

## 몫으로서의 분수에 관한 초등학교 수학과 교과용도서 분석

방 정 숙\* · 이 지 영\*\*

본 연구는 제7차부터 2009 개정 교육과정에 제시된 몫으로서의 분수 관련 내용을 바탕으로 수학과 교과용 도서를 분석하였다. 분석 결과, 몫으로서의 분수와 관련하여 현재 수학과 교과용 도서에 몇 가지 재고의 여지가 있는 부분이 드러났다. 첫째, 제7차 수학과 교육과정에 비해 2007 수학과 교육과정에서 몫으로서의 분수를 다루는 비중이 크게 줄었다. 둘째, 3, 4학년에서 배우는 자연수의 나눗셈 상황과 5학년에서 배우는 몫으로서의 분수 상황이 자연스럽게 연결되어 있지 않고 분리되어 있다. 셋째, 교과서에 제시된 문장제, 모델 및 분할전략, 형식화과정들이 어느 한 부분에 집중되어 있거나 지나치게 약화되어 있다. 이에 대한 논의를 바탕으로 초등학교 수학교과서의 몫으로서의 분수 관련 내용 구성 및 지도 방향에 시사점을 제공하고자 한다.

### 1. 서론

몫으로서의 분수는 수와 연산 영역의 다른 주제들과 밀접하게 관련되어 있기 때문에 수학 학습에서 매우 중요하다. 먼저, 몫으로서의 분수는 상황에 따라 다양한 의미를 갖는 분수(예, 전체-부분, 측정, 몫, 비율, 연산자 등)의 하위 구조들 중 하나로(Barnett-Clarke et al., 2010; Lamon, 2012), 분수 개념을 이해하기 위해서는 몫으로서의 분수에 대한 충분한 경험이 필요하다. 게다가, 전체-부분으로서의 분수에서는 전체가 항상 부분보다 크기 때문에 진분수 상황만을 제한적으로 다룰 수밖에 없는데, 몫으로서의 분수는 피제수와 제수의 크기를 다양하게 제시함으로써 진분수, 가분수, 대분수를 모두 학습하기에 용이하다.

또한 몫으로서의 분수는 범자연수 범위에서의 나눗셈을 유리수 범위로 확장하여 나타낸 결과로, 자연수의 나눗셈뿐만 아니라 분수의 나눗셈과도 연결된다. 특히, 몫으로서의 분수는 피자 2판을 세 사람이 나눠먹는 것과 같이 학생들의 일상생활과 연결하여 다룰 수 있는 주제로, 학생들은 등분할 활동을 통해 (자연수) $\div$ (자연수)의 계산 결과를 분수로 나타낼 수 있고, 몫으로서의 분수를 모두 학습한 이후에도 등분할 활동을 통해 그 답의 타당성을 설명할 수 있다(Kim, 2012a).

그러나 몫으로서의 분수는 초등학교 학생들에게 어려운 주제 중 하나이다. 분수의 5가지 의미별 학생들의 수행능력을 비교한 여러 연구들에서 공통적으로 몫으로서의 분수와 관련된 문제의 정답률이 가장 낮았다는 점에 주목할 필요가 있다. 구체적으로 권성룡(2003)의 연구에서 학생들의 오답 반응은  $3\div 4$ 의 문제 상황

\* 한국교원대학교, jeongsuk@knue.ac.kr  
\*\* 한국교원대학교 대학원, ez038@naver.com

자체를 이해하지 못한 경우, 피제수와 제수를 혼동하여  $\frac{4}{3}$ 로 답한 경우, 올바르게 않은 단위를 사용한 경우(예,  $\frac{3}{4}$ 판을  $\frac{3}{4}$ 조각으로 답함), 분수에 대한 양감이 부족한 경우 등으로 매우 다양했다. 또한 소성숙(2003)은  $3 \div 4$ 가  $\frac{3}{4}$ 이라는 것을 절차적으로 구할 수 있는 학생들도 그 양을 그림으로 표현하는 것을 어려워한다고 보고했다.

또한 우리나라 초등학교 6학년 학생들의 단위의 이해에 초점을 둔 이지영과 방정숙(2014)의 연구에서는 몫으로서의 분수와 관련된 피자 2판을 세 사람이 나눠 먹는 문제에서 분할 활동을 통해 자연수의 나눗셈 상황을 그림으로 올바르게 표현했더라도, 전체인 피자 2판을 단위로 혼동하여  $\frac{2}{6}$ 로 오답을 보인 학생들이 가장 많은 반응 유형(27.3%)을 차지했다. 한편, 몫으로서의 분수에 대한 5학년 미국 학생 4명의 이해를 연구한 Kim(2012b)의 연구에서는 자연수 나눗셈에서의 피제수 및 제수와 몫으로서의 분수에서의 분자 및 분모와의 관계를 제대로 파악하지 못한 학생들이 있었다.

이러한 선행 연구들의 결과는 초등학교 교육 현장에서 몫으로서의 분수의 지도 과정에 대한 의문을 제기하기에 충분하다. 특히, 교과용 도서에서 몫으로서의 분수의 중요성을 반영하고 학생들의 어려움을 고려하고 있는지 살펴볼 필요가 있다. 제7차 수학과 교육과정에 의한 교과서(이하 제7차 교과서)를 분석한 연구들은 분수의 의미에 대한 학습이 전체-부분으로서의 분수에 지나치게 집중되어 있고(박교식, 이경화, 임재훈, 2004), 몫으로서의 분수는 한 쪽 분량으로 지도하고, 이를 도입하는 상황 역시 빈약하다는 점을 이미 지적한 바 있다(정은실, 2006). 또한 2007 개정 수학과 교육과정에서는 교육내용의 적정화를 위해 몫으로서의 분수에

대한 지도 방향이 조금 변경되었으므로 2007 개정 수학과 교육과정에 의한 교과서(이하 2007 개정 교과서)에서는 몫으로서의 분수를 어떻게 제시하고 있는지 면밀히 살펴볼 필요가 있다. 이는 현재 몫으로서의 분수를 다루는 2009 개정 수학과 교육과정에 의한 5·6학년군 수학과 교과서를 개발하고 있는 시점에서 시의적절하다.

따라서 본 논문에서는 먼저 제7차부터 2009 개정 수학과 교육과정에서 몫으로서의 분수를 어떻게 제시하고 있는지 고찰함으로써, 몫으로서의 분수의 지도시기 및 지도내용, 강조사항 등을 전반적으로 탐색한다. 다음으로 제7차와 2007 개정 교과서에서 (자연수) $\div$ (자연수)와 몫으로서의 분수의 연결 과정을 살펴보고, 몫으로서의 분수 관련 차시의 내용 구성이 적절한지 고찰한다. 이를 통해 초등학교 수학교과서의 몫으로서의 분수 관련 내용 구성 및 지도 방향에 시사점을 제공하고자 한다.

## II. 몫으로서의 분수에 관한 수학과 교육과정 분석

제7차 수학과 교육과정부터 2009 개정 수학과 교육과정에 제시된 몫으로서의 분수 관련 내용을 정리하면 <표 II-1>과 같다(교육부, 1997; 교육인적자원부, 2007; 교육과학기술부, 2011a). 제7차부터 2009 개정 수학과 교육과정을 모두 살펴보는 가장 큰 이유는 2007·2009 개정 수학과 교육과정은 제7차 수학과 교육과정을 근간으로 하기 때문이며, 교육내용 적정화를 통해 조정된 내용을 구체적으로 확인하여 교과서 분석의 발판을 마련하기 위함이다.

