

시스템 가용도를 고려한 수리부품의 재고수준 최적화

김홍섭¹ · 김관수^{2†}

¹공군사관학교 시스템공학과/경북대학교 경영학부, ²경북대학교 경영학부

Optimization for Inventory Level of Spare Parts Considering System Availability

Heung-Seob Kim¹ · Pansoo Kim^{2†}

¹System Engineering, Air Force Academy/School of Business, Kyungpook National University

²School of Business, Kyungpook National University

■ Abstract ■

In almost all of the organizations, the cost for acquiring and maintaining the inventory takes a considerable portion of the management budget, and thus a certain constraint is set upon the budget itself. The previous studies on inventory control for each item that aimed to improve the fill rate, backorder, and the expenditure on inventory are fitting for the commercially-operated SCM, but show some discrepancies when they are applied to the spare parts for repairing disabled systems. Therefore, many studies on systematic approach concept considering spare parts of various kinds simultaneously have been conducted to achieve effective performance for the inventory control at a lower cost, and primarily, METRIC series models can be named. However, the past studies were limited when dealing with the probability distributions for representing the situation on demand and transportation of the parts, with the (S-1, S) inventory control policy, and so on. To address these shortcomings, the Continuous Time Markov Chain (CTMC) model, which considers the phase-type distributions and the (s, Q) inventory control policies to best describe the real-world situations inclusively, is presented in this study. Additionally, by considering the cost versus the system availability, the optimization of the inventory level, based on this model, is also covered.

Keywords : Inventory Control, Availability, CTMC, Optimization, METRIC, PH-type

논문접수일 : 2014년 01월 07일 논문게재확정일 : 2014년 03월 17일

논문수정일 : 2014년 02월 14일

† 교신저자, pskim@knu.ac.kr

1. 서 론

임의의 시스템(System)을 운용함에 있어 시스템의 가용도(Availability)를 특정 수준 이상으로 유지하기 위해서는 시스템 고장 발생 시 신속한 정비를 위해 시스템을 구성하고 있는 부품들(Spare parts)의 재고를 충분히 보유하고 있어야 한다. 즉, 시스템 정비를 위한 부품의 재고를 유지하는 궁극적인 목적은 목표한 시스템의 가용도를 보장하는 것이다. 하지만, 대부분의 조직에서 재고를 획득하고, 유지하는데 관련된 비용은 경영활동 비용 중 상당 부분을 차지하고 있으며, 이에 따라 예산(Budget)에 대한 제약이 따르게 된다. 따라서 시스템의 가용도를 보장함과 동시에 부품 재고에 대한 경제성을 고려하여 부품별 적정 재고수준을 판단하는 것은 매우 중요한 현안문제이다. 현재까지의 재고관리에 대한 주된 연구는 품목별 접근법(Item approach) 개념에서 부품별 충족률(Fill rate), 후불량(Backorder) 등의 척도를 개선하거나, 주문비용과 재고유지비용을 최소화하는데 목적을 두고 있다[2, 3]. 이러한 품목별 접근법의 개념은 판매 단위의 제품에 대한 물류관리(SCM)에는 적합하나, 시스템을 정비하기 위한 부품의 재고관리에는 적합하지 않다. 즉, 시스템 가용도 측면에서는 다소 비효율성이 나타나게 된다[6].

이에 따라 시스템적 접근법(System approach)의 개념에서 부품의 적정 재고수준을 결정하는 연구의 시작은 Sherbrooke[18]의 METRIC(Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control) 모형이다. METRIC 모형은 (S-1, S) 재고관리 정책을 적용되는 복구성 품목(Repairable item)을 대상으로 하고 있으며, 부품의 수요는 복합 포아송 확률분포를 따르고 폐품(Condemn)은 발생하지 않는 것으로 가정하였다. 이후 Muckstadt[17]는 METRIC 모형에서 부품의 계층을 고려한 MOD-METRIC 모형을 제안하였다. 그러나 METRIC, MOD-METRIC 모형은 부품의 수요율(Demand rate)이 일정한 포아송 분포로 가정함에 따라 재고수준이 실제 수요량 보다 적게 산출되는 것으로 알려져 있다[8, 9].

MOD-METRIC의 단점을 보완하기 위해 Slay[19]가 제시한 Vari-METRIC 모형은 수요의 확률분포로 가정된 포아송 분포의 특성을 보완하였다. 즉, 평균(Mean)과 분산(Variance)이 동일한 포아송 분포의 비현실성을 해결하기 위해 기대 후불량 산정 시 평균 대 분산비(VMR, Variance to Mean Ratio)를 고려한 음이항 분포(Negative-binomial distribution)를 적용하였다. 또한, METRIC 계열의 모형들은 재보급기간, 즉, 재고보충을 위해 주문한 수량(1개)이 도착하는 시간을 상수(Constant)로 고려하고 있다. 따라서 METRIC 계열의 모형들은 재고관리 정책을 (S-1, S)로 한정, 재고보충 기간을 확정적(Deterministic)으로 고려함에 따라 현실 묘사성이 부족하며, 부품들의 기대 후불량(EBO, Expected number of backorder)을 최소화하기 위한 최적 재고수준을 결정함에 따라 산정된 재고수준을 통해 시스템의 가용도를 추정할 수 없었다. 이를 발전시켜 부품별 재고수준과 시스템의 가용도를 연계한 모형으로는 미국의 LMI(Logistics Management Institute)가 Vari-METRIC 모형을 기반으로 개발한 AAM(Aircraft Availability Model)[14]과 전시 상황에서 시간에 따른 수요율의 변화를 반영할 수 있는 Dyna-METRIC[12]을 기반으로 하는 ASM(Aircraft Sustainability Model)[15]이 있다. 하지만, AAM과 ASM도 재고관리 상황에 대한 확률적 묘사에 있어 METRIC 계열에 기반을 두고 있음에 따라 METRIC 계열의 단점이 개선되지는 않았다. 또한, 시스템의 기대 가용도(Expected Availability)를 산정함에 있어 부품별 재고량에 대한 확률분포를 고려하지 않고, 부품별 기대 충족률(Expected fill rate)의 곱으로 산정함에 따라 다소 이론적으로 완전하지 못하다. 이에 따라 김홍섭 등[4]은 (s, Q)와 (S-1, S) 정책을 구분하여 재고관리 확률모형을 제안하고, 부품별 후불량 확률분포들의 합성적(Convolution)을 통해 시스템의 기대 가용도를 보다 정밀하게 산정함으로써 기존 연구들의 제한사항을 해결하고자 하였다. 윤혁, 이상진[8]은 Vari-METRIC 모형에서 복구성 품목의 정비능력이 무한대(Infinte)

