The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication (IIBC)
Vol. 14, No. 3, pp.111-117, Jun. 30, 2014. pISSN 2289-0238, eISSN 2289-0246

http://dx.doi.org/10.7236/JIIBC.2014.14.3.111
JIIBC 2014-3-16

최대 선호도 순위선정 방법에 기반한 결혼문제 알고리즘

Marriage Problem Algorithm Based on Maximum-Preferred Rank Selection Method

이상운*

Sang-Un, Lee*

요 약 본 논문은 안정된 결혼문제의 최적 해를 쉽고 빠르게 찾는 알고리즘을 제안하였다. 첫 번째로, 남성의 여성 선호도와 여성의 남성 선호도 합 p_{ij}의 $n \times n$ 정방행렬 할당문제로 변환시킨다. 두 번째로, 행렬에서 최대 선호도 합(최소 값)인 $_{\min}p_{ij}$를 선택하고 i행과 j열을 삭제한다. 이 과정을 $i=0 \cap j=0$일 때까지 수행한다. 세 번째로, 가능한 최초 또는 마지막 선택 $_{\min}p_{ij}$에 대해 다른 값으로 변경시 선호도를 증가시킬 수 있으면 상호 교환하는 검증 절차를 수행한다. 제안된 알고리즘을 7개의 안정된 결혼문제에 적용한 결과 기존 알고리즘의 해를 개선하는 효과를 얻었다.

Abstract In this paper I propose a simple optimal solution seeking algorithm to a stable marriage problem. The proposed algorithm firstly constructs an $n \times n$ matrix of the sum of each gender's preference of the other gender p_{ij}. It then selects the minimum sum preference $_{\min}p_{ij}$ in the constructed matrix and deletes its corresponding row i and column j. This process is repeated until $i=0 \cap j=0$, after which the algorithm compares initially or last chosen $_{\min}p_{ij}$ its alternatives to finally determine one that yields the maximum marginal increase in preference. When applied to 7 stable marriage problems, the proposed algorithm has improved on initial solutions of existing algorithms.

Key Words : Marriage problem, Minimum weight matching, Maximum matching, Preference

Ⅰ. 서 론

결혼 문제 (Marriage Problem)는 간선의 가중치 (Edge Weight)가 주어지는 경우와 가중치가 없는 (Unweighted) 경우로 구분된다. 본 논문은 간선 가중치 (선호도)가 주어진 안정된 결혼 문제 (Stable Marriage Problem, SM)를 대상으로 한다. SM은 n명의 남성 $(m_1, m_2, \cdots, m_n)$과 n명의 여성 $(w_1, w_2, \cdots, w_n)$이 있고, 각자가 선호하는 이성의 순위가 주어졌을 때, n쌍을 결혼시키되 결혼 관계가 깨지지 않는 가장 안정적인 매칭을 찾는 문제로 최소 가중치 이분 매칭 (Minimum Weight Bipartite Matching) 또는 완전 매칭 (Perfect Matching)이라 하며, 일반적으로 할당 문제 (Assignment Problem)라고도 한다.[1-4]

주어진 그래프 $G=(V,E)$에 대해, SM 문제의 해 (Solution)는 수행 복잡도 $O(|V|^2|E|)$의 Gale-Shapley 알고리즘[5,6]으로, 할당 문제의 해는 $O(|E|^4)$의 Hungarian 알고리즘[7,8]으로 구한다.

본 논문은 안정된 결혼 문제의 해를 기존 알고리즘보다 간단히 구하는 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 SM

*정회원, 강릉원주대학교 과학기술대학 멀티미디어공학과
접수일자 : 2014년 01월 19일, 수정완료 : 2014년 5월 3일
게재확정일자 : 2014년 6월 13일

Received: 19 January, 2014 / Revised: 3 May, 2014 / Accepted: 13 June, 2014
*Corresponding Author: sulee@gwnu.ac.kr
Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University, Korea

문제에 대한 해를 구하는 Gale-Shapley 알고리즘[5,6]과 할당 문제의 해를 구하는 Hungarian 알고리즘[7,8]을 고찰한다. 3장에서는 최대 선호도를 선택하는 안정된 결혼문제 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 다양한 문제들에 적용하여 제안된 알고리즘의 적용성을 평가해 본다.

