Society of Korea Industrial and Systems Engineering Vol. 37, No. 1 : 165-171, March 2014
http://dx.doi.org/10.11627/jkise.2014.37.1.165
ISSN : 2005-0461(print)
ISSN : 2287-7975(online)

A Study on Periodic Review Inventory System under Stochastic Budget Constraint

Chang-Yong Lee · Dongju Lee†

Dept. of Industrial and Systems Engineering, Kongju National University

확률적 예산 제약을 고려한 주기적 재고관리 정책에 대한 연구

이창용 · 이동주†

공주대학교 산업시스템공학과

We develop an optimization algorithm for a periodic review inventory system under a stochastic budget constraint. While most conventional studies on the periodic review inventory system consider a simple budget limit in terms of the inventory investment being less than a fixed budget, this study adopts more realistic assumption in that purchasing costs are paid at the time an order is arrived. Therefore, probability is employed to express the budget constraint. That is, the probability of total inventory investment to be less than budget must be greater than a certain value assuming that purchasing costs are paid at the time an order is arrived. We express the budget constraint in terms of the Lagrange multiplier and suggest a numerical method to obtain optional values of the cycle time and the safety factor to the system. We also perform the sensitivity analysis in order to investigate the dependence of important quantities on the budget constraint. We find that, as the amount of budget increases, the cycle time and the average inventory level increase, whereas the Lagrange multiplier decreases. In addition, as budget increases, the safety factor increases and reaches to a certain level. In particular, we derive the condition for the maximum safety factor.

Keywords : Periodic Review Inventory System, Supply Chain Management, Non-linear Optimization

1. 서 론

주기적 재고관리 시스템(periodic review inventory system)이란 정해진 기간마다 재고위치(inventory position)을 조사하여 최대 재고량과 현재고위치의 차이만큼 주문하는 재고관리 시스템이다. 기업들의 재고에 대한 예산은 제한적이라 이러한 예산을 고려한 주문주기와 최대재고량을 정하는 것이 실제적이라고 할 수 있다. 주기적 재고관리 시스템은 비교적 저가의 제품들에 적용되고 있는데, 대부분의 기존 연구들은 예산의 제약이 없는 경우를 고려하였다.

먼저 제약이 없는 주기적 재고관리 시스템에 대한 연구들을 살펴보면 다음과 같다. Eynan and Kropp[3]은 단품종에 대하여 제품의 수요가 정규분포를 따를 때 최적해로 수렴하는 해법을 제시하고 최적해가 유일함을 증명하였다. 또한, 다품종인 경우에 적용할 수 있는 단품종일때의 해법을 응용한 휴리스틱도 제시하였다. Eynan and Kropp[4]은 단품종에 대하여 제품의 수요가 정규분포를 따르고 재고부족비용이 있을 때 테일러 전개(Taylor series expansion)를 이용한 추정을 통한 해법을 제시하고, 이러한 단품종일 때의 해법을 이용하여 다품종인 경우에 적용할 수 있는 휴리스틱도 제시하였다. Roundy and Muckstadt[10]는 최대재고량과 현재재고량의 차이를 부족분(shortfall)이라고

Received 28 February 2014; Accepted 14 March 2014
† Corresponding Author : djlee@kongju.ac.kr

정의하고 부족분의 분포를 추정하여 수요분포의 변동계수가 2 이하일 때 이 추정기법이 잘 적용됨을 실험을 통해 입증하였다. Kiesmuller[9]는 트럭용량에 제약이 있는 경우를 고려한 주기적 재고 정책인 dynamic order-up-to policy를 제안하였다. 제안한 휴리스틱은 2단계로 구성되어 있는데 1단계에서는 사용할 트럭의 수를 결정하고 2단계에서는 각 제품별 주문량을 결정하였다. Chao and Zipkin [1]은 정해진 계약량을 초과하지 않으면 주문비용은 0이지만, 초과하면 고정비용이 발생하는 문제를 고려하고 최적해를 갖는 조건을 고려한 휴리스틱을 제안하였다.

