

Compressive Sensing Radar 연구 동향

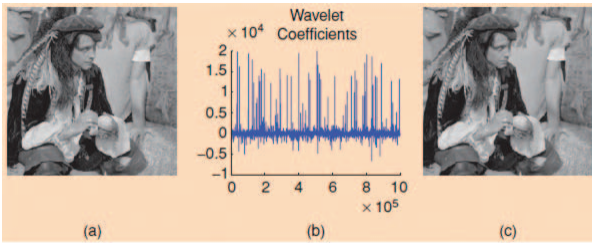
신호의 표현과 압축은 밀접하게 연관되어 있다. 만약 매우 효과적인 신호 표현 방식을 찾을 수 있다면 매우 높은 비율로 신호 압축이 가능하다. 또한 효과적인 신호 표현 방식을 통해 우수한 성능과 낮은 복잡도를 갖는 신호 추정 방식을 유도할 수도 있다. 효과적인 신호 표현 방식은 대상 신호 자체의 성질과 관련되어 있다. 영상 신호 등 매우 일반적인 신호가 적절한 변환을 통해 산재된 신호(sparse signal)가 될 수 있음을 많은 연구를 통해 볼 수 있다. 이러한 사실이 compressive sensing(CS)의 기반이다. 즉 신호가 어떠한 변환을 통해 산재된 신호로 표현될 수 있다면 매우 적은 수의 샘플로 이러한 신호를 알아낼 수 있다는 것을 Donoho와 Candes 등이 보였고 이것이 가능한 다양한 조건에 등에 대해 연구되었다. CS는 신호 처리에 근본적인 문제인 효과적인 신호 표현 방식에 직접 연관되어 매우 다양한 분야에 적용될 수 있다. 이 논문에서 CS의 기본적인 개념을 소개한 후 CS가 레이더 신호 처리에 어떻게 도움이 될 수 있는지 살펴본다.

1. 서론

주어진 아날로그 신호를 가장 적은 수의 샘플로 표현하는 것에 대한 이론적인 연구는 매우 오래되었다^[15]. 아날로그 신호의 대역폭에 2배 이상의 샘플비(sampling rate)로 취득한 신호(이산 신호)는 다시 아날로그로 변환할 때 아무런 손실 없이 복원됨이 잘 알려져 있고, 최소 샘플비는 Nyquist rate으로 잘 알려져 있다. 이 때 아날로그 신호는 기저 대역의 신호이고, 이 Nyquist rate 보다 더 적은 샘플비로 신호를 취득한 경우, 신호의 손상이 생긴다. 이러한 이론은 아주 오랜 시간 동안 정확한 것으로 이해되었으나, 임의의 기저대역 신호에



최진호
광주과학기술원
정보통신공학과



〈그림 1〉Wavelet 변환으로 압축된 영상

(a) 원래 영상, (b) Wavelet 영역에서 계수들, (c) 복원된 영상^[6]

대한 너무 일반적인 이론이어서 특수한 신호에 대해 보다 더 정교한 이론이 필요하게 되었다. 가장 중요한 신호의 예는 산재한 신호이다. 영상압축에 Wavelet (JPEG-2000^[16])이나 변환 코드를 이용하는 경우, 실제 영상이 모든 영역에 고른 값의 분포를 갖더라도 Wavelet 변환의 경우 몇 개의 계수만 매우 큰 값을 가지고 있어, 이러한 계수만 저장하여 매우 높은 압축비로 영상을 보관 또는 전송할 수 있음이 알려져 있다.

〈그림 1〉은 Wavelet으로 압축된 영상의 예를 보인다^[6]. 〈그림 1〉(a) 영상은 원 영상이고, (b)는 Wavelet 계수를 보인다. 아주 일부만 큰 계수의 값을 가지고 있

다. 전체 10^6 개의 계수 가운데 25,000 개의 큰 계수 값만 남기고 나머지를 0으로 대체한 후 다시 역변환해서 얻은 영상을 (c)에 보인다. 0으로 대체한 Wavelet 영역의 신호는 산재한 신호이다. 대부분의 영상은 적절한 변환을 통해 산재한 신호로 근사된다. 이를 통해 매우 효과적인 영상 신호 표현을 산재 신호를 통해 할 수 있음을 알 수 있다.