II. 관련연구와 연구 배경

n명의 남성 $m_i,(i=1,2,\cdots,n)$와 n명의 여성 $w_j,(j=1,\ 2,\cdots,n)$가 있고, 각각은 선호도를 갖고 있다. 이 경우, 안정된 결혼 문제는 최소 가중치 합 (최우선 선호도 순위)의 이분 매칭 해를 구하는 문제이다. 이는 2개의 $K_{n,n}$인 완전 이분 그래프 (Complete Bipartite Graph)로 표현될 수 있다. 이 문제의 해를 구하는 대표적인 방법으로 그림 1의 Gale-Shapley 알고리즘[5-6]이 있으며, 수행 복잡도 (횟수)는 $O(|V|^2|E|)$이다.

```
function stableMatching {
    모든 m∈M과 w∈W를 독신으로 초기화시킴.
    while 독신 여성 w가 청혼한 것을 수락할 그 독신 남성 m {
        m에 최우선 선호 순위를 결정한 독신 여성 w에 대해
        if      w는 독신 then (m,w) 짝을 약혼시킴
        else    (m′,w) 짝이 이미 존재
            if      m이 m′보다 w를 더 선호 then (m,w)
                    짝을 약혼시키고, m′는 파혼시켜 독신으로
                    함
            else  (m′,w) 짝을 유지시킴.
    }
}
```

그림 1. Gale-Shapley 알고리즘
Fig. 1. Gale-Shapley algorithm

Hunt[9]에서 인용된 그림 2의 $n=4$인 SM_1 안정된 결혼문제에 Gale-Shapley 알고리즘을 적용하여 보자.

남성의 여성 선호도	여성의 남성 선호도	해
$m_1: w_1,w_2,w_3,w_4$ $m_2: w_2,w_1,w_3,w_4$ $m_3: w_1,w_4,w_3,w_2$ $m_4: w_4,w_3,w_1,w_2$	$w_1: m_1,m_2,m_3,m_4$ $w_2: m_4,m_3,m_2,m_1$ $w_3: m_1,m_2,m_3,m_4$ $w_4: m_3,m_4,m_1,m_2$	$(m_1,w_1):1+1=2$ $(m_2,w_2):1+3=4$ $(m_3,w_4):2+1=3$ $(m_4,w_3):2+4=6$

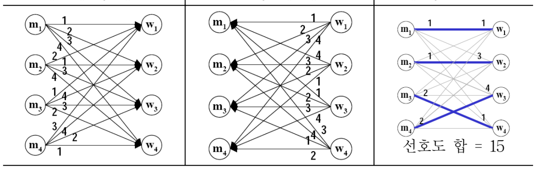


그림 2. SM_1 문제
Fig. 2. SM_1 problem

첫 번째로, m_1을 w_1,w_3가 가장 선호하며, m_2 는 가장 선호하는 여성이 없다. 또한 m_3는 w_4가, m_4는 w_2가 가장 선호한다. 여기서, m_1을 w_1,w_3의 2명이 가장 선호하기 때문에 1명을 선택해야 한다. m_1이 w_1을 1순위로, w_3를 3순위로 선호한다. 따라서 (m_1,w_1)을 짝을 선택하고 w_3는 자유롭게 한다. 결국, (m_1,w_1), (m_3,w_4), (m_4,w_2)의 짝을 결정한다. 두 번째로, 짝을 결정하지 못한 m_2가 가장 선호하는 여성은 w_2이며, 이미 (m_4,w_2) 짝이 존재하지만, m_4의 w_2 선호도 4는 m_2의 w_2 선호도 1보다 우선순위가 낮기 때문에 (m_2,w_2) 짝을 결정하고 m_4를 자유롭게 한다. 세 번째로, 짝을 이루지 못한 m_4에 대해 m_4가 가장 선호하는 w_4는 m_3와 이미 짝을 이루고 있다. $(m_4,w_4)=1+2=3$이고 $(m_3,w_4)=2+1=3$으로 w_4와 짝을 이루지 못한다. m_4는 두 번째로 선호하는 w_3(현재 자유로움)와 짝을 이룰 수 있다. 결국, (m_4,w_3) 짝을 결정한다. 이 결과 선호도 합 $z=2+4+3+6=15$를 얻는다.

안정된 결혼 문제는 n개의 작업을 n개의 기계에서 수행할 때 각각의 소요 비용 (또는 기간)이 다른 경우로 어떤 작업을 어떤 기계로 배정하는 것이 최소 비용이 소요되는지를 구하는 할당 문제로 치환할 수 있다. 할당문제의 해는 일반적으로 그림 3의 Hungarian 알고리즘[7,8]을 적용한다.

