

스트립 배열된 다수 부이에 의한 파력에너지 추출

조일형*

*제주대학교 해양시스템공학과

Wave Power Extraction by Strip Array of Multiple Buoys

Il-Hyoung Cho*

*Department of Ocean System Engineering, Jeju National University, Jeju, Korea

KEY WORDS: Wave energy converter 파력발전장치, Strip array 스트립 배열, Energy extraction efficiency 에너지 추출 효율, Eigenfunction expansion method 고유함수전개법, Heaving buoy 수직운동 부이

ABSTRACT: The majority of existing WECs (wave energy converters) are designed to achieve maximum power at a resonance condition. In the case of a single WEC, its size must be large enough for tuning, and it has high efficiency only within a limited frequency band. Recently, wave power extraction by deploying many small buoys in a compact array has been studied under the assumption that the buoy's size and separation distance are much smaller than the water depth, wave length, and size of the array. A boundary value problem involving the macro-scale boundary condition on the mean surface covered by an infinite strip of buoys is solved using the eigenfunction expansion method. The energy extraction efficiency ($\epsilon = 1 - R_r^2 - T_r^2$), where R_r and T_r are the reflection and transmission coefficients for a strip array of buoys, is assessed for various combinations of packing ratio, strip width, and PTO damping coefficient.

1. 서 론

다양한 형태의 단면을 갖는 실린더에 대한 회절과 방사 문제는 선형포텐셜이론을 이용하여 Black et al.(1971), Garrett(1971), Yeung(1981) 등에 의해 다루어졌다. 특히 원형 실린더에 의한 파력에너지 추출은 Budal and Falnes(1975)에 의해 연구되었다. 다수의 부이들이 정해진 유체영역내에 배열된 경우, 부이간의 상호작용이 약하다는 가정 아래에서 추출된 파력에너지를 계산하기 위한 근사 이론들이 개발되었다(Falnes, 1980; Falnes and Budal, 1982; Falnes, 1984; Falcão, 2002). 위에 소개한 대부분 연구들은 파력에너지의 추출 효율을 극대화하기 위하여 공진 개념을 이용한다. 보통 입사파 스펙트럼에서 에너지가 밀집된 피크 주파수(Peak frequency)에서 공진이 일어나도록 파력발전 장치를 설계한다. 따라서 설치해역의 입사파와의 공진을 만족하기 위하여 부이의 크기는 커진다. 반면에 입사파 스펙트럼의 피크 주파수보다 높은 고주파수영역에서 공진이 일어나는 소형 부이를 사용하는 경우 원하는 파력에너지를 얻기 위해서는 단일 부이가 아닌 다수의 부이들을 촘촘히 설치 영역내에 배열하여야 한다. 다수의 소형 부이들을 배열하는 경우, 다척도

(Multi-scale) 근사기법을 사용하여 Garnaud and Mei(2009a)와 Garnaud and Mei(2009b)는 입사파와 원형과 스트립 배열된 다수 부이간의 상호작용문제를 다루었다. 한편 다수의 부유체가 놓여 있을 때 부유체간의 상호간섭 효과를 고려한 회절과 방사 문제는 Linton and Evans(1990), Linton and McIver(1996), Chamberlain(2007) 등에 의해 연구되었는데 다수 부유체의 상호작용을 고려한 파력에너지 추출 연구는 Child and Venugopal (2010)에 의해 다루어 졌다. Cho(2014)는 다수 소형 부이들이 원형으로 배열되었을 때 부이가 채워진 수면 전체 면적과 부이의 면적의 비인 Packing ratio와 PTO(Power take-off) 감쇠력, 그리고 배열 반경을 바꿔가면서 원형으로 배열된 다수 부이들에 의한 파력에너지를 구하고, 다수의 소형 부이들을 원형 배열 하였을 때 추출된 파력에너지가 같은 침수 체적을 갖는 단일 대형 부이보다 더 큼을 밝혔다.

Zhao et al.(2010)는 일정한 크기의 구멍이 일정한 간격으로 배열된 유공판(Perforated plate)이 수면 위에 놓여 있을 때 효과적으로 파력에너지를 흡수할 수 있음을 해석이론과 모형실험을 통하여 밝혔다. 그들은 거시적인 관점에서 유공판이 놓인 수면에서의 경계조건식을 유도하였는데 거시적인 관점에서 유공

Received 17 May 2014, revised 2 September 2014, accepted 24 October 2014

Corresponding author Il-Hyoung Cho: +82-64-754-3482, cho0904@jejunu.ac.kr

© 2014, The Korean Society of Ocean Engineers

판을 바라보았을 때 구멍의 크기나 배열 간격과 같은 국부 형상은 중요치 않고 전체 면적에서 뚫린 부분의 면적의 비인 공극율(Porosity)이 파가 유공판을 통과하면서 발생하는 에너지 손실을 결정하는데 중요한 변수임을 밝혔다. 유공판을 통과하면서 발생하는 와류나 박리에 의한 에너지 손실로 인하여 유공판이 놓인 유체영역에서의 고유값은 복소수이며, 여기서 허수부가 에너지 손실의 양을 결정한다. Cho(2013)은 수면 위에 놓인 유공판을 입사파를 차단하는 방파제로 활용이 가능함을 보이는 기초연구를 수행하였다. 이때 유공판이 놓인 유체영역에서 고유값을 구하기 위한 수치해석 방법으로 Steffensen의 축차법(Iteration method)을 사용하였다.

본 연구에서는 단일 부이로부터 추출되는 파력에너지를 먼저 살펴보고, 다수의 소형 부이들이 일정한 간격으로 스트립 배열되었을 때 다수 부이를 통하여 추출되는 에너지의 효율을 구하였다. 소형 부이들로 채워진 수면에서 만족하는 새로운 경계조건식(Garnaud and Mei, 2009a; Garnaud and Mei, 2009b)을 포함한 경계치문제를 구성하고 이를 고유함수전개법(Eigenfunction expansion method)으로 해석하였다. 다수 부이가 촘촘히 채워진 수면에서의 경계조건식은 부이의 바닥면에서의 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건을 결합한 근사식으로 수심, 파장, 배열 폭이 부이의 반경, 흘수, 간격에 비하여 아주 길다는 가정에 기반을 두고 있다(Cho, 2014; Garnaud and Mei, 2009a; Garnaud and Mei, 2009b). 다수 부이가 배열된 유체영역은 배열 폭에 비하여 길이가 무한히 긴 스트립 형태이며, 입사파는 x 축과 임의의 각도로 입사한다. 각 부이에는 PTO 감쇠력으로 모델링된 선형발전기가 설치되어 파력에너지를 흡수한다. 따라서 다수 부이가 배열된 수면에서의 경계조건식내에 PTO 감쇠력이 포함되어 파력에너지를 추출하기 때문에 유공판에 의한 에너지 손실 모델과 같이 고유값은 복소수 값을 갖는다. 고유값을 구하는 수치해석 방법으로 유한요소법과 축차법을 결합하여 사용한 Garnaud and Mei(2009a) 및 Garnaud and Mei(2009b)과 달리 Steffensen의 축차법을 사용하였다(Cho, 2013). 부이가 놓인 수면 전체 면적과 다수 부이의 면적의 비인 Packing ratio와 PTO 감쇠력, 그리고 배열폭을 바꿔가면서 스트립 배열된 다수 부이들에 의한 반사율과 투과율 그리고 에너지 추출 효율(Energy extraction efficiency)을 살펴보았다.

