

인공안구 구현을 위한 병렬 구조의 3 자유도 회전 로봇 개발

Development of 3 DOF Parallel Spherical Robot for Artificial Eyeball

박성령¹, 양승한^{2,✉}
Sung Ryung Park¹ and Seung Han Yang^{2,✉}

¹ 경북대학교 기계연구소 (Institute of Mechanical Engineering Technology, Kyungpook Nat'l Univ.)

² 경북대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.)

✉ Corresponding author: syang@knu.ac.kr, Tel: +82-53-950-6569

Manuscript received: 2014.1.24 / Revised: 2014.4.28 / Accepted: 2014.5.6

In this research, three degree-of-freedom parallel spherical robot is developed for an artificial eyeball. The proposed system is comprised of a moving and a base plate, three prismatic actuators, and a ball joint for an angular movement of the moving plate. The vector analysis is employed to investigate the relationship between positions of the actuators and a pose of the moving plate. The required ranges for every actuators are calculated using the derived inverse kinematics in regard to the combination of two different levels for the size of the system component. Then the size of every components is determined from the analyzed trend. PI controller is employed for the position control of the moving plate. Finally the proposed system is verified using an arbitrary path of the angular movement.

Key Words: Parallel Spherical Robot (병렬 회전 로봇), Parallel Mechanism (병렬 구조), Artificial Eyeball (인공 안구), PI Controller (PI 제어기)

1. 서론

로봇 분야에서 인공안구, 손목관절 등은 다자유도 회전 운동을 필요로 하는 시스템으로 인간형 로봇의 연구가 활발해지면서 그 요구가 커지고 있다.¹ 인간형 로봇에 탑재되는 다자유도 회전 로봇은 소형 및 경량화가 필수적이다. 이를 만족하기 위해 여러 종류의 구동기 형식과 구동 메커니즘을 다양하게 연구하고 있다. 인공안구의 경우 양쪽 안구를 포함하여 최소 2자유도의 회전 운동만으로 기본적인 인간 눈의 운동을 모방할 수 있지만 세밀한 운동의 모방 및 스테레오 비전 관점에서는 단일 인공안구에 대해 최소 3자유도의 회전 운동이 있어야 한다.

회전 로봇은 크게 운동 자유도 및 구동 메커니

즘에 따라 분류된다. Bach¹ 등은 인공안구 구현을 위하여 전자식 액추에이터를 적용하여 2자유도 회전 로봇을 개발하였다. Villgratner^{2,3} 등은 2개의 압전소자를 이용하여 병렬 구조로 2 자유도의 회전 운동을 구현하는 시스템을 개발하였으며, 3개의 압전소자를 120도 간격의 병렬 구조로 구성하여 3자유도 회전 로봇을 개발하였다. Puglisi⁴ 등은 의료 분야에서 바늘 삽입 유도 로봇에 적용할 목적으로 Villgratner³ 등이 개발한 회전 로봇과 동일한 메커니즘으로 회전 관절 로봇을 개발하였다. Gosselin⁵ 등은 3개의 회전 구동기 및 수동형 링크를 이용하여 병렬 구조로 3자유도 회전 로봇을 개발하였다. Patane⁶ 등은 직선 구동기를 정삼각형의 변에 장착하고 각 변에 링크를 구성하여 3자유도 회전 로봇을 개발하였다. Hoshina⁷ 등은 압전소자를 이용한

초음파 모터를 120도 간격으로 구성하여 3자유도 회전 로봇을 개발하였다. Mayol⁸ 등은 착용형 비전 시스템의 구현을 위하여 3개의 회전 구동기를 직렬로 연결하여 3자유도 회전 운동 로봇을 개발하였다.

본 논문에서는 인공안구의 회전 운동을 구현하기 위하여 병렬 구조를 이용한 3자유도 회전 로봇에 대하여 기술한다. 본 시스템은 6자유도 병렬기구 구조⁹에서 6개의 구동기 중 120도 간격으로 위치한 3개의 구동기를 제거한 구조이며, 상판(Moving plate)의 위치 변위에 대한 움직임을 구속하기 위하여 상판과 하판(Base plate)을 구형 조인트(Ball joint)로 연결하였다. 역기구학(Inverse kinematics)을 해석하기 위하여 각 구동기에 대하여 벡터 루프를 정의하고 상판의 회전 위치와 구동기의 변위 사이 관계를 도출하였다. 구동기 및 상판과 하판을 연결하는 구형 조인트의 볼(Ball)은 기성 제품을 사용하였으며, 이를 제외한 부품에 대해서는 설정한 상판의 회전 범위에 대하여 필요한 각 구동기의 구동 범위를 해석하여 이를 기반으로 시스템의 크기를 선정하였다. 제어기는 가장 널리 사용하는 PI 제어를 채택하였으며 제어기 변수는 지글러 니콜스 방법^{10,11}을 이용하여 튜닝하였다. 최종적으로 임의의 회전 경로를 생성하고 실험을 통하여 3자유도 회전 운동을 검증하였다.