공통적으로 교육과정에 ‘몫으로서의 분수’라는 용어를 명시하고 있지는 않으나, 제7차 교육

과정의 목표와 2009 개정 수학과 교육과정의 영역 성취기준에 ‘분수의 의미’로 포괄하여 제시하고 있다. 특히 제7차 교육과정에서는 ‘분수의 여러 가지 의미’라고 제시하여 분수의 의미 각각에 대한 학습을 강조하고 있다는 것을 미루어 짐작할 수 있다. 그러나 2007 개정 수학과 교육과정에서는 분수의 의미에 대한 이해를 명시적으로 제시하고 있지 않다.

지도시기 및 지도내용을 살펴보면, 제7차 수학과 교육과정에서는 (자연수) $\div$ (자연수)의 몫을 분수로 나타내는 내용이 4-나 단계의 ‘분수’에 제시되어 있다. ‘분수’에서는 분수의 다양한 의미 중에서 비율로서의 분수와 몫으로서의 분수를 지도하고, 학습 지도상의 유의점에 “분수의 의미는 구체적인 상황을 통하여 이해하도록 한다”라고 제시하여 분수의 의미가 상황에 따라 다양하다는 것을 이해하는 데에 초점을 두고 있다. 5-나 단계에서는 (분수) $\div$ (자연수)의 계산 원리를 이해하고, 계산하는 내용을 제시하고 있다.

분수의 의미와 관련된 주제가 별도로 제시되어 있는 제7차 수학과 교육과정과 다르게, 2007 및 2009 개정 수학과 교육과정은 몫으로서의 분수의 의미를 ‘분수 나눗셈’에 통합하여 제시하고 있다. 구체적으로 2007 개정 수학과 교육과정에서는 5학년 2학기에 (자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타내는 내용을 (분수) $\div$ (자연수)의 계산 원리를 이해하고 계산하는 내용과 같이 제시하고 있다. 이와 같이 지도시기와 지도내용을 조정한 이유는 다음의 2007 개정 수학과 교육과정 해설(교육과학기술부, 2008)에 잘 나타나 있다.

제7차 교육과정에서는 3학년에서 학습하는 ‘분수’ 개념의 일부를 2학년으로 이동시켜 분수의 여러 가지 의미를 여러 학년에 걸쳐 이해할 수 있게 하였다. 즉, 연속량의 등분할로서의 분수 개념은 2학년에서, 이산량의 등분할로서의 분수 개념은 3학년에서, 비와 몫으로서의 분수 개념은 5학년에서 학습할 수 있도록 함으로써 고난도 개념인 분수 개념을 여러 단계로 나누어 한 가지 의미씩 충분히

<표 II-1> 수학과 교육과정에 제시된 몫으로서의 분수 관련 내용

	제7차 수학과 교육과정 (교육부, 1997)	2007 개정 수학과 교육과정 (교육인적자원부, 2007)	2009 개정 수학과 교육과정 (교육과학기술부, 2011a)
4-나	<목표> <b>분수의 여러 가지 의미</b> 를 이해하고, ... <내용> ① 분수 ① 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타낼 수 있다. ② ‘(자연수) $\div$ (자연수)’를 <b>분수로 나타낼 수 있다.</b> <학습 지도상의 유의점> ① 분수의 의미는 구체적인 상황을 통하여 이해하도록 한다. [심화과정] 분수와 소수가 관련된 실생활의 문제를 찾아 해결할 수 있다.	<학년별 내용> ⑤ 분수의 곱셈과 나눗셈 ② ‘(자연수) $\div$ (자연수)’를 <b>분수로 나타낼 수 있다.</b> ③ ‘(분수) $\div$ (자연수)’의 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	<영역 성취 기준> (가) 수와 연산 ② <b>분수와 (소수의) 의미</b> 를 이해하고, 분수와 (소수의) 사칙계산 원리를 이해하여 그 계산을 할 수 있다. <학습내용 성취기준> ③ 분수의 곱셈과 나눗셈 ② ‘(자연수) $\div$ (자연수)’에 <b>서 나눗셈의 몫을 분수로 나타낼 수 있다.</b> ③ 분수의 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.
5-나	① 분수, 소수의 곱셈과 나눗셈 ② ‘(분수) $\div$ (자연수)’의 <b>계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.</b>		

이해한 후 다음 의미를 이해하도록 하여 학생들의 어려움을 경감시키고자 하였다(교육과학기술부, 2008, p. 38).

‘두 양의 크기 비교’와 ‘몫으로서의 분수 개념’을 4학년에서 5학년으로 이동시켜 관련 개념과 연계하여 지도하게 하였다. 즉, ‘비로서의 분수 개념’인 ‘두 양의 크기 비교’는 ‘비와 비율’에 통합하여 지도하고, ‘몫으로서의 분수 개념’은 ‘(자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타내기’에 통합하여 지도하도록 함으로써 관련 개념 간의 연계성을 높이고 학년 간 중복 내용을 삭제하며 학습량 감축 효과도 얻을 수 있게 하였다(교육과학기술부, 2008, p. 39)

몫으로서의 분수를 ‘분수의 나눗셈’에 통합하여 제시한 이유를 정리하면, 난이도와 학습의 어려움을 고려하여 분수의 의미를 여러 학년에 걸쳐 충분히 경험하게 하고, 관련 개념을 연결하여 다룸으로써 학습량을 감축하기 위한 것이다.

2009 개정 수학과 교육과정에서는 (자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타내는 것을 더욱 구체적으로 “(자연수) $\div$ (자연수)에서 나눗셈의 몫을 분수로 나타낼 수 있다”고 제시하고 있다. 또한 제7차와 2007 개정 수학과 교육과정에서 분수의 나눗셈을 제수가 자연수인 것과 제수가 분수인 것으로 구분하여 제시하던 성취기준을 “분수의 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다”로 통합하여 제시하고 있다. 이는 2009 개정 수학과 교육과정이 학년군으로 변경되면서 다루는 내용을 통합하여 제시하고 있지만 실제 교과서에 구현될 때에는 차이가 있을 수 있다.

교육과정 해설을 통해 몫으로서의 분수와 관련된 강조사항을 더욱 구체적으로 살펴보면, 제7차 교육과정 해설의 <4-나> 단계에서는 “분수의 여러 가지 의미를 이해하고 분수를 상황에 따라 적절하게 적용하고 활용할 수 있도록 지도한다”로 제시하고 있다(교육인적자원부, 1998, p. 63). 또한 2007 개정 수학과 교육과정 해설에서는 “구체적 조작 활동을 통하여 나누어지는 수

를 나누는 수만큼 등분할한 결과를 분수로 나타내는 과정에서 (자연수) $\div$ (자연수)의 계산 원리를 이해하고, (자연수) $\div$ (자연수)의 계산 결과를 분수로 나타내게 한다”와 “구체적인 조작 활동을 통하여 (분수) $\div$ (자연수)에서 자연수로 나누는 대신  $\frac{1}{(\text{자연수})}$  을 곱하는 원리를 이해하게 하고, 이를 형식화하여 계산할 수 있게 한다”로 제시하고 있다(교육과학기술부, 2008, pp. 108-109). 이를 통해 제7차 수학과 교육과정에서는 분수의 의미 이해에, 2007 개정 수학과 교육과정에서는 자연수의 나눗셈 계산원리와 분수의 나눗셈 형식화 과정에 더욱 초점을 두고 있다는 것을 알 수 있다.