2. 단일 부이를 통한 파력에너지 추출

선형포텐셜이론 아래에서 부이와 선형발전기(Linear generator)가 서로 연성된 운동방정식을 유도하고 이를 풀어 부이의 수직운동 변위와 부이를 통하여 추출되는 파력에너지를 구하였다. 운동방정식내의 부가질량(Added mass)과 방사감쇠계수(Radiation damping coefficient) 그리고 파기진력(Wave exciting force)을 구하기 위한 해석방법으로 고유함수전개법을 사용하였다(Cho and Kweon, 2011). 해석모델은 Fig. 1에 나타난 바와 같이 반경 a , 흘수 d 인 원형 실린더 부이로 수심 h 인 수면 위에 떠 있다. 파랑중 부이는 전후/수직/중 운동을 하는데 본 연구에서는 실제 파력에너지 추출에 활용되는 수직운동만을 고려하였다. 입사파를 주파수 ω 를 갖는 규칙파라 가정하면 속도포텐셜과 수직운동 변위는

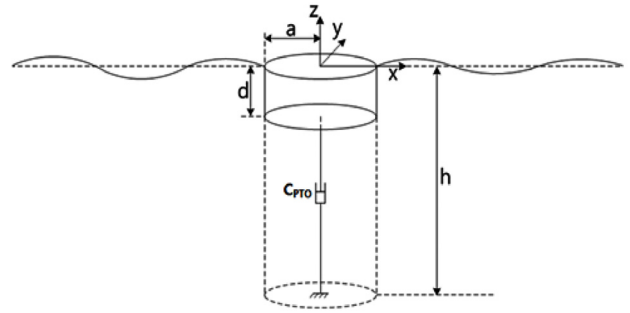


Fig. 1. Definition sketch of a single WEC in waves

$\Phi(r, \theta, z, t) = Re\{\phi(r, \theta, z)e^{-i\omega t}\}$, $\zeta(t) = Re\{\xi e^{-i\omega t}\}$ 라 쓸 수 있다. 이 때 전체포텐셜(ϕ)은 식 (1)과 같이 회절포텐셜(ϕ_D)와 방사포텐셜(ϕ_R)의 합으로 표현된다.

$$\phi(r, \theta, z, t) = A\phi_D(r, \theta, z) - i\omega\xi\phi_R(r, \theta, z) \quad (1)$$

여기서 A 는 입사파의 진폭이며, ξ 는 부이의 수직운동 복소진폭이다.

질량 $m(= \rho g \pi a^2 d)$ 인 부이가 수직운동을 할 때 운동방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{\zeta}(t) = F_{ex}(t) + F_{rad}(t) + F_{res}(t) \quad (2)$$

여기서 $F_{ex}(t)(= Re\{X_3 e^{-i\omega t}\})$ 는 수직방향 파기진력으로 회절포텐셜을 물체표면을 따라 적분하여 구할 수 있다. $F_{rad}(t)$ 는 동유체력으로 방사포텐셜을 적분하여 구하는데, 가속도에 비례하는 부가질량력($-a_{33}\ddot{\zeta}(t)$)과 속도에 비례하는 방사감쇠력($-b_{33}\dot{\zeta}(t)$)의 합으로 표현된다. 마지막 항인 $F_{res}(t)(= -\rho g \pi a^2 \zeta)$ 는 복원력인 정유체력이다.

식 (2)로부터 주파수영역에서의 수직운동 RAO(Response amplitude operator)는 아래식과 같다.

$$\left| \frac{\xi}{A} \right| = \sqrt{\frac{|X_3|^2}{[\rho g \pi a^2 - \omega^2(m + a_{33})]^2 + (\omega b_{33})^2}} \quad (3)$$

여기서 부이의 형상과 주파수의 함수인 a_{33} , b_{33} , X_3 는 회절문제와 방사문제를 풀어 구할 수 있다.

부이의 비감쇠 고유주파수(Undamped natural frequency)는 아래와 같다.

$$\omega_N = \sqrt{\frac{\rho g \pi a^2}{m + a_{33}(\omega_N)}} \quad (4)$$

식 (4)는 주파수별로 미리 구해놓은 부가질량 $a_{33}(\omega)$ 을 가지고 축차법을 사용하여 계산된다.

부이의 운동에너지로부터 전기에너지를 추출하기 위해서는 2차 변환장치로 선형발전기를 사용하는데 이때 부이와 함께 움직이는 영구자석의 운동방향과 반대방향으로 작용하는 PTO 감쇠력이 존재한다. 본 연구에서는 편의상 PTO 감쇠력이 영구자석의 운동속도에 선형적으로 비례한다고 가정하였다.

$$F_{PTO} = -c_{PTO}\dot{\xi}(t) \tag{5}$$

여기서 비례상수 c_{PTO} 를 PTO 감쇠계수라 부르며, 선형발전기의 고정자(코일)와 가동자(영구자석)의 형상과 코일의 감긴 모양, 구동 주파수와 밀접한 관련이 있다.

부이에 선형발전기를 연결하였을 때 식 (3)에 PTO 감쇠력이 포함된다. PTO 감쇠계수와 방사감쇠계수의 비를 $f = c_{PTO}/b_{33}$ 라 하면 선형발전기와 연결된 부이의 수직운동 RAO는 다음과 같다.

$$\left| \frac{\xi}{A} \right| = \sqrt{\frac{|X_3|^2}{[\rho g \pi a^2 - \omega^2(m + a_{33})]^2 + [\omega b_{33}(1+f)]^2}} \tag{6}$$

부이의 수직운동으로부터 추출되는 시간평균 파력에너지는 아래와 같다.

$$\frac{\bar{P}}{A^2} = \frac{1}{2} f b_{33} \omega^2 \left| \frac{\xi}{A} \right|^2 \tag{7}$$

특히, 공진 조건($\omega = \omega_N$)에서의 시간평균 파력에너지 \bar{P} 는 아래와 같다.

$$\frac{\bar{P}}{A^2} = \frac{1}{2} \frac{|X_3(\omega_N)|^2}{b_{33}(\omega_N)} \frac{f}{(1+f)^2} \tag{8}$$

여기서 $f/(1+f)^2$ 는 $f=1$ 일 때 최대값 1/4을 갖는다. $f=1$ 즉, PTO 감쇠계수가 방사감쇠계수와 같을 때($c_{PTO} = b_{33}$), 파력에너지의 최대값을 얻을 수 있다.

$$\frac{\bar{P}_{max}}{A^2} = \frac{1}{8} \frac{|X_3(\omega_N)|^2}{b_{33}(\omega_N)} \tag{9}$$

시간평균 파력에너지의 최대값 \bar{P}_{max} 와 단위 폭을 갖는 입사파의 시간평균 파랑에너지의 비는 다음과 같으며, 이를 최대 취득폭(Capture width)이라 부른다.

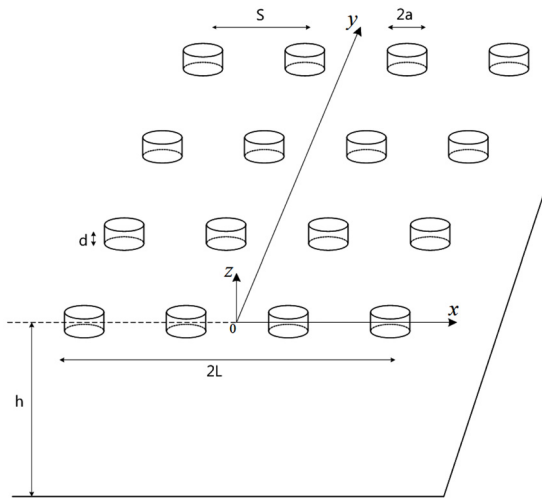
$$C_{max} = \frac{\frac{1}{8} |X_3(\omega_N)|^2 A^2 / b_{33}(\omega_N)}{\frac{1}{2} \rho g A^2 C_g} = \frac{|X_3(\omega_N)|^2}{4 \rho g C_g b_{33}(\omega_N)} \tag{10}$$

여기서 $C_g = \frac{1}{2} \frac{\omega}{k} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$ 는 군속도(Group velocity)이다.