제약이 있는 주기적 재고관리 시스템에 대한 연구들을 살펴보면, Federgruen and Zipkin[5, 6]은 단품종의 단순한 생산용량제약이 있는 주기적 재고관리 시스템에서 기준재고정책(base stock policy)이 최적해를 보장함을 입증하였다. 기준재고정책이란 미리 정해진 재고수준(base stock)을 유지하도록 재고가 인출될 때마다 인출된 수량만큼 보충해 주는 정책이다. Hausman 등[8]은 다품종 제품의 수요가 서로 종속하여 다변량 정규 분포(multivariate normal distribution)를 따르는 경우에 대하여 모든 수요가 만족될 확률(joint demand fulfillment probability)를 최대화하는 문제를 고려하였다. 최대재고액이 예산 이내가 되도록 하는 단순한 예산제약을 고려하였는데, 상관계수행렬(correlation matrix)이 양정치(positive definite)일때 탐욕적 할당 앨고리듬(greedy allocation algorithm)이 최적해임을 증명하였다. 탐욕적 할당 앨고리듬이란 한계이익과 조정된 비용의 비율이 큰 제품에 예산을 먼저 할당하는 기법이다. Schrijver 등[11]은 다품종이며 작업장, 노동력, 투자액 등에 제한이 있는 총괄제약(aggregate constraints) 문제에 대하여 연구하였다. 특히, 확정적 리드타임 수요가 있는 경우(deterministic lead-time demand), 신문팔이 소년문제(newsvendor), base-stock 정책, (Q, r), (s, S)의 5 범주로 나누어 총괄제약이 있는 문제에 대한 연구를 수행하였다. 그러나 이 연구는 주문이 발주될 때 구입비용이 지불된다고 가정하는 비교적 단순한 제약에 대한 것으로 주문이 도착될 때 구입비용이 지불되는 경우를 고려한 복잡한 예산제약에 대한 연구 범주에 속하지 않는다. 한편, 다품종이며 연속적 재고관리 시스템의 경우, 재고관련비용이 예산 이내에 있을 확률이 일정 값 이상이 되게 하는 복잡한 예산제약에 대하여 Lee and Lee[2], Wang and Hu[12, 13]과 Ghalebsaz-Jeddi 등[7]이 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 주문이 도착될 때 구입비용을 지불하는 경우 재고관련비용이 예산 이내에 있을 확률이 일정 값 이상이 되게 하는 복잡한 예산제약을 다품종 주기적 재고관리에 적용하여 총비용을 최소화하는 제품별 최적 조사 주기와 최대재고량을 찾는 해법을 제시하고자 한다. 또한, 실험을 통해 예산 제약의 변동에 따라 제품별 최적 주문 주기와 최대재고량 등의 변화를 살펴보고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 이어지는 제 2장에서는 고려하는 모델에서 사용되는 기호를 설명하고 필요한 수학모형을 제시하였다. 제 3장에서는 최적해를 찾는 해법을 살펴보고, 제 4장에서는 실험을 통해 제 3장에서 제안한 해법으로 최적해를 탐색하였다. 또한, 예산의 변화에 따라 여러 가지 변수들의 변화를 살펴보았다. 마지막으로 제 5장에서는 본 논문의 내용을 정리하고, 결론을 제시하였다.

2. 문제 정의

본 연구에서 고려하는 모형에 필요한 기호를 살펴보면 다음과 같다.

a_i : 제품 i의 주문 1회당 주문비용
h_i : 제품 i의 단위당 연간 재고유지비용
B_i : 제품 i의 단위당 벌과 비용
z_i : 안전계수(safety stock factor)
D_i : 제품 i의 단위기간당 수요에 대한 확률변수로 정규분포를 따름. 즉, $D_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$
T_i : 제품 i의 주문 주기
L_i : 제품 i의 리드타임
C_i : 제품 i의 제품 단위당 가격
γ : 재고 투자액이 예산범위 이내로 되는 최소 허용 확률
W : 최대 허용 예산

본 연구에서 고려하는 문제를 수리 모형으로 나타내면 다음과 같다.

$$F1: \ Min\ TC(T_i, z_i) \tag{1}$$
$$= \Sigma_i \Bigg(\frac{a_i}{T_i} + \Bigg(\frac{\mu_i T_i h_i}{2} + z_i \sigma_i h_i \sqrt{T_i + L_i} \Bigg)$$
$$+ \frac{B_i}{T_i} \int_{\mu_i(T_i+L_i)+z_i\sigma_i\sqrt{T_i+L_i}}^{\infty} (D_{T_i+L_i} - \mu_i(T_i+L_i)$$
$$- z_i \sigma_i \sqrt{T_i + L_i}) f(D_{T_i+L_i}) dD_{T_i+L_i} \Bigg)$$

subject to

$$P\Big(\sum_i C_i(\mu_i(T_i + L_i) + z_i\sigma_i\sqrt{T_i+L_i} - D_{L_i}) \le W \Big) \ge \gamma \tag{2}$$

$$T_i \ge 0,\ z_i \ge 0,\ \ \forall i \tag{3}$$

또한 $D_{T_i+L_i}$는 T_i+L_i 기간 동안의 제품 i의 수요에 대한 확률변수이고, $f(D_{T_i+L_i})$는 그에 따른 확률밀도함수(pdf, probability density function)이다. 또한, D_{L_i}는 L_i 기간 동안의 제품 i의 수요에 대한 확률변수이다. 식 (1)은 목적식인 총비용으로 연간 주문비용, 연간 재고유지비용, 재고부족비용으로 구성되어 있다. 식 (2)는 예산 제약으로, 제품구입비용은 제품을 수령할 때 지불한다고 가정할 때 재고관련비용이 예산(W)이내에 있을 확률이 γ 이상이 되게 한다. 식 (3)은 의사결정변수인 주문주기와 안전계수가 비음(non-negative)임을 나타낸다.

