 11], [표 12]는 M공Rb 문항의 지필평가를 위한 채점기준표와 관찰평가를 위한 채점기준표이다.

[표 11] M공Rb 문항의 지필평가를 위한 채점기준표
 [Table 11] Scoring rubric on M공Rb item for paper and pencil assessment

문항 번호	평가요소 (채점 단계)	(분석적) 채점기준	점수화
1	R1 (자료 수집)	주어진 절차에 따라 그래프의 변화를 올바르게 확인하고 좌표평면상에 서로 평행인 5개의 그래프를 정확히 나타냄.	2
		주어진 절차에 따라 그래프의 변화를 올바르게 확인하였으나 좌표평면상에 5개의 그래프를 나타내는 데 오류 또는 부분적인 누락이 있음.	1
		주어진 절차에 따라 그래프의 변화를 확인하지 못하였거나 좌표평면상에 그래프를 전혀 나타내지 못함.	0
1	R2 (규칙 발견 및 확인)	$y = 3.14x + b$ 의 그래프에서 b 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 로 변하면서 그래프가 y 축 방향으로 평행이동함을 정확히 서술함.	2
		$y = 3.14x + b$ 의 그래프에서 b 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 로 변하면서 그래프가 y 축 방향으로 평행이동함을 서술하였으나 논리적 오류 또는 부분적인 누락이 있음.	1
		$y = 3.14x + b$ 의 그래프에서 b 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 로 변하면서 그래프가 y 축 방향으로 평행이동함을 전혀 서술하지 못하였거나 또는 관련 없는 내용을 서술함.	0
1	R3 (일반화)	$y = ax + b$ 의 그래프가 b 값의 변화 따라 어떤 특징을 가지고 있는지 바르게 서술함.	2
		$y = ax + b$ 의 그래프가 b 값의 변화 따라 어떤 특징을 있는지 서술하면서 논리적 오류 또는 누락이 있음.	1
		$y = ax + b$ 의 그래프가 b 값의 변화 따라 어떤 특징을 있는지 전혀 서술하지 못했거나 또는 관련 없는 내용을 서술함.	0
총점			6

[표 12] M공Rb 문항의 관찰평가를 위한 채점기준표
[Table 12] Scoring Rubric on M공Rb item for the assessment based on observation

문항 번호	평가요소 (채점 영역)	채점기준	점수화
1	R1, R2 (추론 과정)	주어진 절차에 따라 계산기를 활용하여 그래프의 변화를 올바르게 확인하고 5개의 그래프를 그려보면서 $y=3.14x+b$ 의 그래프에서 b 의 특징 발견하는데 적절히 수학적 추론을 사용함.	2
		주어진 절차에 따라 계산기를 활용하여 그래프의 변화를 확인하였으나 5개의 그래프를 그려보는데 오류 또는 누락이 있고, $y=3.14x+b$ 의 그래프에서 b 의 특징 추론하는데 논리적 오류가 있음.	1
		주어진 절차에 따라 그래프의 변화를 확인하지 못하였거나 전혀 그래프를 그리지 못하고, $y=3.14x+b$ 의 그래프에서 b 의 특징 발견하는데 전혀 수학적 추론을 시도하지 않음.	0
1	R3 (답구하기)	Graphing Transformation을 통해 그래프의 변화를 확인하여 5개의 그래프를 정확히 그리고, $y=ax+b$ 의 그래프가 b 값의 변화 따라 어떤 특징을 가지고 있는지 그 추론과정을 누락 없이 서술하였으며, b 의 역할을 추론하여 올바른 답을 서술함.	2
		그래프의 변화를 확인하여 5개의 그래프를 그리는데 오류 또는 누락이 있고, $y=ax+b$ 의 그래프가 b 값의 변화 따라 어떤 특징을 있는지 추론하여 답을 서술하면서 논리적 오류 또는 누락이 있음.	1
		그래프의 변화를 확인하여 5개의 그래프를 전혀 그리지 못하고, $y=ax+b$ 의 그래프가 b 값의 변화 따라 어떤 특징을 있는지 추론한 답을 전혀 서술하지 못했거나 또는 관련 없는 내용을 서술함.	0
총점			4

(2) M공Rb 문항의 현장 적용 결과

M공Rb 문항을 현장에 적용하여 지필평가 채점기준표를 바탕으로 분석한 결과를 보면, A학급은 평균 점수가 2.7점(6점 만점), B학급은 3.2점(6점 만점)으로 B학급의 성취도가 다소 높게 나타났으나 독립표본 t-검정 결과에 의하면 유의수준 .05에서 두 집단간에 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다($t=.981, p=.332$). A, B학급 학생들의 점수 분포는 [표 13]과 같다.

[그림 2]는 추론 영역 문항의 관찰평가를 위한 관찰체크리스트이고, 이를 통해 A, B학급을 분석한 결과는 [표 14]와 같다. 추론 영역의 평가요소인 '추론과정'과 '답구하기'에 대해서 A학급의 경우 평균 점수가 각각 1.0점, 0.7점(2점 만점)이었고, 전체 평균 점수는 1.7점(4점 만점)이었다. B학급의 경우에는 평가요소별로 평균 점수가 각각 1.2점, 0.9점(2점 만점)이고, 전체 평균 점수는 2.1점

(4점 만점)이었다.

[표 13] M공Rb 문항에 대한 A, B학급 학생들의 지필평가 결과
[Table 13] Results of paper and pencil assessment on M공Rb item in A, B classes

학급	점수	6	5.5	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0	계
A	명	3	0	4	0	1	0	5	0	6	0	2	0	5	26
	%	11.5	0	15.4	0	3.9	0	19.2	0	23.1	0	7.7	0	19.2	100
B	명	1	0	3	0	12	0	7	0	6	0	3	0	1	33
	%	3	0	9.1	0	36.4	0	21.2	0	18.2	0	9.1	0	3	100

학급	평가영역	수학적 추론								도구사용			
B	평가요소	추론 과정				답구하기				적절성			
		0	1	2	기타	0	1	2	기타	0	1	2	기타
학생 순번	이름	0	1	2	기타	0	1	2	기타	0	1	2	기타
1	○○		✓			✓				✓			
⋮													

[그림 2] 추론 영역 문항의 관찰체크리스트
[Fig. 2] Observation checklist for reasoning items

[표 14] M공Rb 문항에 대한 A, B학급의 관찰평가 결과
[Table 14] Results of the assessment based on observation on M공Rb item in A, B classes

		배점	0	1	2	평균	
A학급 (N=26)	추론과정	6 (23.1%)	15 (57.7%)	5 (19.2%)	1.0	1.7	
	답구하기	11 (42.3%)	11 (42.3%)	4 (15.4%)	0.7		
B학급 (N=33)	추론과정	1 (3%)	26 (78.8%)	6 (18.2%)	1.2	2.1	
	답구하기	6 (18.2%)	25 (75.8%)	2 (6.1%)	0.9		

A, B학급 모두에서 '추론과정' 보다 '답구하기' 요소에 대한 평균 점수가 낮게 나타났는데, 이는 그래픽 계산기를 활용하여 추론 과정을 시도하였으나, 자신의 추론 결과를 답으로 정리하는 과정에서 학생들이 어려움을 느낀 것으로 보인다. 이 문항에서 학생들의 계산기에 대한 도

구화 수준의 경우 '도구사용의 적절성' 요소에서는 A, B 학급 모두에서 평균 점수가 0.9점(2점 만점)으로 나타나 다소 낮은 도구화 수준을 보여주었다. 이는 M공Rb 문항이 그래핑 계산기의 어플리케이션 기능의 사용을 요구하고, 그 과정과 절차가 학생들에게 다소 길고 복잡하기 때문인 것으로 추측된다. [표 15]는 M공Rb 문항에서 학생들의 도구화 수준을 나타낸다.

