

PCM의 밀도변화를 고려한 상변화 해석의 필요성 고찰

축열조 내부 상변화 물질(PCM)에 대한 상변화 해석에 있어 고상과 액상의 밀도차이의 고려에 대한 필요성에 대해 소개하고자 한다.

잠열을 이용한 빙축열시스템에서 축열조 내부 상변화 물질(PCM)에 대한 상변화 해석에 있어 고상과 액상의 밀도차이를 고려하는 것은 해석의 정확성을 높이고 축열조 전체의 시스템을 예측하는 데 있어 상당히 중요한 역할을 차지한다. 따라서 보다 정확한 상변화 해석을 위해서는 캡슐 내부 PCM의 밀도차이와 동반되는 고상의 움직임을 구현할 필요성이 있으며 본고에서는 이와 관련된 해석방법에 대해 간략히 소개하고자 한다.

서론

최근 상업 혹은 산업적으로 냉난방 수요에 따른 전기수요의 급증으로 인해 열저장에 대한 관심이 고조되고 있다. 이러한 가운데 축열(TESS) 시스템은 매일 요구되는 이러한 에너지 수요를 효율적으로 대체할 수 있는 차세대 열저장 시스템이다. 축열시스템을 이용한 열에너지 저장 방법 중에서도 잠열을 이용한 빙축열시스템(Latent TES)은 심야 시간대에 전기를 공급받아 냉동기를 가동하여 물(현열)을 얼음(잠열)로 상변화 시켜 축열조에 저장하였다가 이를 전력 소비량이 많은 주간 냉방시간에 이용함으로써 에너지 저장량을 증폭시키고 에너지를 경제적으로

홍상우

세종대학교 기계공학과

대학원생

ghd527@naver.com

정재동

세종대학교 기계공학과

교수

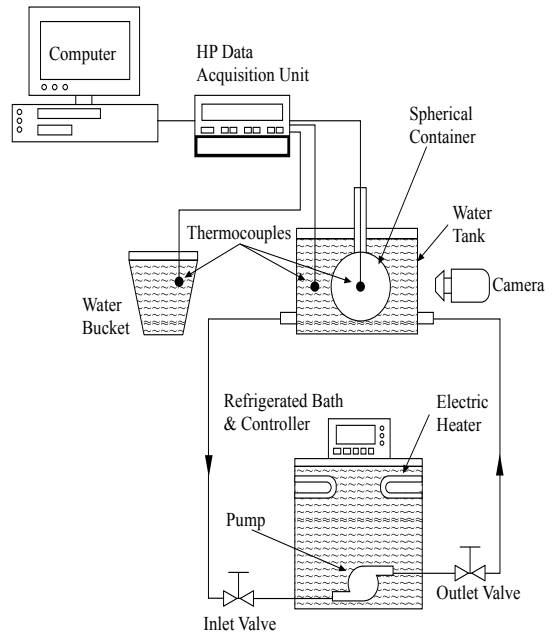
jdchung@sejong.ac.kr

사용할 수 있게 만들어주는 효율적인 냉방 시스템이다. 특히 빙축열시스템은 축열조 내부의 상변화 물질(PCM)에 대한 상변화 해석이 필요하며 상변화에 따른 축열 및 방열 해석을 통해 축열조 전체 효율을 예측할 수 있다. 이러한 이유로 PCM의 상변화 해석에 대해서는 이론적, 수치적 그리고 실험적으로 다양한 관점에서 연구가 진행되어왔다. 실제 상변화 과정에서는 PCM의 액상과 고상의 밀도차이로 인해 고상이 캡슐 바닥면으로 가라앉거나 뜨는 현상이 관찰되며 이러한 현상은 상변화 현상을 가속시키는 원인으로 작용한다. 그러나 실험을 제외하고는 기존의 선행된 연구들의 경우 해석의 어려움으로 인해 상변화시 나타나는 PCM의 고상과 액상의 밀도차이를 고려하지 않고 있으며 대부분 수치적 접근방법을 통해 PCM의 고상의 움직임을 제한하거나 혹은 수치해가 아닌 이론해에 근거하여 PCM의 밀도차이를 고려하고 있는 것으로 나타났다. 그러나 엄밀해의 경우 많은 가정에 근거하고 있으며 이러한 가정이 불합리해질 경우 실험값과 상당한 오차를 보이고 있는 실정이다. 따라서 본고에서는 상변화 해석 시 PCM의 밀도차이의 고려에 대한 필요성을 고찰하고 상변화 해석에 대해 보다 엄격하고 나은 방향을 제시하고자 하였다.