$f(z_i)$와 $F(z_i)$를 각각 표준정규분포의 확률밀도함수와 누적밀도함수(cdf, cumulative density function)라 하면, 총비용 식 (1)은 아래와 같이 식 (4)로 표현할 수 있다.

$$TC(T_i, z_i) = \sum_i \left(\frac{a_i}{T_i} + \left(\frac{\mu_i T_i h_i}{2} + z_i \sigma_i h_i \sqrt{T_i + L_i} \right) + \frac{B_i}{T_i} \sigma_i \sqrt{T_i + L_i} \int_{z_i}^{\infty} (x - z_i) f(x) dx \right) \tag{4}$$

$$= \sum_i \left(\frac{a_i}{T_i} + \left(\frac{\mu_i T_i h_i}{2} + z_i \sigma_i h_i \sqrt{T_i + L_i} \right) + \frac{B_i}{T_i} \sigma_i \sqrt{T_i + L_i} (f(z_i) - z_i [1 - F(z_i)]) \right)$$

또한 $Y = \sum C_i D_{L_i}$로 두면, $\mu_Y = \sum C_i(\mu_i L_i)$이고 $\sigma_Y^2 = \sum C_i^2(\mu_i^2 L_i^2)$인 정규분포, 즉 $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$을 따르게 된다. 이를 이용하면 예산 제약인 식 (2)는 아래 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_i C_i (\mu_i (T_i + L_i) + z_i \sigma_i \sqrt{T_i + L_i}) \le W + \mu_Y + z_{1-\gamma} \sigma_Y \tag{5}$$

제약 조건이 식 (5)와 같이 존재하는 경우, 최적해를 구하기 위하여 식 (4)와 식 (5)를 라그랑지 함수(Lagrange function)로 표현하면 식 (6)과 같다.

$$J(T_i, z_i, \gamma) = \sum_i \left(\frac{a_i}{T_i} + \left(\frac{\mu_i T_i h_i}{2} + z_i \sigma_i h_i \sqrt{T_i + L_i} \right) + \frac{B_i}{T_i} \sigma_i \sqrt{T_i + L_i} (f(z_i) - z_i [1 - F(z_i)]) \right) + \gamma \sum_i c_i (\mu_i (T_i + L_i) + z_i \sigma_i \sqrt{T_i + L_i}) - W - \mu_Y - z_{1-\gamma} \sigma_Y \tag{6}$$

라그랑지 함수인 식 (6)을 최소화하는 문제의 제1계 필요조건(first order necessary condition)은 식 (6)을 T_i, z_i, λ에 대해 편미분하고 이를 0으로 두면 된다. 이것을 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial J}{\partial z_i} = \sigma_i h_i \sqrt{T_i + L_i} + \frac{B_i}{T_i} \sigma_i \sqrt{T_i + L_i} (F(z_i) - 1) + \lambda \sigma_i \sqrt{T_i + L_i} = 0, \quad \forall i \tag{7}$$

$$\frac{\partial J}{\partial T_i} = -\frac{a_i}{T_i^2} + \frac{\mu_i h_i}{2} + \frac{z_i \sigma_i h_i}{2\sqrt{T_i + L_i}} + \frac{-T_i - 2L_i}{2T_i^2 \sqrt{T_i + L_i}} B_i \sigma_i (f(z_i) - z_i [1 - F(z_i)]) + \lambda C_i \mu_i + \frac{\lambda C_i z_i \sigma_i}{2\sqrt{T_i + L_i}} = 0, \ \forall i \tag{8}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \sum_i C_i (\mu_i (T_i + L_i) + z_i \sigma_i \sqrt{T_i + L_i}) - W - \mu_Y - z_{1-\gamma} \sigma_Y = 0 \tag{9}$$

3. 제안하는 해법

식 (7)~식 (9)으로 주어진 방정식을 풀기 위하여 주어진 λ에 대하여 식 (7)과 식 (8)의 해를 고려하자. $\frac{df(z_i)}{dz_i} = -z_i f(z_i)$을 이용하여 식 (7)을 정리하면

$$1 - F(z_i(T_i)) = \frac{T_i(h_i + \gamma)}{B_i}$$

$$\text{혹은} \ z_i(T_i) = F^{-1}\left(1 - \frac{h_i + \gamma}{B_i} T_i\right) \tag{10}$$

가 된다. 여기서 $z_i(T_i)$는 주어진 T_i에 대한 최적의 z_i이며, $z_i(T_i)$는 식 (10)을 만족해야 한다.