[표 15] M공Rb 문항의 학생의 도구화 수준
[Table 15] Students' instrumentalization level on M공Rb item in A, B classes

		많이 미흡	보통	성취	기타 (월등)	평균
		0	1	2	2	
A학급 (N=26)	도구사용의 적절성	7 (26.9%)	15 (57.7%)	2 (7.7%)	2 (7.7%)	0.9
B학급 (N=33)	도구사용의 적절성	7 (21.2%)	24 (75.7%)	1 (3.0%)	1 (3.0%)	0.9

3) 수학적 의사소통 영역

(1) M공Ca 문항 개발

M공Ca 문항은 일차·이차 함수와 그 그래프에 대한 문제로 교점을 구하는 과정에서 학생들의 수학적 의사소통 능력을 평가하고자 개발되었다. 두 함수의 그래프의 교점은 그래핑 계산기의 교점 구하는 기능을 이용하면 손쉽게 구할 수 있다. 교사는 학생들이 구성한 대본을 통해 그들의 논리적 사고 과정을 확인할 수 있을 뿐 아니라(평가요소:C3), 수학적 용어, 기호를 정확히 이해하여 사용하고 있는지(평가요소:C1, C2, C6)를 평가할 수 있다. 이는 현직 교사들을 대상으로 실시했던 수학적 의사소통 능력에 대한 평가요소 중 높은 순위를 차지한 요소(평가요소:C1, C2, C3)를 반영한 결과이기도 하다(고상숙 외, 2013). 또한 역할극 대본을 작성할 때 그래핑 계산기와 이를 활용하는 것이 가장 핵심이 되는 소재이기 때문에 학생들은 계산기를 적극적으로 활용하고자 할 것이다. 본 연구에서 최종 개발된 의사소통 영역의 평가문항 M공Ca와 모범답안은 <부록>에 첨부하였다. 다음 [표 16], [표 17]은 이 문항에 대한 지필평가 및 관찰평가에 활용할 수 있는 채점기준표이다.

[표 16] M공Ca 문항의 지필평가를 위한 채점기준표
[Table 16] Scoring rubric on M공Ca item for paper and pencil assessment

문항 번호	평가 요소	(총체적) 채점기준	점수화
1	C1, C2, C3, C6	그래핑 계산기를 활용하여 그래프와 함수식을 작성하는데 수학적 용어와 기호, 그래프 표현 등을 적절하고 정확하게 사용함. 보물의 단서에 대한 이차함수와 일차함수의 그래프의 교점을 정확히 구하고, 그 과정을 논리적으로 명확하고 빠짐없이 잘 설명함.	6
		함수식과 그래프를 수학적 용어와 기호를 적절하게 사용하여 표현했으나, 보물의 단서에 대한 이차함수와 일차함수의 그래프의 교점을 구하는 과정에서 부분적인 논리적 비약 또는 오류가 있음.	4
		함수식과 그래프에 대한 수학적 용어와 기호를 부분적으로 부적절하게 사용하였으나, 보물의 단서에 대한 이차함수와 일차함수의 그래프의 교점을 구하는 과정에 대해서 논리적으로 명확하고 빠짐없이 잘 설명함.	2
		함수식과 그래프를 표현하는데 수학적 용어와 기호를 부분적으로 부적절하게 사용하였고, 이차함수와 일차함수의 그래프의 교점을 구하는 과정에서 부분적인 논리적 비약 또는 오류가 있음.	0
		함수식과 그래프를 표현하는데 수학적 용어와 기호를 부분적으로 부적절하게 사용하였고, 이차함수와 일차함수의 그래프의 교점을 구하는 과정을 전혀 설명하지 않았거나 자신만의 언어로만 설명함.	0
		함수식과 그래프를 나타내는데 수학적 용어와 기호를 전혀 사용하지 못했고, 이차함수와 일차함수의 그래프의 교점을 구하는 과정을 전혀 설명하지 못함.	0
		점 수	6

[표 17] M공Ca 문항의 관찰평가를 위한 채점기준표
[Table 17] Scoring Rubric on M공Rb item for the assessment based on observation

문항 번호	평가요소 (채점영역)	채점기준	점수화
1	C1, C2, C6 (수학적 언어와 표현 사용)	함수식 $y = a(x-p)^2 + q$ 과 그래프에 관련된 수학적 용어와 기호를 적절하게 사용할 줄 앎.	2
		함수식과 그래프에 대한 수학적 용어와 기호 사용에 약간의 누락 또는 논리적 오류가 있음.	1
		함수식과 그래프를 나타내는데 수학적 용어와 기호를 전혀 사용하지 못함.	0
	C3 (논리성)	$y = a(x-p)^2 + q$ 에서 a, p, q 와 이차함수의 그래프의 관련성을 서술(수행)하는데 논리적으로 명확하고 빠짐없이 잘 설명함.	2
		$y = a(x-p)^2 + q$ 에서 a, p, q 와 이차함수의 그래프의 관련성을 서술(수행)하는데 누락 또는 논리적 오류가 있음.	1
		$y = a(x-p)^2 + q$ 에서 a, p, q 와 이차함수의 그래프의 관련성을 전혀 설명(수행)하지 못하였거나 관련 없는 내용 자신만의 언어로 서술함.	0
		총점	4