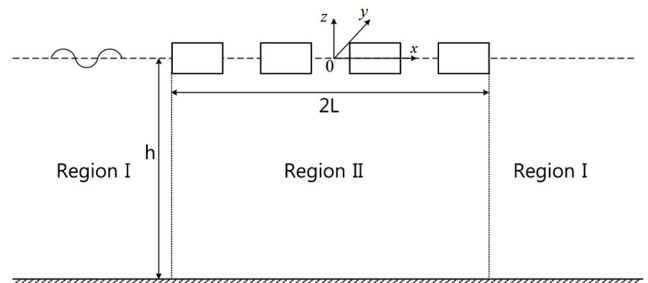
한편, 시간평균 파력에너지 \bar{P} 와 단위 폭을 갖는 입사파의 시간평균 파랑에너지의 비를 취득폭이라 하며 기호로 C_w 로 쓴다.

$$C_w = \frac{\bar{P}}{P_{max}} \frac{|X_3(\omega_N)|^2}{4 \rho g C_g b_{33}(\omega_N)} = \eta_{mech} \frac{|X_3(\omega_N)|^2}{4 \rho g C_g b_{33}(\omega_N)} \tag{11}$$

여기서 효율 $\eta_{mech} (= \bar{P}/\bar{P}_{max})$ 는 실제 추출된 파력에너지와 파력에너지의 최대값의 비를 나타내며 공진 조건($\omega = \omega_N$)을 만족하고 동시에 최적의 PTO 감쇠계수($c_{PTO} = b_{33}$)를 갖게 되면 1이 된다.



(a) 3-D view of a compact strip array



(b) Side view of an infinitely long array of finite width

Fig. 2. Definition sketch of a strip array of small buoys

3. 다수 부이들을 통한 파랑에너지 추출

부이(반지름 a , 홀수 d)가 일정한 간격(s)을 가지고 균일하게 배열 폭이 $2L$, 길이가 무한대인 영역내에 배열되어 있다고 생각하자(Fig. 2 참조). 이때 입사파는 x 축과 경사각도 θ 를 가지고 진행한다.

Fig. 2에 주어진 해석모델에 대한 경계치문제를 구성하기 위하여 선형포텐셜이론을 가정하여 속도포텐셜을 도입한다. 파동장이 주파수 ω 을 갖고 조화운동을 하면 속도포텐셜을 시간과 공간의 함수로 분리하여 $\Phi(x, y, z, t) = \text{Re}\left\{-\frac{ig}{\omega} A\Psi(x, y, z)e^{-i\omega t}\right\}$ 로 쓸 수 있다. 다수의 부이들이 배열된 유체영역의 폭($2L$)에 비하여 길이가 무한히 길다고 가정하면 $\Psi(x, y, z)$ 는 y 축에 대해 주기함수이므로 $\Psi(x, y, z) = \phi(x, z)e^{ik\sin\theta y}$ 로 쓸 수 있다. 이때 속도포텐셜 $\phi(x, z)$ 는 지배방정식으로 Helmholtz 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2\phi - (k\sin\theta)^2\phi = 0 \quad (12)$$

다수의 부이들이 일정한 간격으로 배열되어 있을 때 부이간의 상호 간섭효과를 정확히 고려하기 위해서는 복잡한 계산과 정교한 많은 계산시간이 필요하다. 본 연구에서는 다수 부이들 각각에 의하여 추출되는 파력에너지를 엄밀하게 구하는 해석법이 아닌 근사해법을 사용하였다. 이를 위하여 거시적 규모(Macro-scale)의 길이 척도를 갖는 입사파의 파장(λ), 수심(h), 배열 폭($2L$)이 미시적 규모(Micro-scale)의 길이 척도를 갖는 반지름(a), 홀수(d), 배열 간격(s)에 비하여 훨씬 길다고 가정한다. 이를 수식으로 정리하면 아래 식과 같다.

$$\mu = \frac{a}{h} \ll 1, \quad O(a) = O(d) = O(s), \quad kh = kL = O(1) \quad (13)$$

이와 같이 해석모델 내에 크기가 전혀 다른 2개의 길이 차원이 공존할 때 다척도 기법을 적용하여 근사해를 구한다. 거시적 관점에서 새로 유도한 수면에서의 경계조건식을 포함한 경계치문제를 풀어 스트립 배열된 부이로부터 추출되는 전체 파력에너지를 구한다.

다수의 부이들이 일정한 간격으로 분포된 수면에서 만족하는 경계조건식은 다음과 같다(Garnaud and Mei, 2009a).

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \left[1 + p \left(\frac{1}{1 - i\omega c_{PTO}^*} - 1 \right) \right] \phi = 0, \quad z=0, |x| \leq L \quad (14)$$

여기서 $c_{PTO}^* = c_{PTO}/\rho g \pi a^2$ 는 부이의 복원력 계수로 나눈 PTO 감쇠계수이며, $p (= \pi a^2/s^2)$ 는 다수 부이가 놓인 수면의 전체 면적에 대한 부이가 차지하는 면적의 비로 packing ratio라 부른다. 반경의 범위가 $0 < a < s/2$ 이므로, p 의 범위는 $0 < p < \frac{\pi}{4}$ 이다. 또한 $p \rightarrow 0$ 는 수면 위에 부이가 존재하지 않는 경우를 의미하며

식 (14)는 잘 알려진 자유표면 경계조건식 ($\frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g}\phi = 0$)으로 바뀐다.

Helmholtz 방정식과 경계조건식들로 구성된 경계치문제를 고유함수 전개법을 사용하여 풀기 위하여 유체영역을 Fig. 2b와 같이 영역 (I)과 영역 (II)로 나눈다. 영역 (I)은 $|x| \geq L$, 영역 (II)는 $|x| \leq L$ 으로 정의된다. 다수의 부이가 배열된 스트립 영역은 z 축에 대해 대칭구조이므로 속도포텐셜을 z 축에 대칭 해(ϕ^+)와 비대칭 해(ϕ^-)로 나누어 경계치문제를 따로 풀고 두 해를 더하여 전체 해($\phi = \phi^+ + \phi^-$)를 구한다. 이러한 방법을 사용하면 일부 영역($x \leq 0$)의 해로부터 나머지 영역($x \geq 0$)의 해를 대칭관계식($\phi^+(x, z) = \phi^+(-x, z), \phi^-(x, z) = -\phi^-(-x, z)$)를 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 영역 (I)에서의 속도포텐셜은 Helmholtz 방정식과 자유표면 경계조건식, 해지면 경계조건식($\partial\phi/\partial z = 0$), 그리고 방사경계(Radiation boundary) 조건식을 만족하며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi_1^\pm(x, z) = \left\{ \left(\frac{1}{2} e^{-\alpha_n(x+L)} + A_n^\pm e^{\alpha_n(x+L)} \right) I_0 f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^\pm e^{\alpha_n(x+L)} f_n(z) \right\} \quad (15)$$

여기서 $I_0 = N_{10}/\cosh kh$, $\alpha_n = \sqrt{k_n^2 + (k\sin\theta)^2}$ 이고, $n=0$ 는 진행파(Propagating waves) 성분을 나타내며, $n \geq 1$ 은 비진행파(Evanescent waves) 성분들을 나타낸다. 영역 (I)에서의 고유값($k_0 = -ik$, $k_n, n=1, 2, \dots$)은 잘 알려진 선형분산식($k_n \tan k_n h = -\omega^2/g$)을 만족하며, 고유함수 $f_n(z)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$f_n(z) = N_{1n}^{-1} \cos k_n(z+h), \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

$$(N_{1n})^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin 2k_n h}{2k_n h} \right)$$

영역 (I)에서의 고유함수 $f_n(z)$ 는 아래와 같은 직교성(Orthogonality)을 만족한다.

$$\frac{1}{h} \int_{-h}^0 f_m(z) f_n(z) dz = \delta_{mn} \quad (17)$$

여기서 δ_{mn} 는 $m=n$ 일 때 $\delta_{mn}=1$, $m \neq n$ 일 때 $\delta_{mn}=0$ 으로 정의된 Kronecker delta이다.