밀도변화를 고려한 상변화 수치해석

실험

실험은 밀도변화를 고려한 상변화를 구현하는 방법의 하나로서 물리적인 현상을 직접적으로 이해할 수 있으며 비교적 정확한 결과를 제시할 수 있는 방법이다. 이러한 이유로 실험은 PCM의 상변화 속도를 예측하기 위해 또 수치해와 엄밀해의 정확도를 판정하는 기준으로서 많이 활용되고 있다. 하지만 시뮬레이션과 엄밀해에 비해 경제적이지 못하며 실험 시 필요한 초기조건, 경계조건 등

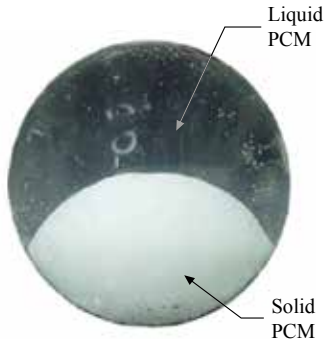


[그림 1] PCM의 상변화 해석을 위한 실험장비의 개략도

을 완벽히 구현하기가 어렵다는 단점이 있다. 본고에서는 선행연구를 참고하여 상변화 현상을 실험적으로 구현하는 데 필요한 실험 장비들을 그림 1에 나타내었다.

실험장비는 항온조, 구형캡슐, 냉동순환기 및 계측기로 이루어져 있다. 냉동순환기로부터 뜨거운 물이 바깥 밸브를 통해 항온조로 들어가게 되며 항온조 속 물의 온도는 전자 교반기를 통해 일정하게 유지된다. PCM으로는 paraffin 계열의 n-octadecane이 사용되며 캡슐 직경은 50.83 mm, 항온조 물의 온도는 40℃가 사용되었다. 일정한 온도의 물에서 열을 전달받아 구형 캡슐 내부로부터 PCM의 용해가 일어나며 실험으로부터 얻은 PCM의 상경계면의 거동을 그림 2에 나타내었다.

상경계면으로부터 무거운 고상의 밀도로 인해 고상의 PCM이 캡슐 바닥면으로 가라앉는 현상이 관찰된다. 가라앉은 고상은 용해과정이 끝날 때까지 캡슐 바닥면에 밀접해 있으나 캡슐 바닥면과



[그림 2] 밀도변화를 고려한 PCM의 상경계면

고상 사이의 유체로부터 압력을 전달받아 완전히 접촉되지 않고 살짝 떠 있게 된다. 이때 캡슐 바닥 면과 고상 사이의 유체를 통해 열전도 현상이 활발히 진행되므로 고상이 캡슐 바닥에 가라앉지 않았을 때보다 상변화 속도가 수십 퍼센트 더 빨라지게 된다. 이러한 현상을 PCM의 밀도변화를 고려한 unconstrained melting 효과라고 하며 축열조의 전체적인 시스템을 정확히 예측하는 데 있어 구현되어야 할 중요한 물리적 현상이다. 실험에 의한 시간에 따른 PCM의 녹은 양을 Ste 수에 따라 그림 3에 나타내었다.

