

논문 2014-51-9-17

효율적인 부공간 추적에 의한 강인한 MVDR 적응 어레이 (Robust MVDR Adaptive Array by Efficient Subspace Tracking)

최 양 호*

(Yang-Ho Choi[Ⓢ])

요 약

MVDR(minimum variance distortionless response) 적응 어레이에서 조향벡터(steering vector)에 에러가 있으면 원하는 신호(desired signal)도 감쇠되어 성능이 심하게 저하될 수 있다. 본 논문에서는 이러한 에러에 대응할 수 있는 계산이 간편한 기법을 제안한다. 제안한 방법에서는 DCB(doubly constrained beamforming) 원리에 기초한 최소화 문제의 해 벡터를 구하고, 이 벡터를 부공간에 투사하여 새로운 조향벡터로 사용한다. 최소화 문제의 해결과 부공간 투사에 필요한 주 고유쌍(principal eigenpairs)은 PASTd(projection approximation subspace tracking with deflation)를 변형한 MPASTd(modified PASTd)에 의거하여 직접 상관행렬(correlation matrix)을 추정함이 없이 수신 데이터로부터 구해진다. 그리고 고유쌍 계산에 있어, 기존에 알려진 MPASTd를 개선해서 계산량을 절감하면서 효과적으로 구하는 방법을 제시한다. 제안한 적응어레이 기법은 상관행렬을 추정하고 이를 고유분해(eigendecomposition)하는 기존방식보다 계산량을 크게 줄이고 우수한 성능을 가질 수 있다.

Abstract

In the MVDR (minimum variance distortionless response) adaptive array, its performance could be greatly deteriorated in the presence of steering vector errors as the desired signal is treated as an interference. This paper suggests a computationally simple adaptive beamforming method which is robust against these errors. In the proposed method, a minimization problem that is formulated according to the DCB (doubly constrained beamforming) principle is solved to find a solution vector, which is in turn projected onto a subspace to obtain a new steering vector. The minimization problem and the subspace projection are dealt with using some principal eigenpairs, which are obtained using a modified PASTd(projection approximation subspace tracking with deflation). We improve the existing MPASTd(modified PASTd) algorithm such that the computational complexity is reduced. The proposed beamforming method can significantly reduce the complexity as compared with the conventional ones directly eigendecomposing an estimate of the correlation matrix to find all eigenvalues and eigenvectors. Moreover, the proposed method is shown, through simulation, to provide performance improvement over the conventional ones.

Keywords : Adaptive arrays, robust beamforming, subspace tracking, steering vector errors

I. 서 론

적응어레이(adaptive array)는 센서 어레이에 수신된

신호를 가중 결합하여 원하는 신호를 보호하면서 간섭 신호를 제거한다. 이를 위해 MVDR(minimum variance distortionless response)^[1] 어레이에서는 사전에 주어진 조향벡터(steering vector)를 이용하여 조향벡터 방향으로는 빔 이득을 1로 하면서 어레이 출력전력이 최소가 되도록 한다. 조향벡터가 원하는 신호의 어레이 응답벡터(array response vector)와 상수 배 차이 내에서 일치한다면 MVDR 어레이는 SINR(signal-to-interference plus noise ratio)이 최대가 되도록 할 수 있다.

그러나, 대부분의 경우, 도래각 에러, 교정어러

* 정회원, 강원대학교 전자통신전공
(Dept. of Electronic and Communication Engineering, Kangwon National University).

Ⓢ Corresponding Author(E-mail: yhochoi@kangwon.ac.kr)

※ 본 논문은 2013년도 강원대학교 학술연구조성비로 연구하였음(과제번호 - 120131840).

접수일자: 2013년12월22일, 수정일자: 2014년4월03일

수정완료: 2014년08월28일

(calibration error), 파형왜곡, 상호결합(mutual coupling) 등으로 조향벡터는 원하는 신호의 어레이 응답벡터와 정확히 매치되지 않는다. 조향벡터 에러가 존재하면 원하는 신호도 간섭처럼 취급돼서 심한 성능저하가 일어날 수 있다^[2].

조향벡터 에러에 대응하는 기술로 신호 부공간(signal subspace)에 조향벡터를 투사하는 방식^[3]이 잘 알려져 있다. 본 논문에서 이 신호 공간 투사방식을 SSPB(signal subspace projection beamforming)라 지칭한다. 널리 알려진 다른 방식으로, 조향벡터에 관한 불확실 집합(uncertainty set)을 정의하여 어떤 최소화 문제의 해로 주어지는 집합 내의 적절한 벡터를 조향벡터로 이용하는 방식이 있다^[4-5]. DCB(doubly constrained beamforming)에서는 불확실 집합에 벡터 norm에 대한 조건을 추가하여 최소화 문제를 다룬다^[5]. 이들 방식은 기본적으로 상관행렬을 추정하고 이의 고유분해를 필요로 하여 계산이 복잡해진다.

최근에 DCB 원리에 기초하여 주 고유쌍(principal eigenpairs)만을 이용하는 기술이 발표되었다^[6]. 이 방식에서는 상관행렬의 추정 없이 PASTd(projection approximation subspace tracking with deflation)^[7]를 변형한 MPASTd(modified PASTd)에 따라 수신데이터로부터 주 고유쌍을 계산한다. 본 논문에서는 MPASTd에 의거하여 조향벡터 에러에 강인한 기법을 제시한다. 제안방식에서는 먼저 MPASTd를 이용, 주 고유쌍을 구한다. 이 주 고유쌍을 이용, DCB 최소화 문제의 해를 구하고, 해 벡터(solution vector)를 주 고유벡터가 생성하는 부공간에 투사하여 투사된 벡터를 조향벡터로 사용한다. 시뮬레이션 결과에 따르면, 제안 방식은 SSPB 등 기존방식보다 좋은 SINR 성능을 가짐을 나타낸다. 또한 MPASTd의 계산과정을 개선하여, 참고 문헌 [6]의 MPASTd 기반 방식에 비해 적은 계산량을 가진다.