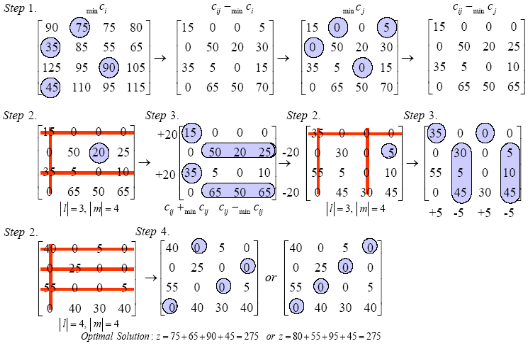
$m \times n(m=n)$ 비용 행렬
Step 1. /* 수행 복잡도 : $O(n^2)$
    for $i=1$ to m /* 행의 최소 비용을 찾음.
        최소 비용 ${}_{\min}c_i$를 찾음. /* 각 행에서 최소 비용 ${}_{\min}c_i$을 찾음.
        for $j=1$ to n
            $c_{ij}=c_{ij}-{}_{\min}c_i$. /* 각 열에서 최소 비용을 감산함.
        end
    end
    for $j=1$ to n /* 열의 최소 비용을 찾음.
        최소 비용 ${}_{\min}c_j$를 찾음. /* 각 열에서 최소 비용 ${}_{\min}c_j$을 찾음.
        for $i=1$ to m
            $c_{ij}=c_{ij}-{}_{\min}c_j$. /* 각 행에서 최소 비용을 감산함.
        end
    end
    /* Reduced Cost Matrix를 얻음.
Step 2. /* 수행 복잡도 : $O(n)$
    Reduced Cost Matrix에 대해 모든 $c_{ij}=0$를 포함하는 최소한의 선을 그림.
    /* 선의 수 : $|l|$
    if $|l|=m$ then 알고리즘 종료
    else if $|l|<m$ then go to Step 3.
Step 3. /* 수행 복잡도 : $O(n^2)$
    Reduced Cost Matrix에서 선으로 그려지지 않은 $c_{ij}>0$들 중에서 최소 비용 ${}_{\min}c_{ij}$를 찾음.
    선으로 그려지지 않은 $c_{ij}>0$들에 대해 $c_{ij}=c_{ij}-{}_{\min}c_{ij}$.
    2개의 선이 교차된 c_{ij}들에 대해 $c_{ij}=c_{ij}+c_{ij}$.
    go to Step 2.

그림 3. Hungarian 알고리즘
Fig. 3. Hungarian algorithm

그림 4의 A_1 문제는 Synder[10]에서 인용된 할당 문제로 Hungarian 알고리즘을 적용한 결과 얻은 최적 해는 $z=80+55+95+45=275$이다.

$$\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 90 & 75 & 75 & 80 \\ 35 & 85 & 55 & 65 \\ 125 & 95 & 90 & 105 \\ 45 & 110 & 95 & 115 \end{bmatrix} \end{array}$$

(a) A_1 할당 문제



(b) Hungarian 알고리즘 적용 해

그림 4. A_1 할당 문제의 최적 해
Fig. 4. Optimal solution of A_1 assignment problem

그림 2의 SM_1 문제에 대해 Gale-Shapley 알고리즘을 적용한 결과와 Hunt[9]가 제안한 결과는 모두 $z=15$이다. 이 알고리즘의 해는 다양하게 존재한다. 3장에서는 보다 쉽고, 간단한 방법을 제안한다.

III. 결혼 문제 알고리즘

본 장에서는 안정된 결혼문제의 해를 간단하면서도 정확하게 구하는 알고리즘을 제안한다. 제안되는 알고리즘은 첫 번째로 결혼문제를 할당문제로 치환하여 해를 구한다. 그림 2의 SM_1 문제를 선호도 합을 가중치로 하는 할당 문제로 변환시키면 그림 5와 같다.

셀의 값: (남성의 여성 선호도, 여성의 남성 선호도)

		여성			
		w_1	w_2	w_3	w_4
남성	m_1	(1,1)	(2,4)	(3,1)	(4,3)
	m_2	(2,2)	(1,3)	(3,2)	(4,4)
	m_3	(1,3)	(4,2)	(3,3)	(2,1)
	m_4	(3,4)	(4,1)	(2,4)	(1,2)

→

		여성			
		w_1	w_2	w_3	w_4
남성	m_1	2	6	4	7
	m_2	4	4	5	8
	m_3	4	6	6	3
	m_4	7	5	6	3

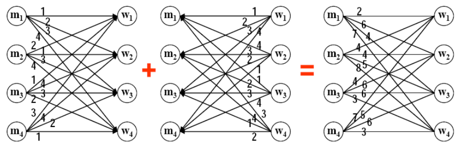


그림 5. 결혼문제를 할당문제로 변환
Fig. 5. Transfer marriage problem into assignment problem

그림 5의 할당 문제에 Hungarian 알고리즘을 적용한 결과는 그림 6에 제시하였으며, $z=2+4+6+3=15$를 얻었다. 그러나 가능한 최소한의 선을 긋는 방법, 마지막에 다수의 "0"들 중에서 중복되지 않게 1개씩 선택하는 어려움과 더불어 알고리즘이 너무 복잡하다.

