

논문 2014-51-9-3

벡터화 기술을 이용한 대규모 MIMO 시스템의 간단한 Toeplitz 채널 행렬 분해

(A Simple Toeplitz Channel Matrix Decomposition with Vectorization
Technique for Large scaled MIMO System)

박 주 용*, 모하마드 아부 하니프**, 김 정 수***, 송 상 섭****, 이 문 호****

(Ju Yong Park, Mohammad Abu Hanif, Jeong Su Kim, Sang Seob Song, and Moon Ho Lee[©])

요 약

오늘날 수많은 사용자와 제한된 메모리 공간 때문에 빅 데이터(big data)를 위한 메모리 공간 문제가 중요한 이슈로 부상하고 있다. 대규모 MIMO 시스템에서 Toeplitz 채널은 전력효율 문제뿐만 아니라 성능 개선에 커다란 역할을 할 수 있다. 본 논문에서는 행렬 벡터화(vectorization)에 기반한 Toeplitz 채널 분해를 제안하고, 이때 대규모 MIMO 시스템을 위한 채널에 Toeplitz 행렬을 사용하며, 또 Toeplitz Jacket 행렬이 푸리에 고속 변환(FFT)처럼 Cooley-Tukey sparse 행렬로 분해됨을 보인다.

Abstract

Due to enormous number of user and limited memory space, the memory saving is become an important issue for big data service these days. In the large scaled multiple-input multiple-output (MIMO) system, the Toeplitz channel can play the significance rule to improve the performance as well as power efficiency. In this paper, we propose a Toeplitz channel decomposition based on matrix vectorization. Here we use Toeplitz matrix to the channel for large scaled MIMO system. And we show that the Toeplitz Jacket matrices are decomposed to Cooley-Tukey sparse matrices like fast Fourier transform (FFT).

Keywords : Toeplitz Matrix, Massive MIMO, Toeplitz Channel, Least-Square.

* 평생회원, 신경대학교 인터넷정보통신학과
(Department of Internet, Information & Communication, Shyngyeong University)

** 학생회원, 전북대학교 전자공학부
(Division of Electronic Engineering, Chonbuk National University).

*** 정회원, 숭실사이버대학교 컴퓨터정보통신학과
(Department of Computer, Information & Communication, Korea Soongsil Cyber University)

**** 평생회원, 전북대학교 전자공학부
(Division of Electronic Engineering, Chonbuk National University)

© Corresponding Author(E-mail: moonho@jbnu.ac.kr)

※ 본 연구는 한국연구재단 MEST 2012-002521와 BK21 플러스 사업의 지원으로 수행되었음.

접수일자: 2014년4월29일, 수정일자: 2014년6월11일,
수정완료: 2014년9월01일

I. 서 론

MIMO (multiple-input multiple-output) 안테나 기술은 무선통신 시스템의 용량과 견고성(robustness)을 증대시키기 위한 효과적인 기술로 부상하고 있다^[1~2]. 자유공간상에서 아주 높은 스펙트럼상의 효율과 신호도 향상 및 전력효율의 관점에서 이론적으로 예측한 MIMO의 장점을 실제로 달성할 수 있다는 잠재력 때문에, 수십에서 수 백개의 안테나를 갖는 대규모 MIMO 시스템은 많은 관심을 불러일으키고 있다^[3]. 대규모

MIMO 시스템은 같은 시간-주파수 자원위에서 수 백개의 안테나로 된 안테나 어레이(array)를 사용하고 동시에 수 천개의 터미널을 거느린 시스템으로 생각할 수 있다. 이후 대규모 MIMO의 기본 전제는 기존 MIMO의 모든 장점을 수용할 뿐 아니라 훨씬 더 대규모의 장점을 갖는다. 전반적으로 대규모 MIMO는 에너지 효율이 높고 안전하며 견고성을 지닐 뿐 아니라 스펙트럼을 효율적으로 사용할, 미래의 고정 및 이동 광대역 네트워크 개발을 가능하게 할 최적의 수단이다.

무선 MIMO 통신에서 어떤 경우에는 송신기와 수신기 사이의 채널을 Kronecker-model에 따라서 모델을 설계할 수 있다^[4]. 이 모델은 서로 다른 안테나 사이에 어느 특정 관계가 존재한다고 여겨질 때 가능하다. 이 모델이 설계되면 무선채널 코베리언스(covariance) 행렬은 보다 작은 차원의 두 행렬 Kronecker 곱으로 모델화될 수 있다. 이러한 조건을 만족하게 되면 정확도를 높이고 계산상의 비용을 줄이기 위해 이 특별한 문제에 잘 맞는 알고리즘을 갖는 것이 가장 바람직하다.