2. 인공안구의 구조 및 기구학

인간형 로봇의 비전 시스템은 양쪽 인공안구의 동시 상하좌우 회전 운동만을 고려하면 총 2자유도의 회전 운동으로 구현이 가능하다. 하지만 영상에서 꼭지점 방향으로 시선을 움직일 경우 양쪽 카메라로 획득한 두 영상에서 겹치는 영역이 감소하게 된다. 이는 스테레오 정합으로 획득한 변이 맵(Disparity map) 영역의 감소를 의미하며 피사체와의 거리 정보를 획득하는 영역이 감소하게 된다. 또한 카메라의 한정된 시야각(Field of view)으로 인하여 가까운 피사체에 대한 거리 정보 획득의 한계가 있다. 따라서 넓은 영역에서 피사체의 거리 정보를 획득하기 위하여 단일 인공안구에 대하여 독립적인 3자유도 회전 운동을 가지는 시스템을 개발하였다.

본 논문에서 제안하는 병렬 구조의 3자유도 회전 로봇은 Fig. 1과 같이 1) 하판과 연결되어 있으며 하판과 일정 거리 떨어진 부분에 있는 중심구

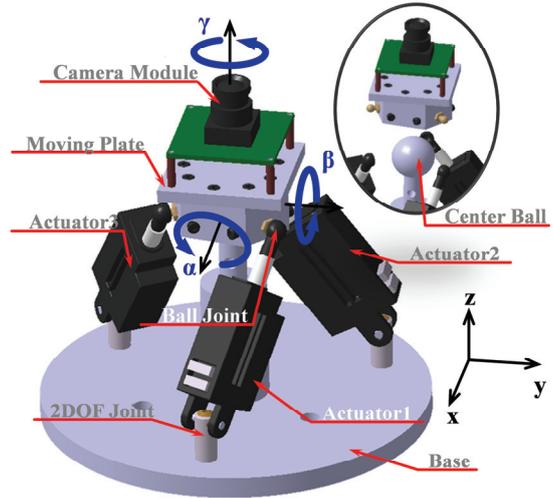


Fig. 1 Structure of the parallel spherical robot

(Center ball)에 상판을 구형 조인트 형식으로 결합하여 상판이 회전 운동만 가능하도록 구성하였으며 2) 중심구에서 일정 거리 떨어진 상판의 가장자리 부분에 120도 간격으로 세 개의 구동기를 구형 조인트와 연결하여 구성하였으며 3) 하판의 중심에서 일정 거리 떨어진 부분에 120도 간격으로 각 구동기를 2자유도 조인트(2DOF joint)와 연결하여 구성하였다. 상판의 회전 운동과 각 구동기의 변위와의 관계를 수학적으로 유도하기 위하여 먼저 Fig. 2와 같이 주요 좌표계 및 벡터를 정의하였다. 기준좌표계 $\{R\}$ 은 1) 하판에 연결되어 있는 2자유도 조인트의 세 회전 중심점을 포함하는 평면 중심에 기준좌표계의 원점을 일치시켰으며 2) 그 평면에 기준좌표계의 xy 평면을 일치시켰으며 3) 기준좌표계 원점에서 첫 번째 구동기(Fig. 1에서 Actuator1)와 연결된 2자유도 조인트의 회전 중심점 방향으로 기준좌표계의 x 축을 일치시켜 정의하였다. 상판좌표계 $\{M\}$ 은 1) 중심구의 중심에 상판좌표계의 원점을 일치시켰으며 2) 상판의 초기 위치에서 기준좌표계의 기저벡터(Basis vector)와 동일한 방향으로 상판좌표계의 각 축을 일치시켜 정의하였다. R 은 기준좌표계 원점에서 하판에 연결되어 있는 2자유도 조인트의 회전 중심점까지의 벡터, p 는 2자유도 조인트의 회전 중심점에서 구동기에 연결되어 있는 구형 조인트 회전 중심점까지의 길이이며 u 는 그 방향에 대한 단위벡터, r 은 구동기에 연결되어 있는 구형 조인트의 회전 중심점에서 상판좌표계 원점까지의 벡터 및 H 는 기준좌표계

원점에서 상관좌표계 원점까지의 벡터이다. Fig. 2에서 나타난 모든 벡터는 기준좌표계를 기저(Basis)로 정의한다.