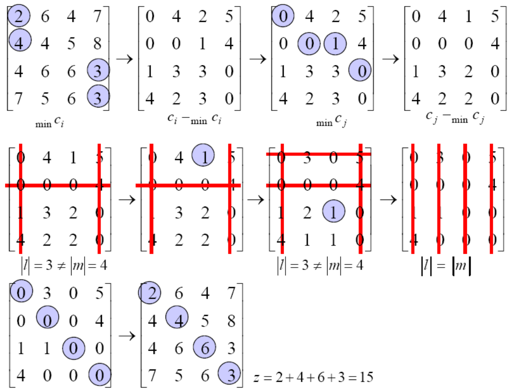


그림 6. SM_1 문제의 Hungarian 알고리즘 적용
Fig. 6. Hungarian algorithm for SM_1 problem

본 장에서는 할당 문제에 대해 Hungarian 알고리즘 대신 "최대 선호도 선택 (Most Preferred Rank Selection, MPRS)" 방법을 적용한다. 이를 MPRS 알고리즘"이라 부르기로 한다. MPRS 알고리즘은 그림 7에 제시되어 있다.

제안된 알고리즘은 $n \times n$ 행렬의 최대 선호도 합 $_{\min}p_{ij}$를 우선적으로 반복하여 선택하는 방법이다. 여기서, 선호도는 1이 가장 선호하는 값이며, 값이 증가하면 선호도가 떨어진다. 따라서 최대 선호도 합은 $_{\min}p_{ij}$가 된다. 첫 번째로, 남성의 선호도와 여성의 선호도의 합을 p_{ij}로 하는 $n \times n$ 정방행렬로 변환한다. 두 번째로, 행렬의 최소값 $_{\min}p_{ij}$를 선택하고 해당 i행과 j열의 값을 삭제한다. 왜냐하면 1:1의 짝을 이루어야만 하며, 2명이 짝을 이룰 수 없는 문제이기 때문이다. 나머지 행렬의 $i=0 \cap j=0$가 될 때까지 이 과정을 반복적으로 수행한

다. 세 번째로 검증 과정을 거친다. 검증과정에서는 가능한 첫 번째 선택된 ${}_{\min}p_{ij}$에 대해 i행의 ${}_{\min}\{p_i - {}_{\min}p_{ij}\}$로 이동 또는 마지막에 선택된 ${}_{\min}p_{ij}$를 i행의 ${}_{\max}\{\in p_{ij} - p_i\}$로 이동시 선호도를 감소시킬 수 있으면 짝을 변경시킨다.

Step 1. **남성을 행으로, 여성을 열로 하는 $n \times n$정방행렬 작성.**
각 셀 (i,j)의 값: 남성의 여성 선호도와 여성의 남성 선호도 합.
$m \times n$ 행렬의 최대 선호도 합: ${}_{\min}p_{ij}$, 최소 선호도 합: ${}_{\max}p_{ij}$.

Step 2. **초기 해 도출**
while $i=0 \cap j=0$
if j열에 $|{}_{\min}p_{ij}| \geq 2$ 존재 then ${}_{\min}\{2^{nd}{}_{\min}p_i - {}_{\min}p_{ij}\}$ 선택, i행 삭제, $i=i-1$, j열 삭제, $j=j-1$
else if j열에 $|{}_{\min}p_{ij}|=1$ 존재 then ${}_{\min}p_{ij}$ 선택, i행 삭제, $i=i-1$, j열 삭제, $j=j-1$.
end

Step 3. **최적 해 검증**
첫 번째 선택 ${}_{\min}p_{ij}$ (p_a)를 가능한 ${}_{\min}\{p_i - {}_{\min}p_{ij}\}$인 p_b로 이동 or 마지막 선택 ${}_{\min}p_{ij}(p_a)$를 가능한 ${}_{\max}\{{}_{\min}p_{ij} - p_i\}$인 p_b로 이동.
p_b의 j열에 선택된 p_c를 다시 p_d로 이동.
if $p_d(j) \neq p_a(j)$ then p_d의 j열에 선택된 p_e를 다시 p_f로 이동
if $p_f(j) = p_a(j)$ then
if $\Sigma(-) > \Sigma(+)$ then $p_b \leftarrow p_a$, $p_d \leftarrow p_c$, $p_f \leftarrow p_e$
else if $p_d(j) = p_a(j)$ then
if $\Sigma(-) > \Sigma(+)$ then $p_b \leftarrow p_a$, $p_d \leftarrow p_c$.

