

논문 2014-51-6-1

# 전력 스펙트럼의 최대 최소 비율을 이용한 스펙트럼 감지 방식

(Spectrum Sensing Scheme Using the Ratio of the Maximum and the Minimum of Power Spectrum)

임 창 현\*

(Chang Heon Lim<sup>©</sup>)

요 약

TV 대역에 나타날 수 있는 무선 마이크 신호를 검출하는 방안으로 전력 스펙트럼의 최대값을 시험 통계량으로 사용하는 방안이 최근 발표되었다. 이 방식은 시험 통계량을 임계값과 비교하여 우선 사용자의 유무를 판정하는데, 이때 임계값은 목표로 하는 오경보 확률뿐만 아니라 배경 잡음 전력 수준에 따라 달라진다. 따라서 잡음 전력에 대한 불확실성이 존재하는 경우 그로 인한 성능 저하가 발생할 수 있다. 이에 대한 해결책으로 본 논문은 전력 스펙트럼의 최대값과 최소값의 비율을 시험 통계량으로 사용하는 방식을 제안하고, 그 분석 결과를 제시하고자 한다.

Abstract

Recently, a spectrum sensing technique employing the maximum value of a received power spectrum as a test statistic has been presented in the literature for the purpose of detecting a wireless microphone signal in TV bands. This detects the presence of a primary user by comparing the test statistic with some threshold, which depends on the background noise power level as well as a target false alarm rate. Therefore its performance may deteriorate when the noise power uncertainty occurs. As a means to mitigate this difficulty, we present a spectrum sensing strategy adopting the ratio of the maximum and the minimum value of the power spectrum as a test statistic and analyze its performance of spectrum sensing.

**Keywords** :cognitive radio, feature detection, noise power uncertainty, power spectrum, order statistics

## I. 서 론

무선 통신 서비스가 다양화되고 서비스 이용자가 늘

어나면서 그만큼 주파수 자원에 대한 수요도 많아졌다. 하지만 주파수 자원은 한정되어 있기 때문에 늘어나는 수요를 감당하기 위해서는 주파수 이용 효율을 극대화 하는 방안이 필요하다<sup>[1]</sup>. 이런 노력의 일환이 바로 기회 적 스펙트럼 접근(opportunistic spectrum access) 방식이다. 이는 우선 사용자(primary user)가 우선 사용권을 갖고 있는 주파수 대역이 일시적으로 사용되지 않는 경우에 한해 2차 사용자(secondary user)가 해당 대역을 사용할 수 있도록 허용하는 개념이다. 한편, 이러한 개념을 실현할 수 있는 수단으로 인지 무선(cognitive radio)<sup>[2]</sup> 시스템이 주목받고 있다. 이 시스템은 주변의 전파 환경을 인지하는 기능을 갖고 있기 때문에 우선

\* 평생회원, 부경대학교 전자공학과  
(Department of Electronic Engineering, Pukyong National University)

© Corresponding Author(E-mail: chlim@pknu.ac.kr)

※ 「본 연구는 미래창조과학부 및 한국방송통신전파진흥원의 방송통신 인프라 원천기술개발사업의 일환으로 수행하였음. [11-911-01-112, My-F 이용 융합서비스 기술개발].」

접수일자: 2013년11월11일, 수정일자: 2014년03월15일  
수정완료: 2014년05월24일

사용자의 활동 유무를 판단할 수 있는 스펙트럼 감지 기능을 기본적으로 지원할 수 있다.

인지 무선 시스템이 사용하는 스펙트럼 감지 방식<sup>[3]</sup>으로는 정합 필터(matched filter)를 사용한 방법과 에너지 검파(energy detection)를 사용한 방식 그리고 특징 추출(feature extraction)을 이용한 방식으로 구분할 수 있다. 정합 필터는 이중에서 가장 우수한 검파 성능을 가질 수는 있다. 하지만 우선 사용자 신호의 형태를 정확하게 알아야 한다는 제약이 있고, 낮은 SNR 환경에서는 동기화가 어려워 우수한 검파 성능을 기대하기 어렵다는 단점을 갖고 있다. 반면에 에너지 검파 방식은 우선 사용자의 신호에 대한 정보를 필요로 하지 않고 구현이 간단하다는 장점이 있다. 그러나 낮은 SNR 환경에서는 잡음 전력의 불확실성으로 인해 성능이 저하되는 단점을 갖고 있다. 마지막으로 특징 추출 방식에는 통신 신호의 주기성을 활용하는 방식과 전력 스펙트럼의 형태를 활용하는 방식<sup>[4-6]</sup> 등이 있다. 이 중에서 주기성을 활용하는 방식은 주기성을 추출하는 과정이 매우 복잡하다는 단점이 있다. 전력 스펙트럼을 활용하는 방식은 전력 스펙트럼의 주요 특징을 활용하여 우선 사용자 출현 유무를 판단하는 방식으로서 최근 활발한 연구가 진행되고 있다.