제안 시스템의 역기구학은 벡터 루프를 정의하여 해석하였다. Fig. 2에 나타난 벡터를 이용하여 루프를 형성하면 식(1)과 같다.

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{H} - \mathbf{R}_i - p_i \mathbf{u}_i \quad (1)$$

여기서 밀 첨자 i 는 루프의 위치($i = 1, 2, 3$)를 의미한다. 식(1)의 양변에 동일 벡터로 내적한 식에 식(1)에서 \mathbf{u}_i 에 대하여 정리한 식을 대입한 후 p_i 에 대하여 정리하면 식(2)와 같다.

$$p_i^2 = R^2 + r^2 + H^2 - 2(\mathbf{H} - \mathbf{R}_i)^T \mathbf{r}_i \quad (2)$$

여기서 밀 첨자 i 는 루프의 위치($i = 1, 2, 3$)를 의미한다. R 은 \mathbf{R}_i 벡터의 크기, r 은 \mathbf{r}_i 벡터의 크기 및 H 는 \mathbf{H} 벡터의 크기이다. \mathbf{H} , \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 및 \mathbf{R}_3 벡터는 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= [0 \quad 0 \quad H]^T \\ \mathbf{R}_1 &= [R \quad 0 \quad 0]^T \\ \mathbf{R}_2 &= [-R/2 \quad \sqrt{3}R/2 \quad 0]^T \\ \mathbf{R}_3 &= [-R/2 \quad -\sqrt{3}R/2 \quad 0]^T \end{aligned} \quad (3)$$

Fig. 2에서 시스템의 초기 상태에서 정의되는 상관좌표계 $\{M\}$ 과 상관이 회전한 후의 상관좌표계 $\{M\}$ 과의 관계를 수학적으로 표현하기 위하여 식(4)와 같이 3×3 회전 변환 행렬을 이용하였다.

$$\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{b}_1 \quad \mathbf{b}_2 \quad \mathbf{b}_3] \quad (4)$$

여기서 벡터 \mathbf{b}_1 , \mathbf{b}_2 및 \mathbf{b}_3 는 기준좌표계 기준으로 정의한 상관좌표계 $\{M\}$ 의 기저 벡터이다. 상관의 회전 운동을 직관적으로 파악하기 위해 본 시스템에서는 오일러 각(Euler angle) 및 로드리게스 공식(Rodrigues' formula)을 이용하여 두 가지 회전 변환 행렬을 적용하였으며 상세 내용은 부록에 기술하였다. 상관좌표계 기준으로 정의한 \mathbf{r} 벡터는 상관이 회전을 하더라도 그 성분이 동일하지만, 기준좌표계 기준으로 표현을 하면 상관의 회전에 따라 벡터 성분이 변하게 된다. 식(4)를 이용하여 그 관계를 정의하면 식(5)와 같다.

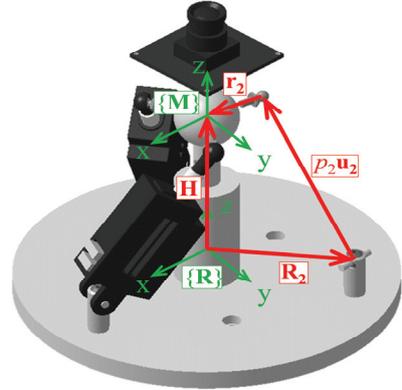


Fig. 2 Definition of the related coordinates and vectors

$$\mathbf{r}_i = \boldsymbol{\tau} \mathbf{r}_{i,0} \quad (5)$$

여기서 밀 첨자 i 는 루프의 위치($i = 1, 2, 3$)를 의미하며, $\mathbf{r}_{i,0}$ 벡터는 상관좌표계 기준으로 정의한 \mathbf{r}_i 벡터이고 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{1,0} &= -r [\cos\theta \quad \sin\theta \quad 0]^T \\ \mathbf{r}_{2,0} &= -r \left[\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad 0 \right]^T \\ \mathbf{r}_{3,0} &= -r \left[\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad 0 \right]^T \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 θ 는 상관좌표계에서 x축 방향의 기저 벡터와 $\mathbf{r}_{1,0}$ 벡터 사이의 각이다. 최종적으로 상관의 회전에 따라 각 구동부의 입력 변위를 파악하기 위하여 식(3)부터 식(6)을 식(2)에 대입하면 식(7)과 같이 도출된다.

