

# 경계 조건에 따른 지열 응답 함수의 차이가 수직형 지열 교환기 길이 산정에 미치는 영향

## Impact of Different Boundary Conditions in Generating g-function on the Sizing of Ground Heat Exchangers

김의중(Eui-Jong Kim)<sup>†</sup>

프랑스 리옹 국립 응용 과학원(INSA de Lyon) 에너지-열 공학 센터

Center for Energy and Thermal Sciences of Lyon, INSA de Lyon, Villeurbanne 69621, France

(Received March 3, 2014; revision received April 10, 2014; Accepted: April 12, 2014)

**Abstract** Eskilson's g-function, a well-known geothermal heat response factor, is widely used for sizing of the ground heat exchangers. Unlike the Eskilson's original model that uses common temperature boundaries for all boreholes and along the borehole height, an analytical-solution-based g-function uses a uniform heat transfer rate over the height with variable heat transfer rates for respective boreholes. To evaluate the impact of such a boundary difference on g-function and the design length, a simple case study was carried out on the cooling-dominant commercial buildings. The results show that the design lengths given by the boundary of uniform heat transfer rates are longer than those given by Eskilson's boundary for all cases tested. The difference in length is more important when the bore field is composed of more boreholes with shorter length of each borehole.

**Key words** g-function, Borehole sizing(보어 홀 길이 산정), Differences in boundaries(경계 조건 차이), Finite Line Sources(유한 선 열원)

<sup>†</sup> Corresponding author, E-mail: [euijong.a.kim@gmail.com](mailto:euijong.a.kim@gmail.com)

### 기호설명

$B$  : 지열 교환기 배열 간격 [m]  
 $D$  : 지열 교환기의 매설 깊이 [m]  
 $H$  : 각 교환기 길이 [m]  
 $k_s$  : 지중 열 전달률 [W/mK]  
 $n$  : 지열 교환기 수  
 $q$  : 교환기 단위 길이 당 평균 열류 [W/m]  
 $R$  : 열 저항 [mK/W]  
 $r$  : 보어 홀로부터의 거리 [m]  
 $r_b$  : 보어 홀 반지름 [m]  
 $s$  : 적분 변수  
 $T_b$  : 초기 평균 지중 온도 [°C]  
 $T_g$  : 지열 교환기 외벽의 평균 온도 [°C]  
 $T_m$  : 유체의 평균 온도로 설계 시 가정 [°C]  
 $T_p$  : 온도 가중치(temperature penalty) [°C]  
 $\bar{T}$  : 거리( $r$ )-시간( $t$ )함수 교환기 온도 [°C]  
 $t_s$  : 특성 시간, (=  $H^2/9a$ ) [day]

### 그리스 문자

$a$  : 열확산계수 [ $m^2/day$ ]

$\Omega$  : 지열 교환기 배열 방식

### 하첨자

$l$  : 단일 교환기 케이스  
 $n$  : 다수 지열 교환기 케이스  
 $b$  : 보어 홀  
 $ij$  :  $i$ 에서  $j$ 번째 교환기 사이  
 $h$  : 단위 시간 최대 부하  
 $6h$  : 6시간 열 펄스에 해당하는 열 저항  
 $m$  : 최대 부하가 발생하는 달의 평균 부하  
 $1m$  : 한 달간의 열 펄스에 해당하는 열 저항  
 $y$  : 연 평균 지중 부하  
 $10y$  : 10년간 열 펄스에 해당하는 열 저항  
 $ground$  : 지중 부하  
 $load$  : 건물 부하

## 1. 서론

지중 열을 이용한 지열 열펌프는 연중 안정적인 에너지 효율을 보장하기에 건물의 냉난방용으로 널리 사

용되고 있다. 그러나 천공작업과 U자형 관 매입 및 채움재 보강에 필요한 초기 투자비가 상대적으로 크므로 정밀하게 지열 교환기(혹은 보어 홀이라 부름)의 길이를 산정하는 것은 매우 중요하다.