식 (7)과 대조적으로 식 (8)로 주어진 방정식의 해석적인 해는 구하기 힘들다. 따라서 대안으로 식 (8)을 수치해석적으로 해를 구한다. 수치 해석적으로 방정식의 해를 구하는 방법은 Newton 방법, 이분법(bisection method) 등이 있으나 본 연구에서는 방정식의 미분을 요구하지 않는 이분법을 사용하고자 한다. 즉, 식 (10)을 사용하면 식 (8)에 존재하는 z_i를 T_i에 대한 함수로 표현할 수 있다. 따라서 식 (8)은 오직 T_i에 대한 방정식으로 주어지므로 이분법을 사용하여 주어진 매개변수와 λ에 대하여

$$\frac{\partial J}{\partial T_i} \equiv g(T_i;\ \lambda) = 0 \tag{11}$$

를 만족하는 해 T_i^*를 구할 수 있다. 일단 식 (11)의 해 T_i^*가 구해지면 이것을 식 (10)에 대입하면 식 (7)의 해인 z_i^*를 구할 수 있다.

주어진 λ에 대하여 T_i^*와 z_i^*가 구해지면 식 (9)를 만족하는 최적의 λ와 이때의 최적의 T_i^*와 z_i^*를 구할 수 있다. 이러한 이론적 근거 하에 제시하는 해법은 다음과 같다.

Step 1 : 식 (9)를 사용하여 $\frac{\partial J}{\partial \lambda}(\lambda_1) > 0,\ \frac{\partial J}{\partial \lambda}(\lambda_2) < 0$인 $\lambda_1,\ \lambda_2$를 구한다.

Step 2 : 각 $\lambda_1,\ \lambda_2$에 대해 식 (8)의 해인 T_i^*를 이분법을 이용하여 구한다. T_i^*를 식 (10)에 대입하여 z_i^*를 구한다.

Step 3 : $\lambda_{new} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$로 두고 Step 2를 이용하여 T_i^*와 z_i^*를 구한다. 만약 $g(\lambda_{new}) > 0$이면, $\lambda_1 = \lambda_{new}$; 아니면, $\lambda_2 = \lambda_{new}$로 둔다.

Step 4 : If $(g(\lambda_1), -g(\lambda_2)) < \varepsilon$이면 종료하고, 아니면 step 3으로 돌아간다. 여기서 ε은 정확도를 나타내며 미리 정의된 임의의 작은 값이다.

4. 예제 및 실험 결과

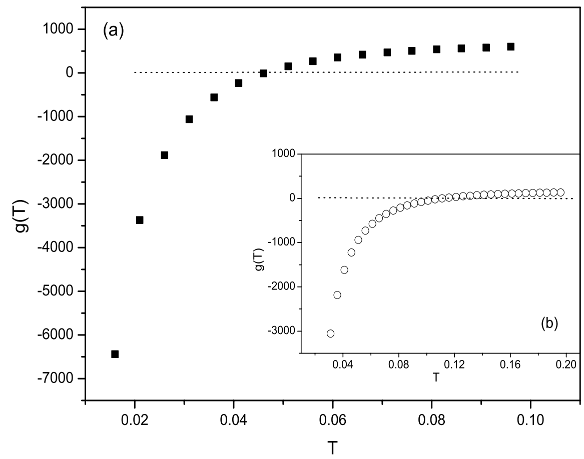
제안한 해법의 이해와 분석을 위하여 Eynan and Kropp [4]의 예산 제약을 고려하지 않은 예제를 참고하였다. 고려하는 예제는 4개의 복수 제품으로 구성되어 있으며, 각 제품의 매개변수인 주문비용(a_i), 단위당 연간 재고유지비용(h_i), 단위당 벌과 비용(B_i), 제품단위당 가격(C_i), 제품 수요가 정규분포를 따를 때의 평균(μ_i)과 표준편차(σ_i)는 <Table 1>에 주어져 있다. 각 제품의 리드타임 0.05년으로 동일하다고 가정하였다.