$$\begin{aligned} p_1^2 &= R^2 + r^2 + H^2 - 2(\mathbf{H} - \mathbf{R}_1)^T \boldsymbol{\tau} \mathbf{r}_{1,0} \\ p_2^2 &= R^2 + r^2 + H^2 - 2(\mathbf{H} - \mathbf{R}_2)^T \boldsymbol{\tau} \mathbf{r}_{2,0} \\ p_3^2 &= R^2 + r^2 + H^2 - 2(\mathbf{H} - \mathbf{R}_3)^T \boldsymbol{\tau} \mathbf{r}_{3,0} \end{aligned} \quad (7)$$

설정된 상관의 회전 속도를 구현하기 위하여 필요한 각 구동축의 속도는 식(7)에서 시간으로 미분하면 식(8)과 같이 도출된다. 식(8)은 단지 각 구동축의 설정 속도 대비 실제 속도를 비교하기 위하여 도출한 식이다.

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{1}{p_i} (\mathbf{H} - \mathbf{R}_i)^T \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} \mathbf{r}_{i,0} \quad (8)$$

여기서 밀 첨자 i 는 루프의 위치($i = 1, 2, 3$)를 의미한다. 회전 변환 행렬의 시간에 대한 변화율은 연쇄법칙(Chain rule)을 이용하면 도출되며 부록에 상세한 내용을 기술한다.

3. 인공안구의 크기

상판의 회전 크기는 회전 중심점에서 구동기의 변위 벡터까지의 거리가 짧을수록 커진다. 이렇듯 각 구동기의 구동 변위 대비 상판의 회전 운동 크기는 시스템의 각 요소 부품의 크기 및 구성에 의해 제한이 따른다. 본 장에서는 설정한 상판의 회전 크기를 구현하기 위하여 필요한 각 구동기의 구동 범위를 각 구성 부품의 크기에 대하여 해석한 후 그 결과를 기반으로 각 구성 부품의 크기를 선정하였다. 상판의 회전 크기에 영향을 주는 요인은 식(7)과 같이 상판(r) 및 하판(R)의 크기, 상판과 하판과의 거리(H) 및 초기 상태에서 상판과 하판의 비틀린 정도(θ)에 의해 구동기의 구동 범위가 정해진다. 식(7)은 비선형식으로 상판의 회전 크기에 영향을 주는 요인들에 대하여 해석적으로 분석하기에는 용이하지 않다. 본 연구에서는 Table 1과 같이 각 변수에 대하여 두 가지의 경우를 선정하고 모든 경우의 수로 조합하여 구동기의 구동 범위를 계산한 후 그 경향을 파악하였다. 또한 설정한 상판의 회전 범위 내 모든 회전 위치에 대하여 연속적으로 해석하는 것이 용이하지 않으므로 일부분만을 계산하였다.

시뮬레이션 방법은 다음과 같다. 상판의 초기 위치에서 회전 중심축을 y 축과 일치시킨 후 상판을 +30도 회전한 후 각 구동기의 변위를 계산한다. 그런 후 회전 중심축을 반시계 방향으로 45도 회전한 후 동일한 과정을 거친다. 이러한 과정을 총 8회 시행한 후 각 구동기의 최대 및 최소 변위를 계산하고 구동 범위를 도출하였다. 그 결과 Table 1과 같이 하판의 크기 R 은 클수록, 상판의 크기 r 은 작을수록, 상판과 하판의 거리 H 는 작을수록, 초기 상태에서 상판과 하판의 비틀린 정도 θ 는 클수록 상판의 동일한 회전 크기에 대해 구동기의 구동 범위가 작은 결과를 얻었다. 특히 상판의 크기 r 이 상판의 회전 크기에 가장 큰 영향을 미쳤다.