Helmholtz 방정식과 경계조건식(14) 그리고 해지면 경계조건식을 만족하는 영역 (II)에서의 속도포텐셜을 변수분리법을 사용하여 구하면 다음과 같다.

$$\phi_2^\pm(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^\pm \left(\frac{e^{i\alpha_n x} \pm e^{-i\alpha_n x}}{2} \right) F_n(z) \quad (18)$$

여기서 $\alpha_{2n} = \sqrt{K_n^2 - (k \sin \theta)^2}$ 이다.

영역 (II)의 z 축 방향의 고유함수($F_n(z)$)는 아래 주어진 Stüm-Liouville형 고유치문제를 만족한다.

$$\begin{cases} \frac{d^2 F_n}{dz^2} - K_n^2 F_n = 0, & -h \leq z \leq 0 \\ \frac{dF_n}{dz} - \sigma^2 F_n = 0, & z = 0 \\ \frac{dF_n}{dz} = 0, & \text{on } z = -h \end{cases} \quad (19a,b,c)$$

여기서 $\sigma^2 = \frac{\omega^2}{g} \left[(1-p) + p \left(\frac{1}{1-i\omega c_{PTO}^*} \right) \right]$ 이며, 식 (19a)와 (19c)를 만족하는 고유함수는 $F_n(z) = C_n \cosh K_n(z+h)$ 이며, 이 함수를 식 (19b)에 대입하면 고유값 $K_n, (n=1,2,\dots)$ 은 아래 주어진 분산식을 만족한다.

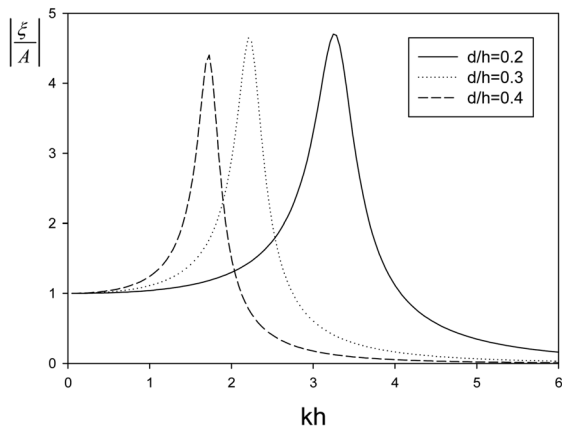
$$W(K_n) = K_n \sinh(K_n h) - \sigma^2 \cosh(K_n h) = 0 \quad (20)$$

식 (20)에 주어진 비선형 방정식의 복소해를 얻기 위하여 Steffensen의 축차법을 사용하였다(Mathews and Fink, 2004). 이 수치해법은 3개의 초기값 $(K_0, W(K_0)), (K_1, W(K_1)), (K_2, W(K_2))$ 을 가지고 출발하는 축차법으로 비선형 방정식의 복소해를 구하는데 많이 이용된다. 첫 번째 초기값을 가정하고 나머지 초기값들을 Newton-Rapson 방법을 이용하여 구한다(Cho, 2013).

고유함수의 직교성 $\left(\frac{1}{h} \int_{-h}^0 F_m(z) F_n(z) dz = \delta_{mn} \right)$ 을 만족하도록 정규화된(Normalized) 고유함수를 구하면 다음과 같다.

$$F_n(z) = N_{2n}^{-1} \cosh K_n(z+h) \quad (21)$$

여기서 $(N_{2n})^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sinh 2K_n h}{2K_n h} \right)$ 이다.



(a) $c_{PTO} = 0$

영역 (I)과 영역 (II)의 미지수 $A_n^\pm, B_n^\pm (n=0,1,2,\dots)$ 는 두 영역이 만나는 $x=-L$ 에서 속도포텐셜과 수평방향 속도가 서로 같다는 정합조건식으로부터 미지수 A_m^\pm 에 대한 대수방정식을 유도할 수 있다.

$$A_m^\pm + \sum_{l=0}^N F_{ml}^\pm A_l^\pm = -I_0 \delta_{m0}, \quad m = 0,1,2,\dots,N \quad (22)$$

여기서 $F_{ml} = i \sum_{n=0}^N C_{ln} C_{mn} \frac{\alpha_{1l} (e^{-i\alpha_{2l}L} \pm e^{i\alpha_{2l}L})}{\alpha_{2n} (e^{-i\alpha_{2n}L} \mp e^{i\alpha_{2n}L})}$ 이다.

위의 대수방정식을 풀어 미지수 $(A_m^\pm, m=0,1,2,3,\dots,N)$ 을 구하고 영역 (II)에서의 미지수 $(B_m^\pm, m=0,1,2,3,\dots,N)$ 는 아래식으로부터 구할 수 있다.

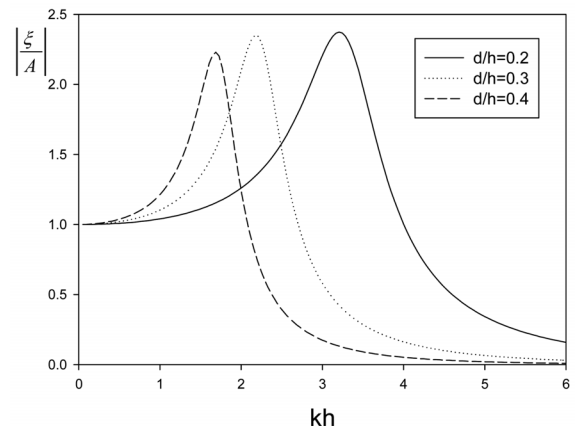
$$B_m^\pm = \frac{-2i \sum_{l=0}^N \alpha_{1l} A_l^\pm C_{lm}}{\alpha_{2m} (e^{-i\alpha_{2m}L} \mp e^{i\alpha_{2m}L})}, \quad m = 0,1,2,\dots,N \quad (23)$$

배열된 다수 부이들에 의한 반사율과 투과율 그리고 다수의 부이들로부터 추출되는 에너지 효율은 다음과 같다.

$$R_f = |1 + (A_o^+ + A_o^-)/I_0|, \quad T_r = |(A_o^+ - A_o^-)/I_0|, \quad \epsilon = 1 - R_f^2 - T_r^2 \quad (24)$$

4. 계산결과 및 고찰

Fig. 3은 선형발전기를 부이에 연결하지 않았을 때(식 3)와 선형발전기를 연결한 경우(식 6)에 대한 수직운동 RAO를 그렸다. 부이의 반경과 흘수는 같다고 가정하였고 선형발전기의 PTO 감쇠계수(c_{PTO})는 최적 조건($c_{PTO} = b_{33}$)에서의 값을 취하였다. 선형발전기가 연결되었을 때 PTO 감쇠력이 발생하므로 특히 공진주파수 주변에서의 수직운동 RAO가 1/2로 크게 줄어든



(b) $c_{PTO} = b_{33}$

Fig. 3. Heave RAO of a single buoy of different draft as a function of kh for $a=d$

것을 볼 수 있다. 수심으로 무차원화된 부이의 흘수(d/h)가 감소할수록 공진을 일으키는 kh 값이 오른쪽으로 다시 말하여 고주파수영역으로 이동함을 볼 수 있다. 공진주파수는 부이의 수직운동 고유주파수를 구하는 식 (4)로부터 얻어지며 질량에 비하여 부가질량이 상대적으로 작은 경우에는 공진주파수는 $\omega_N \approx \sqrt{g/d}$ 로 근사된다. 따라서 공진주파수는 부이의 흘수에 의해 결정되며 반경은 중요한 영향을 미치지 않는다. 3개의 무차원화된 흘수($d/h=0.2, 0.3, 0.4$)에 대한 공진주파수 kh 는 각각 3.2, 2.2, 1.7으로 피크값에서의 주파수와 일치한다.