<Figure 1>은 예산 제약이 없는 경우(즉, $\lambda = 0$)에 대하여 제품 1과 제품 4에 대하여 식 (11)을 수치적으로 푼 것을 그림으로 나타낸 것이다. <Figure 1>에서 볼 수 있듯이 $g(T_i;\lambda)$은 단조 증가함수이며 주어진 매개변수에 대하여 방정식의 해 T_i가 유일하게 존재함을 알 수 있다.

<Table 1> Values of Parameter for Input Data

Item	a_i	h_i	B_i	c_i	μ_i	σ_i
1	1.8	0.4	0.8	20.0	2900.0	500.0
2	2.0	1.0	2.0	15.0	1850.0	500.0
3	1.2	0.8	1.6	10.0	2750.0	500.0
4	3.2	0.2	0.4	10.0	1600.0	500.0

제품 2와 제품 3에 대해서도 유사한 성질을 나타내었다.



<Figure 1> Numerical solution for $T_i = T_i^*$ to $g(T_i;\lambda) = 0$ when $\lambda = 0$. (a) item 1 and (b) item 4

<Table 2>는 예산이 20,000인 경우, 각 제품과주어진 매개변수에 대하여 최적의 T_i^*와 z_i^*를 구한 결과를 나타낸 것이다. 제품 1, 2, 3의 주문주기(T_i)와 안전계수(z_i)는 비슷하나 제품 4는 주문주기가 길고, 안전계수가 작은 것으로 나타났다. 제품 4는 다른 제품들에 비해 단위당 주문비용(a_i)이 크고 단위당 연간 재고유지비용(h_i)이 작다. 따라서 주문횟수를 줄이고 많은 재고를 유지하여도 비용 증가가 작으므로 주문 주기가 긴 것으로 보인다. 또한 제품 4는 단위당 벌과 비용(B_i)이 작으므로 안전계수를 작게 하여 안전재고량을 줄이더라도 벌과 비용이 크지 않으므로 안전계수가 작은 것으로 보인다.

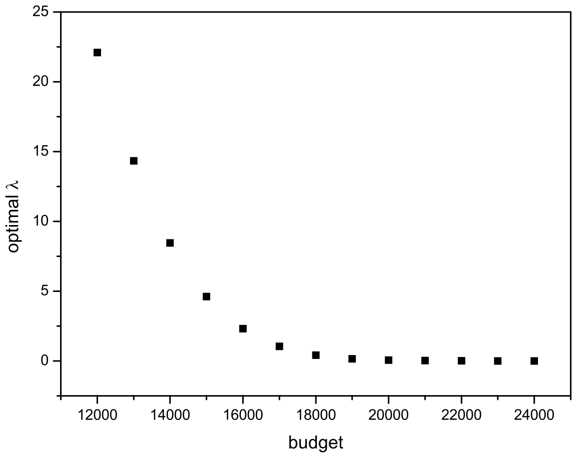
<Table 2> Results of an Experiment when $W = 20,000$, in which Case we Obtain $\lambda = 0.0673$.

Item	T_i	z_i	Setup cost	Holding cost	Penalty cost
1	0.016	2.361	375.802	779.256	119.754
2	0.020	2.306			
3	0.017	2.366			
4	0.037	1.968			

본 연구에서는 예산 제약이 매우 중요한 역할을 하므로 예산(W)의 변화에 따른 주요 의사 결정 변수 및 결과값의 변화를 분석하였다. 즉, 예산의 변화에 따른 λ 값의 변화, 주문주기(T_i), 안전계수(z_i), 제품별 평균재고량, 비용항목별 값의 변화등을 살펴보았다.

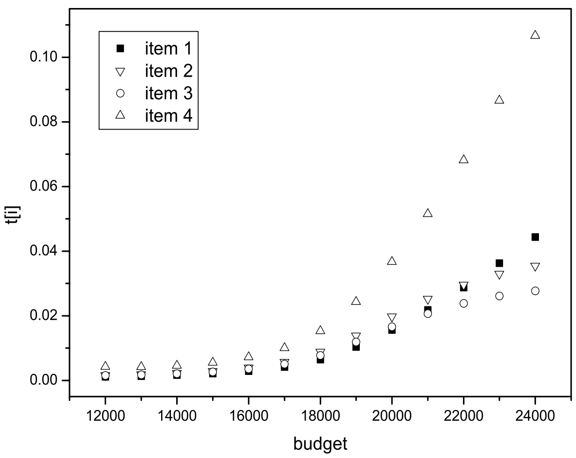
먼저, 예산의 변화에 따른 최적 λ값의 변화를 <Figure 2>에 나타내었다. <Figure 2>에서 볼 수 있듯이 예산이

증가함에 따라 최적 λ값은 단조 감소한다. λ는 예산 제약식의 위반에 따른 벌과(penalty)를 나타내는데, 예산이 약 24,200일 때 $\lambda = 0$으로 충분히 수렴함을 실험을 통하여 입증하였음으로 $W > 24{,}200$인 경우에는 예산이 충분하여 최적해를 제약하지 못하므로 의미 없다고 할 수 있다.