산재한 신호의 가장 단순한 예는 Fourier 변환을 통해 볼 수도 있다. 시간 영역에서 상수 신호는 전 시간에 대해 0이 아닌 값을 가지고 있지만(즉 산재 신호가 아니지만), 주파수 영역에서는 주파수가 0인 경우에만 0이 아닌 계수 값을 갖고, 다른 주파수의 계수는 모두 0인, 주파수 영역에서 산재 신호이다. 이러한 예를 통해 보면, 임의 신호가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 될 수 있음을 알 수 있다. 물론 모든 신호들이 이러한

특징을 가지고 있지 않지만, 자연계에서 관찰되는 많은 신호(영상 등)가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 될 수 있다는 것은 잘 알려져 있었다.

일반적으로 산재 신호는 그대로 관찰되거나 취득되지 않는다. 앞서 보인 영상의 경우에도 우리가 직접 보는 영상 신호는 산재 신호가 아니다. 따라서 주어진 신호가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 된다고 가정을 할 경우, 이런 산재 신호를 찾는 문제가 중요하다. 즉 관찰된 신호에서 산재 신호를 찾는 문제가 중요한데, 압축 센싱(compressive sensing (CS))을 통해 관찰 신호의 길이보다 매우 작은 수의 샘플의 만으로도 산재 신호를 찾을 수 있음을 보였다^[5,9]. CS가 소개된 후, 다양한 분야에서 응용이 이루어졌다.

CS는 영상신호 등에 바로 적용되면 매우 적은 샘플로 신호를 압축/복원할 수 있다. 따라서 전통적인 방식

의 영상 신호 압축/복원에서 벗어난 매우 효율적인 새로운 방식을 얻을 수 있다. 전통적인 방식이란, 영상 신호를 Nyquist rate에 따라 샘플하여 디지털 신호를 얻고, wavelet 등의 변환을 거친 후 가장 계수가 큰 것만 모아 저장하

자연계에서 관찰되는 많은 신호가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 될 수 있고, 이러한 신호들은 CS를 적용하여 적은 샘플로 신호를 압축/복원할 수 있음을 영상 신호를 예를 들어 설명

여 압축하는 방식이다(sampling-and-transform 방식). 쉽게 설명하기 위해 1차원 신호를 생각할 수 있다. 대역폭이 1KHz인 1초의 신호를 Nyquist rate으로 샘플할 경우, 2000개의 샘플이 얻어진다. 이 신호를 어떠한 변환을 통해 다시 표현할 경우, 오직 20개의 계수만 매우 큰 값을 갖는다고 가정하자. 이러한 전통적인 방식과 달리, 1초의 신호에서 바로 40개의 샘플만으로 변환된 산재 신호의 20개의 계수를 얻을 수 있다면, 당연히 매우 효율적인 방식이 될 것이다. 또한 압축을 하기 위한 하드웨어의 가격을 낮출 수 있어 획기적인 변화를 기대할 수 있다. 이러한 방식을 얻을 수 있는 이론적인 토대가 CS이다.

영상 등의 신호 압축 뿐만 아니라 CS는 다른 다양한 분야에 적용될 수 있다. 레이더 신호 처리에 응용된 CS 기법을 통해 아주 좋은 성능의 고가의 하드웨어 대



신 저가의 하드웨어로도 우수한 성능을 갖는 레이더를 설계할 수 있다. 또한 보다 높은 해상도를 갖는 레이더를 만들 수도 있다.

이 논문은 CS에 대해 설명을 하고, 어떻게 레이더 신호 처리에 이용될 수 있는지 살펴본다. 보다 더 자세한 내용을 알기 위해 관련 문헌 참조가 필요하다. 도움이 되는 중요한 개요 논문과 방대한 자료를 모아 놓은 web site는 다음과 같다.

- 참고 문헌 [6]: CS에 대해 많은 기여를 한 저자 (E.J. Candes)가 직접 쓴 CS 개요 논문이다.
- 참고 문헌 [2]: 짧지만 신호 처리의 지식을 갖춘 독자가 쉽게 CS를 이해하기 좋은 개요 논문이다.
- <http://dsp.rice.edu/cs>: 이 web site에는 주요한 논문 목록과 관련 software를 찾을 수 있도록 정리하였다.