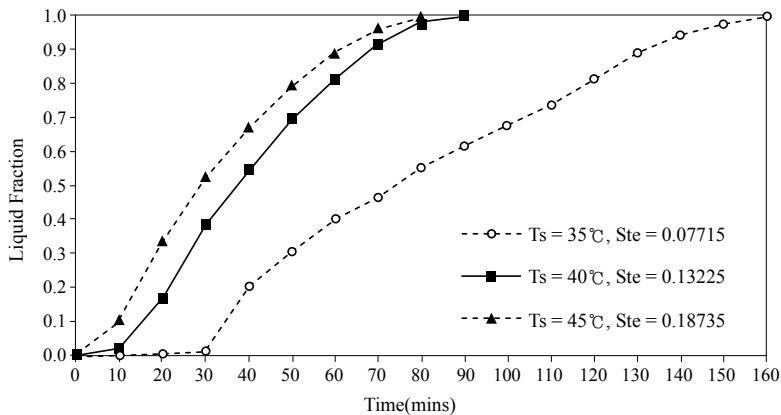
그림 3은 Ste 수에 따른 PCM의 녹은 양을 시간에 대해 나타낸 그래프이다. Ste 수는 축열조 시

스템의 구동을 위해 필요한 구동조건을 의미하며 캡슐 외벽의 경계온도와 밀접한 관련이 있다. 그림 3으로부터 높은 경계온도가 적용될수록, 즉 수가 클수록 상변화 현상이 빠르게 진행되며 낮은 경계온도가 적용될수록 즉, 수가 작을수록 상변화가 느리게 진행됨을 알 수 있다. 이는 캡슐의 경계온도가 상변화에 미치는 영향을 보여주고 있으며 낮은 경계온도일수록 캡슐 외벽으로부터의 열전도 영향이 작아짐을 확인할 수 있다.

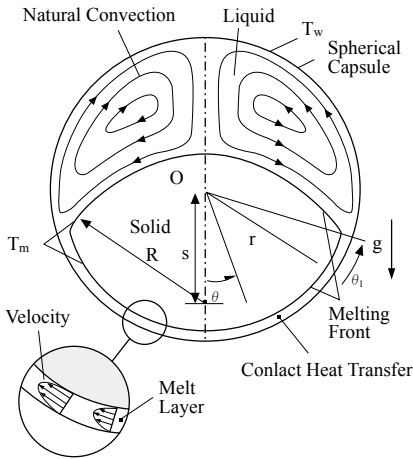
엄밀해

엄밀해는 물리적 현상에 대한 이해를 증진시키고 실험 및 수치적 접근방법에 대한 타당성의 기준으로 사용되어 그 자체로서 매우 중요하지만, 복잡한 현상을 해석하기 위하여 많은 가정을 도입하기 때문에 그 적용이 제한적이다. 본고에서는 엄밀해에 적용된 가정을 완화한 상태에서 PCM의 밀도 차이를 고려한 상변화 해석에 대한 이론적 접근방법에 대해 살펴보고 엄밀해를 실험 혹은 수치해와 비교한 선행연구들을 참고하여 엄밀해의 타당성을 살펴보고자 한다.

그림 4는 엄밀해를 구하기 위한 구형 캡슐 모델의 개략도를 나타내며 엄밀해를 구하는 과정에



[그림 3] 수에 따른 PCM의 녹은 양 비교



[그림 4] 얼밀해를 위한 구형 캡슐 모델의 개략도

서 사용되는 기본적인 가정들은 다음과 같다.

- (1) 캡슐 내부의 유동은 2차원 축대칭이며 r, θ 좌표 시스템으로 구현할 수 있다.
- (2) PCM의 용해과정에서 고상과 캡슐 바닥면 사이의 액상영역(melt layer)에서의 속도분포는 반평형 상태이며 속도는 두께 방향으로만 변한다.
- (3) melt layer의 두께가 캡슐 직경에 비해 매우 작은 것을 고려할 때, melt layer에 유힐이론을 적용할 수 있다.
- (4) 수에 따른 자연대류의 영향이 상경계면의 윗부분에서 약하게 작용하며, 결국 고상 윗면에서의 상변화를 무시할 수 있다.
- (5) 수가 작다는 가정 하에서 섭동법(perturbation) 이론을 적용할 수 있다.

위의 5개 가정을 통해 간략화된 unconstrained melting에 대한 지배방정식들을 아래에 나타내었다.

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta \sin\theta) = 0 \quad (1)$$

식(1)은 질량보존방정식을 나타내며 u_r, u_θ, r, θ 는 각각 무차원화된 r, θ 방향의 속도 및 거리를 나타낸다.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial x^2} - \frac{3\sin\theta}{4 \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} - 1 \right)} \quad (3)$$

식(2)~(3)은 각각 r, θ 방향의 운동량 방정식을 나타내며 r 방향의 운동량 방정식을 볼 때 압력은 오직 θ 만의 함수임을 알 수 있다. p, ρ_s, ρ_l 는 각각 압력 및 고상과 액상의 서로 다른 밀도를 나타낸다.