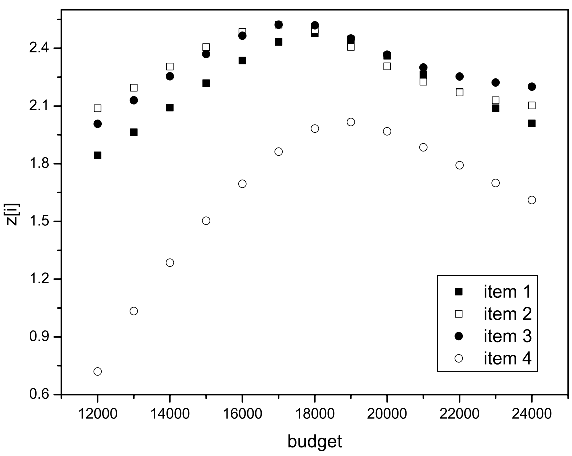
<Figure 2> Behavior of Optimal λ Versus Budget(W)

예산의 변화에 따른 주문 주기의 변화는 <Figure 3>에 주어져 있다. 모든 제품에 대하여 예산이 증가할수록 주문 주기 역시 증가함을 보인다. 예산이 충분할수록 주문 주기를 증가(즉, 주문횟수는 감소)시켜, 주문횟수에 비례하는 주문비용의 증가를 방지하려는 것으로 보인다.



<Figure 3> Plot of Cycle Time for Each Item Versus Budget

특히 제품 4의 경우에는 다른 제품에 비하여 주문 주기의 증가율이 높은데, 그 이유는 제품 4의 주문 비용(a_i)은 단위당 연간재고 유지비용(h_i)에 비하여 매우 크기 때문인 것으로 보인다. 즉, 주문 주기를 길게 하여 주문 횟수를 줄여 주문 비용을 줄이는 것이 재고수준이 올라가더라도 재고유지비용의 증가는 작으므로 비용감소에 도움이 되기 때문인 것으로 보인다.



<Figure 4> Plot of Safety Stock Factor Versus Budget

<Figure 4>는 예산의 변화에 따른 제품별 안전계수(safety factor)의 변화를 나타낸 것이다. 제품 유형에 무관하게 예산이 증가함에 따라 안전계수 역시 증가하다가 어느 특정한 예산에서 최대치를 가지며, 예산이 계속 증가하면 안전계수는 감소하는 경향을 보인다. 특히, 안전계수의 최대값은 정리의 조건을 만족한다.

정리 : 예산(W)의 변화에 따른 최대 안전계수(z_i^{max})는 $\frac{dT_i}{dW} + \frac{d\lambda}{dW} = 0$을 만족한다.

증명 : 식 (10)을 예산 W에 대하여 미분한 것을 고려하자. 즉,

$$z_i(T_i) = F^{-1}\left(1 - \frac{h_i + \lambda}{B_i} T_i\right) = F^{-1}(T_i, \lambda)$$

에서

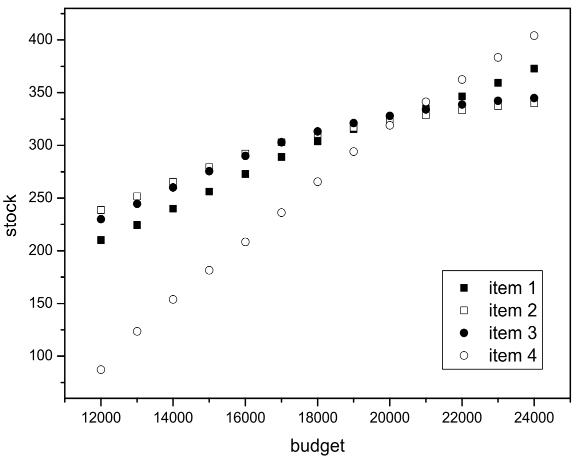
$$\frac{dz_i}{dW} = \frac{\partial F^{-1}(1 - \beta_i T_i)}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dW} + \frac{\partial F^{-1}(1 - \beta_i T_i)}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{dW} \qquad (12)$$

가 된다. 여기서 $\beta_i \equiv \frac{h_1 + \lambda}{B_i}$이다. 예산이 증가하면 주문주기는 <Figure 3>에서 볼 수 있듯이 지속적으로 증가함으로 $\frac{dT_i}{dW} > 0$이 된다. 또한 예산이 증가함에 따라 λ는