Eskilson<sup>(1)</sup>은 g-function이라 불리는 지열 응답 함수를 개발하였고 대부분의 지열 교환기 길이 산정 프로그램(예로 EED<sup>(2)</sup>, GLHEPRO<sup>(3)</sup>)에 널리 상용되고 있다. 초기 Eskilson에 의해 제안된 지열 교환기의 경계 조건은 다양한 해석 해를 사용하면서 수정되었다. 경계 조건의 차이가 야기하는 g-function값의 차이는 지열 교환기의 수가 많고 운용 시간이 매우 길 때만 두드러지므로 실제와 가까운 경계 조건이 무엇인지 판단하기가 쉽지 않으며 이에 대한 논의는 활발하게 진행되고 있다.

따라서 본 연구에서는 g-function의 차이가 일반적으로 사용되는 길이 산정 방법에 어떤 영향을 미치는지를 분석하고자 한다. 이를 위해 서로 다른 경계 조건을 상세히 설명하고 일반적인 길이 산정 방법을 이용한 케이스 스터디를 진행하였다.

## 2. 지열 응답 함수

### 2.1 Eskilson g-function

g-function은 주어진 지중 열 특성( $k_s$ )하에서 지열 교환기의 온도 변화( $T_g, T_b$ )와 상응하는 열전달( $q$ )과의 관계를 설명하고 있으며 식으로 나타내면 아래와 같다:

$$T_b = T_g + \frac{q}{2\pi k_s} \times g(t/t_s, r_b/H, B/H) \quad (1)$$

우측의 함수  $g$ 는 무차원 수로 표현된 g-function을 가리키며 Eskilson은 다양한 케이스에 대한 g-function 값을 표로 제공하여 이를 이용할 수 있게 하였다.

Eskilson은 g-function을 계산하기 위해 2차원(cylindrical grid( $r, z$ )) 단일 지열 교환기에 대한 수치 모델을 이용하였으며 시간 간격마다 공간 중첩(spatial superposition) 방법을 이용하여 다수의 지열 교환기에 대한 값을 계산하였다.

경계 조건으로는 외벽 온도  $T_b$ 가 모든 지열 교환기에서 동일하고 동시에 각 교환기의 모든 높이에서 동일하다고 가정하였다. 일반적인 경우 지열 교환기는 병렬 배열 방식으로 연결되므로 각 지열 교환기의 입구 측 유체 온도가 서로 동일하며 입출구 온도차이가 4°C 내외로 비교적 적게 된다. 또한 U자형 관을 통해 유체가 이동하므로 지열 교환기의 각 높이별 평균 유체 온도는 유사할 것이라 가정한 것이다(참조 Fig. 1의 Eskilson). 따라서 이 같은 온도 경계 조건을 사용하면 반대로 높이에 따라 열류는 변화하게 되며 동시에 교

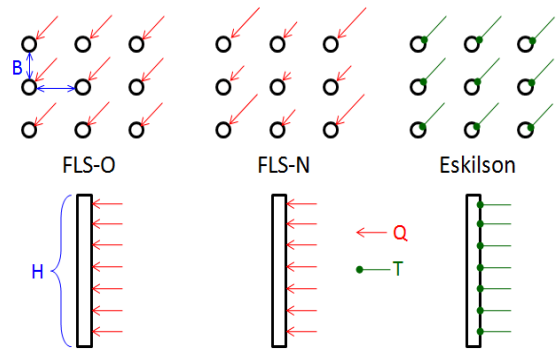


Fig. 1 Different boundary conditions used for generating g-functions.

환기별 평균 열류 또한 다르게 된다.