II. 시스템 모델링

M 개의 센서로 구성된 어레이를 생각하자. 이 센서 어레이에 η 개의 신호가 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_\eta$ 방향으로부터 도래한다. θ_i 는 i 번째 신호의 도래각이고, 첫 번째 신호는 원하는 신호, 나머지는 간섭신호이다. 방향 θ 에 대한 어

레이 응답벡터를 $\mathbf{a}(\theta)$ 로 나타낸다. 도래하는 신호에 대한 어레이 응답행렬은

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_\eta]$$

와 같이 나타낼 수 있고, $\mathbf{a}_i = \mathbf{a}(\theta_i)$ 이다. 수신 신호벡터는 아래처럼 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{n}(t)$ 는 잡음벡터이고,

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \cdots s_d(t)]^T$$

이며 $s_i(t)$ 는 i 번째 신호의 복소 포락선(complex envelope), T 는 행렬의 전치(transpose)를 의미한다.

잡음은 백색 가우시안 랜덤프로세스(white Gaussian random process)로 평균은 0, 분산은 σ^2 이고, 센서 간에 서로 상관되어 있지 않다. 이때 잡음에 대한 상관행렬은

$$E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] = \sigma^2 \mathbf{I}$$

와 같이 주어진다. 여기서 E 는 기댓값, H 는 켈레 복소 전치(complex conjugate transpose) 연산, \mathbf{I} 는 단위행렬을 나타낸다. 수신신호에 대한 상관행렬은

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 주어지고, $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$ 이다.

적용어레이는 각 센서에 수신된 신호를 가중하여 그들의 합으로 어레이 출력 $y(t)$ 를 얻는다.

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

여기서 \mathbf{w} 는 가중벡터(weight vector) 이다. 어레이 출력 전력은 다음처럼 주어진다.

$$P_o = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \quad (4)$$

MVDR 어레이는 단위이득제한(unit gain constraint) 조건아래 어레이 출력 전력이 최소가 되도록 가중벡터 \mathbf{w} 를 조정한다. 주어진 조향벡터가 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 이라면 MVDR 최소화 문제는 다음처럼 쓸 수 있다.

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}, \quad \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{a}}_1 = 1 \quad (5)$$

최소화 문제 (5)의 해는

$$\mathbf{w} = c \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_1 \quad (6)$$

와 같이 구해지고, 스칼라인자 c 는 주어진 단위이득제한 조건에 따라

$$c = \frac{1}{\hat{\mathbf{a}}_1^H \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_1} \quad (7)$$

과 같이 주어진다.

MVDR에서는 조향벡터 방향으로부터 도래하는 신호는 단위이득 제한에 의해 보호되고 다른 방향 신호는 출력전력을 최소화하는 과정에 의해 제거된다. 주어진 조향벡터 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 이 상수 배 차이 내에서 \mathbf{a}_1 과 같다면 MVDR 어레이는 출력 SINR을 최대로 할 수 있다. 그러나 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 과 \mathbf{a}_1 사이에 불일치가 있다면 원하는 신호도 감소되어 SINR이 크게 감소될 수 있다.

III. 상관행렬에 기초한 조향벡터 에러에 대응

앞에서 언급했듯이, 조향벡터 에러가 존재하면 적응 어레이는 원하는 신호를 간섭신호로 오인하여 성능저하가 심하게 발생할 수 있다. 이 장에서는 조향벡터 에러에 대처할 수 있는 기술을 검토한다.

1. 신호 부공간에 투사

수신신호의 상관행렬은 Hermitian 행렬로 고유분해하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{R}_x = \sum_{m=1}^M \lambda_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H = \mathbf{E} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}^H \quad (8)$$

여기서 λ_m , \mathbf{e}_m 은 고유치, 고유벡터 쌍이고, \mathbf{E} 는 고유벡터 행렬로 $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1 \cdots \mathbf{e}_M]$, $\mathbf{\Lambda}$ 는 고유치를 요소로 가지는 대각행렬(diagonal matrix)로 $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1 \cdots \lambda_M]$ 이다. \mathbf{R}_x 는 positive definite Hermitian 행렬이어서 고유치는 양수 값을 가지며 고유치는 내림차순으로 배열되어, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_M$ 이다. \mathbf{R}_x 가 (2)와 같은 구조를 가져, η 개의 고유치는 σ^2 보다 크고, 나머지 고유치는 σ^2 와 같게 된다. 다시 말하면, $\lambda_i > \sigma^2$, $\lambda_j = \sigma^2$ 여기서 $i \leq \eta$, $j > \eta$ 이다. 고유벡터는 서로 직교하며, 따라서 \mathbf{E} 는

orthonormal 행렬로 $\mathbf{E}^H \mathbf{E} = \mathbf{I}$ 이다. 이러한 사실에 의거, 고유벡터행렬을 다음처럼 나누어 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}_\eta \mathbf{E}_{\eta'}] \quad (9)$$

여기서 $\mathbf{E}_i = [\mathbf{e}_1 \cdots \mathbf{e}_i]$, $\mathbf{E}_{i'} = [\mathbf{e}_{i+1} \cdots \mathbf{e}_M]$ 을 나타낸다. \mathbf{E}_η 의 열이 생성하는 공간은 \mathbf{A} 의 열공간(column space)과 동일하고 신호 부공간(signal subspace)이라 부르며, $\mathbf{E}_{\eta'}$ 의 열공간을 잡음 부공간(noise subspace)이라 한다.

$\hat{\mathbf{a}}_1 = \mathbf{a}_1$ 이라면 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 은 신호 부공간에 놓여 있게 된다. 이러한 사실에 따라 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 을 신호 부공간에 투사하여 투사된 벡터 $\hat{\mathbf{a}}_p$ 를 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 대신 이용할 수 있다. 벡터 $\hat{\mathbf{a}}_p$ 는

$$\hat{\mathbf{a}}_p = \mathbf{E}_\eta \mathbf{E}_\eta^H \hat{\mathbf{a}}_1 \quad (10)$$

와 같이 주어지고, 가중벡터는

$$\mathbf{w} = c \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_p \quad (11)$$

처럼 주어진다. 식 (8) - (10)을 (11)에 대입하고 $\mathbf{E}_\eta^H \mathbf{E}_\eta = \mathbf{I}$ 임을 이용하면 다음처럼 나타내진다.

$$\mathbf{w} = c \mathbf{E}_\eta \mathbf{\Lambda}_\eta^{-1} \mathbf{E}_\eta^H \hat{\mathbf{a}}_1 \quad (12)$$

여기서 c 는 단위이득제한 $\mathbf{w}^H \hat{\mathbf{a}}_p = 1$ 을 만족하는 스칼라 인자이다.