본 논문에서는 Kronecker 곱을 이용해 Toeplitz 채널 행렬 분해에 기반한 벡터화(vectorization)를 제안한다. 또한 시스템 throughput을 극대화 시키기 위해 안테나 간 스위칭 가능성을 고려해 본다. 물론 이는 [5]에서 논의된 바와 같이 SNR에 기반해서 일반적으로 부호화와 변조모드 간에 사용하도록 되어있다. 높은 상관 조건을 갖는 SB(statistical beamforming)와 낮은 상관 조건을 갖는 SM(spatial multiplexing) 사이의 최적 스위칭 가능성을 소개하는 것이 본 논문의 핵심이다. 이 스위칭 방법은 성능을 향상 시키고 최소 피드백 정보를 요구한다. 그 이유는 이 스위칭 방법이 오직 두 채널 통계, 즉 평균 SNR과 공간 상관도에만 의존하기 때문이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 Toeplitz 행렬 구조에 대해 소개하고, III장에서는 제안한 시스템 모델과 시스템 채널을 소개하며, IV장에서는 기존방법과 제안방법과의 비교 모의실험 제시 및 마지막으로 V장에서 결론을 맺는다.

II. Toeplitz 행렬 구조

1911년 독일 수학자 Toeplitz는^[6~7] 다음과 같이 대각선을 따라 상수 원소를 가지고 있으며 좌상쪽으로부터 우하쪽으로 천이되는 구조인 $n \times n$ 행렬 T_n 즉,

Toeplitz 행렬을 발견했다^[7~8](부록 참조).

$$T_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_1 & t_2 & \cdots & t_{n-1} \\ t_{-1} & t_0 & t_1 & & \\ t_{-2} & t_{-1} & t_0 & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ t_{-n+1} & \cdots & & & t_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 언급한 Toeplitz 행렬은 다음과 같이 두 가지로 분류된다. 첫 번째 분류는 순환행렬에 의해 형성된 것으로, 각 행벡터는 이전 열벡터와 관련되어 원소가 좌측에서 우측으로 rotation 된다. 특히, 식 (1)과 같은 rotation으로 순환 행렬 내에서 $i = 1, 2, \dots, n-1$ 에 대해 $t_i = t_{-n+i}$ 이다. 두 번째 Toeplitz 행렬의 분류는 negacycle 행렬이다. 여기서는 $i = 1, 2, \dots, n-1$ 에 대해 $t_i = -t_{-n+i}$ 이다. Toeplitz 행렬에 대해서는 [7]에 상세하게 서술되어 있다.

식(1)에서 보인 바와 같이 이 행렬은 여러 분야에 응용된다. 여를 들어 다음 식에서 x 는 열벡터로 입력을 나타내고, $i > 0$ 일 때 t_i 는 영(zero)이다.

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})' = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \end{pmatrix} \quad (2)$$

따라서 벡터는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y = T_n x = \begin{bmatrix} t_0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ t_{-1} & t_0 & & & & & \\ t_{-2} & t_{-1} & t_0 & & & & \\ \cdot & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & \\ \cdot & & & & & \cdot & \\ t_{-n+1} & & & & & & t_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} t_0 x_0 \\ t_{-1} x_0 + t_0 x_1 \\ \sum_{k=0}^2 t_{k-2} x_k \\ \vdots \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^{n-1} t_{k-n+1} x_k \end{pmatrix} \quad (3)$$

이때 행렬 원소는 다음과 같다.

$$y_i = \sum_{k=0}^i t_{k-i} x_k. \quad (4)$$

벡터는 y 는 임펄스 응답이 t_k 인 이산시간 코잘

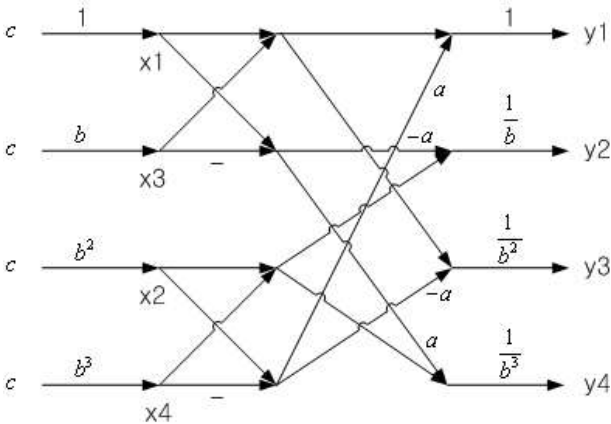


그림 1. $[TJ]_4$ 의 고속알고리즘
Fig. 1. The Fast Algorithm of $[TJ]_4$.