Fig. 4는 Fig. 3과 같은 계산조건하에서 추출된 파력에너지와 단위 폭을 갖는 입사파의 시간평균 파랑에너지의 비인 길이 차원을 갖는 취득폭(C_w)을 보여주고 있다. 예상대로 취득폭의 피크값은 Fig. 3에서 살펴본 공진주파수($kh=3.2, 2.2, 1.7$)에서 나타난다. 또한 Fig. 3의 수직운동 RAO와 마찬가지로 부이의 흘수가 감소함에 따라 피크값이 고주파수영역으로 이동하며 피크값을 나타내는 주파수의 범위가 증가하는 경향을 보여주고 있다. 또한 흘수가 증가함에 따라 취득폭은 다소 커지는 경향을 보여 주는데, 이는 취득폭이 파기진력의 제공에 비례하기 때문이다.

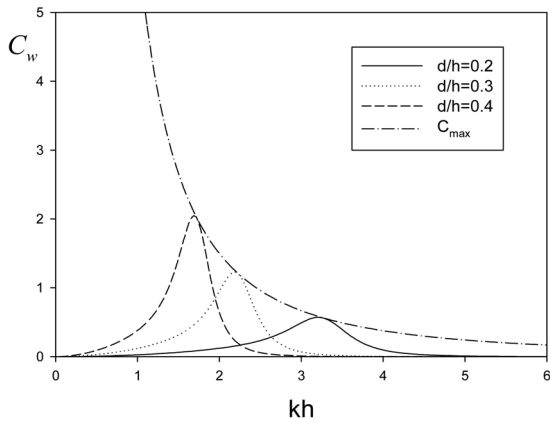


Fig. 4. Capture width for a single buoy of different draft as a function of kh for $a=d$

지금까지 단일 부이를 통한 파력에너지 추출에 대하여 살펴 보았다. 본 연구의 핵심인 다수 부이 배열을 통한 파력에너지 추출문제로 넘어가기에 앞서 Steffensen의 축차법을 사용하여 식 (20)에 주어진 비선형 방정식을 풀어 다수 부이가 놓인 영역 내의 고유값 $K_n, (n=1,2,\dots,10)$ 을 구하여야 한다. 계산결과를 3개의 무차원화된 주파수($\omega\sqrt{h/g}=0.5, 1.0, 2.0$)에 대하여 Table 1에 정리하였다. 이 계산결과는 Garnaud and Mei(2009a)의 수치계산결과와 정확히 일치한다. 그들은 축차법 알고리즘을 사용하여 해를 구하였는데 축차법의 초기값들을 얻기 위하여 식 (19)에 주어진 고유치 문제를 유한요소법을 이용하여 풀었다. Fig. 5는 $c_{PTO}^*=1.0$ 일 때 고유값의 이동경로를 pcking ratio(p)를 0부터 $\pi/4$ 까지 변화시키면서 살펴보았다. x 축은 고유값의 실수부를 y 축을 허수부로 잡고 그렸다. p 가 작다는 것은 수면 위에 부이가 적게 놓여 있는 경우를 p 가 크다는 것은 수면 위에 다수의 부이들로 촘촘히 채워져 있음을 의미한다. $p=0$ 은 부이가 없는 경우로 이때 영역 (II)의 고유값은 영역 (I)의 고유값과 일치한다. p 가 커짐에 따라 다수 부이를 통하여 파력에너지가 추출되어 빠져나가므로 고유값들은 복소수 값을 갖는다. 특히 첫 번

Table 1. First ten eigenvalues for $c_{PTO}^*=1.0$ and $p=0.2$

K_n	$\omega\sqrt{\frac{h}{g}}=0.5$	$\omega\sqrt{\frac{h}{g}}=1$	$\omega\sqrt{\frac{h}{g}}=2$
1	0.5107+0.0230i	1.1165+0.0835i	3.3669+0.3159i
2	6.6600e-3+3.0634i	0.0357+2.8342i	0.0545+2.1332i
3	3.2200e-3+6.2448i	0.0163+6.1376i	0.0449+5.7538i
4	2.1300e-3+9.3993i	0.0107+9.3286i	0.0322+9.0697i
5	1.6000e-3+12.5473i	8.0100e-3+12.4945i	0.0247+12.2996i
6	1.2800e-3+15.6927i	6.3900e-3+15.6505i	0.0200+15.4944i
7	1.0600e-3+18.8368i	5.3200e-3+18.8017i	0.0168+18.6715i
8	9.1000e-4+21.9802i	4.5600e-3+21.9502i	0.0144+21.8385i
9	8.0000e-4+25.1232i	3.9900e-3+25.0969i	0.0126+24.9991i
10	7.1000e-4+28.2658i	3.5400e-3+28.2425i	0.0113+28.1556i

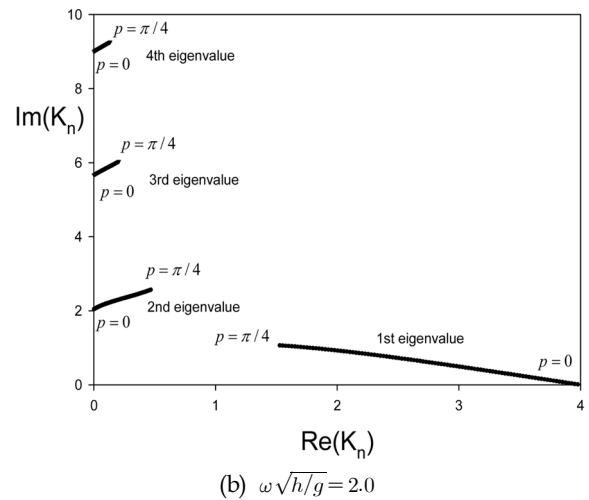
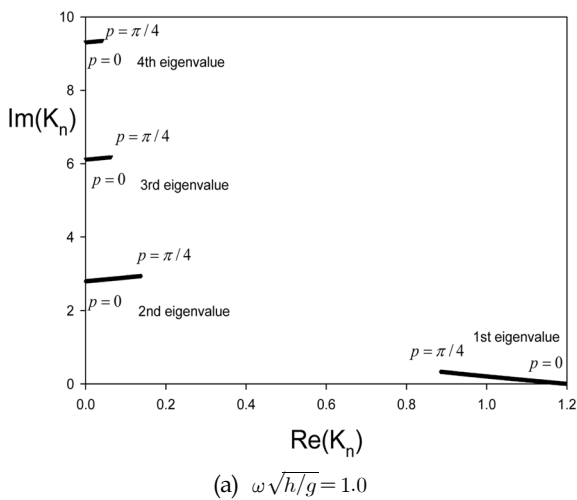


Fig. 5. Behavior of complex number for first four eigenvalues as function of packing ratio ($c_{PTO}^*=1.0$)