$\hat{\mathbf{a}}_1 = \mathbf{a}_1$ 이면 $\hat{\mathbf{a}}_p$ 는 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 과 동일하게 된다. $\hat{\mathbf{a}}_1$ 이 신호 부공간에 놓여 있지 않다면, $\hat{\mathbf{a}}_1$ 보다 $\hat{\mathbf{a}}_p$ 를 이용하는 것이 더 좋은 성능을 가진다^[3].

2. 이중제한

DCB 방식^[5]에서는 조향벡터에 대한 불확실 집합을 이용하여 에러 문제에 대처한다. 불확실 집합은 (13)처럼 정의할 수 있다.

$$\Psi(\epsilon) = \{ \mathbf{a}: \|\mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}_1\|^2 \leq \epsilon \} \quad (13)$$

상수 ϵ 은 불확실 집합의 한계값을 나타내며, $\Psi(\epsilon)$ 는 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 을 중심으로부터 제곱 거리가 ϵ 이하인 벡터를 원소로 가진다. 불확실 집합을 이용한 방식에서는 $\Psi(\epsilon)$ 의 원소 중 적절한 벡터를 찾아 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 대신에 조향벡터로 사

용한다.

어레이 출력전력을 이용하여 $\Psi(\epsilon)$ 원소 중 조향벡터로 사용할 적절한 벡터를 구할 수 있다. 식 (6)에서 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 을 \mathbf{a} 로 대체하면 다음처럼 표현된다.

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}} \quad (14)$$

이때 출력전력은

$$P_o = \frac{1}{f(\mathbf{a})} \quad (15)$$

와 같이 주어지고, $f(\mathbf{a}) = 1/\mathbf{a}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}$ 이다. DCB에서는 식 (16)과 같이 $f(\mathbf{a})$ 를 최소화하는 불확실 집합 $\Psi(\epsilon)$ 의 원소인 해 벡터를 구한다.

$$\min_{\mathbf{a} \in \Psi(\epsilon)} f(\mathbf{a}), \quad \|\mathbf{a}\|^2 = M \quad (16)$$

여기서 $\|\hat{\mathbf{a}}_1\|^2 = M$ 이고, $\|\cdot\|$ 은 Euclidean norm을 나타낸다.

식 (16)의 최소화문제는 Lagrange dual 문제로 변환하여 해를 구할 수 있고, 그 해 \mathbf{a}_s 는 다음과 같다^[5].

$$\mathbf{a}_s = \left(M - \frac{\epsilon}{2} \right) \frac{(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma_s \mathbf{I}) \hat{\mathbf{a}}_1}{\hat{\mathbf{a}}_1^H (\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma_s \mathbf{I}) \hat{\mathbf{a}}_1} \quad (17)$$

식 (17)에서 γ_s 는 $\|\mathbf{a}_s\|^2 = M$ 의 관계로부터 구해진다.

$$h(\gamma_s) = \frac{M}{(M - \epsilon/2)^2} \quad (18)$$

$$h(\gamma) = \frac{\hat{\mathbf{a}}_1^H (\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma \mathbf{I})^{-2} \hat{\mathbf{a}}_1}{[\hat{\mathbf{a}}_1^H (\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{a}}_1]^2} \quad (19)$$

식 (19)에 (8)을 대입하면 $h(\gamma)$ 을 다음처럼 나타낼 수 있다.

$$h(\gamma) = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{|\alpha_m|^2}{(\lambda_m^{-1} + \gamma)^2}}{\left(\sum_{m=1}^M \frac{|\alpha_m|^2}{\lambda_m^{-1} + \gamma} \right)^2} \quad (20)$$

여기서 $\alpha_m = \mathbf{e}_m^H \hat{\mathbf{a}}_1$ 이다. $\gamma > -\sigma^{-2}$ 이면, 행렬 $(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma \mathbf{I})$ 는 positive definite 하고 $h(\gamma)$ 는 γ 에 대한 단조증가함수이게 된다^[5]. $h(\gamma)$ 가 단조증가함수이어서 (18)의 해를 어렵지 않게 구할 수 있다. \mathbf{a}_s 가 구해지면 (14)에 대입하여, 가중벡터는

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}_s}{\mathbf{a}_s^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}_s} \quad (21)$$

와 같이 구해진다.

3. 상관행렬의 추정

실제로는 상관행렬 \mathbf{R}_x 는 알려져 있지 않고 수신데이터로부터 추정해야 한다. N 개의 데이터로부터 \mathbf{R}_x 를 다음처럼 추정할 수 있다.

$$\mathbf{R}_{x1}(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \quad (22)$$

신호 부공간 투사방식에서는 $\mathbf{R}_{x1}(N)$ 의 η 개 주 고유쌍을 (12)에 대입하여 가중벡터를 구한다. 이와 같은 방식을 본 논문에서는 SSPB라 부른다. 이중제한방식에서는 $\mathbf{R}_{x1}(N)$ 의 고유쌍을 이용하여, DCB 원리에 의거, 새로운 조향벡터를 계산하고 가중벡터를 구한다. 이와 같은 방식을 SDCB(standard DCB)라 부른다.