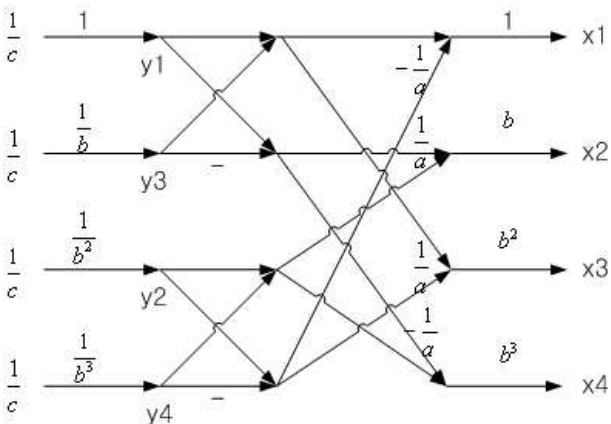


그림 2. $[TJ]_4^{-1}$ 의 고속알고리즘
Fig. 2. The Fast Algorithm of $[TJ]_4^{-1}$.

(causal) 시불변(time-invariant) 필터의 응답을 타나 내고 있다.

4×4 Toeplitz Jacket(TJ) 행렬 $[TJ]_4$ 을 sparse 행렬로 분해하여 고속 알고리즘을 다음과 같이 구현할 수 있다. 그림 1과 그림 2는 순방향 고속 알고리즘과 역방향 고속알고리즘을 표시하고 있다.

$$[TJ]_4 = cD_4^{-1}C_4D_4 = c \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{b^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{b^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a & 1 & -a \\ -a & 1 & a & 1 \\ 1 & -a & 1 & a \\ a & 1 & -a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b^3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c & abc & b^2c & -ab^3c \\ -\frac{ac}{b} & c & abc & b^2c \\ \frac{c}{b^2} & -\frac{ac}{b} & c & abc \\ \frac{ac}{b^3} & \frac{c}{b^2} & -\frac{ac}{b} & c \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[TJ]_4^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{abc} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{b^2c} & \frac{1}{abc} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{(-ab^3c)} & \frac{1}{b^2c} & \frac{1}{abc} & \frac{1}{c} \end{bmatrix} \quad (6)$$

따라서 $[TJ]_4$ 와 $[TJ]_4^{-1}$ 를 곱하면 다음과 같이 단위 행렬이 됨을 알 수 있다.

$$[TJ]_4[TJ]_4^{-1} = 4I_4. \quad (7)$$

$[TJ]_4$ 의 고속알고리즘은 그림 1, $[TJ]_4^{-1}$ 의 고속알고리즘은 그림 2와 같다.

Toeplitz 행렬의 특별한 경우로 행렬의 각 행이 상위 행으로부터 한 사이클씩 오른쪽으로 이동하여 $t = 1, 2, \dots, n-1$ 에 대해 $t_k = t_{-(n-k)} = t_{k-n}$ 되도록 하면, 식 (5)처럼 표시되며 순환행렬(circulant matrix)

이 된다.

$$C_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_{-1} & t_{-2} & \cdots & t_{-(n-1)} \\ t_{-(n-1)} & t_0 & t_{-1} & & \\ t_{-(n-2)} & t_{-(n-1)} & t_0 & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \\ t_{-1} & t_{-2} & \cdots & & t_0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

이 행렬은 DFT(Discrete Fourier Transform)를 포함하여 오류수정을 위한 cyclic 부호연구에 이용되고 있다 [7].

Toeplitz 행렬에 대해 가장 잘 알려져 있고 논의되고 있는 중요한 결과는 n 이 무한대로 증가함에 따라 고유값(eigenvalue)이 어떤 역할을 하는지를 다루는 Toeplitz 행렬 $\{T_n\}$ 의 시퀀스에 대한 Szegő의 정리이다. 다음식과 같은 영(zero)이 아닌 벡터 x 가 존재한다면 복소수 스칼라 α 는 행렬 A 의 고유값이다.

$$Ax = \alpha x \quad (9)$$

이 경우 x 는 A 의 고유벡터(eigenvector)이다.

고유값 $\{\alpha_i\}$ 가 $\alpha_0 \geq \alpha_1 \geq \alpha_2 \dots$ 와 같이 감소하지 않는 형태의 순서로 되어 있는 경우, 이는 적분을 이용하여 근사화 될 수 있으며, Hermitian Toeplitz 행렬 $T_n = [t_{k-j}; k, j = 0, 1, 2, \dots, n-1]$ 퀀스에 대한 고유값 $\{\tau_{n,i}; i = 0, 1, \dots, n-1\}$ 점근적 역할을 다루는 Szegő의 정리에 일반성이 손실되지 않음을 의미한다. 이 정리는 몇 가지 만족해야 할 기술적인 요구조건이 있다. 예를 들면 다음 식에 의해 서로 관련되어 있는 계수가 t_k 인 Fourier series가 존재해야 한다는 조건이다.

$$f(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_k e^{ik\lambda}; \quad \lambda \in [0, 2\pi] \quad (10)$$

$$t_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\lambda) e^{-ik\lambda} d\lambda. \quad (11)$$

그래서 시퀀스 $\{t_k\}$ 는 함수 f 를 결정하고, 그 역도 마찬가지로 가능하다. 따라서 행렬의 시퀀스는 가끔 $T_n(f)$ 로 정의 된다. 만약 $T_n(f)$ 가 Hermitian 이라면 즉, $T_n(f)^* = T_n(f)$ 이라면, $t_{-k} = t_k^*$ 이고 f 는 실수

값이다.