본 연구에서는 구동기 및 상판의 중심에 적용한 구형 조인트의 중심구는 기성 제품을 사용하였다. 이러한 조건과 더불어 각 요소 부품들간에 간섭이 일어나지 않는 한도 내에서 그 크기를 설정

Table 1 Effect of the system size

	R (mm)	r (mm)	H (mm)	θ (deg)
Level	40	22.5	80	30
	50	27.5	100	50
Trend	↑	↓↓	↓	↑

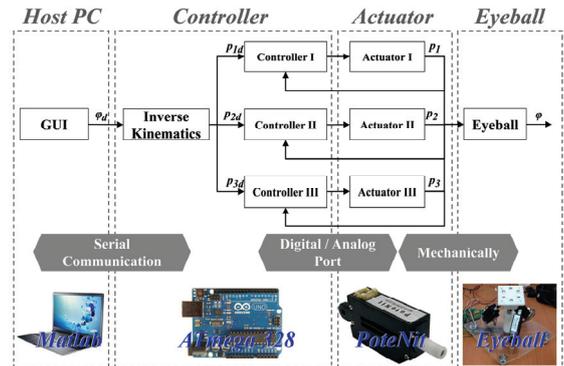


Fig. 3 Structure of the overall system

하면 상판의 크기 r 를 24.65mm, 하판의 크기 R 를 55mm, 상판과 하판의 거리 H 를 60mm 및 초기 상태에서 상판과 하판의 비틀린 정도 θ 를 60도로 선정하였다.

4. 전체 시스템의 구성

본 시스템은 Fig. 3과 같이 관리장치(Host PC), 컨트롤러(Controller), 구동기(Actuator) 및 인공안구(Artificial eyeball)로 구성하였다. 여기서 관리장치는 PC상에서 Matlab을 이용하여 입력부 및 GUI를 구현하였다. 컨트롤러는 ATmega328이 탑재된 아두이노 우노 모델을 사용하였다. 구동기는 저가이며 포텐서미터 및 드라이버가 내장되어 있는 PoteNit의 LSA-3204-SD를 사용하였으며 사양은 Table 2와 같다. 인공안구는 상판이 회전 운동만 가능하게 구속하는 구형 조인트의 중심구, 하판 및 구동기를 제외하고는 3D 프린터를 이용하여 제작하였다. 관리장치와 컨트롤러는 시리얼 통신으로 구성하였다.

제어를 실시간으로 구동하기 위해서 아두이노 우노 모델에서 제공하는 타이머를 이용하였으며 0.05초를 샘플링 시간(Sampling time)으로 설정하였다. 제어기 루프의 실행 속도 및 ATmega328의 저장부에 그 한계가 있지만 위치 역기구학으로 유도한 식들을 실시간으로 실행하기 위하여 Fig. 3과 같이 제어기 루프 및 역기구학을 아두이노 우

Table 2 Specification of the actuator

Stroke	24 mm
Rated force	30 N
No load speed	8 mm/s
Feedback	Potentiometer
Resolution	0.1 mm
Weight	35 g

Table 3 Tuning of the controller gain values

	Actuator 1	Actuator 2	Actuator 3
K_p	11.760	13.270	13.046
K_i	0.449	0.507	0.498

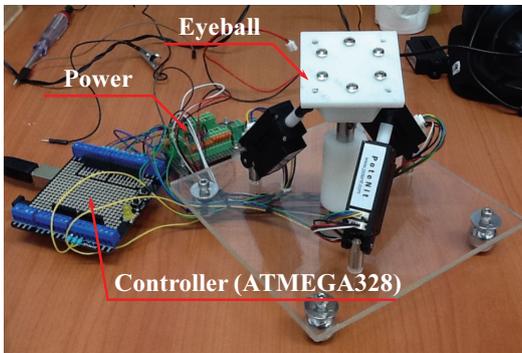
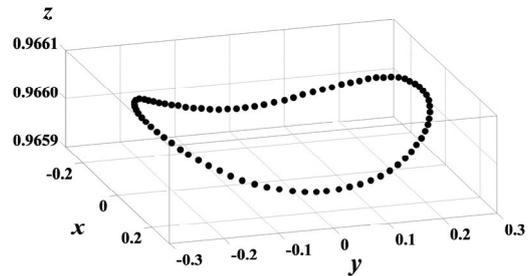