IV. 제안 방식

제안방식에서는 상관행렬의 고유쌍 모두를 구하지 않고, 단지 $K(\geq \eta)$ 개만의 주 고유쌍을 구한다. \mathbf{R}_x 의 고유치는 $i > \eta$ 에 대해 $\lambda_i = \sigma^2$ 이므로 (19), (17)를 K 개의 주 고유쌍만으로 나타낼 수 있다^[6].

$$h(\gamma) = \frac{\sum_{k=1}^K \frac{|\alpha_k|^2}{(\lambda_k^{-1} + \gamma)^2} + \frac{\nu_K}{(\sigma^{-2} + \gamma)^2}}{\left(\sum_{k=1}^K \frac{|\alpha_k|^2}{\lambda_k^{-1} + \gamma} + \frac{\nu_K}{\sigma^{-2} + \gamma} \right)^2} \quad (23)$$

$$\mathbf{a}_s = c_s \left(c_1 \hat{\mathbf{a}}_1 + \sum_{k=1}^K c_{2,k} \alpha_k \mathbf{e}_k \right) \quad (24)$$

여기서

$$\nu_k = M - \sum_{k=1}^K |\alpha_k|^2 \quad (25)$$

$$c_1 = \frac{1}{\sigma^{-2} + \gamma_s} \quad (26)$$

$$c_{2,k} = \frac{1}{\lambda_k^{-1} + \gamma_s} - \frac{1}{\sigma^{-2} + \gamma_s} \quad (27)$$

c_s 는 $\|\mathbf{a}_s\|^2 = M$ 이 만족되도록 정해지는 인자이다. 잡음 전력 σ^2 은 주 고유쌍만으로 다음처럼 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{E \|\mathbf{P}_{\mathbf{E}_K}^\perp \mathbf{x}(t)\|^2}{M-K} \\ &= \frac{E[\|\mathbf{x}(t)\|^2 - \|\mathbf{E}_K^H \mathbf{x}(t)\|^2]}{M-K} \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 $\mathbf{P}_{\mathbf{E}_K}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{E}_K \mathbf{E}_K^H$ 이다.

SSPB, SDCB에서는 (22)와 같이 표본행렬을 구하고 이를 직접 고유분해하여 가중벡터를 구함에 따라 계산이 복잡하게 된다. 반면에 제안방식에서는 K 개의 주 고유쌍만을 이용하고 이들 고유쌍은 수신 데이터로부터 직접 반복갱신을 통해 구함에 따라 계산이 간단하다. N 번째 샘플에서, K 개의 고유쌍이 구해지면 (18), (23) - (28)에 근거하여 DCB 최소화 문제 (16)의 해 $\mathbf{a}_s(N)$ 을 구한다. 이때, (16)의 최소화 문제에서 $f(\mathbf{a})$ 대신 $f_N(\mathbf{a}) = 1/\mathbf{a}^H \mathbf{R}_{x_2}^{-1}(N) \mathbf{a}$ 를 이용한다. $\mathbf{R}_{x_2}(N)$ 은 식 (29)에 정의되어있다. $\mathbf{a}_s(N)$ 이 구해지면, K 개의 고유벡터가 생성하는 부공간으로 $\mathbf{a}_s(N)$ 을 투사하여 벡터 $\mathbf{a}_p(N)$ 을 얻는다. 전체적인 계산과정을 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 수신데이터 $\mathbf{x}(N)$ 이 입력되면 갱신과정을 통해 K 개의 주 고유쌍을 구함
- 2) DCB 최소화 문제의 해 $\mathbf{a}_s(N)$ 을 구함
- 3) $\mathbf{a}_s(N)$ 를 부공간에 투사하여 조향벡터 $\mathbf{a}_p(N)$ 을 얻음
- 4) 가중벡터 계산

1. 고유쌍의 갱신

PASTd^[7]를 이용하여 고유쌍을 갱신할 수 있다.

PASTd에서는 (23)과 같은 상관행렬 추정에 대한 고유쌍을 근사적으로 구한다.

$$\mathbf{R}_{x_2}(N) = \beta \mathbf{R}_{x_2}(N-1) + \mathbf{x}(N) \mathbf{x}^H(N) \quad (29)$$

여기서 β 는 감쇠인자(forgetting factor)로 1에 가까운 값을 가진다. 제안방식에서는 PASTd 보다 계산량을 절감할 수 있는 MPASTd^[6]에 기초하여 고유쌍을 구한다. 표 1에 MPASTd 알고리즘을 요약하였다. 표에서 'orthnorm'은 'orthonormalization'을 의미한다.

MPASTd에서는 구한 K 개의 고유벡터를 직교화(orthonormalization)한다는 점과 벡터 $\mathbf{x}_{k+1}(N)$ 을 구하는 과정이 PASTd와 다르다. PASTd 알고리즘은 표 1에서 직교화하지 않고, 즉 $\mathbf{e}_k(N) = \mathbf{e}_k'(N)$ 이고,

표 1. MPASTd 알고리즘

Table 1. MPASTd algorithm.

```

 $\mathbf{x}_1(N) = \mathbf{x}(N)$ 
For  $k = 1, 2, \dots, K$  Do
   $z_k(N) = \mathbf{e}_k^H(N-1) \mathbf{x}_k(N)$ 
   $\lambda_k(N) = \beta \lambda_k(N-1) + |z_k(N)|^2$ 
   $\tilde{\mathbf{x}}_k(N) = \mathbf{x}_k(N) - z_k(N) \mathbf{e}_k(N-1)$ 
   $\zeta_k(N) = z_k^*(N) / \lambda_k(N)$ 
   $\mathbf{e}_k'(N) = \mathbf{e}_k(N-1) - \zeta_k(N) \tilde{\mathbf{x}}_k(N)$ 
   $\mathbf{e}_k(N) = \text{orthnorm}[\mathbf{e}_k'(N)]$ 
   $\mathbf{x}_{k+1}(N) = \mathbf{x}_k(N) - z_k(N) \mathbf{e}_k(N-1) (= \tilde{\mathbf{x}}_k(N))$ 
End