라는 가정의 비현실성을 개선하기 위해 M/M/c 모형으로 고려하여 재고량 확률분포를 유도하고, 기대 후불량(EBO)을 계산하였다. 하지만 김홍섭 등[4]과 윤혁, 이상진[8]의 연구도 수요발생과 재고보충 시간을 포아송 분포와 지수분포(Exponential distribution)에 한해 제한적으로 묘사하는 한계가 있다. 이는 부품의 수요발생에 있어 부품의 신뢰도(Reliability) 보장을 위해 복수의 구성품(Component)으로 중복설계(Redundant design)를 고려하는 추세, 그리고 부품의 수송 및 물류행정 시간 등의 재고보충 시간에 있어 다단계 물류시간을 고려할 때 현실 상황을 묘사하기에 극히 제한적임은 직관적으로도 예상할 수 있다. 또한, 고재우 등[1]을 비롯해 많은 연구들에서 수요발생과 수리시간 분포로써 지수분포는 상당히 제한적임을 제시하고 있다.

따라서 본 연구에서는 시스템을 구성하는 각 부품의 재고관리 상황을 보다 현실적으로 묘사하기 위해 수요발생 및 재고보충에 대한 불확실적 상황을 단계형 분포(PH-type distribution)로 고려하고, 재고관리 정책은 (S-1, S)을 포함하여 보다 일반화된 (s, Q) 정책을 묘사하는 연속시간 마코프 체인(CTMC, Continuous Time Markov Chain) 기반의 재고관리 확률모형을 제시하였다. 단, 공급망은 시스템을 운영/정비하는 사용자와 최인접 공급원을 고려하여 1계층(One-echelon) 공급망을 대상으로 하였다. 단계형 확률분포는 1980년대 초반에 M. F. Neuts[16]에 의해 제시되었다. 단계형 확률분포는 지수분포를 포함하는 Erlang 분포, Hyper-exponential 분포, 기하(Geometric) 분포, 혼합기하(Mixture of Geometric) 분포와 Vari-METRIC에서 고려하고 있는 음이항 분포 등 다양한 확률분포를 표현할 수 있으며[13], 정규분포까지 근사가 가능한 특징을 갖는다[1]. 이에 따라 단계형 확률분포를 '일반분포(General distribution)'로 표현한 연구들이 많을 정도로 광범위한 현실상황을 묘사하는데 적합하다[7]. 단, 본 연구에서는 연속형 확률분포를 기준으로 전개하였으나, 이산형(Discrete) 확률분포로 고려할 경우에는 전이확률행렬(TPM, Transition

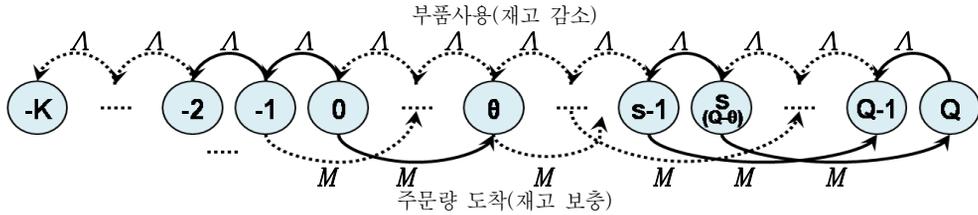
Probability Matrix) 구성 조건을 적용하여 전환할 수 있다. 결론적으로, 본 연구에서는 기존 연구들보다 현실적인 재고관리 상황을 묘사하는 CTMC 기반의 재고관리 확률모형을 바탕으로 시스템의 목표 가용도를 달성하기 위한 최소 비용의 부품별 재고수준 또는 비용의 제약 하에서 최대 가용도를 보장하기 위한 부품별 재고수준을 결정하는 최적화 문제를 다루었다.

2. 재고관리 모형

본 장에서는 부품별 재고관리 상황을 묘사하는 연속시간 마코프 체인(CTMC) 모형을 제시한다. 부품별 재고관리 정책은 재주문점(s)에 도달하면 경제적 주문량(EOQ, Economical Order Quantity) 또는 Lot size 등을 고려한 1회 주문량(θ)을 발주하여 최대 재고수준 $Q(s+\theta)$ 까지 보충하는 (s, Q)로 고려한다. <그림 1>은 이러한 재고관리 환경에 대한 개괄적인 개념을 보여주고 있다. <그림 1>에서 음수(Negative number)로 표현된 재고량은 재고부족으로 인해 발생한 후불량(Backorder)이며, 이는 곧 해당 부품으로 인한 불가동 시스템의 대수를 의미한다. 단, 본 연구에서 제안하는 재고관리 확률모형의 가정사항은 다음과 같다.

- ① 부품별 고장은 상호 독립적으로 발생하며, 결합 부품을 교체하는 시간, 즉, 정비시간은 고려하지 않는다.
- ② 부품의 고장발생과 재보급을 위한 수송시간은 단계형(PH-type) 분포를 따르는 것으로 고려한다.
- ③ 시스템의 고장은 한 가지 부품에 기인하며, 해당 부품이 공급될 때까지 시스템은 재가동되지 못한다. 따라서 다른 부품의 결합은 추가적으로 발생하지 않는다.

재고관리 확률모형은 부품별 수요발생과 재고보충을 위한 수송시간은 단계형 분포를 따르는 것으로



<그림 1> 재고관리 모형 개념도

<표기(Notation)>

- K : 시스템 대수
- Q : 최대 재고수준
- L : 재고량 상태의 수준($L = K+Q+1$)
- s : 재 주문점(Reorder point; $s = Q-\theta$)
- θ : 1회 주문량($\theta = Q-s$; 경제적 주문량, Lot size 등)
- I_d : d 차원 항등행렬(Identity matrix)
- $D_d^{[n]}$: d 차원의 n th 상위/하위 원소가 1인 대각행렬(Diagonal matrix)
($n > 0$ 이면 n th 상위 대각행렬, $n < 0$ 이면 n th 하위 대각행렬)
- L : 재고량 변화 전이율행렬(TRM of Level state)
- M : 수송상태 전이율행렬(TRM of Sublevel state)
- N : 수요발생 전이율행렬(TRM of Phase state)
- \otimes : Kronecker Product
- \oplus : Kronecker Sum($A \oplus B = A \otimes I + I \otimes B$)

고려하여 CTMC의 전이율행렬을 도출하고, 전이율행렬을 통해 안정상태(Steady-state)에서의 재고량 확률분포를 도출한다. 본 장에서 사용하는 표기(Notation)는 다음과 같으며, 굵은체(Bold)는 행렬(Matrix)을 의미한다.