<Figure 2>에서 볼 수 있듯이 감소함으로 $\frac{d\lambda}{dW} < 0$이다. $F^{-1}\left(1-\frac{h_i+\lambda}{B_i}T_i\right) \equiv \xi_i$으로 정의하면 $\frac{\partial F^{-1}(1-\beta_i T_i)}{\partial T_i} = \frac{\partial F^{-1}(1-\beta_i T_i)}{\partial \lambda} = \frac{1}{\sqrt{f(\xi_i)}}$으로 주어짐으로 위의 식 (12)는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dz_i}{dW} = \frac{1}{\sqrt{f(\xi_i)}}\left\{\frac{dT_i}{dW}+\frac{d\lambda}{dW}\right\}$$

따라서 예산의 변화에 따른 최대 안전계수(z_i^{max})는 $\frac{dz_i}{dW}=0$을 만족해야 함으로 $\frac{dT_i}{dW}+\frac{d\lambda}{dW}=0$을 만족하는 경우에 해당한다.

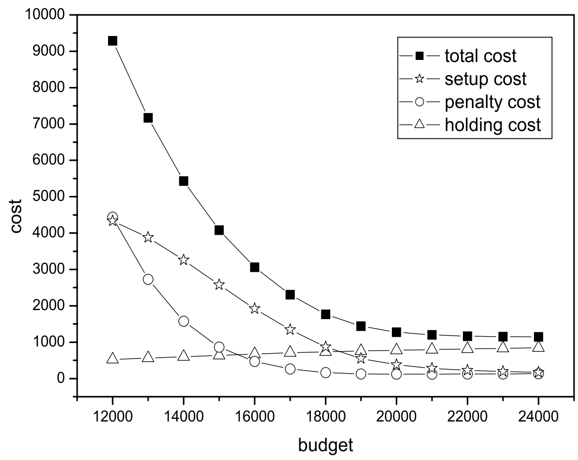


<Figure 5> Plot of Stock for Each Item Versus Budget

예산의 변화에 따른 제품별 평균재고량(stock)의 변화를 <Figure 5>에 나타내었다. 모든 제품에 대하여 예산이 증가함에 따라 평균재고량도 증가함을 알 수 있으며, 특히 제품 4의 경우에는 증가율이 다른 제품에 비하여 큼을 알 수 있다. 이것은 제품별 평균재고량 s_i는

$$s_i \equiv \frac{\mu_i T_i h_i}{2} + z_i \sigma_i h_i \sqrt{T_i + L_i}$$

으로 주어지기 때문에 매개변수 값들이 유사한 경우, 예산의 변화에 따른 s_i의 증가율은 T_i와 z_i의 증가율에 비례한다. 특히 <Figure 3>에서 볼 수 있듯이 제품 4의 T_i의 증가율이 크기 때문에 제품 4의 증가율이 다른 제품에 비하여 상대적으로 큼을 알 수 있다.



<Figure 6> Plots of Various Costs Versus Budget

또한 예산의 변화에 따른 여러 유형의 비용에 대한 분석을 수행하였으며, 그 결과를 <Figure 6>에 나타내었다. <Figure 6>에서 볼 수 있듯이 예산이 증가할수록 주문 비용(setup cost)과 패널티 비용은 감소하는 반면, 제품 유지비용은 완만히 증가한다. 예산이 증가할수록 <Figure 3>에서 볼 수 있듯이 주문 주기가 커지므로 주문 횟수는 감소하기 때문에 주문 비용 역시 감소한다. 또한 예산이 증가할수록 안전 재고량이 늘어나기 때문에 (<Figure 4> 참조) 재고부족으로 인한 벌과 비용은 약 $W=17,000$ 부근까지 감소하다가 이후로는 거의 일정한 값을 유지한다. 이와 대조적으로 예산이 증가하면 <Figure 5>에서 볼 수 있듯이 평균재고량이 증가하기 때문에 재고 유지비용은 계속 증가하게 된다. 예산이 증가함에 따라 주문 비용과 벌과 비용의 감소 정도가 재고 유지비용의 증가율보다 크기 때문에 총 비용은 감소하게 된다.

5. 결 론

본 연구에서는 예산 제약이 확률적으로 주어진 주기적 재고관리 시스템에 대하여 최적해를 탐색하는 해법을 제안하였다. 기존의 주기적 재고관리 시스템에 대한 연구에서는 단순히 최대 재고액이 주어진 예산 이내가 되도록 하는 문제에 대한 연구들이었다. 본 연구에서는 제품구입비용은 제품을 수령할 때 지불한다고 가정할 때 재고관련비용이 예산 이내에 있을 확률이 일정 값 이상이 되게 하는 복잡한 예산제약을 고려하였다.