(2) M공Ca 문항의 현장 적용 결과

M공Ca 문항을 현장에 적용하여 지필평가 채점기준표를 바탕으로 분석한 결과, C학급의 평균 점수는 1.9점(6점 만점)이었다. [표 18]은 이 문항에 대한 C학급 학생들의 지필평가 결과를 나타낸다. 이 문항에서 0점을 받은 학생이 16명(45.5%)으로 많은 비중을 차지하였는데 그 학생들의 경우 그래핑 계산기 화면에 나타난 그래프를 좌표평면 상에 제대로 그리지 못했고, 답안으로 작성한 역할극의 대부분은 수학적 용어와 기호를 전혀 사용하지 않았거나 전혀 수학적이지 않는 자신만의 언어적 표현으로 답안을 서술하는 경우가 많았다. 이 문항에서 주어진 두 함수의 교점을 구하는 것은 그래핑 계산기의 기능을 이용하면 쉽게 구할 수 있었기 때문에 문제해결력, 추론 능력이 부족한 학생들일지라도 수학적 의사소통 영역에서 높은 평가를 받는 경우도 있었다. 이 문항에서 많은 학생들이 실수를 한 부분은 그래프의 교점을 서술하는 부분이었었는데 12명의 학생들은 그래프의 교점을 (0,2)라고 잘못 제시하였다. 이는 교점을 확인할 때 그래핑 계산기의 'Zoom'기능을 활용하지 않고 눈에 보이는 데로 교점의 좌표를 구했기 때문인 것으로 분석되었다. 학생들의 이런 오류는 공학적 도구를 활용하여 문제를 해결할 때 공학적 도구를 활용하는 과정에서 발생할 수 있는 자신의 조작적 실수에 대해 학생 스스로 반성할 수 있는 기회를 갖기 어렵고, 과제를 해결하기 위해 학생들이 심사숙고하기 보다는 답을 쉽게 추측할 수 있도록 하는 공학적 도구의 시각적 표상을 맹신하는 학생들의 태도로 기인한 결과로 볼 수 있다. 따라서 공학적 도구를 사용하여 문제를 해결할 때 교사는 학생들에게 자신의 문제 해결 과정에 대한 반성의 필요성을 더욱 강조해야 할 것이다.

[표 18] M공Ca 문항에 대한 C학급 학생들의 지필평가 결과

[Table 18] Results of paper and pencil assessment on M공Ca item in C class

점수	6	4	2	0	계
명	5	9	5	16	35
%	14.3	25.7	14.3	45.7	100

[그림 3]은 수학적 의사소통 영역의 관찰평가 체크리

스트이고, [표 19]는 C학급을 분석한 결과이다. 의사소통 영역의 평가요소인 '수학적 언어와 표현의 사용'과 '논리성'에 대해서 C학급의 평균 점수가 각각 0.7점, 0.6점(2점 만점)이었고, 전체 평균 점수는 1.3점(4점 만점)이었다. 특히, C학급은 '수학적 언어와 표현의 사용', '논리성' 요소 모두에서 0점인 학생들이 48.6%, 54.3%로 높은 비중을 차지하였는데, 그 학생들은 본 문항을 수행하는데 전혀 시도조차 못하거나 문제와는 관련이 없는 답안을 작성한 것으로 나타났다.

학급	평가 영역	수학적 의사소통								도구사용			
		수학적 언어와 표현의 사용				논리성				적절성			
C	평가 요소	0	1	2	기타	0	1	2	기타	0	1	2	기타
학생 순번	학생 이름												
1	○○			√			√					√	
⋮													

[그림 3] 수학적 의사소통 영역 문항의 관찰체크리스트 [Fig. 3] Observation checklist for mathematical communication items

[표 19] M공Ca 문항에 대한 C학급의 관찰평가 결과 [Table 19] Results of the assessment based on observation on M공Ca item in C class

	배점	0	1	2	평균	
		C학급 (N=35)	수학적 언어와 표현 사용	17 (48.6%)	13 (37.1%)	5 (14.3%)
	논리성	19 (54.3%)	11 (31.4%)	5 (14.3%)	0.6	

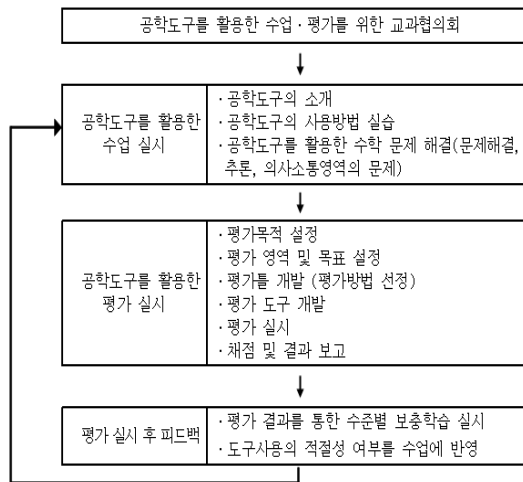
계산기에 대한 도구화 수준은 평균 점수가 1점이었지만 계산기를 많이 미흡하게 사용하는 학생들이 28.6%로 다소 높게 나타났다. 의사소통 문항에서 0점을 받은 학생들의 비율이 높은 것도 학생들의 도구화 수준과도 관련이 있을 것으로 추측된다. 따라서 이 문항을 평가문항으로 활용하기 위해서는 사전에 학생들의 계산기에 대한 도구화 수준을 확인하여 학생들의 도구화 수준이 수학적 의사소통 능력의 평가에 미치는 영향을 최소화 할 필요가 있다. [표 20]은 M공Ca 문항에서 C학급 학생들의 도구화 수준을 나타낸다.

[표 20] M공Ca 문항의 학생의 도구화 수준
 [Table 20] Students' instrumentalization level on M공Ca item in C class

N=35	많이 미흡	보통	성취	기타 (월등)	평균
	0	1	2	2	
도구사용의 적절성	10 (28.6%)	15 (42.9%)	7 (20%)	3 (8.6%)	1

2. 평가 매뉴얼

본 연구를 통해 개발된 평가도구를 활용한 평가 방법에 대한 교사들의 이해를 돕고, 보다 적극적인 현장 보급 및 확산을 돕기 위하여 공학도구를 활용한 평가 매뉴얼 또한 개발하였다. [그림 4]는 공학도구를 활용한 평가의 절차를 보여준다.



[그림 4] 공학도구를 활용한 평가 절차
 [Fig. 4] Procedures of assessment using technological devices

공학도구를 활용한 평가의 절차는 다음과 같이 진행될 수 있다.

첫 번째 단계에서는 학년 초 수업과 평가에 관한 교과협의회를 통해 공학도구를 활용한 수업 및 평가 실시에 관한 구체적인 계획과 지침을 마련해야 한다. 이때 수업 및 평가에 필요한 공학도구를 주어진 예산 범위 내에서 준비하고 평가도구에 대한 수업 연구와 평가의 공정성 확보를 위한 심도 있는 논의가 선행적으로 이루어져야

할 것이다. 특히, 공학도구를 활용하여 평가를 실시하기 위해서는 일반적으로 현장에서 활용되고 있는 평가 절차를 기본적으로 따르면서 평가에 활용될 공학도구에 대한 학생들의 도구화 수준이 평가의 객관성을 유지하는데 영향을 주지 않아야 한다.

두 번째 단계에서는 교사가 평가하고자 하는 영역에서 공학도구를 활용한 수업을 실시하여 학생들의 도구화 수준을 끌어올려야 한다. 이런 수업에서는 평가에 사용될 공학도구에 대한 소개, 사용방법에 대한 실습을 포함하고 있어야 하며 특히, 공학도구를 활용하여 수학 문제들을 해결하는 기회를 학생들에게 충분히 제공하여 수업과 평가가 자연스럽게 연결이 되고, 공학도구를 활용한 평가의 객관성과 공정성을 확보해 나가야 할 것이다.