시간 간격마다 개별  $T_b$ 가 전체 교환기에서 동일하도록 가정하였기에 반복 계산이 필요하며 이는 상당한 계산량을 요구한다. 한 예로 100개 지열 교환기 계산을 위해서는 수 시간이 걸린다.<sup>(3)</sup>

### 2.2 FLS 해법을 기반으로 한 g-function

위와 같은 수치 모델이 아닌 해석적 방법을 사용하면 계산 시간을 현저히 줄일 수 있다는 장점이 있다. 무한확장 선 열원(infinite line-source)을 지열 교환기 계산에 보다 적합하게 수정한 유한 선 열원 해법(finite line-source, 이후 FLS로 사용)이 응답 함수 계산용으로 주로 사용되고 있다. 본 연구에서는 Claesson et al.<sup>(5)</sup>에 의해 변환된 다음의 식을 이용하였다:

$$\begin{aligned} \bar{T}(r, t) - T_g &= \frac{q}{4\pi k_s} \int_{1/\sqrt{4\alpha t}}^{\infty} \exp(-r^2 s^2) \frac{Y(Hs, Ds)}{Hs^2} ds, \quad (2) \\ Y(Hs, Ds) &= 2ierf(Hs) + 2ierf(Hs + 2Ds) \\ &\quad - ierf(2Hs + 2Ds) - ierf(2Ds), \\ ierf(X) &= Xerf(X) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}(1 - \exp(-X^2)) \end{aligned}$$

식(2)는 단일 지열 교환기의 평균 온도 변화를 나타낸 것으로 임의의 지열 교환기 배열 방식에 따른 g-function을 구하기 위해서는 아래 식과 같이 공간 중첩을 통하여 시간별( $t$ ) 전체 지열 교환기의  $T_b$ 를 구하여야 한다.

$$T_b(t) - T_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\bar{T}(r_{ij}, t) - T_g) \quad (3)$$

식(2)에서 모든 지열 교환기에 동일한 열류  $q$ 를 대입하여 g-function을 계산하는 방법은 따로 반복 계산을 필요로 하지 않기에 FLS를 이용하는 대부분의 연구에

서 이러한 경계 조건을 택하였다. Fig. 1의 FLS-O는 이를 설명한 것으로 보여 홀의 전 높이에 대하여 그리고 전체 교환기에 동일한 열류  $q(W/m)$ 를 경계 조건으로 사용하고 있다.

그러나 일정 시간의 시스템 운용 이후에는 지열 교환기 사이의 열적 중첩 현상이 일어나고 이에 따라 중심부 지열 교환기의 경우 외곽에 배치된 교환기에 비해 주변부 온도가 상대적으로 크게 상승(또는 하락)하게 된다. 이에 따라 교환기마다 서로 다른 열 교환이 이루어진다. 따라서 모든 지열 교환기의 평균 열류가 동일할 것이라고 가정한 경계 조건 FLS-O는 실제 물리 현상과 다르며 이를 통하여 계산된 g-function은 과대평가되기 쉽다.<sup>(6)</sup>

Cimmino et al.<sup>(7)</sup>은 FLS-O에서 나타난 물리적 비합리성을 해결하기 위해 시간 간격마다 모든 지열 교환기의 평균 외벽 온도가 동일할 것이라는 Eskilson 가정 아래 각 교환기에 적당한  $q$ 값을 반복 계산을 통해 배정하고 이를 전체 높이에 적용하는 방식을 택하였다. 따라서 Fig. 2의 FLS-N에 보는 바와 같이 높이( $H$ )에 따른 경계 조건은 FLS-O와 동일하나 각 지열 교환기의 평균 열류 값은 위치에 따라 달라진다. 즉 FLS-N는 동일한 온도의 유체가 각 지열 교환기로 유입될 때, 교환기마다 다른 열전달 현상을 묘사할 수 있다(Fig. 2의 FLS-N의 위 그림 참조).