**산재한 신호의 경우
underdetermined 시스템이
유일한 해를 가질 수 있음**

II. Compressive Sensing 개요

CS에 대해 이해하기 위해 먼저 산재한 신호(sparse signal)를 정의해야 한다. 임의의 N -차원 선형 공간을 가정하자. 산재한 신호는 이 공간의 벡터로 표현하는 경우, 이 벡터의 0이 아닌 계수의 값이 N 보다 매우 작은 K ($\ll N$) 이면, 이 신호 혹은 벡터를 K -sparse 신호라 한다. 예를 들어 $N = 100$ 이고 $K = 10$ 인 경우, K -sparse 신호는 10개의 계수가 0이 아닌 수이며, 나머지 90개의 계수는 모두 0인 경우이다. 이러한 산재한 신호는 이 신호를 표현하는 기저(basis)와 관련이 있다. 어떤 벡터 공간의 신호를 표현하기 위해 사용되는 기저 또는 변환에 따라 신호가 산재할 수 있고, 아닐 수 있다. 예를 들어 시간 영역에서 상수 신호는 모든 시간에 대해 0이 아닌 값을 가지고 있다. 이런 신호는 산재 신호가 아니다. 하지만 Fourier 변환을 통해 주파수 영역에서 이 신호를 보면 주파수가 0에 대한 계수 값이 0이 아닌 다른 값을 갖고, 다른 주파수의 계수는 모두 0인, 주파수 영역에서 산재 신호이다. 또한

sine 또는 cosine 파형의 경우에도 같은 현상을 볼 수 있다.

보다 더 자세히 보기 위해 다음과 같은 신호를 정의하자.

$$y = Ax \tag{1}$$

위의 식에서 x 는 길이가 $N \times 1$ 인 산재 신호 벡터이다. A 는 $M \times N$ 센싱 행렬이다. 여기서 $M < N$ 이다. 이런 경우, y 로 x 를 결정하는 문제는 방정식 수가 변수의 수보다 적은 underdetermined 시스템이고 이 해의 수

가 무한히 많다. 간단한 예로, “ $10 = x_1 + x_2$ ”의 경우, 두 변수의 해는 무한히 많다. 하지만, x 가 K -sparse 신호라면 이 문제를 다르게 볼 수 있다. 단순히 $K =$

M 이고 x 에서 0이 아닌 값들의 위치를 알 수 있다고 가정하자. 그리고 0에 대응하는 A 행렬의 행 벡터를 제거한 행렬(이것을 \bar{A} 라 쓰자)을 이용하여 다시 시스템을 쓰면 다음과 같다.

$$y = \begin{matrix} Ax \\ \bar{A}x \end{matrix} \tag{2}$$

여기서 \bar{x} 는 0이 아닌 계수로만 이루어진 x 벡터이다. 이 경우, \bar{A} 의 크기는 $M \times M$ 이어서 쉽게 \bar{x} 를 결정할 수 있다. 다음과 같은 $M = 3, N = 4, K = 2$ 인 예로 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{12} & a_{24} \\ a_{31} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

처음 시스템은 식 3개에 변수 4개로 underdetermined 시스템이지만 변수 가운데 2개(즉 x_2 와 x_3)가 0이면 식 3개에 변수 2개인 overdetermined 시스템이 된다.

이러한 단순한 예를 통해 보면, 식 (1)과 같이 일반적인 신호의 경우는 해결할 수 없지만, 산재 신호라면

다르게 되는 것을 알 수 있다. 하지만, 식 (2)로 가기 위해, 어떻게 x 벡터의 계수의 값이 0이 아닌 위치를 알아내어 \bar{A} 를 얻을 수 있는가에 대한 답이 있어야 한다. 이 의문에 대한 답을 보이기 전에 식 (1)이 현실적인 문제와 어떻게 관련되는지 먼저 살펴본다.