세 번째 단계는 공학도구를 활용한 평가를 실시하는 과정이다. 평가를 실시하는 절차는 이미 현장에서 일반화되어 적용되고 있는 평가 절차와 유사하다(고상숙 외, 2012). 그러나 주목해야 할 것은 공학도구를 활용하여 평가를 실시해야 하기 때문에 평가에 활용될 공학도구가 평가 틀(평가하고자 할 영역(내용 영역, 행동영역), 평가 목표, 평가문항 유형, 평가 방법)과 평가도구를 개발하는데 큰 영향을 미칠 수 있다는 것이다. 예를 들어, 그래핑 계산기를 활용하여 평가를 실시한다면 그래핑 계산기의 특징적인 기능을 고려해 볼 때 방정식, 함수, 통계 영역의 평가에 적합하고, GSP, Geogebra를 활용하여 평가를 실시한다면 도형 영역의 평가가 바람직할 것이다. 또한 그래핑 계산기의 특성 상 함수식을 입력하면 그래프와 x, y 변화표를 손쉽게 확인할 수 있기 때문에 단순히 함수식과 그래프의 변화표를 묻는 평가문항보다는 복잡한 수가 포함된 실생활 활용 문제를 평가도구로 개발하면서 자연스럽게 도구 사용이 이루어질 수 있도록 유도하는 것이 필요하다. 물론, 공학도구가 학생들의 학습에 오개념을 주기도 한다. 따라서 공학도구를 활용하여 평가를 실시할 때에는 반드시 평가문항에 대해서 교사가 시뮬레이션 실시하고, 이를 통해 확인된 유의점들을 학생들에게 주지시켜 평가의 객관성을 유지해야 한다. 이는 평가가 실시될 때 교사의 개입 정도를 결정하는 것과 관련이 될 수 있다. 수업에서 충분히 학생들의 도구화를 이끌어내 평가를 준비하였다고 해도 예를 들어 학생이 평가과정 중에 특정 명령어의 사용에 어려움을 갖는 경우가 발생할 때 교사가 어느 정도 개입을 해야 하는지를

미리 숙지하고 있어야 한다.

네 번째 단계는 평가 후 피드백을 실시하는 과정이다. 공학도구를 활용하여 평가를 실시했을 때 학생들의 도구화 수준이 평가 결과에 얼마나 영향을 미쳤는지를 반드시 확인해야 한다. 만약에 학업성적이 매우 우수한 학생이 공학도구의 사용 방법이 익숙지 않아 좋은 평가 결과를 얻지 못했다면 평가의 객관성에 문제가 될 수 있다. 따라서 평가 과정에서 나타나는 학생들의 도구화 수준을 파악하여 수업 시간에 반영할 수 있도록 해야 한다. 평가 후 학생들의 도구화 수준이 낮게 나타났다면, 교사는 평가를 실시하기 전에 학생들이 공학도구에 대한 도구화가 이루어질 수 있도록 도구의 사용법을 익힐 수 있는 충분한 시간이 제공되어야 하며, 그러한 도구를 활용해서 수학 문제를 해결해 보는 기회를 보다 확장시킬 필요가 있다. 또한 평가 결과는 학생들의 수준별 보충 학습을 위한 자료로도 활용할 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 그래핑 계산기를 활용한 수학적 과정에 대한 평가도구 개발 과정 및 공학도구를 활용한 평가의 절차에 대해서 소개하였다.

본 연구를 통해서 다음과 같은 결론 및 시사점을 도출하였다.

첫째, 본 연구를 통해 개발된 문항에 대한 타당도 및 현장 적용성을 알아보기 위하여 중학교 2, 3학년 학생들을 대상으로 예비검사와 본검사를 실시하였다. 본검사의 경우 지필평가 결과와 관찰평가 결과에 대한 분석이 동시에 이루어졌는데 두 종류의 평가의 결과가 거의 일치함을 알 수 있었고, 이는 두 체점체계가 잘 구성되었음을 의미한다고 볼 수 있다.

둘째, 현장 적용 결과에 의하면 학생들의 도구화 수준이 성취도에 영향을 미치는 것으로 파악되었다. M공Pa 문항의 경우 A, B학급의 평균 점수에서 유의미한 차이가 나타났는데 이는 A학급에서 0점을 받은 학생의 비율이 B학급 보다 다소 높게 나타난 결과로 추측된다. A학급의 경우 계산기 사용에 대한 도구화 수준이 많이 미흡한 학생의 비율이 B집단 보다 높게 나타났는데 도구화 수준이 낮은 학생들의 경우 문제해결을 시도조차 못

할 가능성이 큰 것으로 생각된다. 이러한 특성은 M공Ca 문항에 대한 학생들의 결과에서도 나타났다. 이 문항에서 0점을 받은 학생들의 비율이 45.7%로 매우 높게 나타났는데, 이 문항에서 도구화 수준이 많이 미흡한 것으로 파악된 학생도 28.6%로 다소 높게 나타났다. 따라서 이 문항들을 평가문항으로 활용하기 위해서는 사전에 학생들의 계산기에 대한 도구화 수준을 확인하여 학생들의 도구화 수준이 수학적 능력의 평가에 미치는 영향을 최소화 할 필요가 있다. 즉 학생들의 수학적 능력에 대한 평가에 공학적 도구의 활용 능력이 부정적인 영향을 미치는 것을 방지하기 위해서 사전에 공학적 도구에 대한 사용 방법을 익힐 수 있는 충분한 시간이 마련되어야 하며 공학적 도구를 활용해서 문제를 해결해 보는 경험 또한 제공되어야 한다.

셋째, M공Rb 문항에 대한 학생들의 도구화 수준은 A, B학급 모두에서 평균 점수가 0.9점(2점 만점)으로 다소 낮게 나타났다. 이는 M공Rb 문항이 그래핑 계산기의 어플리케이션 기능의 사용을 요구하고, 그 과정과 절차가 학생들에게 다소 길고 복잡하기 때문인 것으로 추측된다. 따라서 현장에서 이 문항을 평가 문항으로 활용할 경우에 교사들은 그래핑 계산기의 어플리케이션 기능에 대한 참고 자료를 평가 문항과 함께 제공하기를 제안한다.