종합하면 FLS-O 경계 조건을 이용하면 빠르게 지열 응답 함수를 계산할 수 있는 장점은 있으나 지열 시스템이 실질적으로 운용될 때의 물리적 현상을 바르게 구현하기 어렵다. FLS-N과 Eskilson 경계 조건은 시간 대별로 모든 지열 교환기의 평균 온도가 모두 동일하고 동시에 평균 열류는 서로 다르다는 공통점이 있다. 그러나 FLS-N의 경우 높이에 따른  $q$ 값이 동일하다고 가정한 반면 Eskilson은 온도가 동일하다고 가정하였다. 서론에서 언급했듯 두 경계 조건 중 어느 것이 실제와

가까운지에 대한 연구는 다양한 방법을 통하여 진행되고 있다.

본 연구에서는 Cimmino et al.<sup>(6-7)</sup>에 의해 개발된 프로세서를 이용하여 FLS-N과 Eskilson 경계 조건을 이용한 g-function을 계산하였다. FLS-O는 앞에서 언급한 이유로 본 연구에서 제외하였다. 아래 Fig. 2는 두 경계 조건을 비교한 것으로 36(6×6)개의 지열 교환기 배열에 해당하는 g-function을 나타낸 것이다.

그림에서 보듯이 다수의 지열 교환기는 단일 교환기와는 달리 일정 시간이 지나면서 주변 교환기와의 열 중첩으로 인해 온도가 크게 증가함을 볼 수 있다. 위의 예에서는  $\ln(t/t_s) = -7$ 에서부터 주변과의 열 중첩이 일어나며 대략  $\ln(t/t_s) = -4$ 에서부터 두 경계 조건 사이의 차이를 보이게 된다. 이는  $H = 100$  m,  $a = 0.082$  m<sup>2</sup>/day일 때 각각 약 12일과 8개월을 가리킨다.

### 3. 지열 교환기 길이 산정

본 연구에서는 ASHRAE에서 제안한<sup>(8)</sup> 길이 산정 방법을 택하였고 이에 따라 필요한 총 지열 교환기 길이  $L$ 은 다음 식으로 표현 된다:

$$L = \frac{q_h R_b + q_g R_{10y} + q_m R_{1m} + q_h R_{6h}}{(T_g + T_p) - T_m} \quad (4)$$

$T_p$ 는 다수의 지열 교환기에 의한 열 중첩을 고려한 가중치를 나타낸다. ASHRAE에서 제안하는  $T_p$ 는 케이스 스터디로 얻어진 근사 값만을 제공하므로 본 연구에서는 Bernier et al.<sup>(9)</sup>에 의해 제안된 g-function을 이용한 상세 계산 방식을 택하였다:

$$T_p = \frac{q}{2\pi k_s} \times g_{n,1}(t/t_s, B/H, \Omega) \quad (5)$$

$$g_{n,1} = g_n(t/t_s, B/H, \Omega) - g_1(t/t_s)$$

식(4)~식(5)로부터 지열 교환기의 길이를 산정하는 방법은 다음과 같다:

- (1) 건물 부하와 히트 펌프 성적 계수(COP)로부터 지중부하( $q_h$ ,  $q_m$ ,  $q_g$ )를 계산한다.
- (2) 지중 및 지열 교환기의 파라미터로부터 필요한 열 저항( $R_b$ ,  $R_{6h}$ ,  $R_{1m}$ ,  $R_{10y}$ )을 계산한다.
- (3) 우선 식(4)에서  $T_p = 0$ (단일 지열 교환기)로 가정한 후 초기 전체 길이  $L$ 을 계산한다.
- (4) 대상 지역의 상황을 고려하여 초기  $L$ 로부터 초기  $H_{initial}$ , 필요한 지열 교환기 수  $n$ , 지열 교환기 배열 간격 등을 선택한다.
- (5) 식(5)로부터 연평균 지중 부하  $q_g$ 와 지열 교환기 배치( $n$ ,  $B$ )를 고려한 10년 후의 g-function 값을 이

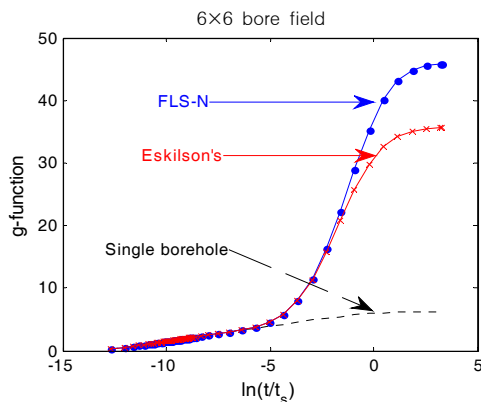


Fig. 2 g-functions generated under different boundary conditions.