에너지 방정식

$$\text{Ste} \left(u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (4)$$

식(4)는 melt layer에서의 2차원 에너지 방정식을 나타내며 T 는 무차원화된 온도를 나타낸다.

고상과 액상의 경계면($r = \delta$)과 캡슐 바닥면에서의 운동량 방정식에 대한 경계조건은 no-slip 조건이며 에너지 방정식에 대해서는 다음의 경계조건이 주어진다.

$$r = 0: \quad T = 1, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = 0 \quad (5)$$

$$r = \delta: \quad T = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = -\cos\theta \frac{ds}{d\tau} \quad (6)$$

식(5)~(6)에서 s, τ 는 각각 고상의 이동거리 및 무차원화된 시간을 나타내며 식(1)~(4)와 경계조건을 통해 시간에 따른 melt layer의 두께를 구하

기 위해 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{Ste\delta}{60\sin\theta} \frac{dr}{d\tau} \frac{d}{d\theta} \left[\sin^2\theta \left(7T_w + 3\delta \frac{ds}{d\tau} \cos\theta \right) \right] = T_w - \delta \frac{ds}{d\tau} \cos\theta \quad (7)$$

식(7)의 해는 다음과 같이 점근 급수로 표현할 수 있다.

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 Ste + \delta_3 Ste^2 + \delta_4 Ste^3 + \dots \quad (8)$$

엄밀해의 5번째 가정으로부터 Ste 수가 작다는 가정 하에 섭동법 (perturbation) 이론을 식(8)에 적용하고 이를 식(7)에 대입하여 정리하면 최종적으로 δ 및 시간에 따른 녹은 양 s 는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta = \frac{T_w}{\frac{ds}{d\tau} \cos\theta} \left[1 - \frac{Ste}{3\sin 2\theta} \frac{d}{d\theta} (\sin^2\theta T_w) + O(Ste^2) \right] \quad (9)$$

$$\tau = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{Ste}{4} \right) s^2 \quad (10)$$

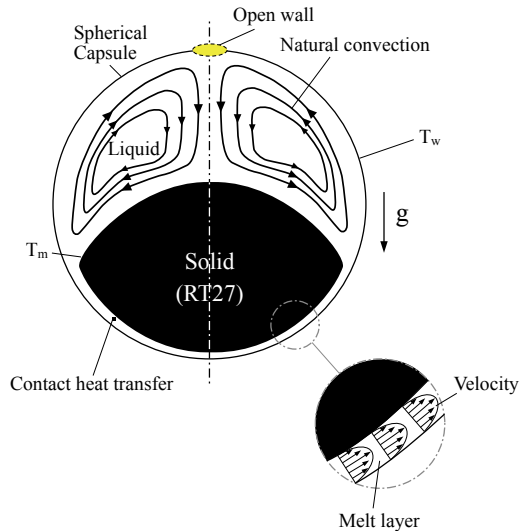
식(9)~(10)으로 표현된 unconstrained melting에 대한 엄밀해는 Ste 수가 작은 구형캡슐에 대해서만 의미가 있으며 Ste 수가 크거나 혹은 실린더, 평판과 같은 형상의 경우 그에 대응하는 수식을 사용함으로써 타당한 결과를 얻을 수 있다.

수치해

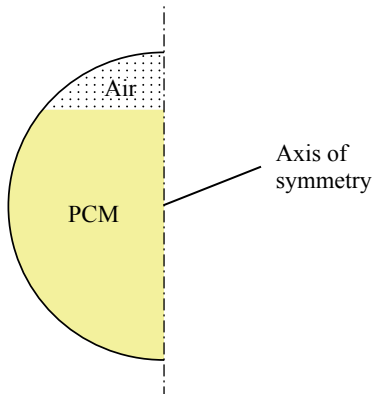
상변화 현상에 대한 수치적 접근방법은 정확도와 경제적 측면에서 널리 사용되어왔다. 밀도변화를 고려한 상변화 해석을 위해서 일반적으로 엔탈피

방법이 많이 사용되며 계산비용을 줄이기 위해 2차원 축대칭 모델이 사용된다. 그림 5는 그에 대한 개략도를 나타내고 있다.