```

표 2. $\mathbf{e}_k'(N)$ 의 직교화 과정

Table 2. Orthonormalization of $\mathbf{e}_k'(N)$.

```

 $\|\tilde{\mathbf{x}}_k(N)\|^2 = \|\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}(N)\|^2 - |z_k(N)|^2$ 
For  $l = 1, 2, \dots, k-1$  Do
   $\rho_{kl} = b_{l+}^*(N) [z_k^*(N) + \zeta_k(N) \|\tilde{\mathbf{x}}_k(N)\|^2]$ 
End
 $\mathbf{e}_k''(N) = \mathbf{e}_k'(N) - \sum_{l=1}^{k-1} \rho_{kl} \mathbf{e}_l(N)$ 
 $\mathbf{e}_k(N) = \mathbf{e}_k''(N) / \|\mathbf{e}_k''(N)\|$ 
 $b_{k+}(N) = [\zeta_k(N) - \sum_{l=1}^{k-1} \rho_{kl} b_{l+}(N)] / \|\mathbf{e}_k''(N)\|^2$ 

```

$\mathbf{x}_{k+1}(N)$ 을 $\mathbf{x}_{k+1}(N) = \mathbf{x}_k(N) - z_k(N)\mathbf{e}_k(N)$ 과 같이 구한다. 복소 곱셈(complex multiplication) 견지에서 요구되는 계산량을 비교하면, PASTd에서 $4MK + O(K)$ MPASTd에서는 직교화를 제외하고 $3MK + O(K)$ 의 계산량이 요구된다.

고유벡터 $\mathbf{e}_k'(N)$ 의 직교화는 Gram-Schmidt 직교화 과정에 의거하여 구할 수 있다. Gram-Schmidt 직교화에 따라 $\mathbf{e}_k(N)$ 은

$$\mathbf{e}_k(N) = \frac{\mathbf{e}_k''(N)}{\|\mathbf{e}_k''(N)\|} \quad (30)$$

$$\mathbf{e}_k''(N) = \mathbf{e}_k'(N) - \sum_{l=1}^{k-1} \rho_{kl} \mathbf{e}_l(N) \quad (31)$$

$$\rho_{kl} = \mathbf{e}_k^H(N) \mathbf{e}_l'(N) \quad (32)$$

와 같이 계산된다. ρ_{kl} 을 (32)에 따라 직접 계산하지 않고 표 2와 같이 효율적으로 계산하여 $\mathbf{e}_k'(N)$ 을 직교화한다. $\mathbf{e}_k'(N)$ 을 직교화하는 단계인 k 번째 단계에서 계수 ρ_{kl} ($l=1, \dots, k-1$)을 구하기 위해서 b_{l+} 이 필요한데, 이들은 이미 단계 k 의 전 단계에서 구하였다. 계수 ρ_{kl} 을 구해 $\mathbf{e}_k'(N)$ 을 직교화한 다음, $(k+1)$ 번째 단계에서 $\rho_{(k+1)l}$ ($l=1, \dots, k$)의 계산을 위해 필요한 b_{k+} 를 구한다. 식 (32)에서 정의된 ρ_{kl} 을 표 2에서와 같이 구할 수 있음이 참고문헌 [6]에 증명되어 있다. MPASTd에서 직교화에 $MK(K+1)/2 + K^2 + O(K)$ 복소 곱셈 계산이 필요하며, (32)에 따라 직접 계수를 구하는 방법에 비해 계산량을 적게 한다. $\mathbf{e}_k''(N)$ 의 norm을 각 요소의 크기제곱을 해서 계산하는 데, 이에 $MK/2 + O(K)$ 의 계산량이 요구된다. 본 논문에서는 $\mathbf{e}_k''(N)$ 의 norm을 효과적으로 구하는 방법을 다음과 같이 제시한다.

벡터 $\mathbf{e}_l(N)$ ($l=1, 2, \dots, k-1$)은 서로 직교하다는 사실과 (32)를 이용하면, (31)로부터 $\mathbf{e}_k''(N)$ 의 제곱 norm은

$$\|\mathbf{e}_k''(N)\|^2 = \|\mathbf{e}_k'(N)\|^2 - \sum_{l=1}^{k-1} |\rho_{kl}|^2 \quad (33)$$

와 같이 나타내진다. 표 1에서 $\mathbf{e}_k'(N)$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{e}_k'(N) = \mathbf{e}_k(N-1) - \zeta_k(N) \tilde{\mathbf{x}}_k(N) \quad (34)$$

표 1에 주어진 $\tilde{\mathbf{x}}_k(N) = \mathbf{x}_k(N) - z_k(N)\mathbf{e}_k(N-1)$ 에서 $z_k(N) = \mathbf{e}_k^H(N-1)\mathbf{x}_k(N)$ 대입하면

$$\tilde{\mathbf{x}}_k(N) = \mathbf{x}_k(N) - \mathbf{e}_k(N-1)\mathbf{e}_k^H(N-1)\mathbf{x}_k(N) \quad (35)$$

와 같이 쓸 수 있다. (35)로부터 $\tilde{\mathbf{x}}_k(N)$ 은 $\mathbf{e}_k(N-1)$ 과 직교함을 보여준다. 이 직교성과 (34)를 이용하여 $\mathbf{e}_k'(N)$ 의 제곱 norm을 구하면

$$\|\mathbf{e}_k'(N)\|^2 = 1 + |\zeta_k(N)|^2 \|\tilde{\mathbf{x}}_k(N)\|^2 \quad (36)$$

와 같이 쓸 수 있다. $\mathbf{e}_k''(N)$ 의 제곱 norm을 구하는 과정을 표 3에 요약하였다. 표 3에 따라 $\mathbf{e}_k''(N)$ 의 제곱 norm을 구하는데 있어, $\tilde{\mathbf{x}}_k(N)$ 의 제곱 norm을 아는 것이 필요한데, 이는 이미 표 2에 구해져있다. $\mathbf{e}_k''(N)$ ($k=1, \dots, K$)의 norm을 표 3에 따라 계산하는 데 $K^2/4 + O(K)$ 의 복잡도를 가지며, 직접 계산하는 데 소요되는 $MK/2 + O(K)$ 보다 계산량을 크게 감소시킨다.

데이터 $\mathbf{x}(N)$ 이 수신되면 K 개의 고유쌍을 표 1에 따라 계산하고, 표 1에서 $\mathbf{e}_k'(N)$ 의 직교화는 표 2에 따라, 표 2에서 $\mathbf{e}_k''(N)$ 의 norm은 표 3에 따라 계산한다.