적당히 가정을 하면 f 의 범위에서 연속인 함수 F 에 대해 1955년 헝가리 수학자 Szegő는 Fourier Series와 Toeplitz 시퀀스가 같은 얼굴(face)로 나타낼 수 있음을 다음식과 같이 간단명료하게 나타낼 수 있음을 증명했다 [7-8].

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \text{Trace}(T_n(f)) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(f(\lambda)) d\lambda \quad (12)$$

III. 시스템 및 채널 모델

송신 안테나가 n_t 이고 수신 안테나가 n_r 이며 이 안테나들은 수 천개에 이를 만큼 대규모인 공간적으로 다중화된 점대점 MIMO 시스템에 대해 생각해본다. $\mathbf{H}^{(m)} \in \mathbf{C}^{n_r \times n_t}$ 은 m -번째 채널을 사용한 채널 이득행렬을 나타낸다. 이때 이 원소들은 평균이 0이고 분산이 1이며 i.i.d. Gaussian 분포를 따르는 것으로 가정한다. m -번째 채널을 사용한 경우의 수신벡터 $\mathbf{y}^{(m)}$ 은 식 (13)과 같다.

$$\mathbf{y}^{(m)} = \mathbf{H}^{(m)} \mathbf{x}^{(m)} + \mathbf{z}^{(m)} \quad (13)$$

여기서 $\mathbf{y}^{(m)} = [y^{(1)} y^{(2)} \dots y^{(n_r)}]^T$, $\mathbf{x}^{(m)} = [x^{(1)} x^{(2)} \dots x^{(n_t)}]^T$,

$$\mathbf{H}^{(m)} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(1,1)} & \mathbf{H}^{(1,2)} & \cdots & \mathbf{H}^{(1,n_t)} \\ \mathbf{H}^{(2,1)} & \mathbf{H}^{(2,2)} & \cdots & \mathbf{H}^{(2,n_t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}^{(n_r,1)} & \mathbf{H}^{(n_r,2)} & \cdots & \mathbf{H}^{(n_r,n_t)} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

이고 $\mathbf{z}^{(m)}$ 은 원소들이 i.i.d. $\mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$ 로 모델화된 벡터이다. 식 (14)에서 $\mathbf{H}^{(n_r, n_t)}$ 은 식 (15)과 같은 Toeplitz 구조를 가지고 있다.

$$\mathbf{H}^{(n_r, n_t)} = \begin{bmatrix} h_0^{(n_r, n_t)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{m-1}^{(n_r, n_t)} & \cdots & h_0^{(n_r, n_t)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{m-1}^{(n_r, n_t)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

따라서 식 (13)은 식 (16)과 같은 형태로 다시 나타낼

수 있다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{Z}. \quad (16)$$

행렬 벡터화 연산과 Kronecker 곱 identity $\underline{ABC} = (C^T \otimes A)\underline{B}$ 을 이용하면 식 (16)은 식 (17)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X}\mathbf{I}_N + \mathbf{Z}. \quad (17)$$

여기서 몇 개의 채널 벡터 분해 예를 제시한다. 여를 들어 다음과 같은 경우를 가정한다.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(1,1)} & \mathbf{H}^{(1,2)} \\ \mathbf{H}^{(2,1)} & \mathbf{H}^{(2,2)} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

여기서 $n_i > n_r$ 로 가정하면

$$\mathbf{H}^{(n_r, n_i)} = \begin{bmatrix} h_{0,0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{0,2} & \cdots & h_{0,0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & h_{0,2} \end{bmatrix}$$

로 나타낼 수 있고, 여기서 $[h_{0,0}^{n_i, n_r}, \dots, h_{m-1}^{n_i, n_r}]$ 은 송신 안테나 n_i 와 수신안테나 n_r 사이에 있는 링크의 채널 임펄스 응답이다. 이제 식 (18)은 다음과 같은 식 (19)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & 0 & h_{1,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{3,1} & \cdots & h_{1,1} & h_{3,2} & \cdots & h_{1,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{3,1} & 0 & \cdots & h_{3,2} \\ h_{4,1} & \cdots & 0 & h_{4,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{6,1} & \cdots & h_{4,1} & h_{6,2} & \cdots & h_{4,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{6,1} & 0 & \cdots & h_{6,2} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