그림 5를 살펴보면 구형캡슐 내부에 PCM이 채워져 있는 형상이다. 경계조건으로는 외벽에 경계 온도 T_w 가 등온적으로 가해지며 이때 고상에서 액상으로 상이 변하는 가운데, 밀도차이에 의해 고상이 캡슐 바닥면으로 하강 또는 상승하는 현상이 관찰된다. 이로부터 실험과 엄밀해의 경우와 마찬가지로 고상의 바닥면이 캡슐과 맞닿은 상태로 상변화가 진행된다. 또한 시뮬레이션을 통해 상변화 현상을 해석하는 데 있어 주의할 점은 PCM의 밀도차이를 고려할 경우 밀도차이로 인해 액상의 부피가 팽창하게 되어 결국 전체적인 PCM의 부피가 커지게 된다는 점이다. 따라서 단순한 구형캡슐형상에 대해 수치해석을 수행할 경우 질량보존이 만족되지 못하는 결과를 초래하며 이를 피하기 위해 많은 경우 그림 5와 같이 open wall을 모델링 하여 팽창된 액상의 PCM이 캡슐 바깥으로 빠져나가도록 하거나 혹은 그림 6처럼 캡슐 위 공간



[그림 5] 수치해를 위한 구형 캡슐 모델의 개략도



[그림 6] 공기층을 포함한 캡슐 내부의 해석영역

<표 1> RT27의 물성치

Thermophysical properties	Conditions
Liquidus temperature, T_l	30°C
Solidus temperature, T_s	28°C
Solidus density, ρ_s	870 kg/m ³
Dynamic viscosity, μ	0.00342 Pa·s
Liquidus specific heat, $C_{p,l}$	1800 J/kgK
Solidus specific heat, $C_{p,s}$	2400 J/kgK
Liquidus thermal conductivity, k_l	0.15 W/mK
Solidus thermal conductivity, k_s	0.24 W/mK
Latent heat of fusion, L	179000 J/kg
Thermal expansion coefficient, β	0.0005 K ⁻¹

에 공기를 채워 넣은 채 상변화 해석을 수행하는 것이 일반적이다.

기존 연구를 참고로 해석에 있어 PCM으로 많이 사용되는 물질 중 RT27의 물성치를 표 1에 나타내었다. PCM의 밀도차이를 고려한 상변화 해석 시 고상과 액상에 따른 서로 다른 물성치들(밀도, 비열 그리고 열전도 계수)이 각각 필요하다. RT27의 녹는점은 하나의 고정된 값이 아닌 28°C~30°C의 범위를 갖으며 ΔT 가 2°C 정도의 mushy 영역을 갖는다. 고상과 액상의 서로 다른 물성치들은

mushy 영역에서 선형의 관계를 갖으며 액상 밀도의 경우 온도의 함수로서 다음과 같이 나타낸다.

$$\rho_l = \frac{760}{\beta(T-30)+1} (30^\circ\text{C} < T < 100^\circ\text{C}) \quad (11)$$

ρ_l : 액상 밀도, β : 열팽창 계수, T : 온도

그림 5에 나타난 2차원 축대칭 모델을 해석하기 위한 지배방정식들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho U) = 0 \quad (12)$$

식(12)는 질량보존방정식을 나타내며 ρ 는 밀도, t 는 시간, U 는 속도를 나타낸다.

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} = -\nabla P + \mu \nabla^2 U + \rho g_i + S_i \quad (13)$$

식(13)은 운동량 방정식이며 P 는 압력, μ 는 동점성계수, g_i 는 중력가속도를 나타낸다. S_i 는 상변화에 따른 속도 생성항을 나타내며 다음 식으로 표현된다.

$$S_i = -\frac{C(1-f)^2}{f^3} U_i \quad (14)$$

여기서 C 는 고상에서의 속도를 0으로 만들기 위한 매개변수로서 큰 값이 사용될수록 고상의 속도가 0으로 더 빠르게 바뀌는 것을 의미한다. 일반적으로 104~107이 유효한 값으로서 많이 사용된다.

