

초등학교 수학에서 취급하는 식의 정의와 분류에 관한 연구

고 준 석* · 김 지 원** · 박 교 식***

우리나라 초등학교 수학에서 다양한 식을 취급하고 있음에도 불구하고, 식 지도 내용의 체계화는 아직 미흡하다. 이것은 기본적으로 초등학교 수학에서 취급하는 식의 정체를 명확하게 드러내지 못하고 있기 때문이다. 본 논문에서는 이 상황을 개선하기 위한 기초 작업으로, 식에 □, △ 등과 단어 또는 연어(連語)와 같은 과도기적 기호를 사용하는 초등학교 수학을 고려하는 입장에서, 먼저 식을 구성하는 요소로서의 기호를 분류하고, 그것에 바탕을 두어 식을 정의하고 분류하였다. 이러한 정의와 분류를 통해 초등학교 수학에서의 식 지도 내용의 체계화를 도모하는데 도움을 줄 수 있는 다음 네 가지 판단이 가능하다는 것을 결론으로 제시할 수 있다. 첫째, 식의 정체를 명확히 함으로써, 어떠한 표현이 식인지 아닌지 판별할 수 있다. 둘째, 식의 양태를 파악할 수 있다. 셋째, 식 지도 내용을 체계적으로 파악할 수 있다. 넷째, 식 지도 내용 사이의 위계를 파악할 수 있다.

I. 서론

우리나라 초등학교 수학(이하, 초등학교 수학)에서 다양한 식을 취급하고 있음에도 불구하고, 식 지도 내용은 아직 체계화되어 있지 않다. 이것은 기본적으로 초등학교 수학에서 취급하는 식의 정체가 명확하게 드러나 있지 않기 때문이다. 본 논문에서는 이러한 상황을 개선하기 위한 기초 연구의 일환으로, 식에 □, △ 등과 단어 또는 연어(連語)를 사용하는 초등학교 수학을 고려하는 입장에서, 식의 정의에 관해 그리고 식의 분류에 관해 논의한다. 우리나라 초등학교 교과서(이하, 초등학교 교과서)에서는 ‘식’이라는 표

현을 단독으로 사용하기도 하지만, 특정한 형태나 기능에 따라 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식, 계산식, 비례식, 검산식, 등식, 방정식, 관계식과 같이 ‘~식’의 형태로 사용하고 있기도 하다. 이러한 용례는 2009 개정 교육과정에 따른 초등학교 교과서 《수학 1-1》~《수학 2-2》, 《수학 3-1》, 《수학 4-1》 및 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 교과서 《수학 3-2》, 《수학 4-2》, 《수학 5-1》~《수학 6-2》에서 찾은 것이다.

초등학교 교과서에서 나눗셈식, 비례식, 등식, 방정식은 정의하고 있지만 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 계산식, 검산식, 관계식은 정의하지 않고 있다.) 또, 이들을 모두 망라하는 ‘식’도 정의하고

* 경인교육대학교 대학원 jsgo3@epost.kr (제1 저자)

** 이화여자대학교 대학원, jeewonee@ewhain.net

*** 경인교육대학교 pksark@gin.ac.kr (교신저자)

1) ‘등식’, ‘방정식’, ‘관계식’은 2007 개정 초등학교 교육과정 6학년의 <규칙성과 문제해결> 영역에 등재되어 있었으나, ‘관계식’은 2009 개정 초등학교 교육과정에 등재되지 않았고, ‘등식’과 ‘방정식’은 2009 개정 중학교 교육과정 <문자와 식> 영역에 등재되었다.

있지 않다. 이러한 상황에서, 본 논문에서는 식의 정체를 명확히 드러내기 위해, 문헌 연구 방법을 통해 식의 정의와 분류에 관한 선행 연구의 결과를, 그것이 초등학교 수학에서 취급하는 다양한 식을 망라하고 있는가, 식을 정의하고 분류할 때 선행 연구에서 찾을 수 있는 공통 기준은 무엇인가라는 측면에서 분석·검토한다. 그리고 그것을 수정·보완하여, 초등학교 수학을 고려하는 입장에서 식 지도 내용의 체계화를 도모할 수 있도록 식을 정의하고 분류한다. 이를 위해 2007 및 2009 개정 교육과정과 각 교육과정에 따른 교과서와 식의 정의와 분류에 관한 선행 연구를 주요 분석 대상으로 삼는다.

먼저 초등학교 수학에서 취급하는 다양한 식을 망라하도록 식을 정의하기 위해, 식을 구성하는 기호를 平林一榮과 石田忠男(1992), 片桐重男(1995a, 2012), 中原忠男(2011), 김수환 외(2011), 日本數學教育學會(2011)를 바탕으로 그 역할에 따라 분류한다. 이러한 분류는 초등학교 수학에서 취급하는 식의 양태를 파악하기 위한 것이다. 이런 입장에서 예를 들어 $1/2 \div \square \times \triangle$, (한 자리 수) \div (한 자리 수), (직육면체의 부피) $= \square \times \square \times$ (높이), $1m=100cm$, 원주율 $=$ 원주 \div 지름, $1일=24시간$, $1/10=0.1$, (높이) $\div 2$, (오빠) $= \square / 3 + 2 + 1$ 등을 식으로 간주한다. 또, 이와 같이 \square , \triangle 등과 단어 또는 연어가 식을 구성하는 요소로 사용되는 경우에는 그것을 기호로 간주한다. 또, 선행 연구에서 언급하지 않은 두 가지 기호 즉, 비를 나타낼 때 사용하는 기호 $:$ 와 나머지가 있는 자연수 나눗셈에서 몫과 나머지를 한꺼번에 나타내기 위해 사용하는 기호 ...에 관해서도 논의한다.

다음으로는 이러한 기호로 구성되는 식을 정의하기 위해 선행 연구에서 제시하고 있는 세 가지 정의 방법을 검토한다. 고동욱과 송낙호(1989)가 제시하고 있는 정의는 식의 판별에 실

질적인 도움을 주지 못한다는 점에서, 日本數學教育學會(2011, 2013) 및 강완, 나귀수, 백석윤, 이경화(2013)가 제시하고 있는 정의는 기호에 대해 명확하게 언급하고 있지 않고 또한 식을 구성하는 규칙에 관해 말해주고 있지 않다는 점에서 식의 정의로 미흡하다. Столя(1976)²⁾, 平林一榮(1987), 이용률과 성현경(1991), 平林一榮과 石田忠男(1992), 배종수(1999), 최창우(2006), 김웅태, 박한식, 우정호(2007), 김수환 외(2011), 日本數學教育學會(2011), 中原忠男(2011)이 제시하고 있는 정의는 앞의 두 정의에 비해 더 내포적으로 식을 정의하고 있다. 이런 이유에서 본 논문에서는 이 셋째 정의를 받아들인다. 이때 中原忠男(2011)을 제외하고는 어느 연구에서도 거의 제시하지 않고 있는 식 구성 규칙에 관해서도 논의한다.