2.1 모형의 전이율행렬(TRM)

연속시간 마코프 체인(CTMC)으로 재고관리 모형을 설계하기 위해 전이율행렬 구성한다. 전이율행렬은 재고량, 주문량의 수송상태와 수요발생에 대한 각각의 상태(State)를 정의하는 3계층으로 구분하였으며, 각각 Level(재고량), Sublevel(수송상태) 및 Phase(수요발생)으로 정의하였다. Level의 수준은 $-K$ 부터 Q 까지로 정의하였다. 이때 부품의 재고 보유량(On-hand)은 양수(+)로 $[0, Q]$ 의 범위, 총 K 대의 시스템에 대한 후불량은 $[-K, -1]$ 의 범위에서 음수(-)로 정의하였다. Sublevel과 Phase의 수준은 부품별 수송단계 및 수요발생의 간격 시간

에 대한 단계형 확률분포의 형태모수(Shape parameter)에 의해 정의된다. 즉, Erlang(m, λ)를 따르는 경우라면, 각 계층의 상태 수준은 단계형 확률분포의 형태모수(m)에 의해 $[1, m]$ 의 범위에서 정의된다. 전이율행렬을 정확하게 구성하기 위해 Phase 계층에서부터 Sublevel, Level 계층 순으로 전이율행렬의 원소를 구성하였으며, 이러한 방법을 Zoom-out method라 한다[11]. 우선 Phase 계층의 상태의 범위가 $[1, N]$ 일 때, 전이율행렬 **N**은 식 (1)과 같이 정의되며, Sublevel 계층은 상태 범위가 $[1, M]$ 일 때, 전이율행렬 **M**은 식 (2)와 같이 정의된다. 이때 보다 일반화된 모형을 제시하기 위해 각 계층(Level, Sublevel, Phase)에서의 상태별 전이율(Transition rate)을 상이하게 고려하였다. 따라서 수요발생에 대한 상태의 전이는 $[1, N]$ 에서는 부품의 사용시간 경과에 따라 고장 가능성이 높아지는 상황을 묘사하고 있으며, 상태가 N 에서 이탈하는 전이가 발생할 때 실제적인 고장(수요) 발생으로 재고량(Level) 감소가 발생한다. 또한, 수송상태의 전이는 $[1, M]$

에서는 수송시간 경과에 따라 부품 창고(Warehouse)로 수송이 진행되고 있는 상태를 묘사하고 있으며, 상태가 M에서 이탈하는 전이의 발생이 부품이 창고에 도착하였음을 의미하여 재고량(Level)이 증가하게 된다.

N =	Phase	1	2	3	...	N-1	N
	1		λ_1				
	2			λ_2			
	3				...		
	...					λ_{N-2}	
	N-1						λ_{N-1}
N							

M =	Sublevel	1	2	3	...	M-1	M
	1		μ_1				
	2			μ_2			
	3				...		
	...					μ_{M-2}	
	M-1						μ_{M-1}
M							

여기서, 독립사건을 기준으로 계층을 정의하는 일반적인 연속시간 마코프 체인(CTMC) 모형에서는 순간적인(dt) 상태 전이를 묘사하기에 때문에 상태 전이는 정의된 계층들 중 한 계층에서 한 단계($x \rightarrow x+1$)의 전이만 가능하다. 하지만, 본 연구의 재고관리 모형에서 재고량(Level)의 상태 전이는 <그림 1>에서와 같이 수요발생(Phase)과 수송상태(Sublevel)의 상태 전이에 종속적으로 변화된다. 즉, 부품의 수요가 발생하는 상황을 묘사하는 Phase의 상태가 N에서 1로 전이하는 경우, Level의 상태가 한 단계 감소되는 전이가 동시에 발생한다. 또한, 발주한 부품이 도착하는 상황을 묘사하는 Sublevel의

상태가 M에서 1로 전이하는 경우 Level의 상태가 주문량(θ) 만큼 증가하는 전이가 동시에 발생한다. 따라서 각 계층의 상태 전이에 대한 전이율과 전이조건을 정리한 결과는 <표 1>과 같다. Phase와 Sublevel 계층의 상태 전이에 대한 전이율행렬은 앞서 식 (1)과 식 (2)에 정의하였으며, Level 계층의 상태 전이에 대한 전이율행렬은 상태 전이 여부를 구분하여 전이율행렬을 구성하였다.

Level의 상태 전이가 없는 경우는 두 가지 상황으로 분류된다. 첫째, 수요발생(Phase) 상태가 [1, N-1] 범위에서 한 단계 전이되는 상황과, 둘째는 수송상태(Sublevel)의 상태가 [1, M-1] 범위에서 한 단계 전이되는 상황이다. 첫 번째 상황인 Phase의 상태 전이가 있는 경우 Sublevel의 상태 전이는 없으므로 Phase의 상태 전이율행렬은 $(NM \times NM)$ 크기의 $(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{N})$ 이 된다. 두 번째 상황인 Sublevel의 상태 전이 시에는 Phase의 상태 전이가 없고, Sublevel의 상태가 한 단계 전이되는 전이율행렬은 $(NM \times NM)$ 크기의 $(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_N)$ 이 된다. 따라서 Level의 상태 전이가 없는 두 가지 상황에 대한 전이율행렬은 $[(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_N) + (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{N})]$ 이 되어 $(\mathbf{M} \oplus \mathbf{N})$ 으로 표현할 수 있으며, 이를 전체 Level 수준으로 확장한 전이율행렬 \mathbf{L}_0 는 식 (3)과 같이 정의된다. 이때, \mathbf{L}_0 전이율행렬의 크기는 $(LNM \times LNM)$ 이다.