전력 스펙트럼의 특성을 활용한 방식 중의 하나로 전력 스펙트럼의 최대값을 시험 통계량으로 사용하는 방식<sup>[7]</sup>이 최근 발표된 바 있는데, 이는 TV 대역에서 무선 마이크 신호를 검출할 목적으로 제안된 방식이다. 이 방식은 무선 마이크 신호가 협대역 신호 특성을 갖는다는 점을 활용한 것으로 상당히 낮은 SNR에서도 해당 신호를 검출할 수 있는 것으로 알려져 있다. 그러나 이 방식은 검파 임계값을 결정하기 위해서 배경 잡음의 전력을 알고 있어야 한다. 따라서 만약 잡음 전력에 대한 불확실성이 존재할 경우에는 스펙트럼 감지 성능이 손상될 수 있다.

이전 연구에서 고유값(eigenvalue)의 최대값을 최소값으로 정규화한 값을 시험 통계량으로 활용한 방식<sup>[8]</sup>이 발표된 바 있었다. 그리고 이러한 정규화 과정을 통해 잡음 전력에 상관없는 오경보 확률 얻을 수 있었다. 따라서 이런 정규화를 [7]에 적용한다면 잡음 전력 수준에 영향을 받지 않는 스펙트럼 감지 방식을 기대할 수 있다. 이에 본 논문에서는 전력 스펙트럼의 최대값과 최소값의 비율을 시험 통계량으로 사용하는 방안을

제시하고, 분석을 통하여 해당 방안의 오경보 확률을 도출하며 이를 통해 검파 임계값이 잡음 전력과 무관함을 보이고자 한다.

본 논문은 I 장 서론에 이어 II장에서 전력 스펙트럼의 최대값과 최소값의 비율을 시험 통계량으로 사용하는 방안을 소개한다. 그리고 III장에서는 이 방안에 대한 오경보 확률을 분석하는 과정을 기술하며, IV장에서 분석 결과에 따른 수치 결과를 제시하고, 이것이 전산모의 실험 결과와 일치함을 설명한다. 마지막으로 V장에서 결론을 맺는 것으로 구성하였다.

## II. 제안하는 스펙트럼 감지 방식

스펙트럼 감지란 수신한 신호를 분석하여 우선 사용자가 해당 채널을 사용하고 있는지 여부를 판단하는 과정이다. 우선 사용자가 활동하는 경우와 그렇지 않은 경우를 각각  $H_1$ 와  $H_0$ 로 표시하고, 우선 사용자 신호를  $x(n)$ , 잡음 신호를  $v(n)$ 이라고 하면, 수신 신호  $y(n)$ 은 다음과 같이 모델링할 수 있다.

$$y(n) = \begin{cases} v(n) & H_0 \\ x(n) + v(n) & H_1 \end{cases} \quad (1)$$

위 식에서 수신 잡음  $v(n)$ 은 복소 가우시안 분포를 따르는 것으로 가정하고, 평균은 0, 분산은  $\sigma_v^2$ 으로 설정한다.

본 논문에서 제안하는 스펙트럼 감지 방식은 참고 문헌 [7]과 마찬가지로 웰치 방식의 periodogram을 사용한다. 이를 좀 더 구체적으로 설명하면 수신 신호의 길이가  $L \times M$ 일때,  $L$ 샘플 단위로 periodogram을 계산한 후, 이를 평균하여 전력 스펙트럼을 결정하는 방식이다. 먼저  $m$ 번째 periodogram의  $k$ 번째 주파수 성분을  $Y(m, k)$ 라고 하면 이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y(m, k) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=0}^{L-1} y(mL + l) e^{-j2\pi kl/L} \quad (2)$$

그리고 이를 토대로 구한 전력 스펙트럼을  $S(k)$ 라고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} |Y(m, k)|^2 \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (3)$$

수신 잡음  $v(n)$ 은 복소 가우시안 분포를 따른다고 가

정하였으므로 우선 사용자가 존재하지 않는 경우에  $S(k)$ 의 통계적 분포는 감마 분포를 따른다.