식 (16)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & 0 & h_{1,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{3,1} & \cdots & h_{1,1} & h_{3,2} & \cdots & h_{1,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{3,1} & 0 & \cdots & h_{3,2} \\ h_{4,1} & \cdots & 0 & h_{4,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{6,1} & \cdots & h_{4,1} & h_{6,2} & \cdots & h_{4,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{6,1} & 0 & \cdots & h_{6,2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_6 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_6 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

따라서 식 (17)에서 사용된 Kronecker 곱에 의하면 식 (21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{H})\mathbf{X} + \mathbf{Z}. \quad (21)$$

$N = 2$ 인 \mathbf{I}_N 과 $n_i > n_r, n_i > n_r$ 을 가정하면

$$\mathbf{H}^{(n_r, n_i)} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 \\ h_{1,2} & h_{1,1} \\ 0 & h_{1,1} \end{bmatrix}$$

을 얻을 수 있고, 다음과 같이 정합필터에 의해 수신신호를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{M} \hat{\mathbf{H}}^H \mathbf{Y} = \frac{1}{M} \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \mathbf{X} + \frac{1}{M} \hat{\mathbf{H}}^H \mathbf{Z}. \quad (22)$$

Toeplitz 4×4 채널의 경우 다음과 같이 예를 보인다.

$$\frac{1}{4} \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & h_{2,1} & 0 \\ h_{2,1} & h_{1,1} & h_{2,2} & h_{2,1} \\ 0 & h_{2,1} & 0 & h_{2,2} \\ h_{3,1} & 0 & h_{3,2} & 0 \\ h_{4,1} & h_{3,1} & h_{3,3} & h_{3,2} \\ 0 & h_{4,1} & 0 & h_{3,3} \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & h_{2,1} & 0 \\ h_{2,1} & h_{1,1} & h_{2,2} & h_{2,1} \\ 0 & h_{2,1} & 0 & h_{2,2} \\ h_{3,1} & 0 & h_{3,2} & 0 \\ h_{4,1} & h_{3,1} & h_{3,3} & h_{3,2} \\ 0 & h_{4,1} & 0 & h_{3,3} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

결과적으로 다음 식 (24)과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{4} \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} = \text{diag} \left(\frac{|h_{1,1}|^2 + |h_{2,1}|^2 + |h_{3,1}|^2 + |h_{4,1}|^2}{4}, \right. \\ \frac{|h_{1,1}|^2 + |h_{2,1}|^2 + |h_{3,1}|^2 + |h_{4,1}|^2}{4}, \\ \frac{|h_{2,1}|^2 + |h_{2,2}|^2 + |h_{3,2}|^2 + |h_{3,3}|^2}{4}, \\ \left. \frac{|h_{2,1}|^2 + |h_{2,2}|^2 + |h_{3,2}|^2 + |h_{3,3}|^2}{4} \right) \quad (24)$$

수신기에서 수신 용량은 식 (25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{C} = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N \frac{1}{4} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \\ = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \right. \\ \left. \text{diag} \left(\frac{|h_{1,1}|^2 + |h_{2,1}|^2 + |h_{3,1}|^2 + |h_{4,1}|^2}{4}, \right. \right. \\ \frac{|h_{1,1}|^2 + |h_{2,1}|^2 + |h_{3,1}|^2 + |h_{4,1}|^2}{4}, \\ \frac{|h_{2,1}|^2 + |h_{2,2}|^2 + |h_{3,2}|^2 + |h_{3,3}|^2}{4}, \\ \left. \left. \frac{|h_{2,1}|^2 + |h_{2,2}|^2 + |h_{3,2}|^2 + |h_{3,3}|^2}{4} \right) \right). \quad (25)$$

유사한 방법으로 식 (23)은 식 (26)과 같이 쓸 수 있고 용량은 식 (27)와 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{4} \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{4} \text{diag} \left(|h_{1,1}|^2 + |h_{2,1}|^2, \right. \\ |h_{1,1}|^2 + |h_{2,2}|^2, |h_{2,1}|^2 + |h_{2,2}|^2, \\ \left. |h_{3,1}|^2 + |h_{3,2}|^2, |h_{3,1}|^2 + |h_{4,1}|^2 \right) \quad (26)$$

$$\mathbf{C} = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N \frac{1}{4} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \\ = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \text{diag} \left(\frac{|h_{1,1}|^2 + |h_{2,1}|^2}{4}, \right. \right. \\ \frac{|h_{1,1}|^2 + |h_{2,2}|^2}{4}, \frac{|h_{1,1}|^2 + |h_{2,2}|^2}{4}, \\ \frac{|h_{3,1}|^2 + |h_{3,2}|^2}{4}, \left. \left. \frac{|h_{3,1}|^2 + |h_{4,1}|^2}{4} \right) \right) \quad (27)$$