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{L} \otimes (\mathbf{M} \oplus \mathbf{N}) \quad (3)$$

재고량(Level)의 상태 전이가 발생하는 경우도 두 가지 상황으로 분류된다. 첫째는, 고장난 시스템 정비에 부품이 사용되어 Level 상태가 한 단계 감소하는 경우가 있으며, 두 번째 상황은 발주한 부품이 창고(Warehouse)에 도착하여 재고량이 주

<표 1> 재고관리 모형의 상태 전이율표

	상 태 전 이	전 이 율	전 이 조 건
Phase	$(l, m, n) \rightarrow (l, m, n+1)$	λ_n	$1 \leq n \leq (N-1)$
Sublevel	$(l, m, n) \rightarrow (l, m+1, n)$	μ_m	$1 \leq m \leq (M-1)$
Level	$(l, m, N) \rightarrow (l-1, m, 1)$	λ_N	$n = N$ 이고, $-K+1 \leq l \leq Q$
	$(l, M, n) \rightarrow (l+\theta, 1, n)$	μ_M	$m = M$ 이고, $-K \leq l \leq Q$

이때, 연속시간 마코프체인(CTMC)의 특성에 따라 dt 동안 어떠한 상태의 변화도 없을 확률과 관련하여 전이율행렬의 대각원소는 각 행의 합을 0으로 만들어주는 값이 된다[13]. 이를 표현하기 위해 $(\mathbf{L}_0 + \mathbf{L}_R + \mathbf{L}_\theta)$ 행렬의 i행 j열의 원소가 q_{ij} 라 할 때, 다음과 같은 대각행렬 \mathbf{q} 를 정의한다. 결론적으로, 재고 관리 상황에 대한 전이율행렬 \mathbf{Q} 는 식 (6)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{q} = \text{diag} \left[-\sum_{r=1, r \neq j}^{LMN} q_{jr} \right]$$

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{L}_0 + \mathbf{L}_R + \mathbf{L}_\theta) + \mathbf{q} \quad (6)$$

2.2 안정상태 확률분포

상태확률이 초기 상태의 영향을 받지 않고 시스템이 안정화되었을 때의 상태확률을 안정상태확률 (Π , Steady-state probability)이라 부른다. 이때 안정상태에서 시간의 변화에 따른 상태확률의 변화율이 0이라는 점을 이용하여 평형방정식(Balance equation)을 세우며 모든 상태에 대한 안정상태확률의 합이 1.0이 되는 것을 정규화 조건(Normalization condition)이라 한다. 이를 식으로 표현하면 다음 식 (7)과 같다.

$$\Pi \mathbf{Q} = \mathbf{0}, \sum_{i=1}^{LMN} \pi_i = 1.0 \quad (7)$$

복잡한 시스템의 전이율행렬의 경우 분석적인 방법(Analytic Methods)으로 평형방정식을 유도하고 해(Solution)를 도출하는 것은 비효율적이다. 이에 따라 안정상태확률을 도출하기 위한 행렬기하법(MGM, Matrix Geometric Method)의 다양한 수치적 알고리즘(Numerical algorithm)들이 연구되어 왔으며, 대표적인 알고리즘으로는 Linear Progression Algorithm(LPA), Modified Boundary Algorithm(MBA), Logarithmic Reduction Algorithm(LRA) 등이 있다[13]. 하지만 본 연구에서의 전이율행렬 \mathbf{Q} 는 상태공간이 유한(Finite)

함에 따라 LPA, MBA, LRA 등의 알고리즘보다 계산량이 적고 용이한 손회민, 윤봉규[5]가 제시한 수치해법을 적용하였다. 손회민, 윤봉규[5]는 전이율행렬 \mathbf{Q} 의 마지막 열(Row)의 모든 원소를 1로 치환한 행렬 \mathbf{Q}^* 를 식 (8)과 같이 정의하고, \mathbf{Q}^* 의 역행렬(Inverse matrix) \mathbf{Q}^{*-1} 가 존재함을 증명하였다. 따라서 식 (7)의 평형방정식의 해가 되는 각 상태의 안정상태확률을 표현하는 Π 는 식 (9)와 같이 도출된다. 여기서, 재고량(Level)의 상태는 하위 구조로 수요일생(Phase)의 상태 N개와 수송상태(Sublevel)의 상태 M개를 갖게 되므로, Π 의 원소(확률)들을 NM개 단위로 합한 값이 재고량별 안정상태확률이 된다.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{q}_{12} \\ \mathbf{q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{Q}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{1} \\ \mathbf{q}_{21} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\Pi = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ \mathbf{1}] \mathbf{Q}^{*-1}$$

3. 재고수준 최적화

항공기, 자동차, 공장의 기계 장치 등 현실에서 운용되는 시스템들은 다양한 종류의 부품으로 구성되어 있으며, 그 중 한 부품에서라도 고장이 발생하면 시스템은 목적하는 기능을 정상적으로 발휘하지 못하게 된다. 따라서 시스템은 해당 부품을 교환하는 정비를 필요로 하게 된다. 하지만 해당 부품의 재고를 보유하고 있지 않다면 부품이 공급될 때까지 시스템의 정비는 이루어질 수 없다. 따라서 본 장에서는 제2장에서 도출된 부품별 재고량 확률분포를 이용하여 시스템의 가용도와 재고수준의 총 비용을 고려하여 부품별 재고수준을 최적화한다. 즉, 목표하는 시스템의 가용도를 보장하기 위한 최소 비용의 부품별 재고수준, 또는 비용의 제약 하에서 시스템의 가용도를 최대화하기 위한 부품별 재고수준을 결정한다. 이때 시스템의 가용도 산정 시 고장이 발생한 시스템의 부품 교환 등의 정비시간은 고려하지 않는다.

3.1 시스템 가용도 예측 모형

시스템의 가용도에 영향을 미치는 재고수준은 후불(Backorder)이 발생하는 상황이다. 즉, 시스템을 구성하는 부품에 고장이 발생한 시점에 해당 부품의 재고를 보유하고 있지 않은 상황이다. 이러한 부품 i 의 후불량 확률분포 $P_{BO,i}$ 는 식 (9)를 바탕으로 도출될 수 있다. 시스템의 총 대수가 K 대 일 때, 후불량(BO) 확률분포 $P_{BO,i}$ 는 식 (10)과 같이 안정상태확률 Π 에서의 각 상태들의 확률 값들을 Level의 상태를 기준으로 합한 확률이 되어 $(K+1)$ 차원의 확률벡터가 된다. 여기서, π_j 는 Π 의 j 번째 원소를 의미한다. 즉, 식 (10)에서 후불량이 0인 확률 $P(BO=0)$ 는 재고량 상태가 0개부터 Q 개까지의 상황으로 부품 i 의 부족으로 인한 불가동 시스템이 없는 확률들의 합이며, $P(BO=k)$ 는 부품 i 의 후불이 k 개(재고량 상태 = $-k$)가 발생하여 k 대의 시스템이 불가동 상태인 경우의 확률이다.