교육과정에 제시된 몫으로서의 분수 관련 내용의 가장 큰 차이점은 제7차 수학과 교육과정에서는 몫으로서의 분수를 분수의 의미에 초점을 두어 별도로 제시하고 있고, 2007·2009 개정 수학과 교육과정에서는 분수의 나눗셈과 통합하여 제시하고 있다는 것이다. 따라서, 실제 2007 개정 교과서에 몫으로서의 분수 자체에 대한 충분한 경험이 포함되어 있는지 구체적으로 살펴볼 필요가 있다. 특히, 제7차 교육과정 해설과 2007 개정 수학과 교육과정 해설에서 강조하는 몫으로서의 분수 관련 내용에 다소 차이가 있으므로, 제7차 교과서와 2007 개정 교과서를 비교하여 분석할 필요가 있다.

### III. 몫으로서의 분수에 관한 교과서 분석

#### 1. (자연수) $\div$ (자연수)와 몫으로서의 분수 연결 과정

(자연수) $\div$ (자연수)와 몫으로서의 분수의 연결 과정을 살펴보기 위해 자연수의 나눗셈을 다루

는 3학년 1학기에서부터 몫으로서의 분수를 다루는 5학년 2학기까지의 교과서 내용을 순서대로 정리하면 <표 III-1>과 같다(교육과학기술부, 2012a, 2012b, 2012c, 2012d)<sup>1)</sup>. 자연수의 나눗셈에서 다룰 수 있는 몫의 형태는 피제수와 제수의 관계 및 문제 상황에 따라 자연수, 분수, 소수로 다양하다. 먼저 피제수가 제수보다 클 때에는 자연수, 분수, 소수 형태의 몫이 모두 나올 수 있고, 피제수가 제수보다 작을 때에는 분수와 소수 형태의 몫이 나올 수 있다<sup>2)</sup>.

먼저 3학년 1학기에서 피제수가 제수보다 크고 피제수가 제수의 배수인 상황을 다루면서 나눗셈의 두 가지 의미와 나눗셈 식, 몫에 대해서 알아본다(예,  $56 \div 7$ ). 3학년 2학기과 4학년 1학기에는 수의 범위가 다르지만 피제수가 제

수보다 크고 피제수가 제수의 배수인 상황을 다룬 후에 피제수가 제수의 배수가 아닌 상황을 제시하여 몫과 나머지를 구한다(예,  $13 \div 5$ ). 그 이후로 자연수의 나눗셈 학습을 하지 않다가 5학년 2학기에 유리수 범위인 분수의 나눗셈과 소수의 나눗셈에서 다시 (자연수) $\div$ (자연수) 상황이 제시된다. 그러나 분수의 나눗셈으로 연결되는 과정과 소수의 나눗셈으로 연결되는 과정이 서로 다르다는 점에 주목할 필요가 있다.

분수의 나눗셈에서는 1차시에서  $1 \div 4$ 와 같이 몫이 단위분수로 표현되는, 피제수가 제수보다 작은 상황이 바로 등장하고, 2차시에서  $2 \div 3$ 과 같이 몫이 진분수로 표현되는 상황이 차례로 제시되나, 몫이 가분수나 대분수로 표현되는

<표 III-1> 2007 개정 교과서에 제시된 (자연수) $\div$ (자연수) 관련 내용

다룰 수 있는 몫의 형태		피제수가 제수의 관계		(피제수) > (제수)		(피제수) < (제수)	
		피제수가 제수의 배수일 때	피제수가 제수의 배수가 아닐 때	피제수가 제수의 약수일 때	피제수가 제수의 약수가 아닐 때		
자연수 몫	유형	몫		몫과 나머지		(올림, 버림 상황)	
	3-1	4단원. 나눗셈 (1~9)/9차시*		-		-	
		4단원. 나눗셈					
	3-2	(1,2,5)/6차시		(3,4,6)/6차시			
		2단원. 곱셈과 나눗셈		(6~9)/9차시			
4-1	(6~8)/9차시		(6~9)/9차시				
분수 몫	유형	-		가분수, 대분수		단위분수	
	5-2	-		<b>다루지 않음</b>		2단원. 분수의 나눗셈	
소수 몫	5-2	-		대소수		순소수	
		-		5단원. 소수의 나눗셈			
				6/6차시			

\* 제시한 전체 차시는 단원평가, 탐구활동 등을 생략한 학습 주제에 해당하는 차시만을 의미한다.  
 \*\* 교과서에서는  $1 \div$ (어떤 수) 형태만 제시되어 있고, 익힘책에서 피제수가 제수의 1 이외의 약수인 경우를 단 한차례 다룬다(예,  $2 \div 6$ ).

- 1) 제7차와 2007 개정 교과서의 (자연수) $\div$ (자연수) 관련 내용 구성은 제시하는 학년만 다를 뿐 그 순서나 과정이 크게 다르지 않으므로 2007 개정 교과서를 중심으로 기술한다.
- 2) 물론 상황에 따라 나머지를 올림이나 버림을 하여 자연수 몫으로 나타낼 수는 있으나, 피제수가 제수보다 작을 때에는 몫이 0이나 1이므로 큰 의미가 없다.

상황은 아예 제시하지 않고 있다. 반면, 소수의 나눗셈에서는 비록 한 차시에서 모두 이루어지는 하나,  $9 \div 4$ 와 같이 피제수가 제수보다 크지만 피제수가 제수의 배수가 아닌 상황으로 시작하여 몫을 대소수로 구하고, 몫이 순소수인 상황은 익히기 문제로 제시하고 있다.

Kim(2012b)은 피제수가 제수보다 작은 상황에서는 자연수 부분의 몫이 0이 되기 때문에 학생들은 이것을 나눗셈 문제가 아닌 분수 문제라고 생각하는 경향이 있다고 지적한다. 또한, 이러한 자연수의 나눗셈과 분수의 나눗셈을 서로 구분하여 개념화하는 것은 몫으로서의 분수에 대한 이해를 방해한다고 주장한다. 실제로 Kim(2012b)의 연구에서 학생들은 피제수가 제수보다 큰 상황에서 즉, 몫이 대분수일 때 몫으로서의 분수를 더욱 쉽게 이해했다.

이러한 선행 연구의 결과는 3, 4학년에서 배우는 자연수 나눗셈과 연결하여 피제수가 제수보다 큰 상황에서 몫으로서의 분수를 도입해야 하는 필요성을 제기한다. 특히 4학년 1학기에 진분수, 가분수, 대분수를 모두 학습하였으므로 몫으로서의 분수 도입 과정을 충분히 고려할만하다.

## 2. 몫으로서의 분수 내용 구성

제7차 교과서와 2007 개정 교과서의 ‘몫으로서의 분수’ 관련 내용의 전개과정을 살펴보면 <표 III-2>와 같다(교육인적자원부, 2001a, 2002a; 교육과학기술부 2012d). 제7차와 2007개정 교과서의 각 차시별 내용 전개는 대체적으로 ‘차시별 주제 제시→문장제 및 문제 제시→모델을 통한 구체적인 활동→형식화’ 순서로 진행된다. 이러한 교과서의 공통적인 내용 전개를 반영하여 교과서 및 익힘책의 분석의 초점을 차시별 주제, 문장제 및 문제, 모델 및 분할 전략, 형식화

과정으로 구분하여 구체적으로 살펴보도록 한다. 분석의 초점을 위의 4가지로 추출한 이유는 다음과 같다.