넷째, 수학적 의사소통 능력의 평가 문항인 M공Ca 문항에서 학생들의 성취도가 다소 낮게 나타났다. 그 이유는 학생들의 도구화 수준을 포함하여 여러 가지가 있을 것으로 추측되지만 평가 영역 자체로 기인한 결과로도 볼 수 있다. 수학적 의사소통 능력 평가의 경우 '수학적 언어와 표현의 사용' 및 '논리성'을 평가요소로 두는데 이러한 평가요소는 학생들이 익숙한 기존의 지필평가 평가요소와는 크게 다르다. 실제로 M공Ca 문항의 답안으로 작성한 역할극의 대본에는 수학적 용어와 기호를 전혀 사용하지 않았거나 전혀 수학적이지 않는 자신만의 언어적 표현으로 답안을 서술하는 경우가 많았다. 즉 학생들은 자신의 생각을 표현하는데 있어서 수학적 용어나 기호의 사용에 어려움을 겪는 것으로 나타났다. 수학적 의사소통 능력은 수학적 문제해결이나 추론 능력과 더불어 학생들이 발달시켜야 하는 중요한 수학적 능력 중 하나이다. 따라서 교사들은 학생들이 수학적 의사소통 능

력을 발달시킬 수 있도록 교수-학습 과정 속에서 다양한 활동을 제공할 필요가 있다.

다섯째, 계산기를 활용하여 문제를 해결하면서 학생이 자주 보인 실수 중 하나는 시각적 표상에 대한 성급한 판단이었다. 즉 학생들은 수학적 결과를 정확하게 파악하려고 시도하기 보다는 눈에 보이는 대략적인 결과를 통해서 문제를 해결하는 모습을 볼 수 있었다. 학생들의 이런 오류는 공학적 도구를 활용하여 문제를 해결할 때 공학적 도구를 활용하는 과정에서 발생할 수 있는 자신의 조작적 실수에 대해 학생 스스로 반성할 수 있는 기회를 갖기 어렵고, 과제를 해결하기 위해 학생들이 심사숙고 하기 보다는 답을 쉽게 추측할 수 있도록 하는 공학적 도구의 시각적 표상을 맹신하는 학생들의 태도로 기인한 결과로 볼 수 있다. 따라서 공학적 도구를 사용하여 문제를 해결할 때 교사는 학생들에게 자신의 문제 해결과정에 대한 반성의 필요성을 더욱 강조해야 할 것이다.

여섯째, 본 연구를 통해 개발된 평가도구에 대한 타당도 및 현장 적용성을 높이기 위하여 평가도구에 대한 전문가 검토를 포함한 예비검사와 본검사를 시행하여 최종 평가도구를 개발하였다. 현장 적용 결과를 토대로 여러 차례 문항에 대한 수정, 보완 작업이 이루어졌으나 최종 산출된 평가도구는 그래핑 계산기를 활용한 수학적 과정 평가도구의 예시일 뿐 표준화된 평가도구가 아니므로 현장에서 본 평가도구를 활용할 경우 학생들의 수준이나 교육 환경에 맞게 수정하여 활용할 것을 제안한다.

일곱째, 본 연구에서는 중립형 문항 보다는 적극적인 계산기 활용을 요구하는 문항을 개발하는데 중점을 두었다. 이러한 문항에서는 그래핑 계산기가 복잡한 절차의 계산을 위한 도구뿐 아니라 문제해결을 위한 탐구의 도구로도 활용되어야 하므로 그래핑 계산기를 활용한 평가 문항이 전통적인 평가문항 보다는 조금 더 복잡하고, 난이도 또한 높아질 수 있다. 이럴 경우 평가 자체가 학생들에게는 또 다른 학습 부담으로도 연결될 수 있다. 따라서 교사는 공학도구를 활용한 평가도구를 개발하는 과정에서 공학도구가 학생들의 수학적 능력에 대한 평가에서 어떤 역할을 하는지에 대해서 면밀히 검토할 필요가 있다.

여덟째, 공학도구를 활용한 평가가 원활하게 수행되

기 위해서는 교사의 전문성 뿐만 아니라 도구구비나 시간 확보와 같은 물리적인 요소 또한 고려되어야 한다. 특히, 그래핑 계산기와 같은 공학도구의 경우 고가의 도구 구입 비용으로 인해서 학교 현장에서 쉽게 활용할 수 없다는 인식이 높다. 그러나 요즘은 컴퓨터 환경에서 계산기 애플레이터 창을 열어 사용할 수 있고 스마트폰 어플을 이용하는 방법도 있어서 그래핑 계산기를 활용할 수 있는 대안적인 방법이 있으므로 교사들은 이러한 측면을 고려하여 재정적인 문제의 해결을 시도할 수 있다.

참 고 문 헌

- 고상숙, 고호경, 박만구, 홍예운, 한혜숙 (2012). 수학교육 평가론, 서울: 경문사.
- Koh, S., Ko, H., Park, M., Hong, Y., & Han, H. (2012). *Evaluation of mathematics education*, Seoul: Kyungmoonsa.
- 고상숙, 박만구, 한혜숙, 홍예운, 유기중, 이순용 외 (2013). 교구 및 공학도구를 활용한 수학적 과정중심 평가 기반 조성, 서울: 한국과학창의재단.
- Koh, S., Park, M., Han, H., Hong, Y., Yoo, G., & Lee, S., et al. (2013). *Building the foundation of process-based assessment using manipulatives and technologies*, Seoul: Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity research report.
- 박인혜 (2013). CAS형 그래핑 계산기 활용 환경에서 고등학교 수학교과서 평가문항. 석사학위논문, 건국대학교.
- Park, I. (2013). *Investigation to high school mathematics assessment items in CAS calculators environment*. Master's thesis, Kunkook University.
- 박혜숙, 이재학, 김홍중, 백석운, 박경미, 송용진 외 (2009). 창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구, 서울: 한국과학창의재단.
- Park, H., Lee, J., Kim, H., Paik, S., Park, K., & Song, Y. et al. (2009). *A study on the model of future-oriented mathematics curriculum focusing on creativity*. Seoul: Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity.
- 신준식, 고정화, 박문환, 박성선, 서동엽 (2011). 수학적 사고력 측정을 위한 수학 평가 도구의 개발, 한국초등수학교육학회지 15(3), 619-640.