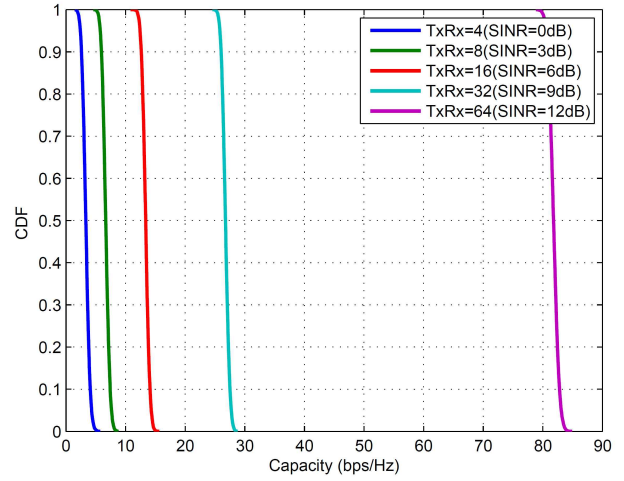


그림 3. 대규모 MIMO 용량 vs CDF

Fig. 3. The Large Scaled MIMO Capacity vs CDF.

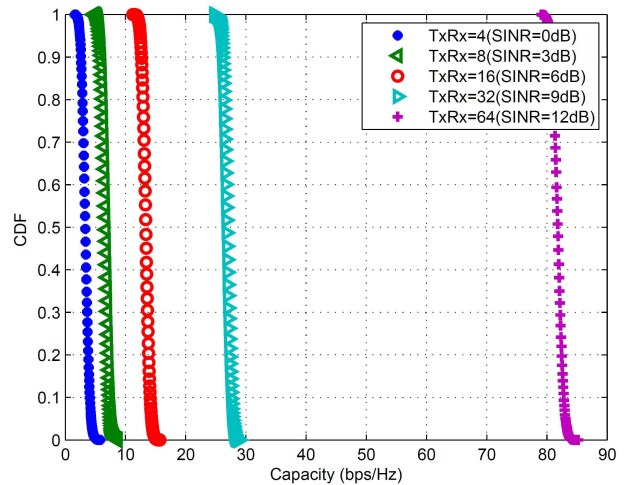


그림 4. SNR 차에 대한 대규모 MIMO 용량

Fig. 4. The Large Scaled MIMO Capacity for Difference SNR.

IV. 모의실험

Toeplitz 채널 분해의 의미를 분석하기 위해 monte-carlo 모의실험을 실행하였다. 그림 3과 그림 4에서 보다 실질적인 시나리오의 결과를 보이고 있으며, 여기서 채널 계수 $h_{i,j}$ 는 평균이 0 이고 분산이 0.5 인 가우시안 분포를 갖는 실수와 허수부분으로 된 복소수이다. 채널 \mathbf{H} 가 랜덤하기 때문에 용량 역시 특별한 분포를 갖는 랜덤 변수이다. 이와 같은 채널의 용량을 측정하는 중요한 단위로는 CCDF(Complimentary Cumulative Distribution Function)가 사용된다. 이 커

브는 기본적으로 MIMO 용량이 특정 임계치 이상이 될 확률을 제시한다.

V. 결 론

본 논문에서는 Kronecker 곱을 이용한 Toeplitz 채널 행렬 분해에 기반한 벡터화를 제안하고, Toeplitz Jacket 행렬이 푸리에 고속 변환처럼 Cooley-Tukey sparse 행렬로 분해됨을 보였다. 시스템의 throughput 을 극대화시키기 위해 안테나 사이의 스위칭 가능성을 고려하였다. 물론 [5]에서 논의된 것처럼 SNR에 따른 코딩과 변조 모드사이에서 조정하는 것이 일반적이다. 본 논문의 핵심은 높은 상관도를 갖는 조건하에서의 SB와 낮은 상관도를 갖는 조건하에서의 SM사이의 적당한 스위칭가능성을 소개하는 것이다. 이러한 스위칭 방법은 두 가지 채널특성 즉 평균 SNR과 공간적인 상관도에만 의존하기 때문에 성능을 증대시키고 최소의 피드백 정보를 요구하는 특성이 있다.

부 록 I

식 (1)의 Toeplitz 역행렬은 다음 예에서 볼 수 있다.

예 1. 3×3 의 경우

$$T_3 T_3^{-1} = \begin{bmatrix} t_0 & t_1 & t_2 \\ t_{-1} & t_0 & t_1 \\ t_{-2} & t_{-1} & t_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/t_0 & 1/t_{-1} & 1/t_{-2} \\ 1/t_1 & 1/t_0 & 1/t_{-1} \\ 1/t_2 & 1/t_1 & 1/t_0 \end{bmatrix} = 3I_3 \quad (28)$$

예 2. 4×4 의 경우

$$T_4 T_4^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1/2 & 1/4 & 1/8 \\ 2 & -1 & 1/2 & 1/4 \\ 4 & 2 & -1 & 1/2 \\ 8 & 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1/2 & 1/4 & 1/8 \\ 2 & -1 & 1/2 & 1/4 \\ 4 & 2 & -1 & 1/2 \\ 8 & 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} = 4I_4 \quad (29)$$