첫째, 차시별 주제에 대한 분석은 교과서에서 몫으로서의 분수를 충분히 다루고 있는지 살펴보기 위함이다. 교과서뿐만 아니라 교사용 지도서에 제시된 내용을 통해 각 차시에서 몫으로서의 분수를 어느 정도로 강조하고 있는지 탐색한다. 둘째, 문장제 및 문제에 대한 분석은 다양한 상황에서 몫으로서의 분수를 다루는지 알아보기 위함이다. 교과서와 익힘책의 문장제에 제시된 피제수와 제수의 크기, 피제수와 제수의 양의 종류, 수식 문제에 제시된 피제수와 제수의 관계를 각각 살펴봄으로써, 특정 상황에 치중되어 있지는 않은지 살펴본다. 셋째, 모델 및 분할 전략에 대한 분석은 학생들의 이해를 돕기 위한 다양한 조작 활동이 고려되었는지를 살펴보기 위함이다. 교과서와 익힘책에 제시된 모델의 유형 및 제시빈도, 분할 전략의 유형을 탐색한다. 마지막으로, 형식화 과정의 분석은 학생들에게 자연수의 나눗셈과 몫으로서의 분수의 관계를 스스로 형식화하는 기회를 제공하고 있는지 살펴보기 위함이다.

### 가. 각 차시별 주제

몫으로서의 분수 관련 차시의 주제 측면에서 살펴보면, 제7차 교과서에는 4나 단계의 ‘분수’ 단원 2차시의 주제로 ‘(자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타내기’가 직접적으로 제시되어 있다. 4나 단계의 교사용 지도서에서도 단원의 개관과 단원 목표에 (자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타내는 활동을 명시하고 있다. 또한 (자연수) $\div$ (자연수)를 지도하는 의도를 “(자연수) $\div$ (자연수)는 나눗셈 몫을 분수로 나타내기 위하여 가르친다”와 “(자연수) $\div$ (자연수)는 (자연수) $\times \frac{1}{(\text{자연수})}$

<표 III-2> 뚝으로서의 의미 관련 교과서 내용 전개

교육과정	단원	차시	주제	활동						익히기		
				문장제 및 문제			모델			형식화	기호식	문항수
				피제수(x), 제수(y) 크기 비교	뚝	피제수 양의 종류	제수 양의 종류	모델 종류	제시 형태			
제 7 차	4-나	2	(자연수)÷(자연수)를 분수로 나타내기	$x < y$ 3÷4	$\frac{3}{4}$ 진분수	연속량 (색테이프의 길이)	이산량 (사람)	길이 모델	연속량과 이산량의 혼합	(자연수)÷(자연수)를 분수로 나타내는 방법 말하기	$x < y$	3
	5-나	1	나눗셈을 곱셈으로 나타내기	$x < y$ 1÷5	$\frac{1}{5}$ 진분수	연속량 (색테이프의 길이)	이산량 (꽃)	길이 모델	연속량	나눗셈을 곱셈으로 나타내는 방법 말하기	$x < y$	3
			$x < y$ 3÷5	$\frac{3}{5}$ 진분수	수 3	수 5	길이 모델	연속량	$x > y$		3	
2007 개정	5-2	1	나눗셈을 곱셈으로 나타내기 1÷(자연수)	$x < y$ 1÷4	$\frac{1}{4}$ 진분수	연속량 (색테이프의 길이)	이산량 (상자)	길이 모델	연속량	1÷(자연수)를 곱셈으로 나타내는 방법 말하기	$x < y$	4
		2	나눗셈을 곱셈으로 나타내기 (자연수)÷(자연수)	$x < y$ 2÷3	$\frac{2}{3}$ 진분수	연속량 (물의 양)	이산량 (그릇)	길이 모델	연속량	(자연수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타내는 방법 말하기	$x < y$	4
					연속량 (직사각형의 넓이)	수 3	넓이 모델	연속량				

과 같음을 나타내기 위한 기초로 가르친다”로 구분하여 제시하여(교육인적자원부, 2001b, p. 69), 뚝으로서의 분수와 자연수 나눗셈 계산원리를 이해하기 위한 기초로서 지도해야 함을 강조한다.

5-나 단계에서는 ‘분수 나눗셈’ 단원의 1차시에서 (자연수)÷(자연수) 상황을 다루고 있지만 주제는 4-나 단계와 다르다. 5-나 단계에서는 (자연수)÷(자연수)의 뚝을 분수로 나타내는 활동보다는 나눗셈을 곱셈으로 나타내는 활동에 더욱 초점을 두고 있다. 즉, 1÷5가  $\frac{1}{5}$ 이라는 것을 바탕으로  $1 \div 5 = 1 \times \frac{1}{5}$ 로 나타낼 수 있음을 아는 것을 강조한다. 교사용 지도서 역시 해당 차시를 (분수)÷(자연수)의 계산 원리를 (자연수)÷(자연수)를 통해 형식화하기 위해 “(자연수)÷(자연수)의 계산 원리를 이해하고 계산”하는 것으로 설명하고 있다(교육인적자원부,

2002b, p. 95). 또한 “분수의 나눗셈의 기초는 자연수의 나눗셈과 분수의 곱셈 단계를 기초로 하고 있다”고 제시함으로써(교육인적자원부, 2002b, p.97), 자연수의 나눗셈과 분수의 나눗셈의 연계성을 강조하고 있다. 따라서, 제7차 교과서의 4-나 단계에서는 분수의 여러 가지 의미를 이해하는 것에, 5-나 단계에서는 이전에 배운 내용을 바탕으로 계산 원리를 형식화하는 것에 초점을 두고 있다는 것을 알 수 있다.

반면에 2007 개정 교과서는 5-2학기의 ‘분수 나눗셈’ 단원 1~2차시에 걸쳐 (자연수)÷(자연수) 상황을 제시한다. 제7차 교과서와 비교하면 지도시기에 다소 차이가 있으나 다루는 비중은 거의 비슷한 것처럼 보인다. 그러나 주제를 살펴보면 두 차시 모두 ‘나눗셈을 곱셈으로 나타내기’로 분수의 의미보다는 나눗셈의 계산 원리를 아는 것에 초점을 두고 있다는 것을 알 수 있다. 교사용 지도서에는 본 단원을 학습하는 이유로 “나눗셈을 곱셈으로 나타내는 원리

와 방법을 바르게 이해하여 (분수) $\div$ (자연수)의 계산 원리를 찾아 여러 가지 분수를 자연수로 나누는 방법을 형식화하고 곱셈과 나눗셈이 섞인 분수와 자연수의 혼합 계산하는 방법을 익혀 이후의 (분수) $\div$ (분수) 학습의 기초가 되게 한다”라고 제시하면서(교육과학기술부, 2011b, p. 113), 자연수 나눗셈을 곱셈으로 나타내는 원리와 방법에 초점을 두고 있다는 것을 알 수 있다. 교육과정 성취기준 상에 (자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타내게 한다는 점이 제시되어 있는 것과 달리 단원의 개관과 단원의 목표에도 뒤편으로서의 분수에 대한 언급은 없고 “나눗셈을 곱셈으로 나타낼 수 있다”만 제시하고 있어(교육과학기술부, 2011b, p. 114), 제7차 교과서에 비해 뒤편으로서의 분수를 다루는 비중이 더욱 줄어들었다는 것을 알 수 있다.

나. 문장제 및 문제

(자연수) $\div$ (자연수) 관련 문장제 및 문제는 제7차 교과서와 2007 개정 교과서에서 모두 피제수가 제수보다 작은 진분수 상황만을 다루고 있고, 피제수는 연속량, 제수는 이산량으로 제시되어 있다(<표 III-2> 참고). 교과서에 제시된 문장제를 보다 구체적으로 살펴보고, 익힘책에서 교과서의 부족한 부분을 보완하고 있는지를 알아보기 위해 교과서와 익힘책에 제시된 (자연수) $\div$ (자연수) 관련 문장제를 모두 정리하면 <표 III-3>과 같다(교육과학기술부, 2012d, 2012e; 교육인적자원부, 2001a, 2001c, 2002a, 2002c).