용하여  $T_p$ 를 계산하고 이로부터 다시  $L$ 을 계산한다.

- (6)  $H$ 의 함수인  $T_p$ 로부터 계산된  $L$ 과  $H \times n$ 값이 동일해질 때까지  $H$ 를 값을 변경하면서 과정(5)을 반복하고 필요시 과정(4)에서 지열 교환기의 수와 배열을 변경한다.

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 시뮬레이션 조건

본 장에서는 위의 길이 산정 방법을 이용하여 두 가지 경계 조건에 따른 최종 길이  $L$ 의 차이를 비교할 것이다.

Table 1은 이전 연구<sup>(10)</sup>에서 사용된 지열 교환기 물성치를 그대로 나타낸 것으로 식(4)를 위해 필요한 열저항( $R_b, R_{gh}, R_{lm}, R_{lty}$ )을 직접 사용하기 위한 것이다.

따라서 Table 1에 대응하는 열저항 값은 Table 2와 같으며 이는 단일 교환기의 물성치와 지중 특성에만 의존하는 값이다.

본 연구는 냉방 부하가 난방에 비해서 상대적으로 큰 상업 건물을 대상으로 하였다. 일반적으로 해당 건물의 에너지 시뮬레이션을 통하여 건물 부하를 계산하나 계산의 편의를 위해 아래 식(6)을 이용하였다.<sup>(11)</sup> 이어 단순 열펌프 모델인 식(7)을 사용하여 식(4)에 필요한 지중 부하를 계산하였다. 식(6)~식(7)은 건물 및 지중 부하의 실제 거동과는 차이가 있지만 쉽게 재생할 수 있는 장점이 있어 지열 교환기 모델의 검증에 자주

Table 1 Soil and borehole properties

Parameter	Value
<b>Soil</b>	
Thermal conductivity	2.1 W/mK
Thermal diffusivity	0.082 m <sup>2</sup> /day
Initial temperature	10 °C
<b>Borehole</b>	
Borehole radius, $r_b$	7.6 cm
Grout thermal conductivity	2.6 W/mK
Pipe thermal conductivity	0.42 W/mK
Film coefficient inside the pipe	1700 W/m <sup>2</sup> K

Table 2 Effective thermal resistances

Thermal resistance	Value
$R_b$	0.0965 mK/W
$R_{lty}$	0.174 mK/W
$R_m$	0.170 mK/W
$R_{gh}$	0.093 mK/W

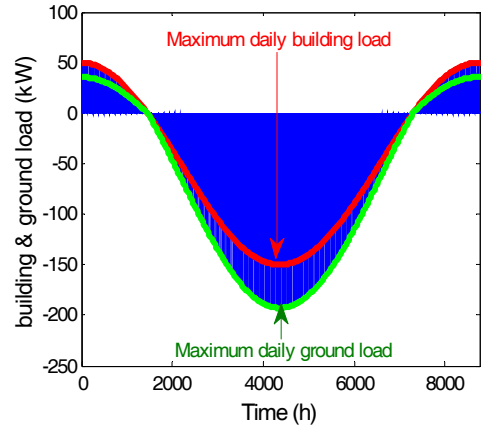


Fig. 3 Building and ground(daily peak) loads calculated by simple equations.

Table 3 Calculated ground load

Calculated ground load	Value
$q_v$	-89.65 kW
$q_m$	-238.52 kW
$q_h$	-385.71 kW

사용되고 있다.