그림 7. MPRS 결혼문제 알고리즘
Fig. 7. MPRS algorithm for marriage problem

SM_1 문제에 대해 MPRS 알고리즘을 적용한 결과는 그림 8과 같다. Step 1은 그림 5에 제시되어 있다. Step 2에서는 ${}_{\min}p_{ij}$인 $(1,1)=2$를 선택하고 1행과 1열의 값을 삭제한다. 다음으로 ${}_{\min}p_{ij}$인 $(4,4)=3$, $(2,2)=4$를 선택하면 마지막으로 $(3,4)=6$이 선택된다. 따라서 초기해로 $z=2+3+4+6=15$를 얻었다. Step 2의 초기해에 대해 Step 3에서 첫 번째 선택된 $(1,1)=2$와 마지막에 선택된 $(3,4)=6$을 이동하여도 선호도를 감소시킬 수 없어 Step 3는 적용되지 않는다.

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 8 \\ 4 & 6 & 6 & 3 \\ 7 & 5 & 6 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & & & \\ & 4 & 5 & 8 \\ & 6 & 6 & 3 \\ & 5 & 6 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & & & \\ & 4 & 5 & \\ & 6 & 6 & \\ & & & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 8 \\ 4 & 6 & 6 & 3 \\ 7 & 5 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$z = 2+4+6+3 = 15$

최적해 : $(m_1,w_1),(m_2,w_2),(m_3,w_3),(m_4,w_4)$

그림 8. SM_1 문제의 MPRS 알고리즘 적용
Fig. 8. MPRS algorithm for SM_1 problem

MPRS 알고리즘을 적용한 결과 Gale-Shapley 알고리즘[5,6]과 Hungarian 알고리즘 적용 결과와 더불어 Hunt[9]가 제시한 해와 동일한 값을 구하였다. 그러나 알고리즘 적용과정이 Hungarian 알고리즘에 비해 단순함을 알 수 있다.

Ⅳ. 알고리즘 적용 및 결과 분석

본 장에서는 그림 9의 7개 안정된 결혼 문제에 MPRS 알고리즘을 적용하여 본다. SM_2, SM_3, SM_4는 Irving[11,12]에서, SM_5, SM_6는 Iwama[13]에서, SM_7은 Kim[14]에서, SM_8은 Wikipedia[6]에서 인용되었다.

남성 선호도	여성 선호도	해=13
$m_1 : w_1,w_4,w_2,w_3$	$w_1 : m_4,m_1,m_2,m_3$	$(m_1,w_1):1+2=3$
$m : w_3,w_2,w_4,w_1$	$w_2 : m_1,m_2,m_4,m_3$	$(m_2,w_2):2+2=4$
$m : w_2,w_3,w_4,w_1$	$w_3 : m_2,m_3,m_4,m_1$	$(m_3,w_3):2+1=3$
$m : w_4,w_3,w_1,w_2$	$w_4 : m_4,m_3,m_1,m_2$	$(m_4,w_4):1+2=3$

(a) SM_2

남성 선호도	여성 선호도	해=14
$m_1 : w_1,w_4,w_3,w_2$	$w_1 : m_2,m_3,m_1,m_4$	$(m_1,w_4):2+1=3$
$m_2 : w_4,w_2,w_1,w_3$	$w_2 : m_2,m_4,m_1,m_3$	$(m_2,w_2):2+1=3$
$m_3 : w_2,w_1,w_4,w_3$	$w_3 : m_1,m_4,m_3,m_2$	$(m_3,w_1):2+2=4$
$m_4 : w_2,w_3,w_4,w_1$	$w_4 : m_1,m_4,m_2,m_3$	$(m_4,w_3):2+2=4$

(b) SM_3

남성 선호도	여성 선호도	해=23
$m_1 : w_2,w_1,w_3,w_4,w_6,w_5$	$w_1 : m_5,m_1,m_6,m_2,m_3,m_4$	$(m_1,w_1):2+2=4$
$m_2 : w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6$	$w_2 : m_6,m_2,m_1,m_4,m_3,m_5$	$(m_2,w_2):2+2=4$
$m_3 :,w_3,w_4,w_2,w_5,w_1,w_6$	$w_3 : m_1,m_4,m_3,m_6,m_2,m_5$	$(m_3,w_3):1+3=4$
$m_4 : w_4,w_1,w_3,w_5,w_6,w_2$	$w_4 : m_2,m_3,m_4,m_5,m_1,m_6$	$(m_4,w_4):1+3=4$
$m_5 : w_5,w_1,w_4,w_6,w_3,w_2$	$w_5 : m_3,m_5,m_6,m_4,m_2,m_1$	$(m_5,w_5):1+2=3$
$m_6 : w_1,w_6,w_2,w_3,w_5,w_4$	$w_6 : m_4,m_6,m_3,m_1,m_5,m_2$	$(m_6,w_6):2+2=4$