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (15)$$

식(15)는 에너지 방정식을 나타낸다. 여기서

H 는 현열엔탈피 $h = h_{ref} + \int_{T_{ref}}^T C_p dT$ 와 잠열에 의한 엔탈피 $\Delta H = fL$ 의 합으로 표현된다. L 은 용해잠열을 나타내며, H 는 고상일 때 0, 액상일 때 L , 그리고 상변화 구간에서는 0에서 L 사이의 값을 가지므로 f 는 다음과 같이 표현된다.

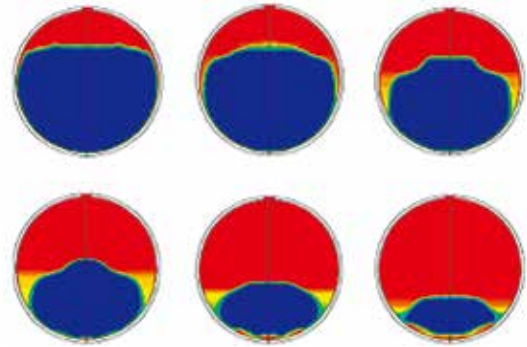
$$f = \begin{cases} \frac{\Delta H}{L} = 0 & \text{if } T < T_s \\ \frac{\Delta H}{L} = \frac{T - T_s}{T_l - T_s} & \text{if } T_s < T < T_l \\ \frac{\Delta H}{L} = 1 & \text{if } T > T_l \end{cases} \quad (16)$$

수치해와 엄밀해의 결과 및 고찰

수치해의 결과

먼저 PCM의 밀도차이를 고려한 상변화 해석에 대한 수치해의 정확성에 대해 살펴보기 위해 기존 연구를 토대로 실험값과 수치해를 비교한 결과를 제시하였다.

그림 7은 2, 5, 10, 15, 20, 25분에서 PCM의 상경계면의 거동을 나타낸다. 고상 윗부분에 전체

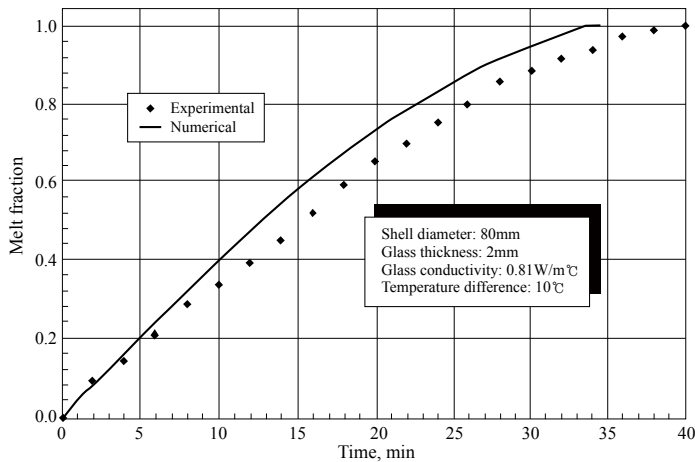


[그림 7] 시간에 따른 PCM의 상경계면의 거동

체적의 15% 정도 공기가 채워져 있으며 시간이 지날수록 액상분율이 증가하는 것을 확인할 수 있다. PCM의 밀도변화를 고려하였기 때문에 고상이 캡슐 바닥면으로 가라앉은 채 녹고 있음을 확인할 수 있다.

그림 8은 그림 7과 동일한 상황에 대해 시간에 따른 PCM의 녹은 양을 실험값과 비교한 그래프이며 수치값과 실험값이 상당히 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

그림 7과 그림 8로부터 PCM의 밀도변화를 고려한 상변화 해석에 있어 수치해의 타당성을 확인할 수 있으며 수치적 접근방법이 축열조의 성능을



[그림 3] 수에 따른 PCM의 녹은 양 비교

평가하기 위한 정확하고 경제적인 방법이라는 사실을 확인할 수 있다.