본 논문이 제안하는 방식은  $S(k)$ 의 최대값과 최소값의 비율을 시험 통계량으로 사용하는 방식이다. 따라서 최대값을  $S_{max}$ , 최소값을  $S_{min}$ 이라고 하면 제안하는 방식은  $S_{max}/S_{min}$ 을 임계값과 비교하여 우선 사용자가 활동 여부를 판단하는 형태이다.

### III. 오경보 확률 분석

오경보 확률은  $H_0$  가설이 유효한 경우에 발생하는 양이다. 따라서  $y(n) = v(n)$ 인 경우를 전제로 오경보 확률을 계산해야 한다. 이때  $Y(m, k)$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_v^2$ 인 복소 가우시안 분포를 따르고, 이를 제곱한 값  $|Y(m, k)|^2$ 은 감마 분포를 따른다. 감마 분포를  $G(\alpha, \beta)$ 로 표현한다면  $|Y(m, k)|^2$ 의 분포는  $G(1, \sigma_v^2)$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 식(3)의 관계에 따르면 전력 스펙트럼  $S(k)$ 의 분포는  $G\left(M, \frac{\sigma_v^2}{M}\right)$ 가 되고,  $k$ 에 관계 없이 동일한 분포를 갖는 것을 알 수 있다.

논문에서 제안한 스펙트럼 감지 알고리즘은  $S(0), S(1), \dots, S(L-1)$  중에서 최대값과 최소값을 찾아서 그 비를 계산한 후, 이를 검파 임계값  $\lambda$ 와 비교하는 방식이다.  $S(0), S(1), \dots, S(L-1)$ 를 오름차 순으로 배열한 결과를  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(L-1)}$ 라고 할때, 순서 통계(order statistics)에 따르면  $X_{(k)}$ 에 대한 확률 밀도 함수  $f_k(x)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_k(x) = k \binom{k}{L} \{1 - F(x)\}^{L-k} F^{k-1}(x) f(x) \quad (4)$$

위 식에서  $f(x)$ 는  $G\left(M, \frac{\sigma_v^2}{M}\right)$ 에 대한 확률 밀도 함수이고,  $F(x)$ 는 그에 대한 누적 분포 함수를 가리킨다.

참고문헌 [9]의 내용에 따르면 적분 형태로 표현된 오경보 확률이나 검파 확률을 유수 정리(residue theorem)를 이용하여 계산할 수 있다. 이 결과를 이용하면 제안하는 스펙트럼 감지 방식의 오경보 확률  $P_{FA}$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{FA} &= P[X_L > \lambda X_{(1)} | H_0] \\ &= \int_0^\infty f_1(y) \int_{\lambda y}^\infty f_L(x) dx dy \\ &= \sum_{k_0} \text{res} \left[ g_L(z) \frac{g_1(-\lambda z)}{z}, z_{k_0} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

위 식에서  $\lambda$ 는 검파 임계값을 의미하고,  $g_k(z)$ 는  $f_k(x)$ 의 MGF(moment generating function)으로서 다음과 같은 형태가 된다.

$$\begin{aligned} g_k(z) &= \frac{k}{\Gamma(M)} \binom{k}{L} \sum_{i=0}^{k-1} \binom{i}{k-1} (-1)^{k-1-i} \\ &\times \sum_{j_0=0}^{L-1-i} \dots \sum_{j_{M-1}=0}^{L-1-i} \frac{A(L, i, j_0, \dots, j_{M-1})}{\prod_{p=0}^{M-1} \Gamma(p+1)^{j_p}} \\ &\times \frac{\Gamma\left(\sum_{p=0}^{M-1} p j_p + M\right)}{\left(N-i + \frac{\sigma_v^2}{M} z\right)^{\sum_{p=0}^{M-1} p j_p + M}} \end{aligned} \quad (6)$$