(c) SM_4

남성 선호도	여성 선호도	해=23
$m_1 : w_1,w_3,w_2,w_4,w_5$	$w_1 : m_2,m_1,m_3,m_4,m_5$	$(m_1,w_1):1+2=3$
$m_2 : w_3,w_1,w_5,w_2,w_4$	$w_2 : m_2,m_1,m_4,m_5,m_3$	$(m_2,w_3):1+2=3$
$m_3 : w_2,w_1,w_5,w_4,w_3$	$w_3 : m_1,m_2,m_3,m_5,m_4$	$(m_3,w_5):3+2=5$
$m_4 : w_3,w_2,w_4,w_5,w_1$	$w_4 : m_3,m_1,m_4,m_2,m_5$	$(m_4,w_2):2+3=5$
$m_5 : w_3,w_4,w_2,w_5,w_1$	$w_5 : m_4,m_3,m_1,m_2,m_5,$	$(m_5,w_4):2+5=7$

(d) SM_5

남성 선호도	여성 선호도	해=20
$m_1 : w_1,w_3,w_2,w_4$	$w_1 : m_2,m_4,m_1,m_3$	$(m_1,w_2):3+2=5$
$m_2 : w_2,w_4,w_3,w_1$	$w_2 : m_3,m_1,m_2,m_4$	$(m_2,w_1):4+1=5$
$m_3 :,w_3,w_1,w_4,w_2$	$w_3 : m_4,m_2,m_3,m_1$	$(m_3,w_4):3+2=5$
$m_4 : w_4,w_2,w_1,w_3$	$w_4 : m_1,m_3,m_4,m_2$	$(m_4,w_3):4+1=5$

(e) SM_6

남성 선호도	여성 선호도	해=21
$m_1 : w_3,w_2,w_5,w_1,w_4$	$w_1 : m_3,m_5,m_2,m_1,m_4$	$(m_1,w_5):3+4=7$
$m_2 : w_1,w_2,w_5,w_3,w_4$	$w_2 : m_5,m_2,m_1,m_4,m_3$	$(m_2,w_2):2+2=4$
$m_3 : w_4,w_3,w_2,w_1,w_5$	$w_3 : m_4,m_3, m_5,m_1,m_2$	$(m_3,w_4):1+3=4$
$m_4 : w_1,w_3,w_4,w_2,w_5$	$w_4 : m_1,m_2,m_3,m_4,m_5$	$(m_4,w_3):2+1=3$
$m_5 : w_1,w_2,w_4,w_5,w_3$	$w_5 : m_2,m_3,m_4,m_1,m_5$	$(m_5,w_1):1+2=3$

(f) SM_7

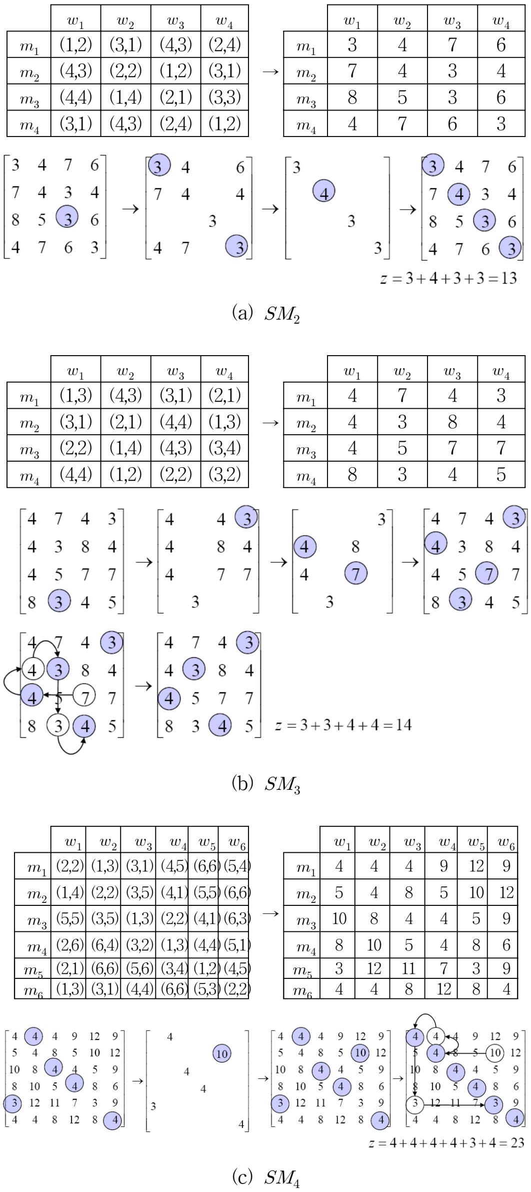
남성 선호도	여성 선호도	해=14
$m_1 : w_1,w_3,w_2,w_4$	$w_1 : m_2,m_1,m_3,m_4$	$(m_1,w_1):1+2=3$
$m_2 : w_3,w_4,w_1,w_2$	$w_2 : m_4,m_1,m_2,m_3$	$(m_2,w_4):2+1=3$
$m_3 :,w_4,w_2,w_3,w_1$	$w_3 : m_1,m_3,m_2,m_4$	$(m_3,w_3):3+2=5$
$m_4 : w_3,w_2,w_1,w_4$	$w_4 : m_2,m_3,m_1,m_4$	$(m_4,w_2):2+1=3$