식 (1)에서 x 벡터는 산재 신호이다. 일반적으로 주어진 신호를 바로 산재 신호로 표현할 수 없다. 주어진 신호가 다음과 같다고 하자.

$$f = \Psi x$$

즉 우리가 관측할 수 있는 주어진 신호 f 는 Ψ 라는 알려진 행렬 (혹은 변환)을 통해 산재한 신호 x 벡터와 관련이 되어있다고 하

자. 신호 f 가 시간 영역의 신호라면 Ψ 는 역 Fourier 변환으로 보고, x 벡터는 주파수 영역에서 계수 벡터이다. 이러한 신호의 길이는 N 이라고 하자. 산재 신호는 K -sparse 신호이다. 신호 f 를 직접 얻어 x 벡터를 얻기 보다, 다음과 같이 신호를 통해 얻을 수 있다고 가정하자.

$$y = \Phi f \tag{3}$$

여기서 Φ 는 $M \times N$ 측량 행렬이다. 즉, 우리는 신호 f 가 아닌, 이 보다 훨씬 길이가 짧은 신호를 취득할 수 있다고 가정하자. 음성이나 영상 신호의 경우, Φ 는 일종의 analog-to-digital converter (ADC) 역할을 하는 장치로 생각할 수 있다. 하지만, M 이 N 보다 매우 작은 경우에서 일반적인 방식에서 필요한 샘플의 수 (즉, N) 보다 매우 적은 수의 샘플(즉, M)을 취하는 것으로 볼 수 있다. 이제 취득한 신호 y 와 산재한 신호 x 의 관계를 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y &= \Phi f \\ &= \Phi \Psi x \\ &= Ax \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 $A = \Phi \Psi$ 이다. 즉 식 (4)는 식 (1)과 같이 됨을 볼 수 있다.

이제 식 (1)이 매우 중요함을 볼 수 있다. 크기 $M \times$

N 센싱 행렬 A 의 성질이 취득한 신호 y 에서 산재한 신호 x 를 추정하는데 중요한 역할을 한다. 이런 관점에서 센싱 행렬의 성질을 보기 위해 다음과 같은 상수를 정의할 수 있다.

$$(1 - \delta_K) \|x\|_2^2 \leq \|Ax\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|x\|_2^2 \tag{5}$$

여기서 δ_K 는 모든 K -sparse 신호 x 에 대해 위의 부등식을 만족하는 상수 가운데 가장 작은 상수이다. 이러한 상수를 isometry 상수라 한다. δ_K 이 0에 가까워지면 두 부등식의 좌·우항은 서로 접근한다. 이 경우

**산재 신호를 잘 추정하기 위해서는
센싱행렬이 RIP 조건을 만족해야 함**

센싱 행렬 A 은 신호 x 에 대한 정보를 거의 잃어버리지 않는 매우 좋은 센싱 행렬이다. 특히 M 이 작아도 이러한 성질이 유지된다

면 매우 좋은 센싱 행렬로 생각할 수 있다. 만약 행렬 A 가 식 (5)를 어떤 양의 정수 K 에 대해 만족한다면 K 차-Restricted Isometry Property (RIP)를 만족한다고 한다. 이러한 센싱 행렬 A 에 대해 다음과 같은 결과를 [5]에서 얻었다.

정리: 다음과 같은 최적화 문제에서

$$\min \|x\|_1 \text{ subject to } y = Ax \tag{6}$$

만약 A 가 $\delta_{2K} < \sqrt{2} - 1$ 를 가지고 RIP를 만족한다면 이 해는 (해를 x 로 쓰면) 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} \|x^* - x\|_2 &\leq C_0 \frac{\|x - x_K\|_1}{\sqrt{S}} \\ \|x^* - x\|_1 &\leq C_0 \|x - x_K\|_1 \end{aligned}$$

여기서 x_K 는 x 의 K 개의 최대값들을 모두 0으로 한 벡터이다.

위의 정리에 따르면, 만약 x 가 K -sparse하면 (6)의 최적화는 정확한 해를 준다. 이러한 결과가 CS의 중요한 결과인데, 이 정리는 실제 식 (1)을 풀 수 있는 방법이 식 (6)의 최적화라는 것을 보여주고, 해를 얻기 위한 조건을 같이 보인다.

현실적으로 좋은 RIP 성질을 갖는 센싱 행렬 A 를 얻는 것이 중요하다. 이 문제는 좋은 측량 행렬 Φ 를 구

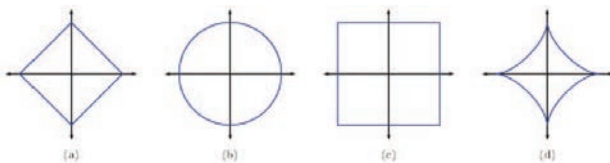
하는 것과 동일하다. 이러한 행렬을 잘 결정하는 것이 필요한데, A 가 랜덤하다면 좋은 RIP 성질을 갖을 수 있음이 알려져서^[3], 랜덤한 센싱 행렬 A 를 갖도록 측량 행렬 Φ 를 설계하는 것이 중요하다. 예를 들어, 신호를 랜덤한 시간에 샘플할 수 있다^[6]. 실제 Nyquist rate 보다 훨씬 적은 비로 취득하여도 신호를 복원할 수 있음을 볼 수 있다^[12].