또한  $z_{k_0}$ 는  $g_L(z)$ 의 극점(pole)을 가리키며,

$$\begin{aligned} &A(L, i, j_0, \dots, j_{M-1}) \\ &\equiv \begin{cases} \frac{\Gamma(L-i)}{\Gamma(j_0+1) \dots \Gamma(j_{M-1}+1)} L-1-i = \sum_{k=0}^{M-1} j_k \\ 0 & L-1-i = \sum_{k=0}^{M-1} j_k \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

로 정의한다. 식 (5)를 전개하여 정리하면 오경보 확률은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{FA} &= \sum_{N=0}^{L-1} \sum_{n_0}^{L-1} \dots \sum_{n_{M-1}=0}^{L-1} D(1, M, L, 0, n_0, \dots, n_{M-1}) \\ &\times \frac{1}{\Gamma(N)} \sum_{l=0}^{N-1} C_l^{N-1} \sum_{j_0=0}^{L-1-i} \dots \sum_{j_{M-1}=0}^{L-1-i} D(L, M, L, i, j_0, \dots, j_{M-1}) \\ &\times B\left(N - \sum q_j - M, l\right) \times \Gamma(N-l) \\ &\times \sum_{m=0}^{N-l-1} \left( \frac{\sum r n_r + M + m - 1}{m} \right) \lambda^m \left( \frac{1}{L-i} \right)^{N-l-m} \\ &\times \frac{1}{(L+\lambda(L-i))^{\sum r n_r + M + m}} \end{aligned} \quad (8)$$

위 식에서  $N$ 은  $\sum_{j=0}^{M-1} q_j + M$ 의 최대값을 의미하며  $D(k, M, L, i, j_0, \dots, j_{M-1})$ 의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & D(k, M, L, i, j_0, \dots, j_{M-1}) \\
 & \equiv \frac{k \binom{L}{k}}{\Gamma(M)} \binom{k-1}{i} (-1)^{k-1-i} \\
 & \times \frac{A(L, i, j_0, \dots, j_{M-1})}{\prod_{p=0}^{M-1} \Gamma(p+1)^{j_p}} \Gamma\left(\sum_{p=0}^{M-1} p j_p + M\right)
 \end{aligned} \quad (9)$$

그리고  $B(a, b)$ 의 정의는 다음과 같다.

$$B(a, b) = \begin{cases} \Gamma(a+1) & a = b \\ 0 & a \neq b \end{cases} \quad (10)$$

식 (8)을 자세히 살펴보면 잡음 전력을 나타내는  $\sigma_v^2$ 을 포함하고 있지 않음을 확인할 수 있다. 그러므로 제안한 방식의 오경보 확률은 배경 잡음 전력과 관계없다는 것을 알 수 있고, 결과적으로 잡음 전력의 불확실성으로 인한 영향을 받지 않는다고 말할 수 있다.

#### IV. 수치 결과

III장에서 도출한 분석 결과를 검증하기 위하여 오경보율 식(8)로부터 도출한 임계값이 당초 목표로 한 오경보율을 얻을 수 있는지 전산 모의실험을 통해 확인하고, 스펙트럼 센싱 성능을 기존의 방식<sup>[7]</sup>과 비교한다. 모의실험을 위해 FFT 길이  $L = 16$ 로 하였으며,  $M$ 의 값은 1 또는 2인 경우를 전제하였다.

전산 모의실험에서 사용하는 수신 신호 샘플은 식(1)에 따라 만드는데,  $x(n)$ 은 DC 값을 갖는 신호로 하

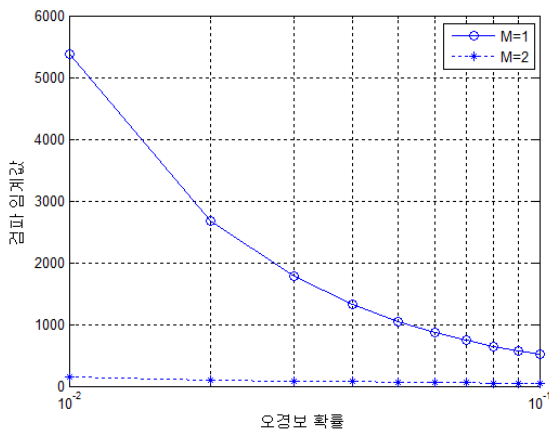


그림 1. 오경보 확률에 따른 검파 임계값  
Fig. 1. Detection threshold corresponding to varying false alarm rate.