또한, 예산의 변화에 따른 여러 변수들의 변화를 살펴보았는데 이를 정리하면 다음과 같다.

예산이 증가함에 따라

- 라그랑지 승수(Lagrange multiplier) λ는 감소하다가 0

으로 수렴한다. λ는 예산제약을 위반할수록 값이 커지는데 예산이 증가하면 예산제약을 위반하는 해들이 줄어들므로 λ가 감소하다가 일정값 이상으로 예산이 증가하면 최적해가 예산을 위반하지 않으므로 λ는 0으로 수렴하는 것으로 보인다.

- 주문주기(T_i)는 증가하는데 불필요하게 잦은 주문으로 인한 주문비용의 증가를 방지하기 위해서인 것으로 보인다. 특히, 주문 1회당 주문비용이 작은 제품일수록 주문주기가 크게 증가하는 것으로 보인다.
- 안전재고량을 결정하는 안전계수(z_i)는 증가하다가 일정 값 이후로는 감소한다. 즉, 안전계수의 값이 최대가 되는 점(z_i^{max})은 주문주기를 예산으로 미분한 값과 라그랑지 승수를 예산으로 미분한 값의 합이 $\frac{dT_i}{dW}+\frac{d\lambda}{dW}=0$이 되는 곳임을 입증하였다.
- 제품별 평균재고량은 증가한다. 이는 예산이 증가함에 따라 주문주기가 증가하므로 주문주기에 비례하는 평균재고량도 증가하는 것으로 보인다. 특히, 단위당 재고유지비용이 작고, 회당 주문비용이 작은 제품의 평균재고량이 빠르게 증가하였다.
- 주문비용과 벌과 비용은 감소하고, 재고유지비용은 완만히 증가하였다. 주문비용과 벌과 비용의 감소폭이 재고유지비용의 증가폭보다 크므로 총비용은 감소하였다.

Acknowledgement

This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology(NRF-2010-0022163).

References

[1] Chao, X. and Zipkin, P.H., Optimal Policy for a Periodic-Review Inventory System Under a Supply Capacity Contract. *Operations Research*, 2008, Vol. 56, No. 1, p 59-68.

[2] Lee, D.J. and Lee, C.-Y., A Study on Inventory Control Policy for Semi-Finished Product and Optional Components. *Soc. of Kor. Ind. and Sys. Eng*, 2013, Vol. 36, No. 4, p 31-37.

[3] Eynan, A. and Kropp, D.H., Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments. *IIE Transactions*, 1998, Vol. 30, p 1025-1033.

[4] Eynan, A. and Kropp, D.H., Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems, *European J. of Oper. Res*, 2007, Vol. 180, p 1135-1143.

[5] Federgruen, A. and Zipkin, P., An inventory model with limited production capacity and uncertain demands I. *The average-cost criterion*, *Math. Oper. Res*, 1986, Vol. 11, No. 2, p 193-207.

[6] Federgruen, A. and Zipkin, P. An inventory model with limited production capacity and uncertain demands II. *The discounted-cost criterion, Math. Oper. Res*. 1986, Vol. 11, No. 2, p 208-215.

[7] Ghalebsaz-Jeddi, B., Shultes, B.C., and Haji, R., A multi-product continuous review inventory system with stochastic demand, backorders, and a budget constraint. *Euro J of Oper Res*, 2004, Vol. 158, p 456-469.

[8] Hausman, W.H., Lee, H.L., and Zhang, A.X., Joint demand fulfillment probability in a multi-item inventory system with independent order-up-to policies. *European J. of Oper. Res*, 1998, Vol. 109, p 646-659.

[9] Kiesmüller, G.P., A multi-item periodic replenishment policy with full truckloads. *Int. J. Production Economics*, 2009, Vol. 118, p 275-281.

[10] Roundy, R. and Muckstadt, J.A., Heuristic computation of periodic-review base stock inventory policies, *Management Sci*, 2000, Vol. 46, No. 1, p 104-109.

[11] Schrijver, S.K., Aghezzaf, E.H., and Vanmaele, H., Aggregate constrained inventory system with independent multi-product demand : Control practices and theoretical limitations. *Int. J. Production Economics*, 2013, Vol. 143, p 416-423.

[12] Wang, T.Y. and Hu, J.M., An inventory control system for products with optional components under service level and budget constraints. *Euro J of Oper Res*, 2008, Vol. 189, p 41-58.

[13] Wang, T.Y. and Hu, J.M., Heuristic method on solving an inventory model for products with optional components under stochastic payment and budget constraints. *Exp sys with App*, 2010, Vol. 37, p 2588-2598.