마지막으로 Столя(1976), 平林一榮과 石田忠男(1992), 片桐重男(1995a, 2012)을 바탕으로 관계 기호의 유무와 변수의 유무에 따라 식을 분류한다. 그러나 이러한 분류만으로는 초등학교 수학에서 취급하는 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식을 포괄할 수 없다는 점에서, 식을 계산 기호의 유무에 따라 분류하는 것에 관해 논의한다. 또, 초등학교 수학에서 같은 관계 기호가 두 번 이상 사용되는 경우가 있음과 문자, \square , \triangle , 단어 또는 연어, 괄호 등의 특정 요소의 유무에 주목하여, 그것을 고려하는 입장에서 식을 분류하는 것에 관해 논의한다.

II. 초등학교 수학에서 취급하는 기호의 분류

平林一榮과 石田忠男(1992)은 학교수학에서 사용하는 기호를 두 가지로 대별하였다. 하나는 도

2) Столя의 영어 표기는 Stolya이다.

형을 나타내는 것이고, 다른 하나는 수식(數式)을 구성하는 요소로 사용하는 것이다. ‘수식’이라는 표현은 배종수(1999), 최창우(2006)도 사용하고 있는 것이지만, 그것은 ‘수로 이루어진 식’이 아니라, 통칭하는 ‘식’을 의미한다. 이런 점에서 혼동을 피하기 위하여 이후로는 ‘수식’이라는 표현을 사용하지 않기로 한다. 平林一榮과 石田忠男(1992)의 구분에 따르면, 초등학교 수학에서도형을 나타내는 일체의 그림도 기호이다. 그러나 본 논문에서는 도형을 나타내는 그림으로서의 기호는 논의 대상에서 제외한다.

식을 구성하는 요소로 사용하는 기호를 그 역할에 따라 분류할 수 있다. 平林一榮과 石田忠男(1992)은 기호를 대상 기호, 술어 기호, 논리 기호, 보조 기호로 구분하고 있다. 대상 기호는 수나 문자 등을, 술어 기호는 연산, 관계 등을, 논리 기호는 명제 등을 나타내는 기호이다. 또, 보조 기호는 괄호 등을 의미한다. 그들은 대상 기호를 세분해서 일정하게 정해진 수를 의미하는 정수(定數) 기호와 그렇지 않은 변수 기호, 그리고 허수 단위 i 와 같이 특정 대상을 의미하는 특정 기호로 분류하였다. 변수 기호는 변수로만 사용되는 것이 아니라 미지수, 부정원 등으로 사용되는 문자를 의미한다. 또, 술어 기호를 세분해서 연산을 나타내는 연산 기호, 함수를 나타내는 함수 기호, 관계를 나타내는 관계 기호로 분류하였다. 김수환 외(2011)도 이러한 분류를 따르고 있지만, 그들은 ‘정수(定數) 기호’ 대신 ‘상수(常數) 기호’라 하고 있다. 이것은 우리나라에서 정수(定數)라 하지 않고 상수(常數)라고 하고 있는 것을 감안한 것이다. 平林一榮과 石田忠男(1992)이 학교수학에서 식을 구성하는 요소로 사용하는 기호를 분류하는 전형을 보여주고 있지만, 그들의 기호 분류는 초등학교 수학에서 취급하지 않는 특정 기호, 함수 기호, 논리 기호를 포함하고 있다는 점에서, 또한 초등학교 수학에서 취급

하는 식에서 볼 수 있는 \square , \triangle , 단어 또는 연어는 포함하고 있지 않다는 점에서, 초등학교 수학에서 취급하는 식의 양태 파악에 적절하지 않다.

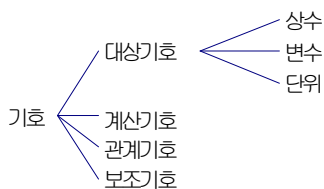
片桐重男(1995a, 2012)은 예를 들어 초등학교 수학에서 볼 수 있는 $2+\square=5$, (원주율)=(원주) \div (지름), (한 자리 수) \times (두 자리 수) 등을 식으로 간주하고, 이러한 식을 구성하는 \square , \triangle 등뿐만 아니라 단어 또는 연어도 기호로 보는 관점을 보여주고 있다. 한편, Столя(1976)와 平林一榮(1987), 平林一榮과 石田忠男(1992)은 위와 같은 식과 기호에 관해 어떤 언급을 하고 있지 않다. 본 논문에서는 초등학교 수학을 고려하는 입장에서 片桐重男(1995a, 2012)의 관점을 받아들여, 위와 같은 식에서 사용하는 \square , \triangle 등과 단어(원주율), (원주), (지름), (한 자리 수)와 같은 단어 또는 연어도 기호로 간주하기로 한다. 이들이 표준적인 기호는 아니지만, 문자를 사용하기 전의 과도기적 표현으로서 식을 구성할 수 있다는 점에서 일종의 기호라고 할 수 있기 때문이다. 표준적인 기호와 구별하기 위해 이러한 기호를 과도기적 기호라고 하기로 한다. 이때 (원주율)=(원주) \div (지름), (한 자리 수) \times (두 자리 수)를 각각 ‘원주율=원주 \div 지름’, ‘한 자리 수 \times 두 자리 수’로 나타내어도 된다. 여기서 사용하는 괄호 ()는 예를 들어 $(3+2)\times 6$ 에서의 괄호 ()와는 달라서, 사용하지 않아도 무방하지만, 혼동을 피하기 위해 편의상 사용한 것이다. 이런 이유에서 단어 또는 연어를 나타낼 때 사용하는 괄호 ()는 식을 구성하는 기호로 간주하지 않는다. 즉, 예를 들어 (원주율)을 ‘원주율’로 본다.