였다. 왜냐하면 본 논문에서 다루고 있는 스펙트럼 센싱 방식이 협대역 특성을 갖는 우선 사용자를 대상으로 하고 있는데, 대표적인 협대역 신호가 톤(tone) 신호이므로 이중에서 편의상 주파수가 0인 경우를 선택하였다. 잡음 신호의 전력(분산)  $\sigma_v^2$ 은 0 dB로 설정하였다. 원래 전력의 단위는 dBm 또는 dBW를 사용하지만 모의 실험에서는 정규화된 샘플링 시간을 사용하는 것으로 볼 수 있기 때문에 전력 단위로 dB를 사용하였다.

그림 1은 오경보 확률에 따라 임계값이 어떻게 달라지는 가를 보여주고 있다. 이 결과는 식(8)을 이용하여 도출하였다. 그림에서 보는 바와 같이  $M$ 값에 관계없이 오경보 확률을 높이면 임계값은 낮아지는 것을 확인할 수 있다. 이는 임계값과 오경보 확률간의 일반적인 관계이므로 적절한 결과라고 판단할 수 있다. 한편  $M$  값이 증가하면 검파 임계값이 전반적으로 작아지는데, 이는  $G\left(M, \frac{\sigma_v^2}{M}\right)$ 의 분산이  $\frac{\sigma_v^2}{M}$ 으로  $M$ 값이 커지면 분산이 작아지기 때문이다<sup>[10]</sup>.

그림 2는 잡음 불확실성이 존재하는 상황에서 본 논문에서 제안한 방식의 오경보 확률과 기존의 방식의 오경보 확률이 목표 오경보 확률에 따라 어떻게 달라지는 가를 보여주고 있다. 이 결과는 전산 모의 실험을 통해서 얻은 자료로서, 편의상  $M = 1$ 으로 가정하였고, 이때 사용한 임계값은 식(8)을 이용하여 수치 검색을 사

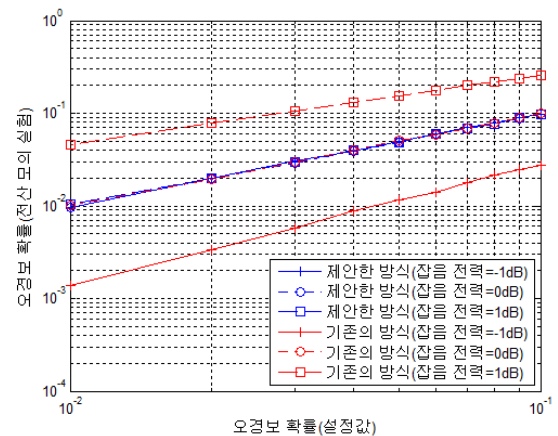


그림 2. 잡음 전력 불확실성이 존재하는 상황에서 설정 오경보 확률과 전산 모의 실험을 통해 얻은 오경보 확률 비교

Fig. 2. Comparison of the target false alarm probability with the simulated false alarm probability in the presence of noise power uncertainty.

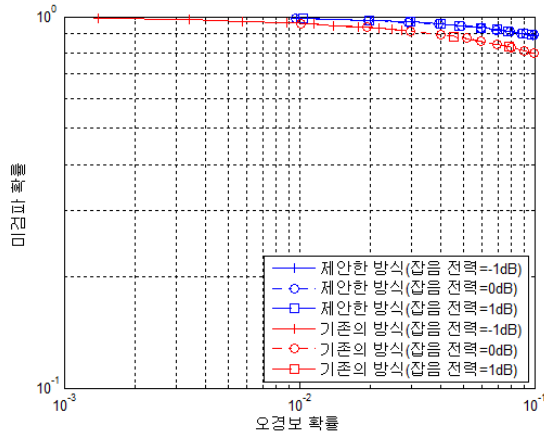


그림 3. 잡음 전력 불확실성이 존재하는 상황에서 오경보 확률과 미검파 확률 비교

Fig. 3. Comparison of the false alarm probability with miss detection probability in the presence of noise power uncertainty.