일반적으로 랜덤한 센싱 행렬 A 에 대해 식 (6)과 같이 x 를 추정할 경우, 다음 조건이 만족되면 매우 높은 확률로 산재된 신호를 얻을 수 있음이 알려져 있다.

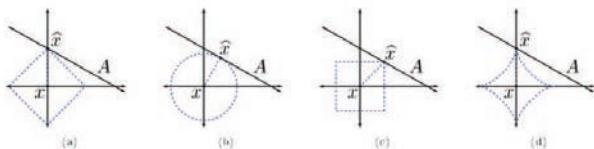
$$M \geq cK \log \frac{N}{K} \quad (7)$$

식 (7)을 만족하는 신호의 샘플 수, M 은 N 이 매우 커도 K 가 충분히 작으면 크지 않음을 알 수 있다. 또한 산재 신호의 경우 Nyquist rate이 샘플비를 정할 때 크게 의미가 없음을 알 수 있다.

위의 정리에 대한 증명은 [5]에 있다. 직관적으로 식 (6)이 어떻게 산재한 신호를 추정할 수 있는지 보기 위해 벡터의 크기를 정하는 l_p -norm에 대해 살펴볼 필요가 있다. 임의의 길이가 N 인 벡터 x 의 l_p -norm은 다음과 같이 정의한다.



〈그림 2〉 각 l_p -norm에 따른 2차원에서 원: (a) $p=1$, (b) $p=2$, (c) $p=\infty$, (d) $p=1/2$ (이 그림은 [4]에서 옮긴 것임)



〈그림 3〉 선형 제한 식에 따른 norm의 최소화: (a) $p=1$, (b) $p=2$, (c) $p=\infty$, (d) $p=1/2$ (이 그림은 [4]에서 옮긴 것임)

1) norm으로써 triangular 부등식을 만족하기 위해 이어야 한다.

$$\|x\|_p = \left(\sum_{n=1}^N |x_n|^p \right)^{1/p}$$

실제 norm으로 쓰려면 $p \geq 1$ 이어야¹⁾ 하는데 $p \geq 0$ 으로 확장한다. 각 norm에 따른 원의 모양을 2차원에서 보이면 〈그림 2〉와 같다. 즉, $\|x\|_p = 1$ 을 보이면 〈그림 2〉에 보이듯이 서로 다른 모양을 갖는다.

식 (6)에서 보이듯이 l_1 -norm의 비용함수의 모양은 〈그림 2〉 (a)와 같이 생겼다. 흔히 사용되는 l_2 -norm은 원이다. 일반적으로 $p \leq 1$ 인 경우 원의 모양은 축에서 점점 더 뾰족한 형태를 갖는다. 이제 식 (6)과 같이 선형 제한 식을 만족하면서 norm을 최소화하는 해를 찾는 문제를 생각해보자. 선형 제한 식을 직선으로 보이면 〈그림 3〉과 같이 예를 들어 볼 수 있다. 각 그림에서 \hat{x} 는 주어진 norm에 대한 해를 표시한다. 〈그림 3〉 (a)와 (d)의 경우, 산재된 해 ($\hat{x} = 0$ 이다)를 얻는 반면 〈그림 3〉 (b)와 (c)는 해가 산재 신호인 경우가 아니다. 이 예를 통해서 만약 산재된 벡터 또는 신호가

p가 1이거나 이 보다 작은 l_p -norm최적화는 신호를 해로 잘 찾아냄

선형 제한 식을 만족하는 해가 되려면 p 의 값은 1이거나 이 보다 작아야 됨을 알 수 있다. 따라서 l_1 -norm 최적화는 CS에서 산재된 신호를 해로 얻기 위해 매우 중요한 역할을 한다.