제7차와 2007 개정 교과서는 각 차시별로 모두 하나의 문장제로 시작하여 활동을 구성하고 있다. 먼저 교과서의 (자연수) $\div$ (자연수)의 제시 순서를 살펴보면 제7차 교과서는 4-나 단계에서 (1이 아닌 자연수) $\div$ (자연수)의 뒤편을 분수로 나타내는 활동으로 시작하여 5-나 단계에서 1 $\div$ (자연수)의 뒤편을 분수로 나타내고 곱셈으로

<표 III-3> 교과서와 익힘책에 제시된 (자연수) $\div$ (자연수) 관련 문장제

교육과정	단원	차시	주제	관련식	
제 7 차	4-나	2	교과서	3m짜리 색 테이프를 네 사람이 똑같이 나누어 가지려고 한다. 한 사람이 가지는 색 테이프의 길이를 알아보아라.	(자연수) $\div$ (자연수)
			익힘책	떡 3개를 10사람에게 똑같이 나누어 주면, 한 사람이 얼마씩 먹을 수 있는가?	
				리본 4m를 9사람에게 똑같이 나누어 주면, 한 사람이 얼마씩 가질 수 있는가?	
	사과 5개를 8사람에게 똑같이 나누어 주면, 한 사람이 얼마씩 먹을 수 있는가?				
5-나	1	교과서	혜선은 1m의 색 테이프를 똑같이 5도막으로 나누어 꽃 5송이를 만들려고 합니다. 꽃 한 송이를 만드는 데 쓰이는 색 테이프의 길이를 알아보시오.	1 $\div$ (자연수)	
2007 개정	5-2	1	교과서	현수는 미술 시간에 크기가 같은 상자 4개를 만들었습니다. 이 상자를 1m짜리 색 테이프를 똑같이 4개로 나누어 묶으려고 합니다. 상자 한 개를 묶는 데 필요한 색 테이프의 길이를 알아봅시다.	1 $\div$ (자연수)
			익힘책	1L의 우유를 크기가 같은 3개의 컵에 똑같이 나누어 담는다면 한 컵에 몇 L씩 담을 수 있는지 분수로 나타내시오.	
	2	교과서	수조에 담긴 2L의 물을 모양과 크기가 같은 그릇 3개에 똑같이 나누어 담았습니다. 그릇 한 개에 담긴 물의 양은 얼마인지 알아봅시다.	(자연수) $\div$ (자연수)	
		익힘책	미술 시간에 사용할 리본을 만들려고 합니다. 3m짜리 색 테이프를 리본 4개를 만들 수 있다면 리본 한 개를 만드는 데 필요한 색 테이프는 몇 m인지 분수로 나타내시오.		

표현하는 활동을 하는 것에 비해, 2007 개정 교과서는 1차시에서  $1 \div (\text{자연수})$ 의 몫을 분수로 나타내고 곱셈으로 표현한 후에, 2차시에서 (1이 아닌 자연수) $\div$ (자연수)의 몫을 분수로 나타내고 곱셈으로 표현하는 활동을 한다.

제7차 교과서에서  $1 \div (\text{자연수})$ 보다 (1이 아닌 자연수) $\div$ (자연수)가 먼저 나온 이유는 두 차시의 주제가 다르기 때문이다. 4나 단계에서는 자연수의 나눗셈을 몫으로서의 분수로 나타내는 것이 주제이므로 등분할 과정을 통해 (1이 아닌 자연수) $\div$ (자연수)의 몫을 분수로 나타내는 활동을 하고 익힘책에서 피제수와 제수의 크기를 다양하게 제시하고 있다. 5나 단계에서는 자연수의 나눗셈을 곱셈으로 나타내는 것이 주제이기 때문에 이를 다루기 쉬운  $1 \div (\text{자연수})$ 로 문장제를 제시하고 있다.

반면에 2007 개정 교과서는 자연수의 나눗셈을 몫으로서의 분수로 나타내는 활동보다는 곱셈으로 나타내는 활동을 더욱 강조하므로  $1 \div (\text{자연수})$  상황이 먼저 제시된 듯하다. 2007 개정 수학과 교육과정 해설에서 “구체적 조작 활동을 통하여 나누어지는 수를 나누는 수만큼 등분할한 결과를 분수로 나타내는 과정”을 다룬다고 제시한 것에 비해(교육과학기술부, 2008, p. 108), 실제 교과서에서는 피제수가 1이나 2로만 제시되어 있어 단순한 분할 활동만 이루어지고 있다.

다음으로 교과서의 문장제에 제시된 양의 종류를 살펴보면 피제수는 모두 연속량이고, 제수는 모두 이산량으로 구성되어 있다. 물론 몫으로서의 분수는 등분할 상황에서 나타난 결과이므로 제수는 이산량으로만 제시할 수 있다. 그러나 피제수마저도 모두 연속량으로 제시하는 것이 효과적일지는 의문이다. 예외적으로 제7차의 4나 단계 익힘책에서는 피제수를 딱 3개, 사과 5개와 같이 이산량으로 제시하여

교과서를 보완하고 있다. 엄밀히 말하면 딱 3개, 사과 5개는 1개를 다시 분수 부분으로 나눌 수 있는 이산량과 연속량이 혼합된 양이라고 볼 수 있다. 이는 강홍규(2005)가 제시한 연속량과 이산량이 혼합된 분배 모델을 사용하여 몫으로서의 분수를 지도할 수 있는 가능성을 제공한다. 그러나 2007 개정 교과서에는 피제수가 모두 연속량으로만 제시되어 있어 위의 모델은 상황과 연결하여 사용하기에는 무리가 있다.

마지막으로 교과서와 익힘책의 수식 문제에 제시된 피제수와 제수의 관계를 살펴보면 <표 III-4>와 같다. 교과서와 익힘책의 문장제에서는 모두 피제수가 제수보다 작은 상황만을 다루어 몫으로서의 분수는 진분수 형태로만 제시되어 있다. 이는 문장제 이외의 수식으로 제시된 문제에서도 크게 다르지 않다. 예외적으로 피제수가 제수보다 큰 상황이 제7차 교과서 5나 단계에 제시되어 있기는 하나, 이는 몫으로서의 분수로 나타내는 주제와 관련된 것이 아니라  $(\text{자연수}) \div (\text{자연수})$ 를  $(\text{자연수}) \times \frac{1}{(\text{자연수})}$ 로 나타내는 주제에 대한 것이다(예,  $9 \div 4 = 9 \times \frac{1}{4}$ ).

이를 통해 제7차와 2007 개정 교과서 모두 피제수가 제수보다 작은 상황에 치중해 있고,  $(\text{자연수}) \div (\text{자연수})$ 를 몫으로서의 분수로 나타내는 것보다는 곱셈으로 나타내는 계산 원리를 파악하는 것에 더욱 초점을 두고 있다는 것을 알 수 있다. 특히 몫으로서의 분수가 가분수나 대분수로 나타나는 상황이 단 한 차례도 제시되지 않았다는 점은 놀라운 일이다.