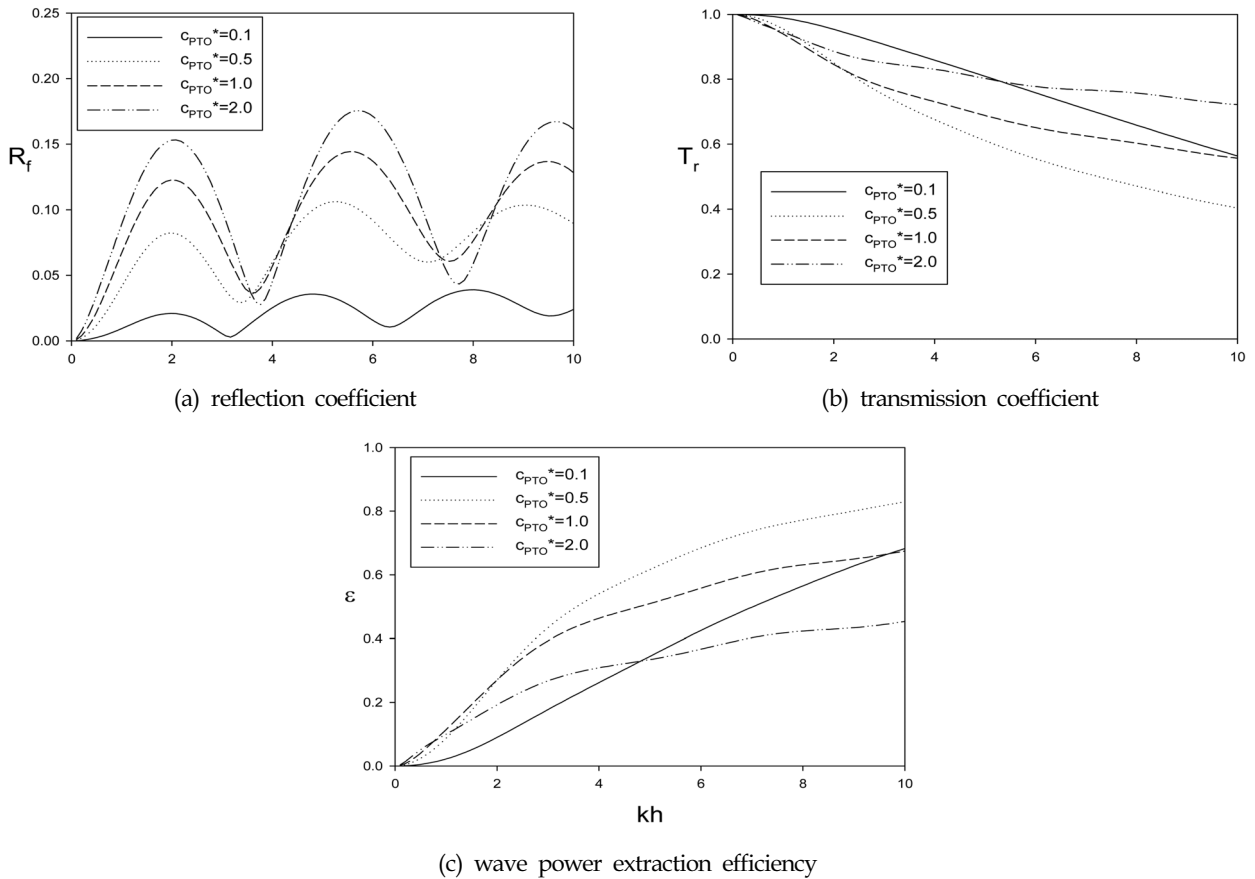


Fig. 6. Reflection coefficient (a) transmission coefficient (b) and wave power extraction efficiency (c) for a strip array of buoys with various PTO damping coefficients c_{PTO}^* as a function of kh for $L/h = 0.5$, $p = 0.2$, $\theta = 0^\circ$

째 고유값(1st eigenvalue)의 허수부가 파력에너지 추출량과 밀접한 관련이 있으며 이 값의 증가는 파력에너지 추출량의 증가를 의미한다. $p = \pi/4$ 까지 파력에너지 추출량을 계속 높일 수 있으나 부이를 더욱더 촘촘히 배열해야 하므로 부이의 개수가 증가하게 된다.

Fig. 6은 $L/h = 0.5$, $p = 0.2$ 일 때 수면 위에 균일하게 배열된 다수 부이들에 의한 반사율과 투과율 그리고 에너지 추출 효율(ϵ)을 입사파의 파장과 PTO 감쇠계수를 바꿔가면서 살펴보았다. 입사파의 에너지에서 반사파와 투과파의 에너지를 뺀 추출 효율은 0과 1사이의 값을 가지며 추출 효율 1은 파랑에너지가 모두 부이의 운동에너지로 변환되었음을 의미한다. 반사율은 PTO 감쇠계수가 증가함에 따라 커짐을 보여주고 있다. 투과율은 $c_{PTO}^* = 0.5$ 일 때 최소값을 보이지만 c_{PTO}^* 변화에 따라 특정한 패턴을 보여주고 있지 못하다. 에너지 추출 효율(ϵ)은 $c_{PTO}^* = 0.5$ 일 때 파장에 관계없이 최대값을 보이고 있다. 2장에서 단일 부이의 경우 최대 파위는 최적 조건인 $c_{PTO} = b_{33}$ 일 때 일어나지만 다수 부이를 배열한 경우에는 부이들에 의해 추출되는 최대 파력에너지는 $c_{PTO}^* \approx 0.5$ 일 때 발생한다.

Fig. 7은 $p = 0.2$ 로 고정시키고 배열 폭(L/h)을 바꿔가면서 반사율과 투과율 그리고 에너지 추출 효율을 그렸다. PTO 감쇠계수는 Fig. 6에서 최대 추출 효율이 나타나는 $c_{PTO}^* = 0.5$ 을 사용

하였다. 반사율은 배열 폭과 파장에 따라 변하지만 특정한 패턴을 보여주고 있지 않다. 그러나 투과율은 예상대로 배열 폭이 증가함에 따라 일정하게 줄어들고 있음을 보여주고 있다. 따라서 투과율이 줄어든 만큼 다수 부이를 통한 에너지 추출 효율은 커진다. Fig. 7c에서 배열 폭이 수심의 4배이고 kh 가 2이상이면 입사파 에너지의 80% 이상이 부이의 운동에너지로 변환된다. Fig. 6과 마찬가지로 $p = 0.2$ 인 상태에서 배열 폭이 증가한다는 것은 더 많은 부이가 제작되어 투입됨을 의미하므로 경제성을 검토하여 적절한 배열 폭을 선정하여야 한다.

Fig. 8은 배열 폭을 $L/h = 0.5$ 로 고정시키고 p 를 0.1, 0.2, 0.4, 0.7로 바꿔가면서 반사율과 투과율 그리고 에너지 추출 효율을 그렸다. p 가 커짐은 정해진 설치 영역내에 부이의 개수가 증가함을 의미한다. 따라서 p 가 커질수록 반사율은 증가하고 투과율은 감소하는 경향을 보여주고 있다. 에너지 추출 효율도 p 가 클수록 증가하는 경향을 보여주나 $kh = 7$ 보다 큰 단파영역에서는 $p = 0.4$ 일 때 에너지 추출 효율이 $p = 0.7$ 보다 오히려 높음을 볼 수 있다.

지금까지 계산결과는 입사파가 x 축 방향으로 진행한다고 가정하였다. Fig. 9는 입사파의 경사각도 변화에 따른 반사율, 투과율, 에너지 추출 효율을 보여주고 있다. p 는 0.2이며, 무차원화된 배열 폭(L/h)은 0.5이다. 경사각도 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 에 대해