$$P_{BO,i} = \begin{cases} P(BO=0) = \sum_{j=KMN+1}^{LMN} \pi_j \\ P(BO=k) = \sum_{j=(K-k)MN+1}^{(K-k)MN} \pi_j \end{cases} \quad (10)$$

부품이 적기에 공급되지 않아 정상적인 기능을 수행하지 못하는 상태(NMC, Not Mission Capability)의 시스템 대수는 후불이 발생한 부품들의 후불량의 합이 된다. 즉, #1번 부품의 후불량이 3개이고, #2번 부품의 후불량이 2개라면 총 5대의 시스템이 비가용 상태이다. 따라서 비가용 시스템 대수에 대한 확률분포 P_{NMC} 는 김홍섭 등[4]에 따라 각 부품의 후불량 확률분포 $P_{BO,i}$ 의 합성적으로 식 (11)과 같이 산정될 수 있다. 이때, 시스템을 구성하는 부품의 종류가 I 가지라면, 합성적으로 도출된 확률분포 P_{Conv} 에서는 비가용 대수가 $(K \times I)$ 대까지 산정된다. 하지만 현실적으로 비가용 시스템 대수는 시스템의 총 대수 K 대를 초과할 수 없다. 따라서 비가용 시스템 대수에 대한 확률분포 P_{NMC} 에서 비가용 대수 k 의 범위는 $[0, K]$ 이므로 $P_{NMC}(k=0)$ 부터 $P_{NMC}(k=K)$ 의 확률분포를 식 (12)와 같이 정규화(Normalization)한다.

$$P_{Conv} = Conv[P_{BO,1}, P_{BO,2}, \dots, P_{BO,i}, \dots, P_{BO,I}] \quad (11)$$

$$P_{NMC}(k) = P_{Conv}(k) / \sum_{j=0}^K P_{Conv}(j) \quad (12)$$

식 (12)로부터 기대 비가용 대수 E_{NMC} 는 식 (13)과 같이 산정되며, 이에 따라 시스템의 기대 가용도 E_{AR} 는 식 (14)와 같이 산정될 수 있다.

$$E_{NMC} = \sum_{k=1}^K k P_{NMC}(k) \quad (13)$$

$$E_{AR} = 1 - (E_{NMC} / K) \quad (14)$$

3.2 최적화 모형 및 알고리즘

시스템의 가용도와 연계한 수리 부품 재고수준의 최적화는 두 가지의 상황을 고려할 수 있다. 첫째는 시스템의 목표하는 가용 대수가 정해진 경우, 즉, 목표 가용도를 유지하기 위한 최소 비용의 재고수준을 결정하는 문제이며, 두 번째는 정해진 예산(Budget), 즉, 비용의 제약 내에서 최대의 가용도를 유지하기 위한 부품별 재고수준을 결정하는 문제이다. 단, 본 연구에서의 재고수준에 대한 비용은 시스템 가용도를 유지하기 위해 수리 부품의 재고를 보유하고 있거나 발주 중에 있어야 하는 비용이며, 연간 등 특정 기간의 시스템을 정비하기 위한 부품 교환에 따른 비용을 의미하지 않는다.

시스템의 목표 가용도를 보장하기 위한 최소 비용의 재고수준을 산출하기 위한 최적화 수리모형은 식 (15), 식 (16)과 같다. 목적함수(Objective function) 식 (15)는 각 부품의 재고수준(Q_i)과 단가(C_i)를 고려하여 총 예산(Budget) 규모를 최소화하는 것이며, 제약조건(Constraint condition) 식 (16)은 시스템 기대 가용도 식 (14)의 E_{AR} 이 목표 가용도(AR_T)를 충족하여야 함을 의미한다.

$$\text{Minimize Budget} = \sum_{i=1}^I Q_i C_i \quad (15)$$

$$\text{Subject to } E_{AR} \geq AR_T \quad (16)$$

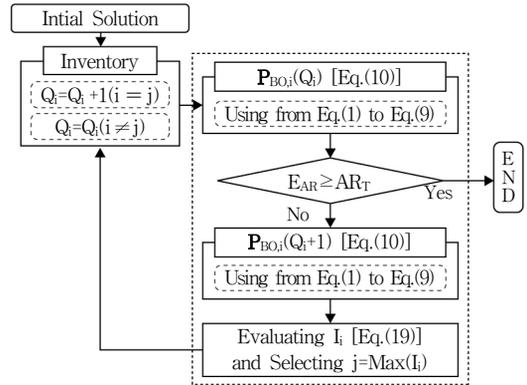
또한, 예산의 제약 하에서 최대의 가용도를 유지하기 위한 재고수준을 산정하는 최적화 문제는 식 (15), 식 (16)의 목적함수와 제약조건을 상호 교환

한 쌍대문제(Dual problem)로 고려하여 식 (17), 식 (18)과 같다.

$$\text{Maximize } E_{AR} = 1 - (E_{NMC}/K) \quad (17)$$

$$\text{Subject to Budget} \geq \sum_{i=1}^I Q_i C_i \quad (18)$$

최적화 문제의 최적해(Optimal solution)을 탐색하기 위해 김홍섭 등[4]이 제시한 알고리즘(Algorithm)을 적용하였다. 이때, 부품별 재고수준, 즉, 최적해를 탐색하기 위한 잠재해(Potential solution)의 범위는 무한대(∞)이다. 따라서 알고리즘의 계산량을 감소시키기 위해 초기해(Initial condition)는 식 (12)에서 각 부품의 기대 총족률 $P_{BO_i}(BO=0)$ 가 시스템의 목표 기대 가용도(AR_T)가 되는 최소의 재고수준(Q_i)으로 설정하였다. 이후 비용 대비 시스템 가용도 향상 효과가 큰 부품을 선정하여 재고수준을 1개씩 증가시키면서 시스템의 목표 기대 가용도(AR_T)를 충족할 때까지 반복적으로 계산한다. 비용 대비 시스템의 가용도 향상 효과 측정은 신뢰도 최적화(Reliability optimization) 분야의 Importance Measure 개념[10]을 도입하여 식 (13)의 부품별 기대 후불량을 이용하여 식 (19)와 같이 적용하였다. 즉, 알고리즘의 반복 계산 시 $\text{Max}(I_i)$ 인 부품을 선택하여



〈그림 3〉 알고리즘 수행 절차

재고수준을 1개씩 증가시키는 방법이다. <그림 3>은 이러한 알고리즘의 세부 수행절차를 보여준다[4].

$$I_i = [E_{NMC}(Q_i) - E_{NMC}(Q_i+1)]/C_i \quad (19)$$

4. 수치실험 및 분석

수치실험은 <표 2>와 같이 시스템 정비에 사용되는 24종의 부품 정보(BOM, Bill of material)를 임의적으로 생성하여 수행하였다. 여기서, C_i 는 부품별 단가(Unit price), θ_i 는 1회 주문량을 의미한다.