용하여 결정했다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 본 논문에서 제안한 방식은 잡음 전력의 수준과 관계없이 목표하는 오경보 확률을 달성하고 있음을 확인할 수 있어 식(8)로 표현되는 분석 결과가 정확하다고 할 수 있다. 반면에 기존의 방식은 실제 잡음 전력 수준이 예상 전력 수준과 달라지면 그에 따라 오경보 확률이 달라져 목표로 한 오경보 확률을 달성할 수 없음을 확인할 수 있다. 이때 기존의 방식에서 사용함 검파 임계값은 잡음 전력 수준이 0 dB라는 가정하에서 결정한 것이고, 실제 잡음 전력 수준을 -1 dB, 0 dB, 1dB로 변경해가면서 그 영향을 분석한 것이다.

그림 3은 잡음 불확실성이 존재하는 상황에서 본 논문에서 제안한 방식과 기존 방식의 미검파 확률(miss detection probability)이 오경보 확률에 따라 어떻게 변하는 지는 보여주고 있다. 편의상  $M = 1$ 으로 가정하였고, 우선 사용자의 신호 대 잡음비 SNR은 -10 dB로 설정하였다. 그림에서 보는 바와 같이 제안한 방식의 성능이 기존의 방식보다 동일한 오경보 확률에 대하여 미검파 확률이 크기 때문에 성능이 떨어진다는 것을 알 수 있다. 이는 제안한 방식이 전력 스펙트럼의 최대값과 최소값의 비를 시험 통계량으로 사용함으로써 잡음 전력 수준에 관계없이 일정한 오경보 확률을 확보할 수 있었지만, 이로 인한 검파 확률 성능의 손실이 상대적으로 크기 때문이다.

## IV. 결 론

본 논문에서는 전력 스펙트럼의 최대값과 최소값의 비를 시험 통계량으로 사용하는 스펙트럼 감지 방식을 제안하고, 이에 대한 성능 분석을 하였다. 성능 분석 결과에 따르면 제안한 방식은 오경보 확률과 검파 확률을 함께 고려하는 측면에서는 기존의 방식에 비해 다소 떨어지는 성능을 보였지만, 배경 잡음 전력 수준과 무관하게 일정한 오경보 확률을 확보할 수 있음을 확인할 수 있어 배경 잡음 전력의 수준과 관계없이 일정한 오경보 확률을 요구하는 환경에서는 유효한 스펙트럼 센싱 방식이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

## REFERENCES

- [1] G. Staple and K. Werbach, "The End of Spectrum Scarcity", IEEE Spectrum, vol. 41, no. 3, pp. 48-52, 2004.
- [2] J. Mitola and G. Q. Maguire, "Cognitive radio: making software radios more personal," IEEE Pers. Commun., vol. 6, no. 4, pp. 13-18, Aug. 1999.
- [3] T. Yucek and H. Arslan, "A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications," IEEE Comms. Surveys, vol. 11, no. 1, pp. 116-130. 2009.
- [4] Z. Quan, W. Zhang, S. J. Shellhammer, and A. H. Sayed, "Optimal Spectral Feature Detection for Spectrum Sensing at Very Low SNR," IEEE trans. on Commun., vol. 59, no. 1, pp. 210-212, Jan. 2011.
- [5] W. Zhang, H. V. Poor, "Frequency-Domain Correlation: An Asymptotically Optimum Approximation of Quadratic Likelihood Ratio Detectors," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 58, no. 3, pp. 969-979, Mar. 2010.
- [6] C. Hanwen and J. Peissig, "Practical spectrum sensing with frequency-domain processing in cognitive radio," Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), pp. 435-439, Aug. 2012
- [7] H. S. Chen, W. Gao, and D. G. Daut, "Spectrum Sensing for Wireless Microphone Signals," IEEE Annual Communications Society Conference on SECON Workshops, pp. 1-5, June 2008.
- [8] Y. Zeng, Y. C. Liang, "Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio,"

- IEEE Transactions on Communications, vol. 57, no. 6, pp.1784-1793, June 2009
- [9] X. Y. Hou, N. Morinaga, T. Namegawa, "Direct evaluation of radar detection probabilities," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 23, no. 4, pp. 418-424, 1987.
- [10] V. K. Rohatgi, An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, 1976.

---

저 자 소 개

---



임 창 현(평생회원)

1986년 서울대학교 전자공학과 학사

1988년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사

1993년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사

1994년~현재 부경대학교 전자공학과 교수

<주관심분야 : 인지 무선, 레이더 신호 처리>