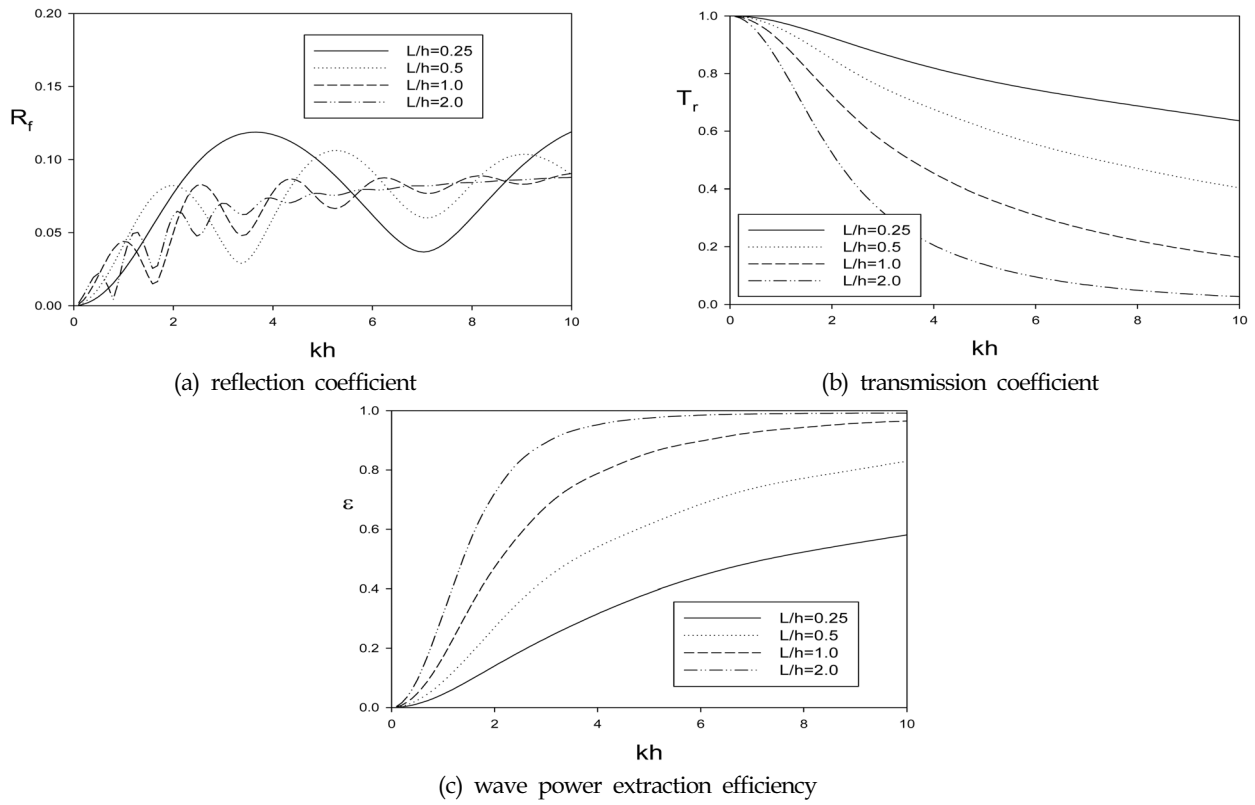


Fig. 7. Reflection coefficient (a) transmission coefficient (b) and wave power extraction efficiency (c) for a strip array of buoys with various array widths L/h as a function of kh for $c_{PTO}^* = 0.5$, $p = 0.2$, $\theta = 0^\circ$

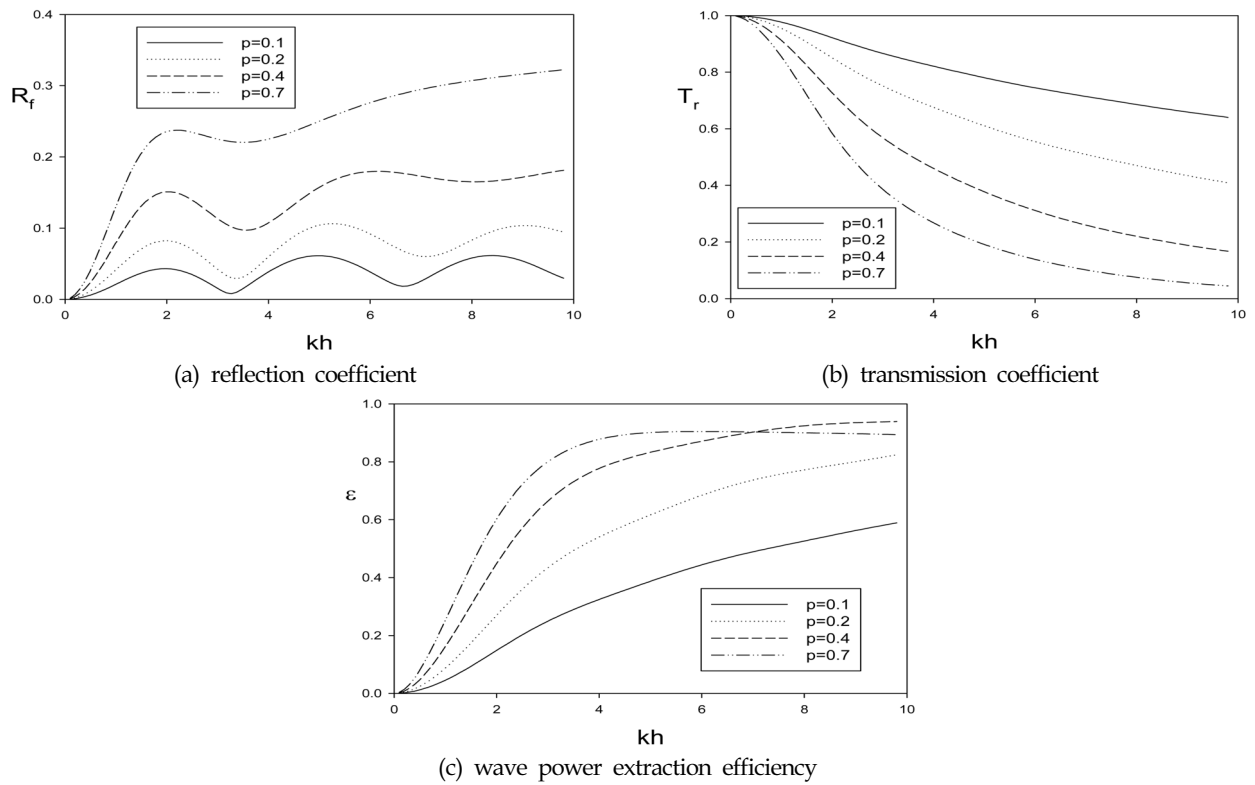


Fig. 8. Reflection coefficient (a) transmission coefficient (b) and wave power extraction efficiency (c) for a strip array of buoys with various packing ratios p as a function of kh for $c_{PTO}^* = 0.5$, $L/h = 0.5$, $\theta = 0^\circ$