片桐重男(1995a, 2012)은 기호를 크게 대상을 나타내는 기호, 연산을 나타내는 기호, 관계를 나타내는 기호로 분류하고, 그 각각을 ‘상수적 기호’와 ‘변수적 기호’로 세분하고 있다. 그리고 이 이외의 기호로 괄호를 제시하고 있다. 그는 연산을 나타내는 기호, 관계를 나타내는 기호까

지도 상수를 나타내는 것과 변수를 나타내는 것으로 구분하지만, 초등학교 교과서에서는 이러한 용례를 찾을 수 없다. 한편, 中原忠男(2011)은 片桐重男(1995a, 2012)과 동일한 분류를 하고 있지만, 간단히 대상 기호, 연산 기호, 관계 기호, 괄호라 하고 있다. 그는 기호 분류에서 과도기적 기호를 취급하고 있지 않지만, 초등학교 수학에서 과도기적 기호를 사용하는 식을 인정하고 있다.

Столя(1976), 平林一榮(1987), 平林一榮과 石田忠男(1992), 中原忠男(2011)에서는 단위를 기호로 간주한다는 진술을 찾을 수 없지만, 片桐重男(2012)은 연속량 중에서 초등학교 수학에서 취급하는 외연량의 단위를 나타내는 cm, L, g, m² 등도 대상 기호로 보고 있다. 특히, 그는 이것을 ‘양의 단위 기호’라 하고 있다.

지금까지의 논의를 바탕으로, 片桐重男(2012)이 과도기적 기호를 포함하고 있다는 점에서, 그리고 초등학교 수학에서 취급하는 연속량의 단위를 기호로 간주하고 있다는 점에서, 그의 기호 분류를 근간으로 하되, 平林一榮과 石田忠男(1992), 片桐重男(1995a), 中原忠男(2011), 김수환 외(2011)를 참고하여, 기호를 [그림 II-1]과 같이 분류한다. 먼저 역할에 따라 대상 기호, 계산 기호, 관계 기호, 보조 기호로 분류한다. 이때 초등학교 수학에서 수의 계산을 취급한다는 점에서 연산 기호 대신 ‘계산 기호’라고 하였다. 다음으로, 대상 기호를 상수, 변수, 단위의 세 가지로 세분한다. 이것은 상수 기호, 변수 기호, 단위 기호를 각각 간단히 한 것으로 볼 수 있다.



[그림 II-1] 기호의 분류

이 분류에서는 외연량의 단위가 수를 나타내는 것이 아니라 양을 나타내는데 사용된다는 점을 고려해서 단위를 독립시켰다. 이때 초등학교 수학에서 취급하는 외연량의 단위로 한정한다. 단위 자체는 식의 구성 요소로 사용할 수 없고, 예를 들어 3cm, xL, □°, (몇)kg 등과 같이 상수 및 변수와 함께 사용하여야 한다. 단위 앞에 상수 및 변수가 있는 것이 명수(名數)이다.

분수의 분모, 분자 사이에 있는 가로선 —과 소수점 .도 기호이지만, 이것들은 예를 들어 분수 $\frac{1}{3}$, 소수 0.4와 같이 사용해야 하며, 그 자체로는 하나의 대상을 나타내지 못한다. 이런 점에서 平林一榮과 石田忠男(1992), 片桐重男(1995a, 2012), 中原忠男(2011)과 마찬가지로 아라비아 숫자로 표현되는 분수나 소수 자체를 대상 기호로 보기로 한다. 이때 예를 들어 분수 $\frac{1}{3}$, 소수 0.4를 상수로 간주한다. $2/x$ 는 문자 x 를 사용하고 있으므로 더 이상 상수가 아니며, 이런 경우는 식으로 본다.

비의 전항과 후항 사이에 있는 쌍점 :도 기호이다. 그러나 平林一榮과 石田忠男(1992), 片桐重男(1995a, 2012), 김수환 외(2011), 中原忠男(2011)은 기호 :가 대상 기호, 계산 기호, 관계 기호, 보조 기호의 어디에 속하는지 언급하고 있지 않다. 片桐重男(1995b, 2012)과 이용률(2010)에 따르면, 두 양 A, B가 있을 때, 예를 들어 B를 b 로 보면 A는 a 인 관계가 있을 때, A와 B의 관계를 $a:b$ 로 나타낼 수 있다. 이때 예를 들어 $a=b$ 나 $a>b$ 는 모두 a 와 b 사이의 관계를 말해주지만, $a:b$ 는 일반적으로 a 와 b 사이의 관계를 나타내는 것이 아니다. 이런 점에서, 기호 :를 관계 기호로 볼 수 없다. 기호 :는 예를 들어 비 2:3과 같이 사용해야 하며, 기호 : 자체로는 하나의 대상을 나타내지 못한다. 이런 이유에서 여기서는 예를 들어 비 2:3이나 연비 2:3:4를 형식적인 차원에서 상수로 간주하기로 한다. $a:b$ 는 변수인

문자 a 와 b 를 사용하고 있으므로 더 이상 상수가 아니며 이런 경우는 식으로 본다. 한편, 예를 들어 운동 경기에서 A와 B 두 팀의 득점을 2:3과 같이 나타내기도 하지만, 이것은 비가 아니므로, 이런 의미로 사용되는 기호 :는 논의 대상에서 제외한다. 또, 예를 들어 6시 30분을 6:30과 같이 나타내기도 하는데, 이것도 비가 아니므로, 이런 의미로 사용되는 기호 :도 논의 대상에서 제외한다.

片桐重男(2012)은 과도기적 기호인 단어와 연어를 일률적으로 변수로 간주하지만, 여기서는 이러한 견해를 받아들이지 않는다. 예를 들어 (원주율)=(원주) \div (지름)에서 원주와 지름은 정해진 수를 의미하는 것이 아니라는 점에서 변수이지만, 원주율은 정해져 있는 특정한 수를 의미한다는 점에서 상수이다. 또, 예를 들어, 1일=24시간이라는 식에서 ‘일’, ‘시간’은 모두 단위로 사용된 것이다. 따라서 이런 경우의 일과 시간은 상수나 변수로 분류할 수 없고, 단위로 분류해야 한다. 한편, (속력)=(거리)/(시간)에서의 시간은 변수이다.

나머지가 있는 나눗셈에서 몫과 나머지를 한꺼번에 나타내기 위해, 예를 들어 $13 \div 5 = 2 \cdots 3$ 과 같은 식을 사용하고, 이때 기호 \cdots 를 사용한다. 이 기호는 나머지가 있는 자연수끼리의 나눗셈

에 한정되어 사용해야 하며, 괄호와 마찬가지로 식을 완성시키기 위한 보조적 역할을 한다는 점에서 보조 기호로 분류하기로 한다. 기호 \cdots 를 우리나라에서만 사용하는 것은 아니다. 일본 교과서에서는 이 기호를 사용하지 않지만(日本數學教育學會, 2011), 片桐重男(2012)에서는 이 기호를 볼 수 있다.