식 (28)에 의거해서 잡음전력 σ^2 을 다음처럼 추정할 수 있다.

$$\sigma^2(N) = \beta\sigma^2(N-1) + \frac{\|\mathbf{x}(N)\|^2 - \|\mathbf{E}_K^H(N)\mathbf{x}(N)\|^2}{M-K} \quad (37)$$

여기서 $\mathbf{E}_K(N) = [\mathbf{e}_1(N) \dots \mathbf{e}_K(N)]$ 이다.

표 3. $\mathbf{e}_k''(N)$ 의 제곱 norm을 구하는 과정
Table 3. Computational process of the squared norm of $\mathbf{e}_k''(N)$.

| |
|---|
| $\ \mathbf{e}_k'(N)\ ^2 = 1 + \zeta_k(N) ^2 \ \tilde{\mathbf{x}}_k(N)\ ^2$ |
| $\ \mathbf{e}_k''(N)\ ^2 = \ \mathbf{e}_k'(N)\ ^2 - \sum_{l=1}^{k-1} \rho_{kl} ^2$ |

2. 가중벡터의 계산

N 번째 데이터에서 표 1의 과정을 거쳐 $\lambda_k(N)$, $\mathbf{e}_k(N)$ 을 계산하고 (37)을 이용하여 $\sigma^2(N)$ 을 구한 후,

$\gamma_s(N)$ 을 계산한다. $\gamma_s(N)$ 은 다음처럼 계산된다. 식 (23)에 각각 $\lambda_k, \mathbf{e}_k, \sigma^2$ 대신 각각 순서대로 $\lambda_k(N), \mathbf{e}_k(N), \sigma^2(N)$ 을 대입한 $h_N(\gamma)$ 을 얻는다. $\gamma_s(N)$ 은 식 (38)의 해이다.

$$h_N(\gamma_s(N)) = \frac{M}{(M - \epsilon/2)^2} \quad (38)$$

$\gamma_s(N)$ 이 구해지면 (24)에서 $\lambda_k, \mathbf{e}_k, \sigma^2, \gamma_s$ 대신 $\lambda_k(N), \mathbf{e}_k(N), \sigma^2(N), \gamma_s(N)$ 을 대입하여 $\mathbf{a}_s(N)$ 을 구한다. $\mathbf{a}_s(N)$ 으로부터 제안방식에서 사용하는 조향벡터 $\mathbf{a}_p(N)$ 은 다음처럼 계산된다.

$$\mathbf{a}_p(N) = c_p(N) \mathbf{E}_K(N) \mathbf{E}_K^H(N) \mathbf{a}_s(N) \quad (39)$$

여기서 $c_p(N)$ 은 $\|\mathbf{a}_p(N)\|^2 = M$ 이 되도록 곱해지는 스칼라인자이다. 가중벡터 $\mathbf{w}(N)$ 은

$$\mathbf{w}(N) = c'(N) \mathbf{E}_K(N) \mathbf{\Lambda}_K^{-1}(N) \mathbf{E}_K^H(N) \mathbf{a}_p(N) \quad (40)$$

과 같고, (39)를 (40)에 대입하면

$$\mathbf{w}(N) = c(N) \mathbf{E}_K(N) \mathbf{\Lambda}_K^{-1}(N) \mathbf{E}_K^H(N) \mathbf{a}_s(N) \quad (41)$$

여기서 $c(N)$ 은 $\mathbf{w}^H(N) \mathbf{a}_p(N) = 1$ 단위이득조건을 만족하도록 결정된다.

V. 시뮬레이션

시뮬레이션에서는 제안방식과 샘플행렬로부터 고유쌍 모두를 구하는 기존의 SDCB^[5], SSPB^[3]방식과 SINR 성능을 비교한다. 기존의 MPASTd에 기초한 DCB 방식^[6]은 고유분해에 기초한 SDCB 방식과 매우 유사한 성능을 가짐을 나타내었고^[6], 따라서 시뮬레이션에서는 기존의 MPASTd-DCB에 대한 성능은 다루지 않는다. 성능비교를 위해 반파장 간격으로 놓인 10개의 센서로 구성되는 ULA(uniform linear array) 어레이를 이용하였다. 이 어레이에 원하는 신호, 2개의 간섭신호가 도래한다. 원하는 신호의 입력 SNR(signal-to-noise ratio)은 15 dB, 간섭 신호는 $\theta_2 = -37^\circ, \theta_3 = 25^\circ$ 로부터 도래하며 입력 INR(interference-to-noise ratio)은 각각 5 dB, 25 dB 이다. 원하는 신호에 대한 추정 도래각은 $\hat{\theta}_1 = 0^\circ$ 이고, 이때 초기 조향벡터는 $\hat{\mathbf{a}}_1 = [1 \dots 1]^T$

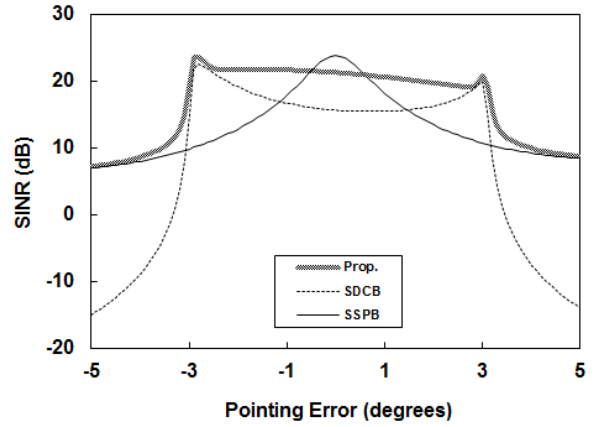
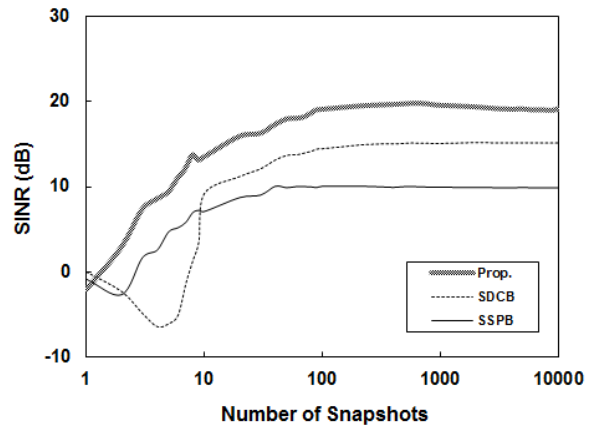
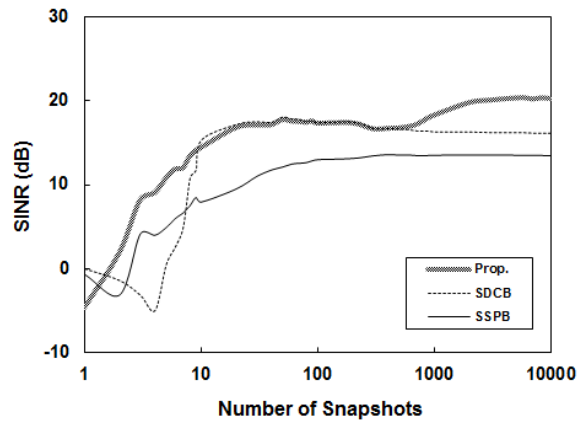