Fig. 4 3DOF parallel spherical robot

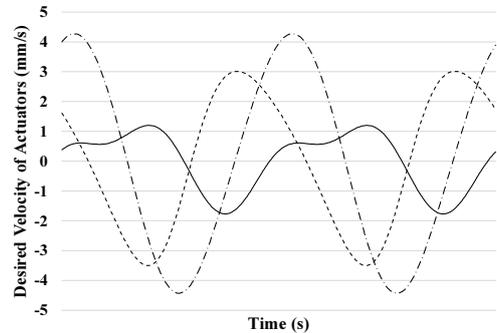
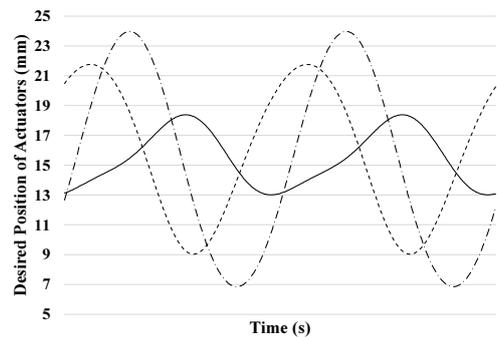
노에 적용하였다. 본 연구에서는 PI(Proportional Integral) 제어를 적용하였으며 위치 피드백(Feedback)은 구동기에 내장되어 있는 포텐서미터를 사용하였다. 속도는 포텐서미터로부터 획득한 현재 및 과거 위치의 차에 샘플링 시간을 나누어 정의하였다. 제어 성능은 제어기의 종류뿐 아니라 제어 변수의 설정에 의해 그 영향을 미친다. 제어기 변수의 튜닝은 지글러 니콜스 방법^{10,11}을 이용하였으며 그 결과 Table 3과 같은 튜닝 변수를 획득하였다. 최종적으로 Fig. 4와 같은 시스템을 구축하였다.

5. 실험 및 결과

제안한 시스템의 성능을 파악하기 위해서 임의의 회전 경로를 생성하여 실험을 수행하였다. 회전 경로를 생성하기 위하여 로드리게스 회전 변환 행렬을 이용하였다. 회전 중심축과 회전각은 식(9)와 같이 설정하였으며 Fig. 5(a)와 같은 상판의 회전 경로를 도출하였다.



(a) Desired path of the moving plate



— Actuator #1 - - - Actuator #2 - · - Actuator #3

(b) Desired commands of the actuators

Fig. 5 Desired path and commands

$$\begin{aligned}
 r_x &= m \cos(\omega t + \pi/2) \\
 r_y &= m \sin(\omega t + \pi/2) \\
 r_z &= m \sin(\omega t)
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 본 실험에서는 m 을 0.2618, ω 를 1.5로 설정하였다. 식(9)를 이용하여 생성되는 상판의 회전 경로를 지면에 표현하기가 용이하지 않기 때문에 Fig. 5(a)의 경로는 상판좌표계에서 z 방향의 단위 벡터 말단 부분의 이동 경로를 나타낸 것이다. Fig. 5(b)는 회전 경로에 대하여 필요한 각 구동기의 위