\square , \triangle 를 예를 들어 $\square ABCD$, $\triangle ABC$ 와 같이 각각 사각형과 삼각형을 의미하는 대상 기호의 일부로 사용할 수 있지만, 초등학교 교과서에서 그 용례를 찾을 수 없으므로 이런 의미로 사용되는 \square , \triangle 는 논의 대상에서 제외한다. 또, 괄호에서 (), {, }의 어느 것도 단독으로 사용되지 않는다는 점에서 (), { }를 각각 하나의 기호로 간주한다. 또한, 초등학교 교과서에서 대괄호 []를 사용하지 않는다는 점을 고려하여, 대괄호를 보조 기호에 포함시키지 않기로 한다. 한편, 괄호 ()를 예를 들어 (2, 3)과 같이 순서쌍을 나타내기 위해 사용하는 경우가 있다. 그러나 초등학교 교과서에서 식을 구성하는 요소로 순서쌍을 사용하지 않는다는 점에서, 순서쌍에 사용되는 괄호는 논의 대상에서 제외한다.

지금까지의 논의를 바탕으로 <표 II-1>과 같이 초등학교 수학에서 식의 구성 요소로 사용하는 기호를 정할 수 있다.³⁾

<표 II-1> 초등학교 수학에서 식의 구성 요소가 되는 기호

	대상 기호			계산 기호	관계 기호	보조 기호
	상수	변수	단위			
수, 문자,	0, 1, 2, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, 0.4, 0.02, 2:3,	\square , \triangle , x , y	cm, m, km, g, kg, t, L, mL, cm ² , m ² , km ² , a, ha, cm ³ , m ³ , °, %	+, -, \times , \div	+, >, <	(), { }, ...
단어, 연어	원주율	원주, 지름,	시간, 분, 초,			

3) 이때 나눗셈에서 몫과 나머지를 한꺼번에 나타내기 위해 사용하는 기호 \cdots 와 줄임표를 혼동하지 않아야 한다.

III. 초등학교 수학에서 취급하는 식의 정의

식을 일반적으로 정의하는 세 가지 방법을 찾을 수 있다. 첫째 방법은, 예를 들어 고동욱과 송낙호(1989, p.340)에서 볼 수 있는 것으로, “ $2+3$, $2+3=5$, $\bigcirc+\square=5$, $y=2\times x$, $5>2$ 등을 식이라고 한다.”와 같이, 식에 해당하는 것을 예시적으로 몇 개 제시하고, 그러한 것을 식이라고 정의하는 것이다. 그러나 이러한 정의는, 식에 해당하는 것을 모두 제시하지 않는 한, 사실상 식의 판별에 도움이 되지 않는다. 둘째 방법은 식을, 수학적 언어의 관점에서, 기호의 나열로 정의하는 것이다. 예를 들어 日本數學教育學會(2013, p.25)는 “식이란 수와 문자를 연산 기호와 관계 기호(+, -, ×, ÷, >, < 등)로 결합한 산수의 어(ことば) 또는 문(文)인 것이다.”와 같이 식을 정의하고 있다. 여기서 어(ことば, 言葉)는 단어나 연어를, 문(文)은 문장을 의미한다. 이러한 정의를 日本數學教育學會(2011)와 강완, 나귀수, 백석운, 이경화(2013)에서도 볼 수 있다. 이 정의는 기호에 해당하는 것을 명료하게 제시하지 않고 있으며, 기호의 나열에 나름대로의 규칙이 있어야 한다는 것도 제시하지 않고 있다는 점에서 식의 정의로 미흡하다. 셋째 방법은 식을 정해진 규칙에 따른 정해진 기호의 유한적인 나열로 정의하는 것이다. 예를 들어 Столя(1976)는 식을 만드는 기호 집합 $A=\{0, 1, 2, \dots, 9, a, b, \dots, x, y, z, +, \cdot, =, <, >, (,)\}$ 를 제시하고, 이 기호로 이루어지는 유한의 계열을 식이라고 정의하였다. 그가 제시한 기호 집합에서 \cdot 는 곱셈을 의미한다. 그는 곱셈을 덧셈의 역연산으로, 나눗셈을 곱셈의 역연산으로 각각 간주하여 기호 $-$, \div 를 제시하지 않은 것으로 보인다. Столя(1976)의 정의에서는 식에서 사용할 수 있는 기호가 정해

져 있다는 점이 중요하다. 그러나 그가 제시한 기호 집합에는 과도기적 기호가 포함되어 있지 않다. 그는 예를 들어 $2++$ 는 식이 아니라고 하면서 식이 나름대로의 규칙에 따라 구성된다는 점을 시사하고 있지만, 그 규칙을 제시하지는 않았다. Столя(1976) 이후의 식의 여러 정의(平林一榮, 1987; 平林一榮, 石田忠男, 1992; 배중수, 1999; 최창우, 2006; 김응태, 박한식, 우정호, 2007; 김수환 외, 2011; 日本數學教育學會, 2011; 中原忠男, 2011)에서도, 식이 어떤 규칙에 따라 구성된 기호의 나열이라는 것에 초점을 맞추고 있다. 한편, 이용률과 성현경(1991)에서는 ‘식’ 대신 ‘수학적 문장’과 ‘수학적 표현’을 사용하고 있지만, 그들의 정의도 이 범주에 넣을 수 있다.

이 세 가지 정의 방법 중에서 셋째 방법이 식을 가장 내포적으로 정의하고 있다는 점에서, 여기서는 이 셋째 방법에 따른 식의 정의를 받아들이기로 한다. 즉, 식은 “정해진 기호를 정해진 규칙에 따라서 늘어놓은 유한한 계열(平林一榮, 1987, p.379)”이다. 그러나 平林一榮(1987, p.379)이 지적하고 있듯이, 기호 집합과 식 구성 규칙을 완전하게 형식화하는 것은 쉽지 않다. 김응태, 박한식, 우정호(2007)도 平林一榮(1987)의 이러한 견해를 따르고 있다.