〈표 2〉 실험예제의 부품의 데이터

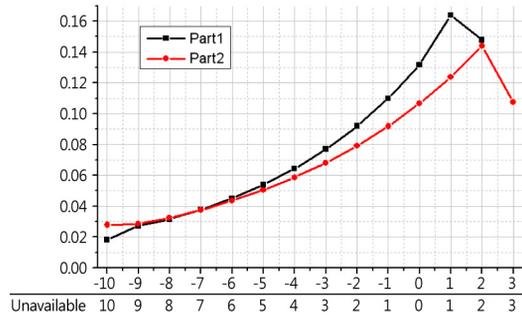
Part (i)	C_i	θ_i	수요발생		리드타임		Part (i)	C_i	θ_i	수요발생		리드타임	
			λ_i	N_i	μ_i	M_i				λ_i	N_i	μ_i	M_i
1	3	5	0.412213	2	0.093453	2	13	2	5	0.258618	2	0.029112	1
2	8	1	0.432895	3	0.459437	3	14	9	1	0.171439	2	0.093860	1
3	7	1	0.633810	3	0.233225	1	15	6	1	0.337601	3	0.235370	2
4	5	5	0.446202	2	0.055965	1	16	4	5	0.386759	1	0.259914	3
5	4	5	0.402810	1	0.27283	3	17	5	5	0.774727	2	0.257382	3
6	5	5	0.498079	3	0.112309	3	18	5	5	0.609229	2	0.141864	2
7	7	1	0.675086	3	0.467864	2	19	9	1	0.416157	3	0.433052	3
8	4	5	0.487918	3	0.110289	3	20	6	1	0.422947	2	0.443421	2
9	8	1	0.045193	2	0.049213	2	21	7	1	0.68736	3	0.253522	1
10	6	1	0.555220	3	0.199529	1	22	6	1	0.418186	2	0.223152	1
11	5	5	0.627163	2	0.088126	1	23	6	1	0.125132	2	0.198036	3
12	4	5	0.452958	1	0.20386	2	24	6	1	0.53117	3	0.554945	3

이때, 1회 주문량(θ)는 경제적 주문량(EOQ, Economical Order Quantity), Lot Size 등 정책적으로 결정된 수량으로 가정하며, 1회 주문량(θ)은 단가가 6 이상인 부품은 1개로, 5 이하인 부품은 모두 5개로 지정하였다. 따라서 재주문점(s , Reorder point)은 최고 재고수준(Q)에서 1회 주문량(θ)을 뺀 $s = Q - \theta$ 가 된다. 부품별 수요발생 및 수송시간 분포는 Erlang 분포로 고려하였다. 이때, N_i 와 M_i 는 Erlang 분포의 형상모수(Shape parameter), λ_i 와 μ_i 는 척도모수(Scale Parameter)이다. <그림 3>의 알고리즘은 MathWorks사의 MATLAB R2010a를 이용하여 구현하였다.

먼저 AAM, ASM에서 부품별 기대 총족률의 곱으로 시스템의 기대 가용도를 산정하는 방법의 오류에 대해 살펴본다. 물론 이론적으로 무리가 있는 가정임을 알 수 있으나, 독자들의 이해를 돕기 위해 수치적 검증을 수행하였다. 수치적 검증을 위해 시스템 10대가 운용되고 있는 상황에서 수리 부품은 <표 2>의 1번과 2번 부품만을 적용하였다. 이때, 시스템의 기대 가용도 목표 60%를 만족하기 위한 부품별 최적 재고수준을 산출한 결과, 1번 부품은 2개, 2번 부품은 3개의 재고를 유지해야 하는 것으로 나타났으며, 식 (10)부터 식 (14)까지에 따라 산정된 기대 가용도는 62.75%로 나타났다. <그림 4>는 부품별 최적 재고수준에서의 재고량 확률분포를 보여주고 있으며, 음(-)의 재고량은 후불로 인해 불가동된 시스템의 대수를 의미한다. AAM과 ASM은 식 (20)과 같이 부품별 기대 총족률을 산정하여 부품별 기대 총족률의 곱으로 시스템의 기대 가용도를 산정하고 있다[14, 15]. 이에 따라 재고를 2개를 유지할 때의 1번 부품의 기대 총족률은 77.37%, 재고를 3개를 유지할 때의 2번 부품의 기대 총족률은 77.41%가 되어 시스템의 기대 가용도는 59.89%가 된다. 부품별 후불량 분포의 합성적을 통해 산정한 시스템의 기대 가용도와 2.86%의 오차가 발생하였으며, 이러한 오차는 부품의 수가 많아짐에 따라 증가된다. 따라서 시스템 기대 가용도 산정에 있어 식 (20)의 방법은 합성적에 의한 방법

보다 계산량은 적으나, 다양한 부품으로 구성되는 현실 시스템 문제에 적용할 경우 근사도 허용 수준을 고려하여 주의할 필요가 있다.

$$E_{AR} = \prod_{i=1}^I \left[1 - \left\{ \sum_{k=1}^K k P_{BO_i}(k) / K \right\} \right] \quad (20)$$