예 3. 6×6 의 경우

$$T_6 T_6^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & -\omega/9 & -1/27 & 1/81 & \omega/243 \\ -3\omega & 1 & 1/3 & -\omega/9 & -1/27 & 1/81 \\ -9 & -3\omega & 1 & 1/3 & -\omega/9 & -1/27 \\ 27 & -9 & -3\omega & 1 & 1/3 & -\omega/9 \\ 81\omega & 27 & -9 & -3\omega & 1 & 1/3 \\ -243 & 81\omega & 27 & -9 & -3\omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1/3\omega & -1/9 & 1/27 & 1/81\omega & -1/243 \\ 3 & 1 & -1/3\omega & -1/9 & 1/27 & 1/81\omega \\ -9/\omega & 3 & 1 & -1/3\omega & -1/9 & 1/27 \\ -27 & -9/\omega & 3 & 1 & -1/3\omega & -1/9 \\ 81 & -27 & -9/\omega & 3 & 1 & -1/3\omega \\ 243/\omega & 81 & -27 & -9/\omega & 3 & 1 \end{bmatrix} = 6I_6 \quad (30)$$

예 4. Circulant Jacket 행렬의 경우

$$CJ = \text{diag}[1, x^{-1}, x^{-2}, \dots, x^{-n+1}] T_n \text{diag}[1, x^{-1}, x^{-2}, \dots, x^{-n+1}]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{x^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{x^{n+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_0 & t_1 & t_2 & \dots & \dots & t_{n-1} \\ t_{-1} & t_0 & t_1 & t_2 & & \vdots \\ t_{-2} & t_{-1} & t_0 & & & \vdots \\ \vdots & t_{-2} & t_{-1} & t_0 & & t_2 \\ \vdots & & & & t_0 & t_1 \\ t_{-n+1} & \dots & \dots & t_{-2} & t_{-1} & t_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x^{n+1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$x = \sqrt[n]{t_{-1}/t_{-n+1}}$, 여기서 연산자 $\sqrt[n]{\square}$ 은 n 승근을 의미한다.

예 5. 4×4 CJ 의 경우

$$CJ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{x^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{x^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_0 & t_1 & t_2 & t_3 \\ t_{-1} & t_0 & t_1 & t_2 \\ t_{-2} & t_{-1} & t_0 & t_1 \\ t_{-3} & t_{-2} & t_{-1} & t_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x^3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} t_0 & t_1x^1 & t_2x^2 & t_3x^3 \\ t_{-1}x^{-1} & t_0 & t_1x^1 & t_2x^2 \\ t_{-2}x^{-2} & t_{-1}x^{-1} & t_0 & t_1x^1 \\ t_{-3}x^{-3} & t_{-2}x^{-2} & t_{-1}x^{-1} & t_0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{C}\mathbf{J} * \text{inv}(\mathbf{C}\mathbf{J})$$

$$= \begin{bmatrix} t_0 & t_1x^1 & t_2x^2 & t_3x^3 \\ t_{-1}x^{-1} & t_0 & t_1x^1 & t_2x^2 \\ t_{-2}x^{-2} & t_{-1}x^{-1} & t_0 & t_1x^1 \\ t_{-3}x^{-3} & t_{-2}x^{-2} & t_{-1}x^{-1} & t_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/t_0 & t_{-1}x^{-1} & t_{-2}x^{-2} & t_{-3}x^{-3} \\ t_1x^1 & 1/t_0 & t_{-1}x^{-1} & t_{-2}x^{-2} \\ t_2x^2 & t_1x^1 & 1/t_0 & t_{-1}x^{-1} \\ t_3x^3 & t_2x^2 & t_1x^1 & 1/t_0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1+t_1^2x^2+t_2^2x^4+t_3^2x^6 & \frac{t_1t_{-1}}{x}+\frac{t_1x}{t_0}+t_1t_2x^3+t_1t_3x^5 & \frac{t_2^2}{x^2}+t_1t_{-1}+\frac{t_2x}{t_0}+t_1t_3x^4 & \frac{t_3^2}{x^3}+\frac{t_2t_{-1}}{x}+\frac{t_3x}{t_0}+t_1t_2x^2+\frac{t_3x^3}{t_0} \\ \frac{t_1}{t_0x}+t_0t_1x+t_1t_2x^3+t_1t_3x^5 & \frac{t_1^2}{x^2}+1+t_1^2x^2+t_2^2x^4 & \frac{t_2^2}{x^2}+\frac{t_1t_{-1}}{x}+\frac{t_2x}{t_0}+t_1t_3x^3 & \frac{t_3^2}{x^3}+\frac{t_2t_{-1}}{x^2}+t_1t_2x+\frac{t_3x^2}{t_0} \\ \frac{t_2}{t_0x^2}+t_1t_1+t_0t_2x^2+t_1t_3x^4 & \frac{t_1t_2}{x^2}+\frac{t_1}{t_0x}+t_0t_1x+t_1t_2x^3 & \frac{t_2^2}{x^2}+\frac{t_1^2}{x^2}+1+t_1^2x^2 & t_2t_3x+\frac{t_2^2}{x^2}+\frac{t_1t_{-1}}{x}+\frac{t_2x}{t_0} \\ \frac{t_3}{t_0x^3}+\frac{t_2t_{-1}}{x}+t_1t_2x+t_0t_3x^3 & \frac{t_1t_3}{x^3}+\frac{t_2}{t_0x^2}+t_1t_1+t_0t_2x^2 & \frac{t_3^2}{x^3}+\frac{t_2t_{-1}}{x^2}+\frac{t_3x}{t_0x}+t_0t_1x & \frac{t_3^2}{x^6}+\frac{t_2^2}{x^4}+\frac{t_3^2}{x^2}+1 \end{bmatrix}$$