셋째 방법으로 식을 정의한 것 중에서 中原忠男(2011)만이 식을 구성하는 규칙을 나름대로 제시하고 있다. 그가 제시한 규칙은 다음의 두 가지이다. ① 대상 기호는 그 자체만으로 식이다. ② A, B가 식이면 $A+B$, $A-B$, $A\times B$, $A\div B$, $A=B$ 는 모두 식이다. 이때 ①에서의 대상 기호에는 과도기적 기호와 단위 기호는 포함되지 않았다. 中原忠男(2011)이 제시한 이 두 규칙은 단순하면서도 포괄적이지만, 초등학교 수학에서 취급하는 다양한 식의 구성을 충분히 설명해 주지는 않는다. 특히 그는 부등호 $>$, $<$ 와 기호 \div , 과도기적 기호, 괄호의 사용에 관해 언급하고 있지 않다.

부등호 $>$, $<$ 와 기호 $:$, 과도기적 기호, 괄호를 사용하는 식의 구성 규칙을 일관되게 형식화하는 데는 어려움이 있기는 하지만, 여기서는 그가 제안한 두 가지 규칙을 바탕으로, 먼저 명수가 포함되지 않는 식에 한정하여 이들을 사용한 식의 구성 규칙에 관해서 제한적으로 논의하기로 한다. 이때 \square , \triangle 등과 단어 또는 연어인 과도기적 기호는 식으로 간주하며, 이것은 규칙 ①에서 말하는 대상 기호인 상수 또는 변수에 포함된다.

A, B가 식이면 일률적으로 $A > B$ 그리고 $A < B$ 가 식이라고 하는 것은 가능하지 않다. 이렇게 하면 $a > b < c$ 또는 $a < b > c$ 도 식이 되기 때문이다. 이것을 피하기 위해서, 예를 들어 $a > b > c$ 또는 $a < b < c$ 와 같이 부등호가 2개 이상인 경우에는 같은 방향이어야 한다는 제한이 필요하다. 또, 예를 들어 $a < b = c$ 는 $a < b$ 이고, $b = c$ 를 한꺼번에 나타낸 식이지만, 초등학교 교과서에서 이러한 용례가 나타나지 않는다는 점에서, 한 식에서 등호와 부등호가 같이 사용되는 경우는 논의 대상에서 제외한다.

A, B가 식이면 일률적으로 $A : B$ 가 식이라고 하는 것은 가능하지 않다. 이렇게 하면 예를 들어 $a = b : c$, $a > b : c$, $a > b : c > d$ 도 식이 되기 때문이다. 이것을 피하기 위해서 A와 B는 등식도 아니고 부등식도 아니라는 제한이 필요하다. 또, 기호 $:$ 와 등호 $=$ 를 함께 사용할 수 있지만, 이때 등호의 왼쪽과 오른쪽에 각각 있는 기호 $:$ 의 개수가 같아야 한다. 예를 들어 $a : b = c$ 또는 $a : b : c = d : e$ 는 식이 될 수 없다. 2009 개정 교육과정에서는 연비를 취급하지 않으나, 2007 개정 교육과정에서는 $a : b : c$ 와 같은 연비를 취급한다. 이와 같은 연비 및 등호 좌변과 우변의 기호 $:$ 의 개수가 같은 연비를 등호로 연결한 것도 식이다. 2007 개정 교육과정에 따른 《수학 6-1, p.126》에서는 “나:다:라:마=3:4:6:5”와 같이 비에서 기호 $:$ 가 3

개 있는 것까지 볼 수 있다. 그러나 2009 개정 교육과정에서는 연비를 취급하지 않으므로 비에서 기호 $:$ 는 1개만 나타난다.

괄호 안에는 부등식, 등식, 비가 들어 갈 수 없다. 또, 소괄호 안에는 2개 이상의 상수 또는 변수가 계산 기호로 연결되어 있어야 하고, 중괄호 안에는 소괄호로 묶은 것 이외에 적어도 1개의 상수 또는 변수가 계산 기호로 연결되어 있어야 한다. 또, 예를 들어 $a + b$, $(a + b) - c$ 로 충분하며 $(a + b)$, $\{(a + b) - c\}$ 에서는 각각 $()$, $\{ \}$ 가 불필요하다.

지금까지의 논의를 바탕으로, 명수가 포함되지 않은 식에 대하여, 초등학교 수학에서의 식의 구성 규칙을 정리하여 제시하면 다음과 같다. 첫째, 상수와 변수 자체는 각각 식이다. 둘째, 등식도 아니고 비도 아닌 식 A와 B에 대해, $A < B$ 또는 $A > B$ 는 식이다. 이때 A 또는 B가 부등식이면, 식에서 부등호의 방향이 같아야 하며, 부등호는 2개까지만 취급한다. 예를 들어 $a > b > c$ 또는 $a < b < c$ 까지만 취급한다. 셋째, A와 B가 등식도 아니고 부등식도 아닌 식이면 $A : B$ 는 식이다. 이때 2009 개정 교육과정을 고려하여 기호 $:$ 가 1개 있는 것으로 한정한다. 넷째, A와 B가 비가 아닌 식이면 $A + B$, $A - B$, $A \times B$, $A \div B$, $A = B$ 는 식이다. 이때 한 식에서 등호와 부등호를 함께 사용하지 않는 것으로 한정한다. A와 B가 기호 $:$ 의 개수가 같은 비이면 $A = B$ 는 식이다. 다섯째, 소괄호는 2개 이상의 상수 또는 변수를 계산 기호만으로 묶어야 하며, 중괄호는 소괄호로 묶은 것 이외에 적어도 1개의 상수 또는 변수를 계산 기호만으로 묶어야 한다.

다음으로 명수가 포함된 식에 관하여 논의해보자. 예를 들어 $5m$, $x \text{ kg}$ 등과 같은 명수는 상수, 변수와 마찬가지로 식으로 볼 수 있다. 초등학교 수학에서 취급하는 외연량인 시간, 길이, 넓이, 들이, 무게, 부피, 각도로 한정할 때, 명수

를 사용하는 식에서는 그 외연량의 종류가 같아야 한다는 제한이 필요하다. 부피와 들이는 같은 종류의 외연량으로 간주한다. 이러한 제한이 있을 때 A, B가 명수이면 $A+B$, $A-B$ 는 식이다. 일반적으로 $A \times B$, $A \div B$ 는 단위끼리의 계산을 필요로 하므로 초등학교 수학의 범위를 벗어난다. 따라서 이 경우는 논의 대상에서 제외한다. 한편, 예를 들어 $180^\circ \times 2 = 360^\circ$ 와 같이 명수 A를 상수 또는 변수로 곱하거나 나눈 것은 식이다. 또, 예를 들어 초등학교 수학에서 취급하는 $1m=100cm$ 와 같이 단위 환산을 위해 명수를 등호로 연결한 것과, 크기 비교를 위해 예를 들어 $\square cm < (\text{원의 넓이}) < \square cm$ 와 같이 부등호로 연결한 것으로 간주한다.