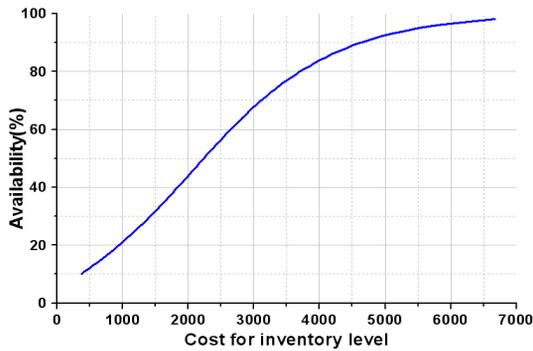
<그림 4> #1, #2 부품의 재고량 확률분포

다음은 시스템 50대를 운용하고 있는 상황에서 목표하는 시스템의 기대 가용도에 따른 최적 재고수준에 대해 수치실험을 수행하였다. 시스템을 구성하는 수리 부품은 <표 2>의 24종 부품을 모두 적용하였으며, 기대 가용도 목표를 10%부터 98%까지 1%씩 증가시키며 실험을 수행하였다. 시스템의 목표 가용도에 따른 부품별 최적 재고수준 변화에 대한 실험결과를 요약한 결과는 <표 3>과 같이 나타났다. <그림 5>는 재고수준 비용의 증가 대비 달성 가능한 가용도의 변화를 보여주고 있으며, <그림 6>은 현재의 가용도 수준에서 1%를 향상시키기 위해 추가적인 투자가 필요한 비용, 즉, (Δ 비용)/(Δ 가용도)의 변화를 보여주고 있다. 실험결과에서 시스템의 기대 가용도가 약 90% 미만에서는 투자 비용 대비 가용도 향상 효과가 비례적이지만, 90% 이상 수준에서는 급격히 투자 비용이 상승하는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 시스템 운영유지비용을 고려한 경제적 가용도 수준을 판단하고, 시스템 목적에 따라 운용할 시스템의 대수를 결정할 수 있다. 이러한 결과는 김홍섭 등[4]의 수치실험 결과와 동일한 추세를 보였다.

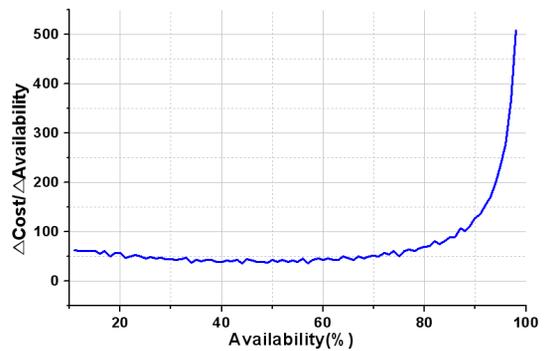
또한, 군의 무기체계 또는 제품을 생산하는 공장

<표 3> 목표 가용도에 따른 부품별 최적 재고수준

AR _T	Cost	부품별 최적 재고수준 산출 결과																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0.5	2,237	28	9	11	23	23	17	16	19	9	15	17	28	50	11	16	24	21	20	12	17	11	19	14	14
0.6	2,648	32	11	13	27	27	20	20	21	11	18	20	33	59	14	19	28	24	23	14	21	13	23	16	16
0.7	3,112	37	12	16	32	31	23	24	24	13	22	22	39	69	17	22	33	28	27	17	25	15	27	19	19
0.8	3,701	43	15	19	37	36	27	29	28	15	26	26	47	81	21	27	39	33	31	21	30	18	32	23	22
0.9	4,634	52	19	24	46	45	33	37	34	20	32	32	58	100	27	34	47	41	38	27	38	23	41	28	28
0.95	5,528	60	23	28	55	53	39	45	40	24	38	37	69	117	33	40	56	49	45	33	46	28	49	34	33
0.96	5,804	63	24	30	57	55	41	47	42	25	40	39	73	123	34	42	59	51	48	35	48	29	52	36	35
0.97	6,171	67	26	32	61	58	43	50	44	27	43	41	77	130	37	45	62	54	50	37	51	31	56	38	37
0.98	6,679	71	28	34	66	63	47	55	47	29	47	44	83	139	40	49	67	59	54	41	55	34	60	41	40



<그림 5> 가용도 대비 재고수준 비용



<그림 6> 가용도 1% 향상 시 추가 비용

등 시스템의 목적에 따라 특정 대수가 가동상태를 유지해야 하는 시스템 운용조건이 있을 수 있다. 따라서 총 시스템의 대수에 따라 목표 가용도(AR_T)를 달리하면서, 특정 대수가 가동상태를 유지해야 하는 경우에 대한 실험을 수행하였다. 이때 기대 가동대수가 동일하므로 부품별 수요도 동일한 것으로 고려하였다. 실험은 기대 가동대수가 50대일 때, 시스템의 총 대수를 55대부터 5대씩 증가시켜 75대까지 운용되고 있는 상황을 가정하여 수행하였다. 실험결과는 <표 4>와 같았으며, 시스템의 총 대수를 증가시켜 목표 가용도를 낮출 때, 재고수준이 현저히 감소되는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 가동상태를 유지해야 하는 대수 대비 시스템 보유량이 많아질수록 불가동 상태의 시스템을 정비하기 위한 부품의 공급 시간에 상대적으로 여유가 허용될 수 있음에 기인한다.

여기서 수리부품 재고에 대한 비용 측면을 검토해보면, 시스템의 보유량과 무관하게 가동 중인 시스템의 대수가 동일하므로 실제 사용되는 부품의 비용도 동일할 것으로 예상할 수 있다. 하지만 시스템의 보유량이 적을수록 목표 가용도와 재고수준이 높아짐에 따라 재고확보를 위한 투자비용과 재고유지비용의 증가를 수반하게 된다. 이는 특정 대수가 가동상태를 유지해야 하는 경우에는 시스템의 보유량을 증가시키고, 목표 가용도를 낮춰 재고수준을 감소시키는 것이 경제적일 수도 있음을 암시한다. 따라서 시스템의 운영유지비용을 최소화하기 위한 시스템의 보유량 판단 시, 시스템의 운용조건, 단가(Unit price), 노후 시 교체정책 등과 수리부품의 재고확보 비용과 재고유지비용 등을 종합적으로 고려할 필요가 있음을 의미한다.