식(6)에서 A와 B는 각각 50과 100으로 설정하였다. 본 연구에서는 냉난방 성적 계수(COP)를 동일하게 3.5로 설정하였고 (+)부호는 냉방, (-)부호는 난방을 가리킨다.

$$q_{load} = - \left[ A + B \sin \left( 270 + \frac{t}{8760} 360 \right) \right] \times \sin \left( \frac{h}{24} 180 \right) \quad (6)$$

$$q_{ground} = q_{load} \times \left( 1 \pm \frac{1}{COP} \right) \quad (7)$$

Fig. 3은 이를 통해 계산된 건물 부하와 지중 부하를 나타낸 것으로 굵은 선은 하루 최대 부하 값을 나타내며 식(6)의 두 번째 사인 함수를 고려하지 않았을 때 직접 얻을 수 있다. 열펌프 특성상 지중 부하는 냉방 시 건물 부하에 비해 더 크고 반대로 난방 시 더 작으며 식(7)을 통해 얻어진 그림은 이를 잘 보여주고 있다. 식(6)~식(7)과 Fig. 3으로부터 지중 부하를 정리하면 Table 3과 같다.

##### 4.2 길이 산정

지열 교환기의 길이를 산정하기 위한 디자인 온도  $T_m$ 은 냉방이 지배적인 상업 건물에서 사용되는 30 °C

로 설정하였다.

길이 산정 과정(1~3)에 의해, 우선 단일 교환기 조건에서 초기  $L$ 은 3231 m로 나타났다. 이는 단일 교환기 일 때 3231 m의 깊이의 천공이 필요하다는 것을 의미한다. 이로부터 본 연구에서는 디자인 과정 4에 의해 Table 4와 같이 서로 다른 두 가지 초기 배열 및 높이를 설정하였으며 두 경우 모두 교환기 사이의 간격  $B$ 는 5 m로 설정하였다.

Table 4에서 지열 교환기 당 초기 길이  $H_{initial}$ (각각 100, 40 m)는 반복 계산의 수렴 속도에만 의존할 뿐 최종 길이 산정에는 영향을 미치지 않는다.

두 가지 경계 조건(FLS-N & Eskilson)으로부터 얻어진 서로 다른 g-function을 이용하여 길이 산정 과정(5~6)을 반복하여 얻어진 최종 길이는 Table 5와 같다.

표에서 볼 수 있듯이, 두 경우 모두 최종 길이는 초기 길이  $L(= 3231 \text{ m})$ 에 비해 약 두 배 가량 길게 나타났다. 이는 초기 길이에서는 고려되지 않았던 온도 가중치가 크게 변화했기 때문이다. 또한 전체적으로 교환기 수( $n$ )를 줄이고 단위 보어 홀의 길이( $H$ )를 길게 할 경우(Case I) 최종 길이를 줄일 수 있지만 이 경우 펌프의 반송 동력의 차이가 있기 때문에 어느 경우가 최적 디자인에 가까운지는 별도의 계산을 요한다.

두 경우 모두 온도 가중치  $T_p$ 가 높게 계산된 FLS-N 경계 조건에서 최종 길이가 크게 산정되었으며 이는 Fig. 2의 차이를 통해서도 확인할 수 있다. 한편 케이스 I에서는 경계 조건에 따른 최종 길이의 차이가 4%인 반면 케이스 II에서는 11%의 차이를 보였다. 이는 두 케이스 사이의 단위 교환기당 높이( $H$ )가 서로 다르며 이는 설계 시점인 10년 후의 시간 로그 값( $\ln(t/t_s)$ )의 차이를 불러오기 때문이다. Fig. 2를 예로 들면, 케이스 I의  $H$ 를 150 m 그리고 케이스 II를 80 m로 가정했을 때 10년 후 시간 로그 값은 각각 -2.12와 -0.87이 된다.