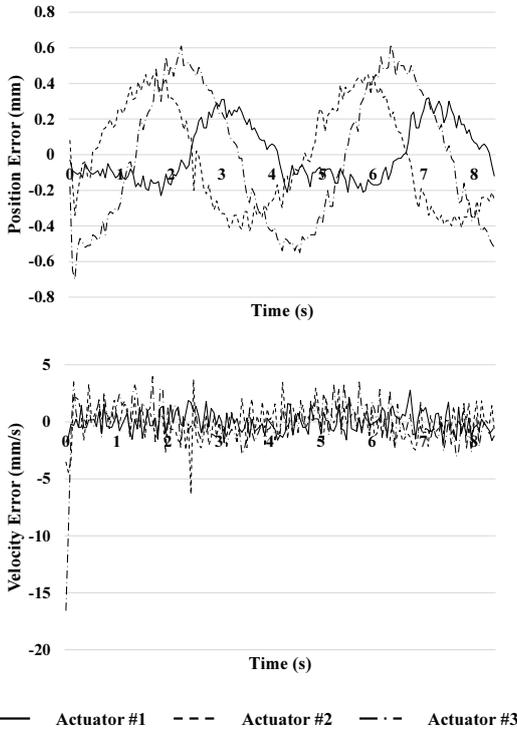


Fig. 6 Results of the experiment

치를 나타낸 것이며 식(A2)로부터 획득한 회전 변환 행렬을 식(7)에 대입하여 도출한 데이터를 이용하여 표시한 그래프이다. 그 결과 Fig. 6과 같이 위치 및 속도에 오차가 발생하였다. 속도 그래프에서 초기 상태의 오차가 크게 발생하는 것은 정지 상태에서 설정한 속도로 움직이는데 물리적인 한계가 있기 때문이다. PI 제어를 구성한 경우 위치 오차의 발생은 제어기의 특성이며 실제 구동기의 변위가 설정한 위치 입력을 따라가지 못하기 때문에 입력 파형과 유사한 오차가 발생하였다. 또한 상판의 회전 운동 속도를 크게 하면 위치 오차가 커진다. 인공안구의 카메라로부터 획득하는 영상 관점에서는 회전 운동의 정확도가 크게 요구되는 것은 아니므로 본 실험에서 발생하는 위치 오차는 무시할만한 오차이다.

6. 결론

본 논문은 인공안구의 구현을 위하여 필요한 3 자유도 회전 운동 로봇을 개발하였다. 구동 메커니즘은 3개의 구동기를 병렬 구조로 구성하였으며

인공안구의 회전 운동을 구현하기 위하여 상판과 하판을 구형 조인트로 구속하였다. 상판의 회전 범위와 각 구동기의 구동 범위의 관계를 해석하여 상판의 설정 회전 운동을 위한 각 구성 부품의 크기를 선정하였다. 상판의 회전 위치를 제어하기 위하여 PI 제어를 채택하였다. 최종적으로 3자유도 회전 운동 로봇을 구성하였으며 임의의 회전 경로를 설정하여 개발 시스템의 구현 여부를 검증하였다.

후 기

이 논문은 2014년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 임(No. 2010-0020089).

REFERENCES

1. Bach, D. J., Kwak, H. S., Kim, H. Y., and Kim, S. J., "Design of a Spherical Electromagnetic Actuator for Robot's Eyeball," Proc. of the KSMPE Spring Conference, pp. 668-673, 2005.
2. Villgrattner, T. and Ulbrich, H., "Piezo-driven Two-degree-of-freedom Camera Orientation System," Proc. of the 2008 IEEE International Conference on Industrial Technology, pp. 1-6, 2008.
3. Villgrattner, T., Schneider, E., Andersch, P., and Ulbrich, H., "Compact High Dynamic 3 DOF Camera Orientation System: Development and Control," Journal of System Design and Dynamics, Vol. 5, No. 5, pp. 819-828, 2011.
4. Puglisi, L. J., Saltaren, R. J., Rey, P. G., Moreno, H., Cardenas, P. F., and et al., "Design and Kinematic Analysis of 3PSS-1S Wrist for Needle Insertion Guidance," Robotics and Autonomous Systems, Vol. 61, No.5, pp. 417-427, 2013.
5. Gosselin, C. M., St. Pierre, E., and Gagne, M., "On the Development of the Agile Eye," IEEE Robotics and Automation Magazine, Vol. 3, No. 4, pp. 29-37, 1996.
6. Patane, F. and Cappa, P., "A 3-DOF Parallel Robot with Spherical Motion for the Rehabilitation and Evaluation of Balance Performance," IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, Vol. 19, No. 2, pp. 157-166, 2011.

7. Hoshina, M., Mashimo, T., Fukaya, N., Matsubara, O., and Toyama, S., "Spherical Ultrasonic Motor Drive System for Camera Orientation in Pipe Inspection," *Advanced Robotics*, Vol. 27, No. 3, pp. 199-209, 2013.
8. Mayol, W. W., Tordoff, B. J., and Murray, D. W., "Wearable Visual Robots," *Personal and Ubiquitous Computing*, Vol. 6, No. 1, pp. 37-48, 2002.
9. Oh, Y. T., Saragih, A. S., Kim, J. H., and Ko, T. J., "Calibration of 6-DOF Parallel Mechanism through the Measurement of Volumetric Error," *J. of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, Vol. 11, No. 3, pp. 48-54, 2012.
10. Kaiser, D., "Fundamentals of Servo Motion Control – Day 1," *Motion System Design*, Vol. 43, No. 9, pp. 22-30, 2001.
11. Zigler, J. G. and Nichols, N. B., "Optimum Settings for Automatic Controllers," *Transactions of the ASME*, pp. 433-444, 1943.