(g) SM_8

그림 9. 최소 가중치 매칭 결혼문제 실험 데이터
Fig. 9. Experimental data of minimum weight matching marriage problem

The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication (IIBC)
Vol. 14, No. 3, pp.111-117, Jun. 30, 2014. pISSN 2289-0238, eISSN 2289-0246

7개의 결혼문제에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과는 그림 10에 제시되어 있다. SM_2, SM_3, SM_4와 SM_5에 대해서는 Irving[11,12]과 Iwama[13]와 동일한 결과를 얻었다. 그러나 SM_6은 최적해가 20이 아닌 16이며, SM_7은 21이 아닌 19, SM_8은 14가 아닌 13임을 알 수 있다. 결국, 제안된 알고리즘은 최적 해를 도출할 수 있음을 알 수 있다.



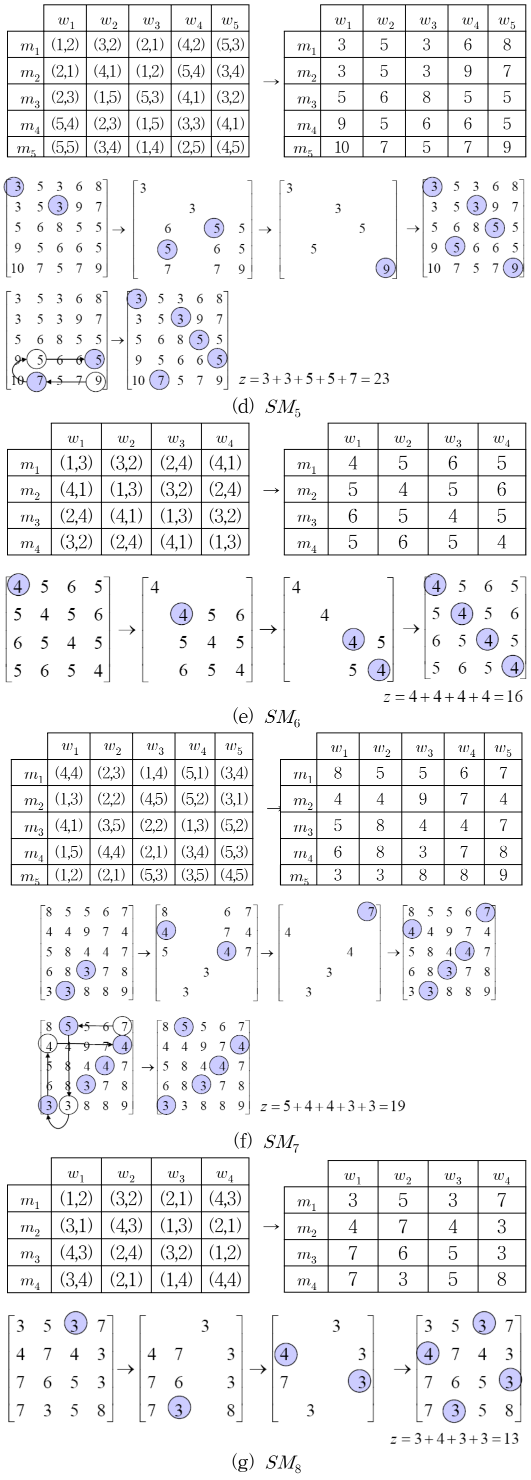


그림 10. MPRS 알고리즘 적용 결혼문제의 해
Fig. 10. Solution of marriage problem using MPRS algorithm