- Shin, J., Ko, J., Park, M., Park, S., & Seo, D. (2011). Development of the items for the assessment of mathematical thinking, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 15(3), 619-640.
- 이중희, 김선희, 채미애 (2001). 수학적 의사소통 능력의 평가기준 개발, *수학교육학연구* 11(1), 207-221.
- Lee, C., Kim, S., & Chae, M. (2001). The assessment rubric development of mathematical communication ability, *The Journal of Educational Research in Mathematics* 11(1), 207-221.
- 전평국, 김은희, 김원경 (2002). 수학적 추론 능력 평가기준에 관한 연구, *수학교육논문집* 13(2), 425-455.
- Jeon, P., Kim, E., & Kim, W. (2002). A study on the scoring framework for mathematical reasoning ability, *Communications of Mathematical Education* 13(2), 425-455.
- 정상권, 이경화, 유연주, 신보미, 김구연 (2012). 2011년 과정중심의 수학교과 평가방안 연구, 서울: 한국과학창의재단.
- Chung, S., Lee, K., Yoo, Y., Shin, B., & Kim, G. (2012). *A study on process-focused assessment in school mathematics*. seoul: Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity research report.
- 조지민, 동효관, 옥현진, 임해미, 정혜경, 손수경, 배제성 (2012). OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2012 본검사 시행 보고서. 한국교육과정평가원. RRE 2012-3-1.
- Cho, J., Dong, H., Ok, H., Rim, H., Jung, H., & Son, S., et al. (2012). *Programme for international student assessment(PISA 2012) main survey technical report*. RRE 2012-3-1, KICE.
- 하미란 (2013). 그레핑 계산기를 활용한 서술형 평가문항 개발에 관한 연구-중학교 9-나 단계 통계 단원을 중심으로-. 석사학위논문. 부산대학교.
- Ha, M. (2013). *A study of development of problems for descriptive evaluation using symbolic graphing calculator II-92* Master's thesis, Pusan National University.
- 홍예윤 (2011). 대학수학능력시험에서 그래픽 계산기 도입에 관한 고찰: 뉴질랜드 사례를 중심으로. *교사교육연구*, 50(3), 105-118.
- Hong, Y. Y.(2011). Grapic calculator and university entrance examination: the case in New Zealand. *Teacher Education Research*, 50(3), 105-118.
- 홍예윤, 고상숙 (2012). 그레핑 계산기를 활용한 평가방안: 미적분관련 문제를 중심으로. *교과교육학연구*, 16(4), 1045-1069.
- Hong, Y. Y. & Cho-Koh, S. S.(2012). Some ideas about mathematical assessment using a graphing calculator: problems with differential & integral calculus. *Journal of Research in Curriculum Instruction*, 16(4), 1045-1069.
- Adams, T.L. (1997). Technology makes a difference in community college mathematics teaching, *Community College Journal of Research and Practice* 21(5), 481-491.
- Anderson, M., Bloom, L., Mueller, U., & Pedler, P. (1999). The impact of the graphics calculator on the assessment of calculus and modeling, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 30(4), 489-498.
- Borwein, J.M. (2005). The experimental mathematician: the pleasure of discovery and the role of proof. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 10(2), 75-108.
- Bradley, J. (1995). *Technology and assessment - An international experience*, Paper presented at the 5th Annual Australian Bridging Mathematics Network Conference, Batchelor, NT.
- Bradley, J., Kissane, B., & Kemp, M. (1996). Graphics calculators in the mathematics curriculum : Integration or differentiation? In J. Abbott & L. Wilcoxson (Eds.), *Teaching and learning within and across disciplines: Teaching and Learning Forum* (21-26). Academic Services Unit, Murdoch University.
- Cavanagh, M. (2005). Working mathematically: The role of graphics calculators. In M. Coupland, J. Anderson, & T. Spencer (Eds.), *Making mathematics vital: Proceedings of the 20th biennial conference of the Australian Association of Mathematics Teachers* (80-86). Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Collins, A. and Bielaczyc, K. (1997) Dreams of technology-supported learning communities, *Proceedings of the Sixth International Conference*

- on *Computer-Assisted Instruction*, Taiwan.
- Forster, P.A. & Mueller, U. (2002). Assessment in calculus in the presence of graphing calculators. *Mathematics Education Research Journal* 14(1), 16-36.
- Harvey, J.G. (1992). Mathematics testing with calculators: Ransoming the hostages. In T.A.Romberg (Ed.), *Mathematics assessment and evaluation: Imperatives for mathematics educators* (149-174). Washington, DC: National Academy Press.
- Kemp, M., Kissane, B., & Bradley, J. (1996). Graphics calculator use in examinations: accident or design? *Australian Senior Mathematics Journal* 10(1), 33-50.
- Kissane, B., Kemp, M. and Bradley, J. (1996) *Graphics calculators and assessment*. In: 8th International Congress on Mathematics Education, Spain.
- Kissane, B., Kemp, M., & Bradley, J. (1995). Student reactions to the use of graphics calculators. In S. Flavel & I. Isaacs (Eds.). *Proceedings of the Mathematics Education Research Group of Australasia 18th Annual Conference* (235-241). Darwin, NT.
- National Academy of Science (1993). *Measuring What counts: A Conceptual Guide for Mathematics Assessment*. Washington, DC: National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *National Council of Teachers of Mathematics Position Statement: Calculators and the Education of Youth*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (1999). *Mathematics Assessment: A Practical Handbook for Grades 9-12*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000a). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000b). *Mathematics Assessment: A Practical Handbook for Grades 6-8*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Malone, J.A., Douglas, G.A., Kissane, B.V., & Mortlock, R.S. (1980). Measuring problem-solving ability. In S. Krulik & R. E. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics. 1980 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (204-215). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Senk, S.L., Beckmann, C.E., & Thompson, D.R. (1997). Assessment and grading in high school mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education* 28(2), 187-215.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' commans process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9(3), 281-307.

**A study on the development of assessment tools using graphing
calculators for the assessment of mathematical process
-focused on middle school mathematics-**

Choi-Koh, Sang Sook

Dankook University

E-mail : sangch@dankook.ac.kr

Joo, Hongyun

Yongdong Middle School

E-mail : almighty@hanmail.net

Han, Hyesook[†]

Dankook University

E-mail : hanhs@dankook.ac.kr

The purpose of this study was to develop the assessment tools using graphing calculators for the assessment of the mathematical process which was emphasized in 2009 reformed mathematics curriculum. In this paper, we presented three sample calculator-based test items for the assessment of students' mathematical process abilities and scoring rubrics for the paper and pencil assessment and assessment based on observation on each item. In order to improve mathematics teachers' understanding of the assessment tools using graphing calculators and to show the procedures of assessment using technological devices, we also drew up assessment guidelines. We hope the results of the study contribute to the promotion of assessment environment encouraging the use of graphing calculators in assessments.

* ZDM Classification : C73

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U70

* Key words : graphing calculators, technological devices,
assessment of mathematical process

† Corresponding author

<부록> 문제해결영역의 평가문항 M공Pa와 모범답안

문항

어느 지역 중학교에서는 점심시간에 방송을 통해서 친구들의 고민을 읽어주고 해결 방법을 응도하는 이벤트를 하고 있다. 다음과 같은 고민을 그래핑 계산기를 활용하여 여러분이 해결해보시오.

고민 사연 : 저에게 맞는 핸드폰 요금제를 가르쳐주면 안되나요? 도와주세요.
 핸드폰 요금이 매달 많이 나와서 항상 어머니에게 혼이 나고 있습니다. 근데 핸드폰 요금제에 대해서 잘 몰라서요 기본료, 통화료, 문자료, 문자료, 문자료 하나도 모르겠어요. 저는 전화는 거의 안 쓰는데, 한 달에 거의 1시간도 안걸 듯합니다. 문자만 거의 몇 백통 쓰는데 요금이 4-5만원정도 나와요. 어떻게 된 건지, 아무튼 저에게 맞는 요금제를 강추 바랍니다. 만약에 요금제를 바꾸면 얼마정도 나올지도 알려주세요.

아래 표는 이동통신 A사의 요금제이다.