그림 1. $N = 2000$ 에서 θ_e 에 대한 SINR 성능비교
Fig. 1. Comparison of SINRs against θ_e at $N = 2000$.



(a)



(b)

그림 2. N 에 따른 SINRs (a) $\theta_e = -3^\circ$ (b) $\theta_e = 2^\circ$
Fig. 2. SINRs versus N . (a) $\theta_e = -3^\circ$. (b) $\theta_e = 2^\circ$.

와 같이 주어진다. 제안방식과 SDCB에서 불확실 한계는 $\epsilon = 2$ 로, 제안방식에서 주 고유벡터로 사용한 벡터의 수 K 는 도래하는 신호의 수인 3으로 하였다. 포인팅 에러는 $\theta_e = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ 와 같이 정의되고, 100번의 독립적인 시뮬레이션을 통해 SINR의 평균을 구하였다.

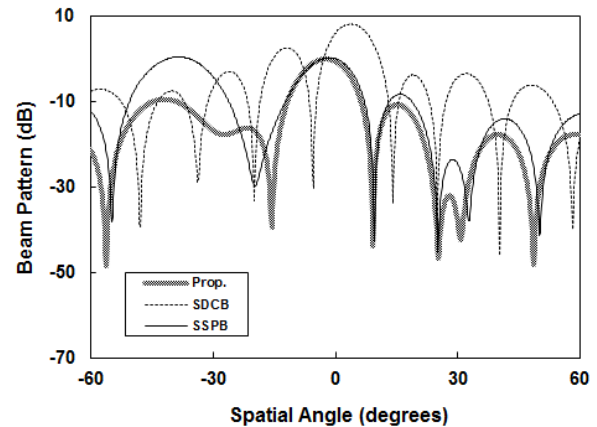
$N = 2000$ 일 때, 그림 1은 포인팅 에러 θ_e 의 함수로 SINR을 나타낸다. SDCB는 다음처럼 정의되는 최적 한계 ϵ_{opt} 에 민감한 특성을 보인다.

$$\epsilon_{opt} = \min_{\phi} \| e^{j\phi} \tilde{\mathbf{a}}_1 - \hat{\mathbf{a}}_1 \|^2$$

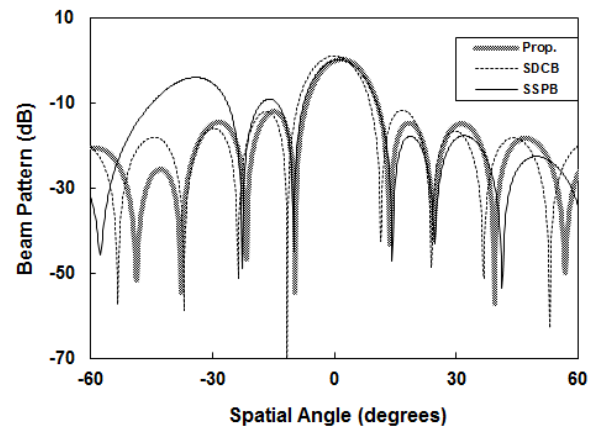
여기서 $\tilde{\mathbf{a}}_1 = \sqrt{M} \mathbf{a}_1 / \|\mathbf{a}_1\|$ 이다. $\hat{\theta}_1 = 0^\circ$ 이면, 최적 한계 ϵ_{opt} 은 θ_1 에 대한 우함수이다. $\theta_1 (= \theta_e)$ 이 대략 $\pm 2.88^\circ$ 일 때 ϵ_{opt} 은 2에 가까운 값을 가지며, 주어진 θ_1 영역에서 $|\theta_e|$ 이 증가하면 ϵ_{opt} 도 증가한다. 제안방식과 SDCB는 $|\theta_e| = 2.88^\circ$ 근처에서 피크 값을 나타내며, 이 부근에서 SINR 감소율이 크다. 특히 ϵ 이 ϵ_{opt} 보다 작을 때, 성능의 감소가 크다. $\epsilon < \epsilon_{opt}$ 일 때 제안방식은 SDCB보다 감소율이 작으며, 주어진 θ_e 전 구간에서 SDCB보다 우수한 성능을 보인다. SSPB와 비교하면 θ_e 가 0에 가까운 부근을 제외하고는 제안방식이 좋은 SINR 성능을 보인다.

그림 2는 샘플의 수 N 에 대한 성능을 예시한다. 그림 2(a), 2(b)는 각각 $\theta_e = -3^\circ, 2^\circ$ 인 경우이다. 제안방식은 다른 방식을 압도하면서 빠른 수렴속도를 보인다. 제안방식에서, 예를 들어 $N=20$ 과 $N=10000$ 에서의 SINR 차이는 그림 2(a)에서 3.22 dB, 그림 2(b)에서는 3.36 dB에 불과하다.