〈표 4〉 동일한 가동 대수(50대)를 유지하기 위한 재고수준

운용 (AR _T)	Cost	부품별 최적 재고수준 산출 결과																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
55대 (0.91)	4,662	52	19	24	47	45	33	37	34	20	32	32	59	102	27	34	48	41	39	27	38	23	42	28	28
60대 (0.83)	3,783	44	15	19	38	37	27	30	29	16	26	26	49	86	21	27	40	34	32	21	31	19	33	23	22
65대 (0.77)	3,264	39	13	16	33	33	24	25	25	13	22	23	42	76	18	23	35	30	28	18	26	16	29	20	19
70대 (0.72)	2,898	35	11	14	30	30	22	22	23	12	20	21	38	69	15	21	31	27	25	15	23	14	25	17	17
75대 (0.67)	2,608	32	10	13	27	27	20	20	21	10	18	19	35	64	13	19	28	24	23	13	21	12	22	16	15

5. 결 언

본 연구에서는 복수의 시스템을 운용하고 있는 상황 하에서 시스템의 가용도를 보장하기 위해 시스템 고장 발생에 대비한 수리 부품의 최적 재고 수준을 산정하는 모형을 제시하였다. 이러한 연구는 시스템적 접근법 개념의 재고관리를 바탕으로 하고 있으며, Sherbrooke[18]의 METRIC 모형을 시작으로 SCM의 효율화 또는 시스템 가용도 차원의 성과를 보장하기 위해 많은 연구가 수행되어 왔다. 하지만 기존의 연구들은 재고관리 정책과 부품의 고장발생, 재공급 환경에 대한 확률적 묘사에 있어 제한적이었다. 따라서 본 연구에서는 보다 현실적인 재고관리 환경을 묘사하기 위해 단계형 확률 분포를 고려하는 CTMC 기반의 확률모형을 제안하였다. 단, METRIC 모형과 같이 다단계의 공급망이 아닌 시스템 운영/정비하는 사용자와 최인접한 공급원의 1계층 재고모형으로 고려하였다. 또한, 이러한 재고관리 모형을 바탕으로 시스템 가용도와 재고수준 비용을 최적화하는 문제를 다루었으며, 24종의 수리 부품에 대한 BOM을 임의적으로 생성하여 수치실험을 수행하였다. 수치실험에서는 미국 LMI에서 개발한 AAM, ASM 모형의 시스템 기대 가용도 산출 방법의 오차에 대해 수치적 검증 결과를 제시하였다. 수치실험을 통해 도출된 결과는 기업, 군(Military) 등에서 수리 부품의 재고를 유지하

는 궁극적인 목적인 시스템의 가용도 성과를 기반으로 시스템 운영의 경제성, 효율성 등을 판단하는 정보로 활용될 수 있다.

향후 연구방향으로는 본 연구의 1계층 재고모형을 기반으로 METRIC 계열의 모형과 같이 다단계 재고모형으로의 확장된 재고관리 확률모형에 대한 연구와 많은 수리 부품을 갖는 시스템에 대한 문제에서 최적 재고수준에 대한 해(Solution)의 품질을 보장하면서 계산시간을 단축할 수 있는 알고리즘이다. 본 연구에서 적용한 알고리즘은 최적해(Optimal solution)를 제공하나, 높은 가용도에서 계산 시간이 다소 지연되는 현상이 나타났다. 또한, 본 연구에서 고려하고 있지 않은 정비시간을 고려하는 연구이다. 즉, 고장 유형에 따른 소요 부품의 공급상황과 정비시간을 모두 고려한다면 실제 시스템을 운용하고 있는 현장에서 나타나는 시스템 가용도를 예측할 수 있으며, 그에 따라 보다 경제적이고 효율적으로 시스템을 운용할 수 있는 적절한 조치를 강구할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 고재우, 김각규, 윤봉규, “예약도착 대기행렬을 활용한 함정정비 최적 예약시간 산정에 관한 연구”, 『한국경영과학회지』, 제38권, 제3호(2013), pp.13-22.

- [2] 김종수, 신규철, “중양창 재고가 있는 수리가능 시스템을 위한 해법”, 『한국경영과학회지』, 제24권, 제3호(1999), pp.1-11.
- [3] 김태영, 김종수, 허 선, “일반 서비스 시간 분포를 갖는 다단계 수리가능 재고 시스템에 대한 최적 재고수준 알고리즘”, 『대한산업공학회지』, 제27권, 제3호(2001), pp.226-232.
- [4] 김홍섭, 현상열, 임상현, 장현우, 김호덕, “항공기 목표 가동률을 고려한 수리부속 최적 재고수준에 관한 연구”, 『국방과학기술』, 제5권, 제2호(2012), pp.11-22.
- [5] 손휘민, 윤봉규, “운용가용도를 고려한 최적 여유장비 수준 연구”, 『로지스틱스연구』, 제16권, 제2호(2008), pp.105-120.
- [6] 우제웅, 김준연, “미군의 수리부속 재고관리 효율화 노력 및 시사점”, 『한국국방연구원 주간 국방논단』, 제1389호(2011).
- [7] 윤봉규, “단계형 확률과정과 국방분야 응용 사례”, 『국방과학기술』, 제1권, 제1호(2008), pp.13-25.
- [8] 윤 혁, 이상진, “Vari-METRIC을 개선한 다단계 재고모형의 효과측정”, 『경영과학』, 제28권, 제1호(2011), pp.117-127.
- [9] 이상진, 배주근, 김민규, “항공기 예비엔진 및 모듈 재고수준이 운용가용도에 미치는 영향”, 『품질경영학회지』, 제38권, 제3호(2010), pp.333-339.
- [10] Boland, P.J. and E.El-Newehi, “Measures of Component Importance in Reliability Theory,” *Computers and Operations Research*, Vol.22, No.4(1995), pp.455-463.
- [11] Dario, A.B., Guy Latouche, and Beatrice Meini, *Numerical Methods for Structured Markov Chains*, Oxford University Press INC., 2005.
- [12] Hillestad, R.J., “Dyna-METRIC : Dynamic Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control,” R-2785-AF, Rand, Santa Monica, 1982.
- [13] Latouche, G. and V. Ramaswami, *Introduction to matrix Analytic Methods in Stochastic Modeling*, American Statistical Association and Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999.
- [14] Logistics Management Institute, *The Aircraft Availability Model : CONCEPTUAL FRAMEWORK AND MATHEMATICS*, Logistics Management Institute, 1983.
- [15] Logistics Management Institute, *Optimizing Spares Support : The Aircraft Sustainability Model*, Logistics Management Institute, 1996.
- [16] Neuts, M.F., *Matrix Geometric Solutions in Stochastic Models*, The Johns hopkins University Press, 1981.
- [17] Muckstadt, J., “A Model for Multi-item, Multi-echelon, Multi-indenture Inventory System,” *Management Science*, Vol.20(1973), pp.472-481.
- [18] Sherbrooke, C.C., “VARI-METRIC : Improved Approximations for Multi-indenture, Multi-Echelon Availability Models,” *Operations Research*, Vol.34, No.2(1986), pp.311-319.
- [19] Slay, F.M., *VARI-METRIC : An approach to modeling multi-echelon resupply when the demand process is Poisson with a Gamma prior*, Logistics Management Institute, Washington, D.C., 1980.