IV. 초등학교 수학에서 취급하는 식의 분류

식을 관계 기호의 유무로 대별한 연구로 Столя(1976), 平林一榮과 石田忠男(1992), 片桐重男(1995a, 2012)이 있다. Столя(1976)는 식을 관계 기호가 있는 식과 없는 식으로 대별하여 각각 관계식, 좁은 의미의 식이라고 불렀고, 이 두 식을 합쳐 넓은 의미의 식이라고 하였다. 平林一榮과 石田忠男(1992)은 Столя(1976)의 이러한 분류를 인용하면서, 관계식과 좁은 의미의 식을 각각 sentence형의 식, phrase형의 식이라고 부르고 있다. 또, 片桐重男(1995a)은 관계식과 좁은 의미의 식을 각각 sentence(文), clause(句)라고 부르고 있기도 하다. 김진환과 박교식(2010)에서는 식을 등호의 유무에 따라 각각 수학적 문장과 수학적 구절(句節)로 분류하고 있지만, 이 분류에서는 부등호가 있는 경우를 언급하고 있지 않다.

Столя(1976)는 관계식을 변수를 포함하는 것과 포함하지 않는 것으로 구분하고, 그것을 각각

명제형(命題形) 식, 명제라고 하였다. 平林一榮과 石田忠男(1992)도 이러한 구분을 따르고 있다. 예를 들어 $3+x < 5$ 는 명제형 식이고, $2+3=5$, $3 > 4+1$ 은 명제이다. 또, $2+3=5$ 는 참인 명제이고, $3 > 4+1$ 은 거짓인 명제이다. $3+x < 5$ 는 x 의 값에 따라 참 또는 거짓인 명제가 된다. Столя(1976)는 명제형 식을 등호가 있는 것과 부등호가 있는 것으로 구별하여 각각 방정식과 부등식으로 부르고 있다. 그러나 이때 예를 들어 $4 < 2+3$ 을 부등식이라 하지 않고 명제라고 하는 것은, 흔히 부등호가 있는 식을 부등식으로 부르는 관행과 상충된다. 片桐重男(1995a)은 식에서 변수를 포함하는 상태와 포함하지 않는 상태를 각각 open과 closed라 하고 있다. 그에 의하면 관계식은 sentence이다. 그래서 그는 명제와 명제형 식을 각각 closed sentence(닫힌 문장), open sentence(열린 문장)라고 부른다. 예를 들어 $5+3 < 7$ 은 닫힌 문장이고, $3+x < 5$ 는 열린 문장이다. 이때 $5+3 < 7$ 은 거짓인 닫힌 문장이다.

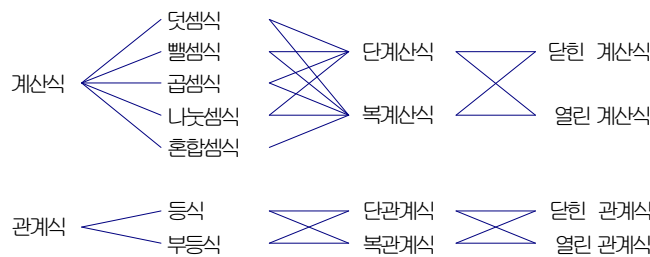
Столя(1976)는 좁은 의미의 식도 변수를 포함하는 것과 포함하지 않는 것으로 구분하고, 그것을 각각 수치형(數値形) 식, 수라고 하였다. 平林一榮과 石田忠男(1992)도 이러한 구분을 따르고 있다. 예를 들어 $3+x$ 는 수치형 식이고, $2+3$ 은 수이다. $2+3$ 은 계산하면 결국 수 5가 되고, $3+x$ 의 값은 x 의 값에 따라 수가 되기 때문에 그렇게 부른 것이다. 그러나 예를 들어 2와 3의 덧셈을 의미하는 $2+3$ 을 수로 간주하는 것은, 그것을 수로 간주하지 않는 초등학교 수학을 고려하는 입장에서, 적절하지 않다. 片桐重男(1995a)에 의하면 좁은 의미의 식은 clause이다. 그래서 그는 수와 수치형 식을 각각 closed clause(닫힌 구), open clause(열린 구)라고 부른다. 예를 들어 $2+3$ 은 닫힌 구이고, $3+x$ 는 열린 구이다. 한편, 김진환과 박교식(2010)은 片桐重男(1995a)이 닫힌 구라고 한 것을 수치식이라 하고 있다.

지금까지의 논의를 바탕으로 Столя(1976), 平林一榮과 石田忠男(1992), 片桐重男(1995a, 2012) 이 식을 관계 기호와 변수의 유무로 각각 분류하고 있다는 점에서, 이들의 식 분류를 근간으로 하여 식을 [그림 IV-1]과 같이 분류한다. 이때 본 논문에서는 초등학교 수학에서 계산 기호가 있는 식을 많이 취급하고, 또 계산 기호의 유무에 따라 식을 두 가지로 분류할 수 있다는 점에서, 식을 계산 기호와 관계 기호의 유무에 따라 두 차원에서 분류한다. 계산 기호가 있는 식을 계산식, 관계 기호가 있는 식을 관계식이라고 할 때, 이러한 분류는 배타적이지 않아서, 계산식이면서 동시에 관계식일 수 있다. 계산식의 설정은 초등학교 수학에서 취급하는 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식 및 사칙계산이 혼합된 식을 포괄한다는 점에서 유용하다. 관계식은 등식과 부등식으로 분류된다. 계산식과 관계식은 각각 계산 기호와 관계 기호를 한 번 사용하는 것과 두 번 이상 사용하는 것으로 분류할 수 있다. 또, 계산식과 관계식은 변수를 포함하는(open) 것과 포함하지 않는(closed) 것으로 분류할 수 있다.