그림 3은 $N = 2000$ 일 때 빔 패턴을 예시한다. 그림 3(a), 3(b)는 각각 $\theta_e = -3^\circ, 2^\circ$ 인 경우이다. 100번의 모의실험을 통해 구한 평균이 아닌 한 번의 모의실험으로 구한 패턴으로, 이외 시뮬레이션 조건은 그림 2와 동일하다. 그림 3(a), 4(b)에서 보듯이, 세 방식 모두 가장 강한 신호가 도래하는 $\theta_3 = 25^\circ$ 방향으로 깊은 널을 형성한다. 한편 5 dB의 INR로 상대적으로 작은 세기를 가지는 θ_2 방향에 대해서 살펴보면, 그림 3(a)에선 세 방식 모두 이 방향으로 널을 만들지 않고, 그림 3(b)에선 제안방식, SDCB는 널을 만들지만 SSPB에서는 생



(a)



(b)

그림 3. $N = 2000$ 에서 빔 패턴
(a) $\theta_e = -3^\circ$ (b) $\theta_e = 2^\circ$

Fig. 3. Beam patterns at $N = 2000$
(a) $\theta_e = -3^\circ$. (b) $\theta_e = 2^\circ$.

성하지 않는다. 각 신호의 도래방향에서 빔 크기의 값 (dB)과 가중벡터의 제곱 norm을 보여주는 표 4에서도 이러한 사실을 확인할 수 있다. 표에 주어진 값을 이용하여 SINR을 쉽게 계산할 수 있다. 예를 들어 $\theta_e = -3^\circ$ 인 경우, 입력 잡음전력 σ^2 을 1(0 dB)이라 하면, 제안방식에서 원하는 신호에 대한 출력전력은 14.9(=-0.1+15) dB, 두 간섭에 대한 출력전력은 각각 -6.1 dB, -18.9 dB, 출력 잡음전력은 -9.5 dB 이다. 두 번째 간섭 전력은 첫 번째 간섭전력에 비해 매우 작으므로 이를 무시하면 SINR은 19.4 dB와 같이 구해진다. 표에 따르면 세 방식에서 원하는 신호에 대한 빔 크기

표 4. 도래각에서 빔 이득

Table 4. Beam gains at the arrival angles.

| | | 제안 | SDCB | SSPB |
|------------|--------------------|-------|-------|-------|
| -3° | θ_1 | -0.1 | -0.3 | 0.0 |
| | θ_2 | -11.1 | -10.1 | 0.2 |
| | θ_3 | -43.9 | -44.4 | -44.1 |
| | $\ \mathbf{w}\ ^2$ | -9.5 | -1.4 | -6.4 |
| 2° | θ_1 | 0.2 | 0.5 | 0.0 |
| | θ_2 | -36.0 | -58.9 | -4.6 |
| | θ_3 | -30.7 | -26.1 | -38.4 |
| | $\ \mathbf{w}\ ^2$ | -9.8 | -9.0 | -8.4 |

는 비슷한 값을 가지는 데, 그림 2에서 보듯이, SSPB 방식이 다른 방식보다 열등한 성능을 가지는 것은 작은 전력을 가지는 첫 번째 간섭을 잘 제거하지 못하는 데 기인한다. 제안방식이 SDCB보다 우수한 성능을 가지는 주요한 이유는, $\theta_e = -3^\circ$ 일 때는 상대적으로 적은 잡음 전력을 가지기 때문이고, $\theta_e = 2^\circ$ 인 경우 상대적으로 두 번째 간섭을 잘 제거하기 때문임을 표는 보여준다.

IV. 결 론

조향벡터 어레이에 강인하면서 계산이 간편한 적응어레이 기술을 제안하였다. 제안방식에서는 MPASTd를 기초하여 효과적으로 고유쌍을 계산한다. 특히 고유벡터의 norm을 1로 만드는 과정에서 MPASTd 과정에서 구하는 양들을 이용하여 효율적으로 계산한다. 이에 대한 계산량을 보면, $K = \eta$ 인 경우, 직접 계산은 $M\eta/2 + O(\eta)$, 제안방식에서는 $\eta^2/4 + O(\eta)$ 의 복소 곱셈을 요구한다. 절감되는 정도는 사용하는 센서의 수가 클수록 크다. 조향어레이에 대한 대응을 위해 DCB 원리에 근거하여 어레이 출력전력을 최대화 하는 벡터를 구하고 이를 부공간에 투사하여 새로운 조향벡터로 이용한다. 시뮬레이션 결과에 따르면 기존의 SDCB, SSPB 보다 우수한 성능을 가짐을 나타내었고, 특히 SDCB에서는 불확실 한계값 ϵ 이 ϵ_{opt} 보다 작으면 성능 저하가 크게 발생하나 제안방식에서는 ϵ 이 ϵ_{opt} 보다 작더라도 ϵ 에 대해 크게 민감하지 않음을 보였다.

REFERENCES

- [1] R. A. Monzingo and T. A. Miller, *Introduction to Adaptive Arrays*. New York: Wiley, 1980.
- [2] M. Wax and Y. Anu, "Performance analysis of the minimum variance beamformer in the presence of steering vector errors," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, no. 4, pp. 938-947, Apr. 1996.
- [3] W. D. D. Feldman and L. J. Griffith, "A projection approach for robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. SP-42, pp. 867-876, Apr. 1994.
- [4] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang, "On robust Capon beamforming and diagonal loading," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 7, pp. 1702 - 1715, Jul. 2003.
- [5] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang, "Doubly constrained robust Capon beamformer," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, no. 9, pp. 2407 - 2423, Sept. 2004.
- [6] Y.-H. Choi, "Robust Adaptive Beamforming Method Using Principal Eigenpairs with Modification of PASTd," *Digital Signal Process.*, vol. 23, no.2, pp. 595-600, Mar. 2013.
- [7] B. Yang, "Projection approximation subspace tracking," *IEEE Trans Signal Process.*, vol. 44, no. 1, pp. 95 - 107, Jan. 1995.

— 저 자 소 개 —

최 양 호(정회원)

대한전자공학회 논문지

제 48 권 SP 편 제 5 호 참조