#### 다. 모델 및 분할 전략

제7차와 2007 개정 교과서에 제시된 문장제에서 모두 연속량인 피제수를 다루고 있다는 공통점이 있지만, 이를 표현한 모델의 사용에

<표 III-4> 교과서와 익힘책에 제시된 (자연수)÷(자연수) 관련 수식 문제의 빈도수

교육과정	단원	차시		주제			
				(자연수)÷(자연수)를 몫으로서의 분수로 나타내기		(자연수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타내기	
				(피제수)<(제수)	(피제수)>(제수)	(피제수)<(제수)	(피제수)>(제수)
제7차	4-나	2	교과서	3	.	.	.
			익힘책	10	.	.	.
	5-나	1	교과서	.	.	5	3
			익힘책	3	.	1	2
계				16	0	6	5
2007 개정	5-2	1	교과서	.	.	4	.
			익힘책	6	.	8	.
		2	교과서	.	.	4	.
			익힘책	6	.	10	.
계				12	0	26	0

는 차이가 있다. 교과서와 익힘책에 제시된 (자연수)÷(자연수) 관련 모델을 정리하면 <표 III-5>와 같다.

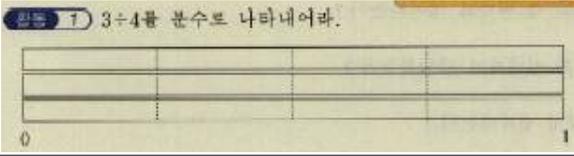
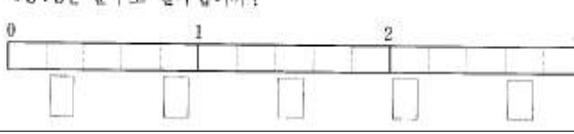
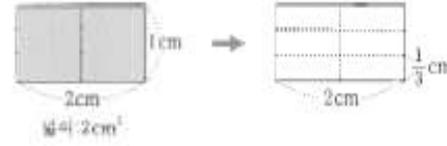
①, ②번 모델은 직사각형 모양이지만 한 쪽 방향으로만 분할한다는 측면에서 길이 모델이라고 할 수 있고 ③번 모델은 넓이 모델이다. 제7차 교과서의 4-나 단계에서는 (자연수)÷(자연수)를 몫으로서의 분수로 나타내는 활동을 도입할 때, ①번 그림과 같이 이산량과 연속량이 혼합된 분배 모델을 중심으로 다루고 익힘책에서 연속량 모델을 다룬다. 5-나 단계의 (자연수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타내는 활동에서는 모두 연속량 길이 모델로 다루고 있다. 반면에 2007 개정 교과서에서는 길이 모델과 넓이 모델을 사용하고 있지만, 이산량과 연속량이 혼합된 모델은 사용하지 않고 있다. 5학년 2학기 1차시에서는 연속량으로 된 길이 모델만을 사용하여 내용을 구성하고, 2차시에서는 2÷3에 해당하는 상황을 연속량으로 된 길이 모델(활동 1)과 넓이 모델(활동 2)로 다양하게 제시한다. 해당 차시는 자연수의 나눗셈 계산 원리를 분수의 곱셈과 연결하여 지도하는 것이 초점이므로 길이 모델뿐만 아니라 분수의 곱셈

원리를 표현하는데 용이한 넓이 모델까지 다양하게 사용했다는 점에서 바람직하다.

그러나, 2007 개정 교과서에서 몫으로서의 분수의 의미 자체를 지도하기에 적절한 모델이 제시되었는지는 의문이다. 강홍규(2005)는 ①번 그림과 같은 모델을 분수 모델의 종류 중 하나인 분배 모델로 제시하면서, 이 모델은 “똑같은 n개의 사물을 m명의 사람에게 공평하게 나누어 주는 (p. 378)” 자연수 나눗셈 상황에 적합하다고 제시하였다.

3÷4의 상황에서 3을 그 자체로 4등분하면 그 값이 얼마인지 쉽게 알 수 없지만 ①번 그림과 같이 단일 단위인 1을 4등분한 각각의  $\frac{1}{4}$  조각을 하나씩 가져오면  $\frac{3}{4}$ 을 쉽게 구할 수 있다 (임재훈, 2012). 물론 ②, ③번 그림에서도 각각의 단일 단위를 등분할하고 있지만 실제 몫을 취할 때에는 전체인 3을 5등분하거나, 2를 3등분하여 그 중 하나를 취하고 있다. 몫으로서의 분수와 관련한 학생들의 오개념은 주로 전체와 단위를 혼동함으로써 생기는 경향이 있는데(이지영, 방정숙, 2014), 이때 교과서에 제시된 모델은 학생들로 하여금 자신이 취한 양이  $\frac{1}{5}$ 이

<표 III-5> 교과서와 익힘책에 제시된 (자연수)÷(자연수) 관련 모델 유형의 빈도수

모델 유형	예	제7차		2007개정				계		
		4-나 2차시	5-나 1차시	5-2 1차시	5-2 2차시					
		교	의	교	의	교	의			
길이	① 이산량, 연속량 혼합 	1	2	·	·	·	·	·	3	
	② 연속량 	·	1	2	1	1	2	1	2	10
넓이	③ 연속량 	·	·	·	·	·	1	·	1	
계		1	3	2	1	1	2	2	2	14

3개인 수인지  $\frac{1}{15}$ 이 3개인 수인지 생각할 수 있도록 도울 수 있어야 한다.

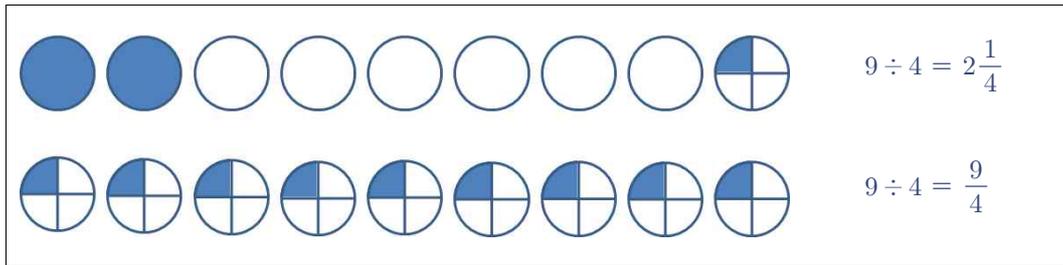
한편, 정은실(2006)은 7차 교과서의 이러한 전개에도 어색한 점이 있다고 지적한다. 왜냐하면 색테이프 3m를 4명이 나누어 가질 때 테이프 1m를 각각 4등분하여  $\frac{1}{4}m$ 를 3개씩 나눠 갖는 상황이 일상적으로 발생하지 않기 때문이다. 그러나 이는 상황과 관련된 문제로 이러한 상황이 색테이프가 아니라 피자 3판이라면, 4명의 학생들이 나누어 먹을 때 작게 잘라서 나누어 먹는 상황은 자연스럽다(정은실, 2009).

여러 선행 연구의 결과에 따라 몫으로서의 분수를 지도할 때 이산량과 연속량의 혼합모델을 사용하는 것은 학생들의 이해에 용이하고 오개념을 극복하는 데에 도움이 된다는 것을 알 수 있다. 그러나 피제수가 연속량일 때에는 그러한 상황이 자연스럽게 연결되지는 않으므로 피제수가 이산량인 상황에서 이산량과 연속

량의 혼합 모델로 도입하고 이후에 피제수가 연속량인 상황에서 길이 모델과 넓이 모델 등의 다양한 모델을 활용하여 지도하는 것을 고려해야 한다.