초등학교 수학에서 취급하는 식을 계산 기호와 관계 기호의 유무에 따라, 계산 기호와 관계 기호가 전혀 없는 식, 계산 기호만 있는 식, 관계 기호만 있는 식, 계산 기호와 관계 기호가 모두 있는 식의 네 종류로 구분할 수 있다. 상수, 변수, 명수는 계산 기호와 관계 기호가 전혀 없

는 식이다. 예를 들어 $2+3$, $3-2+\square$ 등은 계산 기호만 있는 식이고 $2+3=5$, $7>2+x$, $(\text{원주율})=(\text{원주})\div(\text{지름})$ 등은 계산 기호와 관계 기호가 모두 있는 식이다. $1\text{시간}=60\text{분}$, $\frac{\%}{\%}=0.4=40\%$, $\frac{4}{\%}>\frac{1}{3}$ 등은 관계 기호만 있는 식이다. 계산 기호와 관계 기호가 모두 있는 식은 계산식인 동시에 관계식이다. 상수, 변수, 명수를 식으로 간주한 것은 형식적인 차원에서 이루어진 것으로, 초등학교 수학에서는 그들을 식으로 간주하는 것이 불필요하다. 이런 이유에서 계산 기호와 관계 기호가 전혀 없는 식을 제외한 나머지 세 식에 초점을 맞춘다.

초등학교 수학에서 취급하는 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식은 계산식에 속한다. 그런데 이 중에서 나눗셈식만 《수학 3-1》에서 “ $8\div 2=4$ 와 같은 식을 나눗셈식이라 하고(p.95)”와 같이 정의하고 있다. 이 나눗셈식 정의로부터 유추하면, 예를 들어 $3+2=5$, $8-5=3$, $2\times 4=8$ 과 같은 것이 각각 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식이라 할 수 있다. 《수학 1-1》에서는, 예를 들어 $3+2$, $4-3$ 도 각각 덧셈식, 뺄셈식이라 하고 있다. 하지만 초등학교 교과서에서 예를 들어 2×4 , $4\div 2$ 를 각각 명시적으로 곱셈식, 나눗셈식이라고 한 용례는 찾아보기 어렵다. 이러한 상황을 개선하기 위하여, 계산 기호 중에 +만 있으면 덧셈식, -만 있으면 뺄셈식, \times 만 있으면 곱셈식, \div 만 있으면 나눗셈식으로 간주한다. 예를 들어 $2+3$, $2+3+4$, $2+3=5$,



[그림 IV-1] 식의 분류

$2+3>4$ 는 모두 덧셈식으로 본다. 특히 $2+3=5$ 는 덧셈 등식, $2+3>4$ 는 덧셈 부등식이라 할 수 있다. 식에 서로 다른 계산 기호가 두 개 이상 있으면 혼합셈식으로 부르기로 한다.

초등학교 수학에서는 계산식 중에서 처음에는 계산 기호를 한 번 사용하는 것을 취급하고, 이어서 계산 기호를 두 번 이상 사용하는 것을 취급한다. 이것을 고려하여 계산식 중에서 계산 기호를 한 번 사용하는 것을 단계산식, 계산 기호를 두 번 이상 사용하는 것은 복계산식이라고 부르기로 한다. 초등학교 수학에서는 관계식 중에서도 처음에는 관계 기호를 한 번 사용하는 것을 취급하고, 이어서 관계 기호를 두 번 이상 사용하는 것을 취급한다. 이것을 고려하여 관계 기호를 한 번 사용하는 것을 단관계식, 관계 기호를 두 번 이상 사용하는 것을 복관계식이라고 부르기로 한다.

등식을 그 기능에 따라 비례식, 항등식, 방정식, 함수식 등으로 더 분류할 수 있다. 그러나 2009 개정 교육과정에 따르면, 비례식 이외에는 어느 것도 초등학교 교과서에서 취급하지 않으므로 이들에 관해서는 논의하지 않기로 한다.

변수를 포함하는 식을 열린 식, 포함하지 않는 것을 닫힌 식으로 부르기로 한다(Reys, Lindquist, Lamdin, Smith, 2012). 변수를 포함하는 계산식과 변수를 포함하지 않는 계산식은 각각 열린 계산식, 닫힌 계산식으로 부를 수 있다. 또, 변수를 포함하는 관계식과 변수를 포함하지 않는 관계식은 각각 열린 관계식, 닫힌 관계식으로 부를 수 있다.

이 이외에도 편의를 위해 식에 특정한 것이 포함되어 있을 경우, 그것을 부각하여 식을 분류할 수 있다. 즉, 문자가 있는 경우 그 식을 ‘문자식’, 식에 괄호가 있는 경우 그 식을 ‘괄호가 있는 식’이라고 부르기로 한다. □, △ 등이 있는 식을 통괄하여 ‘□가 있는 식’이라고 부르기로 한다. 또, 단어 또는 연어가 있는 식을 통괄하여

‘단어가 있는 식’이라고 부르기로 한다. 이것은 片桐重男(1995a, 2012)와 中原忠男(2011)에서 단어 또는 연어가 있는 식을 ‘言葉の式’이라 하고 있는 것을 받아들인 것이다. 또한, 예를 들어 $0.3=30\%$ 와 같이 식에 명수가 있는 식은 ‘명수가 있는 식’이라고 부르기로 한다. 이 이외에 $2+3=5$, $(2+3)+4=9$ 와 같이 □, △ 등과 문자, 단어 또는 연어, 명수가 전혀 포함되어 있지 않은 식을 ‘숫자식’이라고 부르기로 한다.

V. 결론

우리나라 초등학교 수학에서 식 지도 내용의 체계화는 아직 미흡하다. 이것은 기본적으로 초등학교 수학에서 취급하는 식의 정체를 명확하게 드러내지 못하고 있기 때문이다. 본 논문에서는 이 상황을 개선하기 위한 기초 작업으로 초등학교 수학에서 취급하는 다양한 식을 망라할 수 있도록 선행 연구를 분석·검토하였다. 그리고 초등학교 수학을 고려하는 입장에서, 그 결과를 수정·보완하여, 특히 초등학교 수학에서 취급하는 다양한 식을 망라하도록, 기호를 분류하고, 식을 정의하고 식을 분류하였다. 이러한 연구는 초등학교 수학에서 식 지도 내용의 체계화를 도모하기 위한 것이므로, 초등학교생들이 이러한 기호의 분류와 식의 정의 및 분류를 알아야 하는 것은 아니다.

먼저 기호에 과도기적 기호를 포함시키고, 기호를 대상 기호, 계산 기호, 관계 기호, 보조 기호로 분류하고, 대상 기호를 다시 상수, 변수, 단위로 분류하였다. 다음으로 “정해진 기호를 정해진 규칙에 따라서 늘어놓은 유한한 계열(平林一榮, 1987, p.379)”을 식의 정의로 받아들이되, 명수를 포함하지 않은 식에서의 부등호, 기호 $;$, 그리고 괄호를 사용한 식의 구성 규칙과 명수를

포함한 식의 구성 규칙을 제한적으로 제시하였다. 마지막으로 식을 계산식, 관계식으로 비배타적으로 분류하고, 계산식을 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식, 혼합셈식으로, 관계식을 등식과 부등식으로 분류하였다. 또한, 계산식을 단계산식과 복계산식, 관계식을 단관계식과 복관계식으로 분류하고, 변수의 유무에 따라 열린 식과 닫힌 식으로 분류하였다. 이 이외에 식에 포함된 특정 요소의 유무에 따라 문자식, □가 있는 식, 단어가 있는 식, 괄호가 있는 식, 명수가 있는 식, 숫자식으로 분류하였다.