$$= 4\mathbf{I}_4. \quad (33)$$

REFERENCES

- [1] I. E. Telatar, "Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels," *Eur. Trans. Commun.*, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, Nov./Dec. 1999.
- [2] V. Tarokh, N. Seshadri, and R. Calderbank, "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction," *IEEE Trans. Inf Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [3] F. Rusek, D. Persson, B. K. Lau, E. G. Larsson, T. L. Marzetta, O. Edfors, and F. Tufvesson, "Scaling up MIMO: Opportunities and Challenges with Very Large Arrays," *IEEE Signal Process. Mag.*, accepted. Available: arXiv:1201.3210v1 [cs.IT], 16 Jan 2012.
- [4] J. Kermaol, L. Schumacher, K. Pedersen, P. Mogensen, and F. Frederiksen, "A Stochastic Mimo Radio Channel Model with Experimental Validation," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 6, pp. 1211-1226, Aug 2002.
- [5] S. Catreux, V. Erceg, D. Gesbert, and R. W. Heath, Jr., "Adaptive Modulation and MIMO

Coding for Broadband Wireless Data Networks," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 40, no. 6, pp. 108115, Jun. 2002.

- [6] J. D. Haupt, G. M. Raz, S. J. Wright, R. D. Nowak, "Toeplitz-Structured Compressed Sensing Matrices," *Workshop on Statistical Signal Processing*, pp.294 - 298, 2007.
- [7] R. M. Gray, "Toeplitz and Circulant Matrices: A review," *Foundations and Trends in communications and Information Theory*, Vol 2, Issue 3, pp.155 - 39, 2006.
- [8] Ju Young Park, Jeon Su Kim, Ferenc Szollosi, Moon Ho Lee, "The Toelitz Circulant Jacket Matrices," *Journal of The Instiute of Electronics and Information Enginers* Vol. 50, NO. 7, July 2013.

— 저 자 소 개 —



박 주 용(평생회원)
1982년 전북대학교 전자공학과 석사
1994년 전북대학교 전자공학과 박사
1991년 3월~2007년 2월 서남대학교 전자공학부 부교수

2007년 3월~현재 신경대학교 인터넷정보통신학과 부교수

<주관심분야 : 무선이동통신>



모하마드 아부 하니프(학생회원)
2001년~2005년 Asian University of Bangladesh, Bangladesh
(방글라데시아시안 대학)
2010년 2월 전북대학교 전자공학부 석사과정 졸업

2010년 3월 전북대학교 전자공학부 박사과정 재학

<주관심분야 : 무선이동통신, 이동통신 TH Precoding 설계>



김 정 수(정회원)
1998년 전북대학교 정보통신공학과 석사
2003년 전북대학교 컴퓨터공학과 박사 졸업.
2002년 6월~현재 숭실사이버대학교 컴퓨터정보통신학과 부교수

<주관심분야 : 이동통신>



송 상 섭(평생회원)
1990년 캐나다 마니토바대학 및 전기컴퓨터공학과 박사
통신기술사
1980년 카이스트 전기및전자공학과 석사

1983년 4월~현재 전북대학교 전자공학부 교수

<주관심분야 : 무선이동통신>



이 문 호(평생회원)-교신저자
1984년 전남대학교 전기공학과 박사, 통신기술사
1985년~1986년 미국 미네소타대학 전기과 포스트닥터
1990년 일본동경대학 정보통신공학과박사

1970년~1980년 남양MBC 송신소장

1980년 10월~2010년 2월 전북대학교 전자공학부 교수

2010년 2월~2013년 8월 WCU-2 연구책임교수

2013년 8월~현재 전북대학교 초빙교수

<주관심분야 : 정보통신의 원형 뿌리 찾는 연구, 무선이동통신>