요금제 종류	기본료	국내 통화료(원/1초)	문자메세지(원/건)
M1	16,500원	2.7원	30원
M2	21,000원	2.5원	20원
M3	28,000원	2.3원	10원

(단, 전화 통화는 한 달에 1시간을 사용한 것으로 본다.)

① 문자메세지의 건수를 x , 한 달 요금을 y 라고 할 때, 각 요금제에 대한 $y=f(x)$ 의 함수식을 구하고, 그래핑 계산기의 $\boxed{Y=}$ 키키를 눌러 아래 함수식을 입력하시오.

요금제	함수식
M1	$Y_1 =$ <input style="width: 150px;" type="text"/>
M2	$Y_2 =$ <input style="width: 150px;" type="text"/>
M3	$Y_3 =$ <input style="width: 150px;" type="text"/>

모범답안

②-1. 그래핑 계산기의 **TABLE**의 기능을 이용하여 아래 표를 완성하시오.

x	M1	M2	M3
	Y_1	Y_2	Y_3
0			
1			
⋮	⋮	⋮	⋮
375			
376			
377			
378			
379			
⋮	⋮	⋮	⋮
501			
502			
503			
504			
505			
⋮	⋮	⋮	⋮
625			
626			
627			
628			
629			
⋮	⋮	⋮	⋮

②-2. 그래핑 계산기의 **GMV**의 기능을 이용하여 그래프를 확인해보고, **CMC**의 교점좌표를 구하는 기능을 활용하여 각 그래프의 교점 좌표를 구하시오.

M1과 M2의 교점좌표	$x =$ <input style="width: 50px;" type="text"/> $y =$ <input style="width: 50px;" type="text"/>
M2과 M3의 교점좌표	$x =$ <input style="width: 50px;" type="text"/> $y =$ <input style="width: 50px;" type="text"/>
M1과 M3의 교점좌표	$x =$ <input style="width: 50px;" type="text"/> $y =$ <input style="width: 50px;" type="text"/>

③ ②-1, ②-2 문제 풀이를 통하여 사연을 보내준 학생에게 문자 건수에 따라 어떤 요금제를 추천해야 하는지 자세히 서술하시오.

문항번호	평가요소 (해결영역)	모범답안																																																																																														
①	P3, 5 (문제이해)	$M1 : Y_1 = 16500 + 2.7 \times 60 \times 60 + 20 \times X = 26220 + 30X$ $M2 : Y_2 = 21000 + 2.5 \times 60 \times 60 + 20 \times X = 30000 + 20X$ $M3 : Y_3 = 28000 + 2.3 \times 60 \times 60 + 16 \times X = 36280 + 10X$																																																																																														
②	P6 (전략수립)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>M1 Y_1</th> <th>M2 Y_2</th> <th>M3 Y_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>26220</td><td>30000</td><td>36280</td></tr> <tr><td>1</td><td>26250</td><td>30020</td><td>36290</td></tr> <tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td></tr> <tr><td>375</td><td>37470</td><td>37500</td><td>40030</td></tr> <tr><td>376</td><td>37500</td><td>37520</td><td>40040</td></tr> <tr><td>377</td><td>37530</td><td>37540</td><td>40050</td></tr> <tr><td>378</td><td>37560</td><td>37560</td><td>40060</td></tr> <tr><td>379</td><td>37590</td><td>37580</td><td>40070</td></tr> <tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td></tr> <tr><td>501</td><td>41250</td><td>40020</td><td>41290</td></tr> <tr><td>502</td><td>41280</td><td>40040</td><td>41300</td></tr> <tr><td>503</td><td>41310</td><td>40060</td><td>41310</td></tr> <tr><td>504</td><td>41340</td><td>40080</td><td>41320</td></tr> <tr><td>505</td><td>41370</td><td>40100</td><td>41330</td></tr> <tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td></tr> <tr><td>625</td><td>44970</td><td>42500</td><td>42530</td></tr> <tr><td>626</td><td>45000</td><td>42520</td><td>42540</td></tr> <tr><td>627</td><td>45030</td><td>42540</td><td>42550</td></tr> <tr><td>628</td><td>45060</td><td>42560</td><td>42560</td></tr> <tr><td>629</td><td>45090</td><td>42580</td><td>42570</td></tr> <tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td></tr> </tbody> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td>M1과 M2의 교점좌표</td> <td>$x = 378$ $y = 37560$</td> </tr> <tr> <td>M2과 M3의 교점좌표</td> <td>$x = 628$ $y = 42560$</td> </tr> <tr> <td>M1과 M3의 교점좌표</td> <td>$x = 503$ $y = 41310$</td> </tr> </tbody> </table>	x	M1 Y_1	M2 Y_2	M3 Y_3	0	26220	30000	36280	1	26250	30020	36290	⋮	⋮	⋮	⋮	375	37470	37500	40030	376	37500	37520	40040	377	37530	37540	40050	378	37560	37560	40060	379	37590	37580	40070	⋮	⋮	⋮	⋮	501	41250	40020	41290	502	41280	40040	41300	503	41310	40060	41310	504	41340	40080	41320	505	41370	40100	41330	⋮	⋮	⋮	⋮	625	44970	42500	42530	626	45000	42520	42540	627	45030	42540	42550	628	45060	42560	42560	629	45090	42580	42570	⋮	⋮	⋮	⋮	M1과 M2의 교점좌표	$x = 378$ $y = 37560$	M2과 M3의 교점좌표	$x = 628$ $y = 42560$	M1과 M3의 교점좌표	$x = 503$ $y = 41310$
x	M1 Y_1	M2 Y_2	M3 Y_3																																																																																													
0	26220	30000	36280																																																																																													
1	26250	30020	36290																																																																																													
⋮	⋮	⋮	⋮																																																																																													
375	37470	37500	40030																																																																																													
376	37500	37520	40040																																																																																													
377	37530	37540	40050																																																																																													
378	37560	37560	40060																																																																																													
379	37590	37580	40070																																																																																													
⋮	⋮	⋮	⋮																																																																																													
501	41250	40020	41290																																																																																													
502	41280	40040	41300																																																																																													
503	41310	40060	41310																																																																																													
504	41340	40080	41320																																																																																													
505	41370	40100	41330																																																																																													
⋮	⋮	⋮	⋮																																																																																													
625	44970	42500	42530																																																																																													
626	45000	42520	42540																																																																																													
627	45030	42540	42550																																																																																													
628	45060	42560	42560																																																																																													
629	45090	42580	42570																																																																																													
⋮	⋮	⋮	⋮																																																																																													
M1과 M2의 교점좌표	$x = 378$ $y = 37560$																																																																																															
M2과 M3의 교점좌표	$x = 628$ $y = 42560$																																																																																															
M1과 M3의 교점좌표	$x = 503$ $y = 41310$																																																																																															
③	P7 (실행과 답구하기)	그래핑 계산기를 활용하여 나타낸 x, y 변화표와 그래프의 교점 좌표를 통해서 문자를 0개 이상 378개 미만을 사용한 경우 M1 요금제를 사용하고, 문자를 378개 이상 628개 미만을 사용한 경우 M2 요금제를 사용하고, 문자를 628개 이상 사용한 경우 M3을 요금제를 사용하는 것이 유리하다.																																																																																														

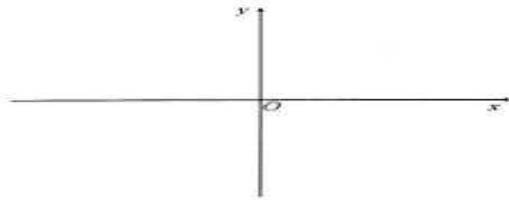
<부록> 추론 영역의 평가문항 M공Rb와 모범답안

그래핑 계산기를 사용하여 일차함수 $y = ax + b$ (단, $a \neq 0$)의 b 가 그래프에서 어떤 역할을 하는지 예를 들어 확인해보고, 물음에 대해서 자세히 답하시오.