본 논문에서 시도한 기호의 분류, 식의 정의, 식의 분류를 통해, 초등학교 수학에서 취급하는 다양한 식과 관련하여, 초등학교 수학에서의 식 지도 내용의 체계화를 도모하는데 도움이 될 수 있는 다음의 네 가지 판단이 가능하다는 것을 결론으로 제시할 수 있다. 첫째, 식의 정체를 명확히 함으로써, 어떠한 표현이 식인지 아닌지 판별할 수 있다. 예를 들어 표준적인 기호뿐만 아니라 □, △와 단어 또는 연어와 같은 과도기적 기호와 명수 등이 있는 표현에서 그것이 식인지 아닌지 판별할 수 있다. 둘째, 식의 양태를 파악할 수 있다. 예를 들어 어떠한 계산식과 어떠한 관계식을 취급하고 있는지를 파악할 수 있다. 셋째, 특정한 식을 언제 어떻게 취급하는지 등과 같은 식 지도 내용을 체계적으로 파악할 수 있다. 예를 들어, $7+7+7=3\times 7=21$, $2<\square<7$ 등과 같이 등호와 부등호가 각각 두 개 이상 사용되는 복관계식은 언제 어떤 정도로 취급하고 있는지를 파악할 수 있다. 넷째, 식 지도 내용 사이의 위계를 파악할 수 있다. 예를 들어, 괄호가 있는 식, □가 있는 식, 단어가 있는 식 중에서 어느 것을 먼저 취급하는지를 파악할 수 있다.

참고문헌

- 강완 · 나귀수 · 백석윤 · 이경화(2013). **초등수학 교수 단위 사전**. 서울: 경문사.
- 고동욱 · 송낙호(1989). **수학과교육(II)**. 서울: 한국방송통신대학.
- 교육과학기술부(2010a). **수학 3-2**. 서울: 두산동아(주)
- 교육과학기술부(2010b). **수학 4-2**. 서울: 두산동아(주)
- 교육과학기술부(2011). **교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8] 수학과 교육과정**.
- 교육부(2013a). **수학 2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2013b). **수학 4**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2013c). **수학 5-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2013d). **수학 5-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2013e). **수학 6-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2013f). **수학 6-2**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2014a). **수학 1-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2014b). **수학 2-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2014b). **수학 3-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육부(2014b). **수학 4-1**. 서울: (주)천재교육.
- 교육인적자원부(2007). **교육인적자원부 고시 제 2007-79호 [별책 8] 수학과 교육과정**.
- 김수환 · 박성택 · 신준식 · 이대현 · 이의원 · 이종영 · 임문규 · 정은실(2011). **초등학교 수학과 교재연구**. 파주: 동명사.
- 김응태 · 박한식 · 우정호(2007). **수학교육학개론 (제3중보)**. 서울: 서울대학교 출판부.
- 김진환 · 박교식(2010). 식, 방정식, 항등식이라는 용어의 의미에 관한 연구. **학교수학**, 12(1), 27-43.
- 배종수(1999). **초등수학교육 내용 지도법**. 서울: 경문사.
- 이용률 · 성현경(1991). **수학교육론**. 서울: 교학연구사.

- 최창우(2006). **초등수학교육의 이해(제2판)**. 서울: 경문사.
- 日本數學教育學會(編)(2011). **算數教育指導用語辭典(第四版)**. 東京: 教育出版株式會社.
- 日本數學教育學會(編)(2013). **和英/英和算數・數學用語活用辭典(輕裝版)**. 東京: 東洋館出版社.
- 中原忠男(編)(2011). **算數科授業の理論と實踐**. 京都: ミミルヴァ書房.
- 片桐重男(1995a). **數學的な考え力を育てる式の指導**. 東京: 明治図書.
- 片桐重男(1995b). **數學的な考え力を育てる關數・統計の指導**. 東京: 明治図書.
- 片桐重男(2012). **算數教育學概論**. 東京: 東洋館出版社.
- 平林一榮(1987). **數學教育の活動主義的展開**. 東京: 東洋館出版社.
- 平林一榮・石田忠男(編)(1992). **算數・數學科重要用語300の基礎知識**. 東京: 明治図書.
- Столя, А. А. (1976). **數學教育學**. 宮本敏雄, 山崎昇 譯. 東京: 明治図書. (러시아어 원작은 1974년 출판)
- Reys, R. E, Lindquist, M. M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L.(2012). **초등교사를 위한 수학과 교수법**. 박성신, 김민경, 방정숙, 권점례 역. 서울: 경문사. (영어 원작은 2008년 출판)

A Study on Definition and Classification of Expressions Dealt with in Elementary Mathematics.

Ko, Jun Seok (Graduate School, Gyeongin National University of Education Graduate)

Kim, Ji Won (Graduate School, Ewha Womans University)

Park Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

Even though the variety of expressions are dealt with in Korean elementary mathematics, the systematization of the subject matter of expressions is still insufficient. This is basically due to the failure of revealing clearly the identity of expressions dealt with in elementary mathematics. In this paper, as a groundwork to improve this situation, after the classification of signs as elements constituting expressions, in a position to consider elementary mathematics using transitional signs such as \square , \triangle , etc and words or phrases in expressions, expressions were defined and classified based on that classification

of signs. It can be presented as the conclusion that the following four judgements which helps to promote the systematization of the subject matter of expressions are possible through this definition and classifications. First, by clarifying the identity of the expressions, any mathematical clauses or sentences can be determined whether those are expressions or not. Second, Forms of expressions can be identified. Third, the subject matter of expressions can be identified systematically. Fourth, the hierarchy of the subject matter of expressions can be identified.

* Key Words : classification of expressions(식의 분류), classification of signs(기호의 분류), definition of expression(식의 정의), elementary mathematics(초등학교 수학), expression(식), sign(기호)

논문접수 : 2014. 5. 7

논문수정 : 2014. 6. 17

심사완료 : 2014. 6. 17