부 록

A1. 회전 변환 행렬

본 연구에서 적용한 회전 변환 방법은 두 가지로 오일러각 및 로드리게스 변환이다. 먼저 오일러각을 이용한 회전 변환 순서는 "x-y'-z" 순으로 고유 회전(Intrinsic rotation)을 적용하였으며 식(A1)과 같다.

$$\tau = [b_1 \quad b_2 \quad b_3] = \begin{bmatrix} C\beta C\gamma & -C\beta S\gamma & S\beta \\ S\alpha S\beta C\gamma + C\alpha S\gamma & -S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & -S\alpha C\beta \\ -C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma & C\alpha S\beta S\gamma + S\alpha C\gamma & C\alpha C\beta \end{bmatrix} \quad (A1)$$

여기서 C는 코사인(Cosine)을 S는 사인(Sine)을 의미한다. 속도 역기구학을 도출한 식(8)에서 회전 변환 행렬의 미분은 식(A2)와 같이 연쇄법칙(Chain rule)을 이용하여 도출한다.

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial \tau}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dt} + \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} \frac{d\gamma}{dt} \quad (A2)$$

여기서 $d\alpha/dt$, $d\beta/dt$ 및 $d\gamma/dt$ 는 x, y 및 z축의 회전 각속도를 의미하며, $\partial\tau/\partial\alpha$, $\partial\tau/\partial\beta$ 및 $\partial\tau/\partial\gamma$ 는 식(A3)과 같다.

$$\frac{\partial \tau}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C\alpha S\beta C\gamma - S\alpha S\gamma & -C\alpha S\beta S\gamma - S\alpha C\gamma & -C\alpha C\beta \\ S\alpha S\beta C\gamma + C\alpha S\gamma & -S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & -S\alpha C\beta \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \beta} = \begin{bmatrix} -S\beta C\gamma & S\beta S\gamma & C\beta \\ S\alpha C\beta C\gamma & -S\alpha C\beta S\gamma & S\alpha S\beta \\ -C\alpha C\beta C\gamma & C\alpha C\beta S\gamma & -C\alpha S\beta \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = \begin{bmatrix} -C\beta S\gamma & -C\beta C\gamma & 0 \\ -S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & -S\alpha S\beta C\gamma - C\alpha S\gamma & 0 \\ C\alpha S\beta S\gamma + S\alpha C\gamma & C\alpha S\beta C\gamma - S\alpha S\gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (A3)$$

로드리게스 변환을 이용한 회전 변환 행렬은 식(A4)와 같으며 r_x , r_y 및 r_z 는 회전 중심축의 방향을 의미하며 그 크기는 회전 각도 ϕ 를 의미한다.

$$\tau = [b_1 \quad b_2 \quad b_3] = \begin{bmatrix} 1 - (r_y^2 + r_z^2)\Theta_2 & -r_z\Theta_1 + r_x r_y \Theta_2 & r_y\Theta_1 + r_x r_z \Theta_2 \\ r_z\Theta_1 + r_x r_y \Theta_2 & 1 - (r_x^2 + r_z^2)\Theta_2 & -r_x\Theta_1 + r_y r_z \Theta_2 \\ -r_y\Theta_1 + r_x r_z \Theta_2 & r_x\Theta_1 + r_y r_z \Theta_2 & 1 - (r_x^2 + r_y^2)\Theta_2 \end{bmatrix} \quad (A4)$$

지면 관계상 로드리게스 회전 변환 행렬에서 반복되는 식은 Θ_1 및 Θ_2 로 표현하였으며 식(A5)와 같다.

$$\Theta_1 = \sin\phi/\phi$$

$$\Theta_2 = (1 - \cos\phi)/\phi^2 \quad (A5)$$

로드리게스 변환의 경우에도 식(8)에서 회전 변환 행렬의 미분은 식(A6)과 같이 연쇄법칙(Chain rule)을 이용하여 도출한다.

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{\partial \tau}{\partial r_x} \frac{dr_x}{dt} + \frac{\partial \tau}{\partial r_y} \frac{dr_y}{dt} + \frac{\partial \tau}{\partial r_z} \frac{dr_z}{dt} \quad (A6)$$

식(A6)에서 각 항목들은 표현에 있어 식(A3)보다 복잡하므로 지면 관계상 생략하며 식(A3)의 유도 방법과 같은 방법으로 도출된다.