Table 4 Initial bore field configuration

	Case I	Case II
Number of borehole	36	81
Length per borehole ( $H_{initial}$ )	100 m	40 m
Configuration	6×6	9×9

Table 5 Calculated ground load

	Case I		Case II	
	FLS-N	Eskilson	FLS-N	Eskilson
$H$	174 m	167 m	86 m	77 m
$L$	6264 m	6012 m	6966 m	6237 m
$T_p$	9.7°C	9.4°C	10.8°C	9.6°C
Diff.( $L$ )	4.1%		11.0%	

$\ln(365 \times 10 / (H^2 / 9 \cdot \alpha))$ . 그림에서  $\ln(t/t_s)$ 이 -2.12일 때보다 -0.87일 때 두 경계 조건사이의 더 큰 차이가 있음을 확인할 수 있다.

따라서 단일 지열 교환기별 길이를 충분히 길게 설계할 경우 두 경계 조건의 차이를 무시할 수 있지만 설치 지역의 특성이나 디자인 의도로  $H$ 를 작게 설계할 경우 주의가 요구된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 서로 다른 경계 조건으로부터 얻어진 g-function의 차이가 지열 교환기의 최종 설계 길이에 미치는 영향을 살펴보았다. 이를 위해 서로 다른 경계 조건과 길이 산정 방법을 상세히 기술하였다.

케이스 스터디를 통한 분석 결과, FLS-N 경계조건을 사용하면 Eskilson 조건에 비해 더 긴 지중 교환기를 필요로 하였다. 교환기 수가 많고 단위 길이가 상대적으로 짧은 케이스에서 두 경계 조건 사이의 차이가 크게 나타났으며 이 차이는 최종 설계 길이에서 11% 정도의 차이를 나타내었다. 이 차이는 단위 교환기의 길이가 줄어들수록 더 커질 것으로 예상된다. 하지만, 대규모 상업 건물에서 단위 교환기의 길이를 길게 설계할 경우, 경계 조건의 차이로 인한 영향을 무시할 수 있을 것으로 보인다.

## References

1. Eskilson, P., 1987, Thermal analysis of heat extraction boreholes, Ph.D. thesis, University of Lund, Lund, Sweden.
2. Hellström, G. and Sanner, B., 1994, Software for dimensioning of deep boreholes for heat extraction, Proceedings, Calorstock Conference, Espoo/Helsinki, Finland, pp. 195-202.
3. Spitler, J. D., 2000, A design tool for commercial building ground loop heat exchangers, Proceedings, Fourth International Heat Pumps in Cold Climates Conference, Aylmer, Québec.
4. Claesson, J. and Javed, S., 2011, An analytical method to calculate borehole fluid temperatures for time-scales from minutes to decades, ASHRAE Transaction, Vol. 117, No. 2, pp. 279-288.
5. Fossa, M., 2011, The temperature penalty approach to the design of borehole heat exchangers for heat pump applications, Energy and Buildings, Vol. 43, No. 6, pp. 1473-1479.
6. Cimmino, M. and Bernier, M., 2014, A semi-analytical method to generate g-functions for geothermal bore

- fields, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 641-650.
7. Cimmino, M. and Bernier, M., 2013, Preprocessor for the generation of g-functions used in the simulation of geothermal systems, *Proceedings, 13th Conference of International Building Performance Simulation Association, Chambéry, France*, pp. 2675-2682.
  8. ASHRAE, 2007, *ASHRAE Handbook : HVAC Applications*, Chapter 32 "Geothermal Energy."
  9. Bernier, M. A., Chahla, A., and Pinel, P., 2008, Long-term ground-temperature changes in geo-exchange systems, *ASHRAE Transactions*, Vol. 114, No. 2, pp. 342-350.
  10. Bernier, M. A., 2002, Uncertainty in the design length calculation for vertical ground heat exchangers, *ASHRAE Transactions*, Vol. 108, pp. 939-944.