교과서에서 제시한 분할 전략은 모두 단위 1을 각각 등분할하는 전략으로 제시되어 있다. Kim(2012a)은 이러한 단위 각각을 분할하는 것이 분할의 비효율성은 있으나 피제수와 제수의 관계를 분자와 분모의 관계로 일반화하는데 좋은 역할을 한다고 하였다. 그러나 교과서에 제시된 모델은 모두 한 가지 분할 전략만을 사용하고 있고, 이미 분할되어 있어 학생들이 스스로 분할하는 과정이 생략되어 있다. 따라서 학생들은 활동에 참여하는 동안 다양한 등분할 전략을 개발하는데 어려움이 있다.

학생들은 [그림 III-1]과 같이 “피자 9판을 4명의 학생이 똑같이 나누어 먹을 때 한 명이 먹는 피자의 양은 얼마인가?”와 같은 문제 상황에서 피자를 어떻게 분할하는가에 따라 서로



[그림 III-1] 학생들의 다양한 분할 전략에 따른 몫으로서의 분수 유형

다른 형태의 몫으로서의 분수를 구할 수 있다. 첫 번째 그림과 같이 분할을 최대한 적게 하는 방법을 통해 대분수 형태의 몫을 만들 수 있고, 두 번째 그림과 같이 단위를 각각 네 등분하여 가분수 형태의 몫을 만들 수 있다(Kim, 2012b). 이러한 다양한 학생들의 반응을 유도하기 위해서는 학생들이 실제로 등분할 할 수 있는 경험을 제공하는 것이 중요하다.

#### 라. 형식화 과정

제7차 교과서에서는 4나 단계에서 (자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타내는 방법을 학생들이 스스로 찾아보게 한다. 교사용 지도서에서 제시한 방법은 ‘ $\square \div \triangle = \frac{\square}{\triangle}$ ’로 자연수의 나눗셈의 피제수 및 제수와 몫으로서의 분수의 분자 및 분모의 관계를 파악해보게 한다. 교사용 지도서에서는 유의점으로 “피제수는 분자가 되고 제수는 분모가 됨을 형식적으로 지도해서는 안 된다. ... 활동을 통하여 피제수는 분자가 되고, 제수는 분모가 됨을 학생들이 자연스럽게 이해하도록 하여야 한다”고 제시함으로써(교육인적자원부, 2001b, p. 72), 학생들로 하여금 스스로 자연수의 나눗셈과 몫으로서의 분수를 연결하는 과정에 참여시킨다는 것을 알 수 있다. 5나 단계에서는 나눗셈을 곱셈으로 나타내는 방법을 말해보게 함으로써, (자연수) $\div$ (자연수)에서

분수로 표현된 나눗셈 몫은 (자연수) $\times \frac{1}{(\text{자연수})}$ 의 곱셈식이라는 것을 강조하고 있다. 이에 비해, 2007 개정 교과서에서는 몫으로서의 분수 형식화 과정이 모두 생략되어 있고, 1차시에서는 1 $\div$ (자연수)를 곱셈으로 나타내는 방법을, 2차시에서는 (자연수) $\div$ (자연수)를 곱셈으로 나타내는 방법을 말해보게 한다.

Kim(2012b)은 학생들이 스스로 자연수의 나눗셈과 몫으로서의 분수의 관계를 파악하는 것이 매우 중요하다고 주장한다. 실제로 학생들은 다양한 활동을 한 후에 자연수의 나눗셈의 결과가 대분수인 경우에는 나눗셈의 제수와 대분수의 분모를, 자연수의 나눗셈의 몫과 대분수의 자연수 부분을, 자연수 나눗셈의 나머지와 대분수의 분자를 연결할 수 있었다(예,  $9 \div 4 = 2 \dots 1 = 2 \frac{1}{4} \Rightarrow \bigcirc \div \triangle = \star \dots \diamond = \star \frac{\diamond}{\triangle}$ ). 또한 몫으로서의 분수가 가분수나 진분수인 경우에는 나눗셈의 피제수와 분수의 분자를 연결하고 나눗셈의 제수와 분수의 분모를 연결할 수 있었다(예,  $9 \div 4 = \frac{9}{4} \Rightarrow \bigcirc \div \triangle = \frac{\bigcirc}{\triangle}$ ). 이러한 선행 연구의 결과는 2007 개정 교육과정에서 몫으로서의 분수의 형식화 과정을 도입해야 할 필요성을 제기한다.

## IV. 논의 및 결론

본 연구는 제7차부터 2009 개정 교육과정에 제시된 몫으로서의 분수 관련 내용을 바탕으로 현행 2007 개정 교과서를 제7차 교과서와 비교하여 분석하였다. 분석 결과를 바탕으로 몫으로서의 분수 지도에 관해 개선해야 할 사항을 논의하면 다음과 같다.

첫째, 몫으로서의 의미를 분수의 의미에 초점을 두어 지도하는 제7차 교육과정과 다르게, 2007·2009 개정 교육과정에서는 분수의 나눗셈과 통합하여 지도하고 있다. 이는 교육내용 적정화에 따라 관련 내용을 통합하여 지도한다는 의도를 담고 있다(교육과학기술부, 2008). 그러나, 연결 주제와 통합하는 과정에서 몫으로서의 분수 자체에 대한 지도가 약화되지 않도록 주의해야 한다. 2007 개정 교육과정에서는 ‘(자연수) $\div$ (자연수)를 분수로 나타낼 수 있다’라고만 제시되어 있어 자연수 나눗셈을 분수의 의미와 연결하여 지도하고자 하는 의도가 잘 드러나지 않는다. 이와 다르게 2009 개정 교육과정에서는 영역 성취 기준에 ‘분수의 의미’를 명시하고 있으므로, 5·6학년군에서 배우는 분수의 의미는 몫으로서의 의미와 비율로서의 의미를 감안하여 각각의 의미를 관련 주제에 단순 통합하는 것이 아니라 의미에 대한 이해를 병행하면서 계산 원리까지 연결하도록 유의할 필요가 있다.

둘째, 제7차와 2007 교과서에서는 모두 자연수 나눗셈을 피제수가 제수보다 큰 상황에서, 몫으로서의 분수는 피제수가 제수보다 작은 상황에서만 다루고 있다. 이러한 자연수의 나눗셈과 몫으로서의 분수의 연결 과정은 심각하게 재고할 필요가 있다. 박교식과 권석일(2012)은 교과서에 제시된 내용이 다양한 상황을 포함하지 않고 지나치게 어느 한 부분에 치우쳐 있으

면 학생들이 잘못된 관념을 가질 수 있다고 지적하였다. 학생들은 피제수가 제수보다 작은 (자연수) $\div$ (자연수)에서만 분수의 몫이 나온다고 생각하는 잘못된 관념을 갖게 될 수 있다. 또한 Kim(2012b)의 연구에서 학생들은 피제수가 제수보다 큰 상황에서 몫으로서의 분수를 더욱 쉽게 이해하였으므로, 피제수가 제수보다 큰 (자연수) $\div$ (자연수) 상황으로 몫으로서의 분수를 도입할 필요가 있다. 피자 9판을 4명의 학생이 똑같이 나누어 먹는 상황에서 학생들은 3, 4학년 때 학습한 내용을 바탕으로 한 사람당 피자 2판씩 먹고 피자 한 판이 남는다고 말할 것이다( $9 \div 4 = 2 \dots 1$ ). 이와 똑같은 상황에서 “나머지 없이 똑같이 나누어 먹는다면 한 사람당 얼마를 먹을까?”와 같은 발문을 제시한다면 학생들은 자연수 나눗셈의 몫을 분수로 나타낼 필요성을 자연스럽게 느낄 수 있을 것이다.