엄밀해의 결과

엄밀해의 경우 복잡한 현상을 간단히 구현하기 위해 많은 가정을 도입하므로 그 사용범위가 제한적이다. 따라서 엄밀해에서 세운 5개 가정으로부터 엄밀해의 타당성을 살펴보기 위해 수치해와 결과를 비교하였다. 결과 비교를 위한 기준 지표로는 무차원 수인 Ste 수와 Ra 수를 정하였다. Ste 수는 현열과 잠열의 비를, Ra 수는 자연대류의 강도를 나타내는 무차원수이며 다음 식으로 표현된다.

$$Ste = \frac{C_p(T_w - T_m)}{L} \quad (17)$$

$$Ra = \frac{g\beta(T_w - T_m)D^3}{\nu\alpha} \quad (18)$$

여기서 C_p 는 비열, D 는 캡슐직경, ν 는 동점성계수, α 는 열확산계수를 의미한다.

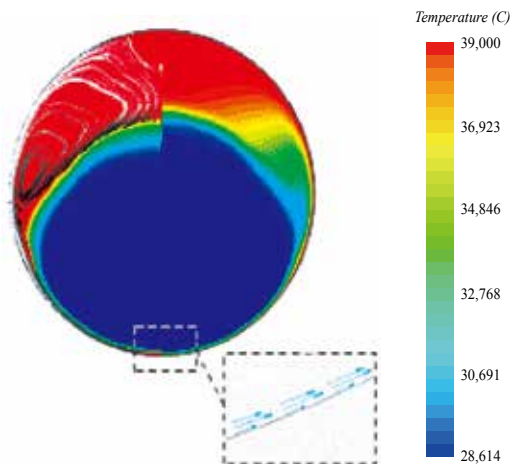
엄밀해에서 세운 가정을 하나씩 살펴보기 위해 비교 대상으로서 직경 60 mm, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ 일 때

즉, Ste 수 0.1006와 Ra 수 5.08×10^7 일 때의 수치해를 그림 9에 나타내었다.

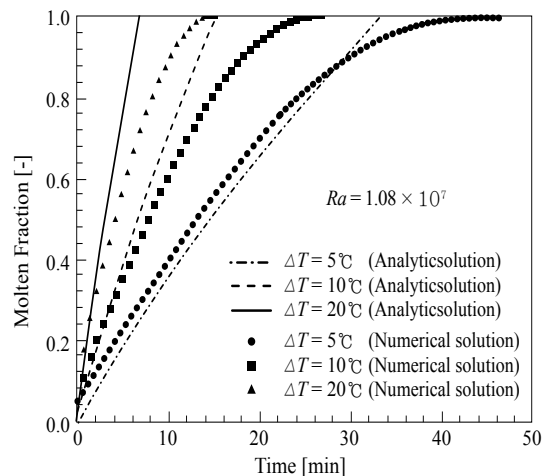
그림 9는 시간이 10분일 때 오른쪽에 상경계면과 유선, 왼쪽에 온도분포 그리고 캡슐 바닥면 melt layer에서의 속도분포를 나타내고 있다. 2차원 축대칭 모델을 사용한 비교적 정확한 수치해를 토대로 구형 캡슐 내 PCM의 유동을 살펴본 결과 melt layer의 속도는 완전발달유동과 같으며 melt layer의 두께 또한 직경에 비해 상당히 얇은 것으로 나타났다. 즉, 엄밀해에서 세운 식(1)~(3)의 가정이 타당한 것으로 판단할 수 있다.

그러나 실제 discharging 조건과 가장 밀접한 관련이 있는 가정은 가정식(4)~(5)이다. 엄밀해로부터 얻은 식(9)~(10)은 Ste 수가 작을 때 ($Ste < 1$) 그리고 구형 캡슐일 때 사용할 수 있는 수식이며 가정식(4)~(5)의 타당성을 확인하기 위해 수치해 역시 Ste 수가 1 이하일 때의 구형캡슐에 대해 해석한 결과를 엄밀해와 함께 그림 10에 제시하였다.