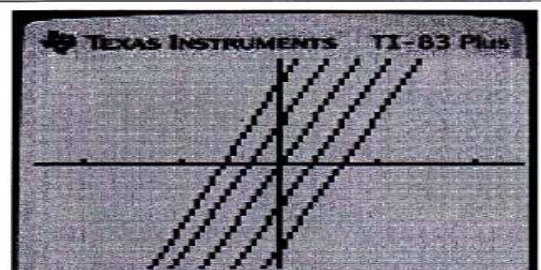
다음 절차에 따라 **Apps** 기능을 이용하여 그래프의 변화를 확인하시오.

1. **Apps** 를 누르고, 'Transfrm'을 실행시킨다.
2. **Y=** 을 누르고, ' $Y_1 = AX + B$ '를 입력한다.
3. **WINDO** 을 누르고 'SETTINGS'에서 '**≡≡**'를 활성화시킨 후, ' $A=2$ ', ' $B=-2$ ', 'Step=1', 'Max=2'를 입력한다.
4. **GRAPH** 를 누르시오.

위의 절차를 활용하여, $y = 3.14x + b$ 에서 b 값이 -2, -1, 0, 1, 2로 변함에 따라 그래프가 어떻게 변화되는지 확인하여 아래 좌표평면에 나타내보고, $y = 3.14x + b$ 의 그래프가 b 값에 변화 따라 어떻게 변하는지 그 특징을 자세히 쓰시오, 그리고 일차함수식 $y = ax + b$ 에서 b 는 어떤 역할을 하는지 자세히 쓰시오.




문항

문항번호	평가영역 (평가요소)	모범답안
1	R1 (자료수집)	
	R2, R3 (규칙발견 과 확인)	$y = ax + b$ 에서 $a = 3.14$ 이고, b 는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 로 변하므로 $y = 3.14x - 2, y = 3.14x - 1, y = 3.14x, y = 3.14x + 1, y = 3.14x + 2$ 그래프가 화면에 나타난다(그래프에 표시할 수도 있음). $y = 3.14x - 2$ 의 그래프를 기준으로 b 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 로 변하면서 그래프는 y 축 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동한다.
	R3 (일반화)	일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 b 의 값에 따라 $y = ax$ 의 그래프를 기준으로 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한다(b 는 y 절편을 결정한다).

모범답안

<부록> 수학적 의사소통영역의 평가문항 M3Ca와 모범답안

문 항	<p>아래 제시된 상황을 이용하여 역함수 개념을 구성하고, 역함수를 실시해 보자. 등장인물, 내용 구성을 자유롭게 창의적으로 구성해보자.</p> <p>오랜 옛날부터 수학나라에 한 무인도에 엄청난 보물이 숨겨져 있다는 전설이 내려져 오고 있었다. 보물이 숨겨진 위치를 알 수 있는 유일한 단서가 다음과 같이 써져 있었다. 보물을 찾기 위한 유일한 도구는 <u>그래핑 계산기</u>이다. 자 그럼, 이제, 보물을 찾으러 가 볼까요?</p>		<table border="1"> <tr> <td>작 품 명</td> <td></td> </tr> <tr> <td>등 장 인 물</td> <td></td> </tr> </table>	작 품 명		등 장 인 물	
	작 품 명						
등 장 인 물							
모 범 답 안	1	<p>평가 요소</p> <p>C1 C2 C3 C6</p>	<p style="text-align: center;">모범답안</p>  <p style="text-align: center;">작품명 : 수학나라 무인도 섬의 보물을 찾아라. 등장인물 : 과학자, 수학자, 탐험가</p> <p>탐험가 : 수학나라의 무인도에 엄청난 보물이 묻혀 있다는 전설은 수 천년 동안 내려져 오고 있고, 과학자 : 보물을 찾기 위한 유일한 단서가 발견되었다고 하던데요. 탐험가 : 바로 이것이 그 단서입니다. 제가 정말 어렵게 구성조, 탐험가 : 이 단서를 풀기 위해서 수학에 대가이신 선생님을 어렵게 모셔왔습니다. 수학자 : 허하... 그렇군요. 탐험가 : 자, 이제 이 단서를 통해서 보물의 위치를 말씀해주세요. 수학자 : 음... 봅시다. 수학자 : 첫 번째 단서에서 먼저 이차함수식을 구해야 합니다. x^2의 계수가 1이고, 꼭짓점의 좌표가 (1, 2)인 이차함수는 $y = (x - 1)^2 + 2$가 됩니다. 수학자 : 두 번째 단서에서는 기울기가 -4이고, y절편이 2인 일차함수를 구하면 $y = -4x + 2$가 됩니다. 수학자 : 음... 그런데 이 두 함수의 그래프 위에 보물이 묻혀있는데 이것이 무슨 말인지 잘 이해가 가지 않는군요. 과학자 : 좋은 방법이 있습니다. 바로 이 최신 계산기를 이용하는 것이지요. 과학자 : 이 계산기는 함수식을 입력만 하면 바로 그래프가 나오기 때문에 보물의 위치를 바로 알 수 있을 것 입니다. 탐험가 : 대단합니다. 빨리 실행시켜 보세요. 과학자 : (그래핑 계산기를 누르며) 자, 이차함수식과 일차함수식을 입력하고 그래프를 확인해 보겠습니다. 수학자 : (그래프를 보며) 아! 이제 이해가 되었습니다. 바로 이 이차함수 그래프와 일차함수 그래프의 교점이 보물이 숨겨진 위치입니다. 탐험가 : 그 위치가 어떻게 됩니까? 수학자 : 음... 제 능력으로는 정확한 좌표의 위치를 알지 못하겠습니다. 과학자 : 허하, 걱정마세요. 이 계산기만 있으면 두 그래프의 교점좌표를 알 수 있습니다. 과학자 : (CALC키를 누르고, 교점좌표를 구하며) 보십시오. 이게 바로 좌표입니다. 탐험가 : (-1, 6)입니다. 찾았습니다. 탐험가 : 자, 그럼 보물을 찾으러 가봅시다. 어서요!!</p>				