셋째, 제7차 교과서와 다르게 2007 개정 교과서에서는 몫으로서의 분수를 주제로 하여 지도하는 차시가 별도로 구성되어 있지 않다. 2007 개정 교과서에서는 (자연수) $\div$ (자연수)의 계산원리를 분수의 곱셈으로 나타내는 것에 초점을 두고 (자연수) $\div$ (자연수)를 몫으로서의 분수로 나타내는 것은 각각의 활동 안의 발문으로만 제시되어 있다. 정은실(2006)이 제7차 교과서에서 몫으로서의 분수의 중요성에 비해 이를 다루는 비중이 적다는 점을 이미 지적한 바 있지만, 2007 개정 교과서에서 몫으로서의 분수 관련 내용이 오히려 더욱 약화되었다. 이를 통해 교과서 분석에 관한 연구에서 제시한 제안점들이 실제 교과서 개발에 적극적으로 반영되지 않고 있음을 알 수 있다. 몫으로서의 분수는 자연수의 나눗셈과 분수의 나눗셈을 확장하는 과정에서 매우 중요한 주제이므로 이를 다루는 별도의 차시를 구성하여 구체적으로 다룰 필요가 있다.

넷째, 문장제 및 모델과 관련하여 제7차 교과서와 2007 개정 교과서는 다양한 상황을 고려하지 않고 특정 상황에만 지나치게 치중하고 있다. 제시된 문장제는 모두 피제수가 제수보다 작은 상황이고 피제수는 연속량, 제수는 이산량인 상황이다. 모델은 거의 연속량 모델을 사용하고 있고 모두 등분할이 되어 있다. 예외적으로 제7차 교과서에서 몫으로서의 분수를 도입할 때 이산량과 연속량이 혼합된 모델을 사용하고, 익힘책에서 피제수가 이산량인 상황을 제시하고 있다. 이산량과 연속량이 혼합된 모델은 학생들이 등분할한 결과를 분수 몫으로 나타내는데 도움을 주므로(임재훈, 2012), 이산량과 연속량이 혼합된 모델을 사용하여 몫으로서의 분수를 도입하고 이후에 다양한 모델로 확장하여 지도하는 것을 고려할 필요가 있다.

마지막으로, 2007 개정 교과서에서 자연수의 나눗셈의 피제수 및 제수와 몫으로서의 분수의 분자 및 분모의 관계를 파악하는 형식화 과정이 생략되어 있는 것은 논란의 여지가 있다. Kim(2012a)의 연구에서 학생들은 일련의 다양한 분할 과정을 거쳐 몫으로서의 분수에 대한 이해를 확장해 나갔다. 따라서 등분할 되어 있지 않은 단위를 제시하여 학생들이 스스로 다양한 분할 전략을 개발할 수 있는 기회를 제공해야 하고 이러한 활동을 토대로 자연수의 나눗셈과 몫으로서의 분수의 관계를 파악하게 해야 한다.

본 연구는 제7차와 2007 개정 교육과정의 교과용 도서를 분석함으로써 초등학교 수학교과서의 몫으로서의 분수 관련 내용 구성 및 지도 방향에 구체적인 시사점을 제공하고자 하였다. 이를 통해 보다 체계적으로 차기 교과용 도서가 개발되기를 기대한다.

## 참고문헌

- 강홍규 (2005). 분수 개념과 알고리즘 지도 양상 비교 : McLellan, MiC, 한국의 교재를 중심으로. **수학교육학연구**, 15(4), 375-399.
- 교육과학기술부 (2008). **초등학교 교육과정 해설 (IV): 수학, 과학, 실과**. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육과학기술부 (2011a). **수학과 교육과정**(교육과학기술부 고시 제 2011-361호 별책 8).
- 교육과학기술부 (2011b). **수학 지도서 5-2**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012a). **수학 3-1**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012b). **수학 3-2**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012c). **수학 4-1**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012d). **수학 5-2**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012e). **수학익힘책 5-2**. 서울: 두산동아.
- 교육부 (1997). **수학과 교육과정**(교육부 고시 제 1997-15호 별책 8). 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (1998). **초등학교 교육과정 해설 (IV): 수학, 과학, 실과**.
- 교육인적자원부 (2001a). **수학 4-나**. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2001b). **수학 4-나 교사용지도서**. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2001c). **수학익힘책 4-나**. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2002a). **수학 5-나**. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2002b). **수학 5-나 교사용지도서**. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2002c). **수학익힘책 5-나**. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2007). **수학과 교육과정**(교육인적자원부 고시 제 2007-79호 별책 8).

- 권성룡 (2003). 초등학생의 분수이해에 관한 연구. **학교수학**, 5(2), 259-273.
- 박교식, 권석일 (2012). 우리나라 초등학교 수학교과서의 소수 나눗셈에서의 몫과 나머지 취급에서 나타나는 부적절한 관념과 그 개선에 관한 연구. **수학교육학연구**, 22(4), 445-458.
- 박교식, 이경화, 임재훈 (2004). 남북한 초등학교 교과서의 분수 도입 방식 비교. **수학교육학연구**, 14(4), 367-385.
- 소성숙 (2003). **초등학교 학생들의 분수감각에 대한 실태 분석**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 이지영, 방정숙 (2014). 분수의 다양한 의미에서 단위에 대한 초등학교 6학년 학생들의 이해 실태 조사. **수학교육학연구**, 24(1), 83-102.
- 임재훈 (2012). 초등수학 교과서의 분수 곱셈 알고리즘 구성 활동 분석: 모델과 알고리즘의 연결성을 중심으로. **학교수학**, 14(1), 135-150.
- 정은실 (2006). 분수 개념의 의미 분석과 교육적 시사점 탐구. **학교수학**, 8(2), 123-138.
- 정은실 (2009). 싱가포르와 우리나라 교과서의 비교 분석을 통한 분수 개념 지도 방안 탐색. **수학교육학연구**, 19(1), 25-43.
- Barnett-Clarke, C., Fisher, W., Marks, R., & Ross, S. (2010). *Developing essential understanding of rational numbers for teaching mathematics in grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.
- Kim, A. Y. (2012a). The construction of children's partitioning strategy on the equal sharing situation. **학교수학**, 14(1), 29-43.
- Kim, A. Y. (2012b). The type of fractional quotient and consequential development of children's quotient subconcept of rational numbers. **수학교육학연구**, 22(1), 53-68.
- Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3th ed.). New York: Routledge.

# An Analysis of the Fraction as Quotient in Elementary Mathematics Instructional Materials

Pang, JeongSuk (Korea National University of Education)

Lee, Ji-young (Graduate School, Korea National University of Education)

This study analyzed in what ways the instructional materials have been dealing with the fraction as quotient, since the seventh national mathematics curriculum. An analysis of this study urged us to re-consider the content related to the fraction as quotient. First, the fraction as quotient has weakened in the current mathematics textbooks and workbooks in comparison to those developed under the previous curriculum. Second, the contexts of whole number division taught in grades 3 and 4

were not naturally connected to those of the fraction as quotient taught in grade 5. Third, the types of word problems, visual models, and partitioning strategies in the textbooks and the workbooks were partial, and the process of formalization was limited. Building on these results, this study is expected to suggest specific implications which may be taken into account in developing new instructional materials in process.

\* Key Words : Analysis of textbooks(교과서분석), Analysis of workbooks(익힘책분석), Fraction as quotient(몫으로서의 분수), Whole number division(자연수 나눗셈)

논문접수 : 2014. 3. 31

논문수정 : 2014. 5. 8

심사완료 : 2014. 5. 8