V. 결론

본 논문은 선호도 가중치를 갖는 안정화된 결혼 문제의 최적 해를 찾는 알고리즘을 제안하였다. 안정화된 결혼 문제에 대해 첫 번째로, 남성의 여성 선호도와 여성의 남성 선호도의 합 p_{ij}를 갖는 $n \times n$ 정방행렬의 할당문제로 변환시켰다. 두 번째로, 최대 선호도 합 $_{\min}p_{ij}$를 선택하는 방법을 적용하여 초기 해를 구하였다. 세 번째로, 처음에 선택된 $_{\min}p_{ij}$ 또는 마지막에 선택된 $_{\min}p_{ij}$를 이동시 선호도의 합을 감소 (선호도 증가)시키면 상호 교환하는 방법으로 초기 해를 검증하였다. 제안된 알고리즘을 8개의 다양한 문제에 적용한 결과 3개 문제에 대해 개선된 최적 해를 찾는데 성공하였다.

제안된 알고리즘은 쉽고 빠르게 해를 구할 수 있기 때문에 결혼문제의 최적 해를 구하는 알고리즘으로 적용할 수 있을 것이다.

References

[1] Wikipedia, "Matching," http://en.wikipedia.org/wiki/Matching, Wikimedia Foundation Inc., 2014.

[2] T. Szabó, "Graph Theory," Institute of Technical Computer Science, Department of Computer Science, ETH, http://www.ti.inf.ethz.ch/ ew/courses/GT03/Lectures/PDF/, 2004.

[3] Wikipedia, "Assignment Problem," http://en.wikipedia.org/wiki/Assignment_problem, Wikimedia Foundation Inc., 2014.

[4] M. X. Goemans, "18,433 Combinatorial Operation: Lecture Notes on Bipartite Matching," Massachusetts Institute of Technology, http://math.mit.edu/~goemans/ 1843307/matching- notes. pdf, 2007.

[5] J. T. Eyck, 'Algorithm Analysis and Design," http://www.academic.marist.edu/~jzbv/algorithms/TheStableMarriageProblem.htm, 2008.

[6] Wikipedia, "Stable Marriage Problem,," http://en.wikipedia.org/wiki/Stable_marriage_problem, Wikimedia Foundation Inc., 2014.

[7] Wikipedia, "Hungarian Algorithm," http://en.wikipedia.org/wiki/Hungarian_algorithm, Wikimedia Foundation Inc., 2010.

[8] L. Ntaimo, "Introduction to Mathematical Programming: Operations Research: Transportation and Assignment Problems", Vol. 1, 4th edition, by W. L. Winston and M. Venkataramanan, http://ie.tamu.edu/INEN420/ INEN420_2005Spring/SLIDES/Chapter 7.pdf, 2005.

[9] W. Hunt, "The Stable Marriage Problem," Lane Department of Computer Science and Electrical Engineering, West Virginia University, http://www.csee.wvu.edu/~ksmani/courses/fa01/random/lecturenotes/lecture5.pdf, 2004.

[10] W. Snyder, "The Linear Assignment Problem," Department of Electrical and Computer Engineering, North Carolina State University, http://www4. ncsu.edu/~wes/AssignmentProblem.pdf, 2005.

[11] R. W. Irving, "Stable Matching Problems with Exchange Restrictions," Journal of Combinatorial Optimization, Vol. 16, No. 4, pp. 344-360, Nov. 2008.

[12] R. W. Irving, "The Man-Exchange Stable Marriage Problem," Department of Computing Science, Research Report, TR-2004-177, University of Glasgow, UK., http://www.dcs.gla.ac.uk/~rwi/me_stable.pdf, 2004.

[13] K. Iwama, "Stable Matching Problems," http://www.lab2.kuis.kyoto-u.ac.jp/~iwama/papers/isaac2006-3.ppt, 2006.

[14] J. H. Kim, "MAT 2106-02 Discrete Mathematics: Combinatory Theory from Marriage Problem Perspective," Department of Mathematics, Yousei University, Korea, 2001.

The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication (IIBC)
Vol. 14, No. 3, pp.111-117, Jun. 30, 2014. pISSN 2289-0238, eISSN 2289-0246

저자 소개

이 상 운(정회원)

- 1987년 : 한국항공대학교 항공전자공학과(학사)
- 1997년 : 경상대학교 컴퓨터과학과(석사)
- 2001년 : 경상대학교 컴퓨터과학과(박사)
- 2003년 : 강원도립대학 컴퓨터응용과 전임강사
- 2004년 ~ 2007.2 : 국립 원주대학 여성교양과 조교수
- 2007.3 ~ 현재 : 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수
- 관심분야 :소프트웨어 프로젝트 관리, 개발 방법론, 분석과 설계 방법론, 시험 및 품질보증, 소프트웨어 신뢰성, 그래프 알고리즘
- E-mail : sulee@gwnu.ac.kr