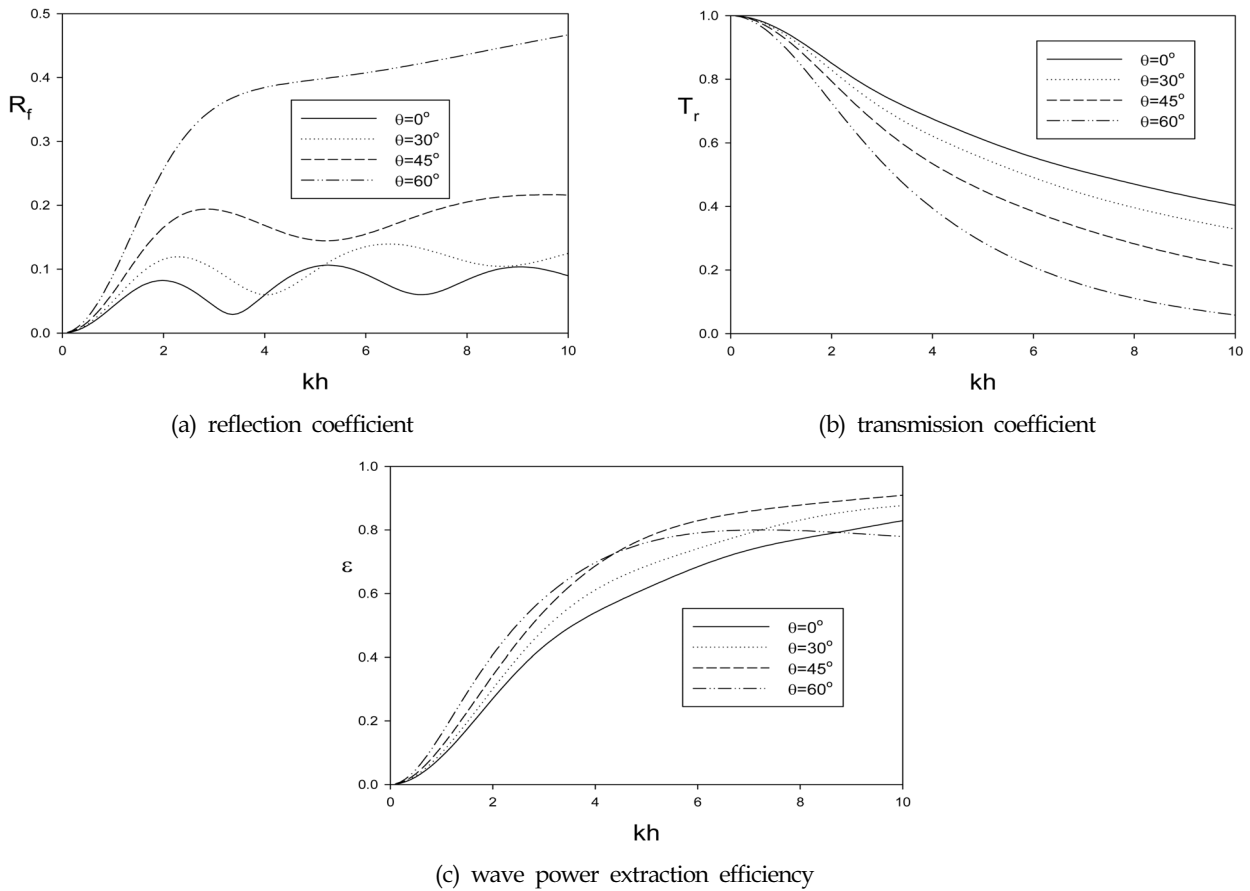


Fig. 9. Reflection coefficient (a) transmission coefficient (b) and wave power extraction efficiency (c) for a strip array of buoys with various incidence angles as a function of kh for $c_{PTO}^* = 0.5, p = 0.2, L/h = 0.5$.

여 비교한 결과 입사각도가 증가함에 따라 반사율은 증가하며 투과율은 감소하는 경향을 보여주고 있다. 그러나 에너지 추출 효율은 입사각도에 따라 크게 영향을 받지 않았다.

5. 결 론

유체영역내에 다수의 부이를 일정한 간격으로 스트립 배열하였을 때 다수 부이를 통한 에너지 추출 효율을 입사파의 파장, 입사각도, PTO 감쇠계수, packing ratio, 배열 폭을 변화시키면서 살펴보았다.

(1) 다수 부이가 스트립 영역내에 일정한 간격을 가지고 배열되었을 때 다수 부이가 놓인 영역에서의 z 방향 고유값 $K_n, (n = 1, 2, \dots, 10)$ 을 Steffensen의 축차법을 사용하여 구하였다. 계산결과는 다른 수치해법을 사용한 Garnaud and Mei(2009a)와 Garnaud and Mei(2009b)의 계산결과와 잘 일치하였다.

(2) 단일 부이를 통하여 추출 할 수 있는 파력에너지의 최대 값은 잘 알려진 최적 조건($c_{PTO} = b_{33}$)에서 일어나지만 다수 부이를 스트립 영역내에 배열한 경우, 최대 추출 효율은 파장에 관계없이 $c_{PTO}^* \approx 0.5$ 일 때 발생하였다.

(3) 고정된 packing ratio에 대하여 배열 폭을 증가시키면 투

과율은 줄어들고 에너지 추출 효율은 증가한다. 또한 배열 폭을 고정시키고 packing ratio를 증가시키면 투과율은 감소하고 반사율과 에너지 추출 효율은 증가하는 경향을 보여주었다. 두 경우 모두 에너지의 추출 효율은 증가하나 많은 양의 부이가 제작되어 설치되어야 하므로 경제성을 검토하여 적절한 배열 간격과 부이의 개수를 선택하여야 한다. 한편 에너지 추출 효율은 입사각도에 따라 큰 변화가 나타나지 않았다.

(4) 본 해석방법은 입사파의 파장, 수심, 배열 폭이 부이의 크기와 배열 간격에 비하여 아주 커서 부이간의 상호간섭 효과가 약하다는 가정을 전제로 거시적인 관점에서 살펴본 근사해이다. 따라서 배열된 각 부이간의 상호간섭 효과를 정확히 고려하여 파력에너지를 정확히 산정하기에는 어려움이 있지만 실해역에 적용하기에 앞서 배열된 부이들을 통하여 추출 가능한 전체 파력에너지의 근사값을 추정하거나 다수 부이의 배치안의 기초자료로 활용하는데 도움을 줄 것이다.

후 기

본 연구는 해양수산부의 해양청정에너지개발사업"10MW급 부유식 파력-해상풍력 연계형 발전시스템 개발 및 인프라 구축"의 지원으로 수행되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다.

References

- Black, J.L., Mei, C.C., Bray, M.C.G., 1971. Radiation and Scattering of Water Waves by Rigid Bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 46(1), 151-164.
- Budal, K., Falnes, J., 1975. A Resonant Point Absorber of Ocean-Wave Power. *Nature*, 256, 478-479.
- Chamberlain, P.G., 2007. Water Wave Scattering by Finite Arrays of Circular Structures. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 72(1), 52-56.
- Child, B.F.M., Venugopal, V., 2010. Optimal Configuration of Wave Energy Device Arrays. *Ocean Engineering*, 37(16), 1402-1417.
- Cho, I.H., 2013. Reflection and Transmission Coefficients by a Surface-Mounted Horizontal Porous Plate. *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, 25(5), 327-334.
- Cho, I.H., Kweon, H.M., 2011. Extraction of Wave Energy Using the Coupled Heaving Motion of a Circular Cylinder and Linear Electric Generator. *Journal of Ocean Engineering and Technology*, 25(6), 9-16.
- Cho, I.H., 2014. Wave-Energy Extraction by a Compact Circular Array of Buoys. *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, 26(2), 103-111.
- Falcão, A.F. de O., 2002. Wave-Power Absorption by a Periodic Linear Array of Oscillating Water Columns. *Ocean Engineering*, 29(4), 1164-1186.
- Falnes, J., 1980. Radiation Impedance Matrix and Optimum Power Absorption for Interacting Oscillators in Surface Waves. *Applied Ocean Research*, 2, 75-80.
- Falnes, J., Budal, K., 1982. Wave-Power Absorption by Parallel Rows of Interacting Oscillating Bodies. *Applied Ocean Research*, 4(4), 194-207.
- Falnes, J., 1984. Wave-Power Absorption by an Array of Attenuators Oscillating with Unconstrained Amplitudes. *Applied Ocean Research*, 6(1), 16-22.
- Garnaud, X., Mei, C.C., 2009a. Wave Power Extraction by a Compact Array of Buoys. *Journal of Fluid Mechanics*, 635, 389-413.
- Garnaud, X., Mei, C.C., 2009b. Comparison of Wave Power Extraction by a Compact Array of Small Buoys and by a Large Buoy. *Proceedings of the 8th European Wave and Tidal Energy Conference*, Uppsala, Sweden.
- Garrett, C.J.R., 1971. Wave Forces on a Circular Dock. *Journal of Fluid Mechanics*, 46(1), 129-139.
- Linton, C.M., Evans, D.V., 1990. The Interaction of Waves with Arrays of Vertical Cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, 215, 549-69.
- Linton, C.M., McIver, R., 1996. The Scattering of Water Waves by an Array of Circular Cylinders in a Channel. *Journal of Engineering Mathematics*, 30, 661-82.
- Mathews, J.H., Fink, K.K., 2004. *Numerical Methods Using Matlab*. 4th Edition, Prentice-Hall Inc.
- Yeung, R.W., 1981. Added Mass and Damping of a Vertical Cylinder in Finite-Depth Waters. *Applied Ocean Research*, 3, 119-133.
- Zhao, F.F., Bao, W.G., Kinoshita T., Itakura, H., 2010. Interaction of Waves and a Porous Cylinder with an Inner Horizontal Porous Plate. *Applied Ocean Research*, 32, 252-259.