그림 10은 ΔT 에 따른 Ste 수가 각각 0.0503, 0.1006, 0.2011일 때 PCM의 녹은 양을 엄밀해와 수치해를 통해 해석한 결과이다. 가정식(5)에 따르면 수가 작을 경우 섭동법(perturbation) 이론을



[그림 9] 10분에서 PCM의 상경계면, 온도분포 및 속도



[그림 10] ΔT (Ste 수)에 따른 PCM의 녹은 양 비교

적용하여 해를 간단히 구할 수 있다. 이를 확인하기 위해 시간에 따른 녹은 양을 Ste 수, 즉 경계온도와 녹는점의 차이 ΔT 를 바꿔가며 엄밀해와 수치해를 서로 비교하였다. 그림 10으로부터 Ste 수가 0.0503으로 가장 작은 $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ 의 경우 예상대로 엄밀해와 수치해가 잘 일치하고 있으나 Ste 수 즉, ΔT 가 커질수록 엄밀해와 수치해의 차이가 커지는 것으로 나타난다. 이는 증가된 ΔT 에 따라 커진 Ste 수 때문에 식(8)에서 Ste^2 이 포함된 항 이하를 무시하는 가정에 무리가 있기 때문으로 해석된다. 즉, ΔT 가 작은 discharging 조건에서는 엄밀해의 사용이 가능하지만, 매우 큰 discharging 조건이 요구될 경우 엄밀해의 사용이 제한적임을 알 수 있다.

맺음말

본고에서 살펴본 바와 같이 축열조 내부 PCM에 대한 상변화 해석에 있어 고상과 액상의 밀도 차이를 고려하는 것은 해석의 정확성을 높이고 축열조 전체의 시스템을 예측하는 데 있어 상당히 중요하다. 이러한 unconstrained melting 효과를 실험적으로 구현하는 것은 비교적 정확한 방법이지만 경제적인 측면에서 항상 실험에 의지할 수 없으며 엄밀해와 수치해 같은 해석방법을 사용하여 상변화 현상을 해석할 필요성이 있다. 수치해의 경우 선행연구들로부터 상변화시 일어나는 캡슐 내 PCM의 복잡한 유동을 비교적 정확하게 구현할 수 있는 것으로 나타났으나 엄밀해는 그 성격상 지배방정식을 풀기 위해 많은 가정을 도입함으로써 이상적인 조건하에서만 그 정확성이 보장되며 실제 사용되는 charging 혹은 discharging 조건이 적용될 경우 그 결과가 타당하지 않게 된다. 즉, 엄밀해의 경우 수치해에 비해 적용 범위가 극히 제한적임을 알 수 있다. 결론적으로 실험 이외

의 방법 중 PCM의 밀도변화를 고려한 상변화 현상을 해석하는데 있어서 수치적 접근방법이 엄밀해에 비해 보다 더 정확하고 정교한 해석방법이라고 판단된다.

참고문헌

1. Swaminathan C.R. and Voller V.R., 1992, A general enthalpy method for modeling solidification processes, Transaction of metallurgical 23B, pp. 651-664.
2. Chung, J.D., Lee, J.S. and Yoo, H., 1997, Thermal instability during the melting process in an isothermally heated horizontal cylinder, Int. J. Heat mass transfer, Vol. 40, pp. 3899-3907.
3. Roy, S.K., Sengupta, S., 1990, Gravity-assisted melting in a spherical enclosure : effects of natural convection, Int. J. Heat and mass transfer, Vol. 33, pp. 1135-1147.
4. Assis, E., Katsman, L., Ziskind, G. and Letan, R., 2007, Numerical and experimental study of melting in a spherical shell, Int. J. Heat and mass transfer, Vol. 50, pp. 1790-1804.
5. Hosseinizadeh, S.F., Rabienataj Darzi, A.A., Tan, F.L., Khodadadi, J.M., 2013, Unconstrained melting inside a sphere, Int. J. Thermal sciences, Vol. 63, pp. 55-64.
6. Hong, S.W., Lee, Y.T. and Chung, J.D., 2014, Examination on restrictions of the analytic approach of unconstrained melting inside of a spherical capsule, Solar energy, submitted.
7. STAR-CCM+ v7.04 User Guide, 2012, CD-Adapco. 