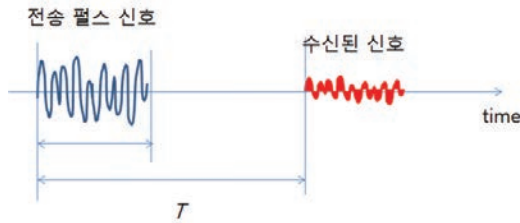
식 (6)의 문제의 해를 효율적으로 얻는 알고리즘이 필요한데, 다양한 방법들이 제시되었다. 이를 나열하면 다음과 같다: Basis Pursuit^[8], Homotopy 알고리즘^[10], Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO)^[17], Least Angle Regression (LARS)^[11], Orthogonal Matching Pursuit (OMP)^[18] 등.

III. 레이더 시스템에 응용

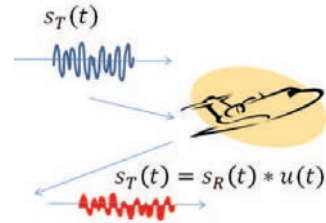
이 절에서는 간단한 레이더 시스템의 동작 예를 보이



〈그림 4〉 펄스 레이더의 동작: (a) 신호 전송, (b) 신호 반사, (c) 반사된 신호 수신



〈그림 5〉 전송 신호 및 수신 신호, 지연 시간 관계



〈그림 6〉 반사된 신호

고 CS가 어떻게 활용될 수 있는지를 보인다.

3.1 기본적인 레이더 동작

펄스-레이더 시스템은 동일한 안테나를 시분할로 송신과 수신에 같이 이용한다. 송신신호는 특정 주파수로 변조된 짧은 펄스로 특정 방향을 향해 전송한다. 이 때 안테나는 매우 지향성이 높다고 가정한다. 전송 후 안테나는 수신 모드로 전환되어 만약 반사파가 있다면 이를 수신한다. 만약 반사파가 존재하지 않는다면, 이 특정 방향에는 아무런 목표물 대상이 없는 것으로 간주할 수 있다. 반사파가 있다면, 이것은 전송된 펄스 신호가 목표물에 반사되어 되돌아 온 신호로 간주할 수 있다. 물론 목표물이 아닌 주위의 지형지물에 의해 반사되어 온 반사파일 수 있지만, 이는 이미 이전 레이더 동작에 의해 파악할 수 있는 산란된 신호(clutter)이므로 목표물에 의한 반사파와 충분히 구분될 수 있다.

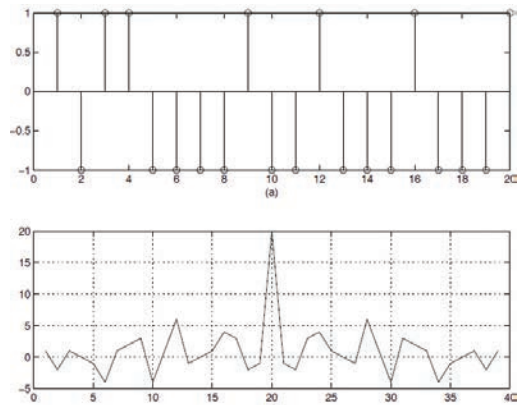
이러한 과정은 〈그림 4〉에서 보인다. 〈그림 4〉 (a)는 안테나에서 전송 신호를 보내는 경우이고, (b)는 물체에 이 전송된 신호가 반사되는 경우이며, (c)는 반사된 신호를 안테나를 통해 수신하는 경우이다.

전송된 신호가 목표물에 반사되어 온 시간을 얻을 수 있다면 이 목표물과 안테나 사이의 거리를 추정할 수 있다. 예를 들어, 송신된 신호와 수신된 신호의 관계가 〈그림 5〉와 같이 주어진다고 하자.

시간 지연을 T 라하면, 그 거리 r 은 다음과 같다.

$$r = \frac{cT}{2}$$

여기서, c 는 전파속도이다. 그리고 2로 나눈 이유는



〈그림 7〉 의사 잡음 신호 (a)와 상관함수 (b)

T 는 왕복 시간이기 때문이다. 이러한 과정은 목표물이 있을 수 있는 방향에 대해 순차적으로 진행하고, 계속 반복하여 훑어본다. 따라서 레이더의 성능은 전송 펄스 신호와 시간 지연 추정에 크게 영향을 받는다. 이러한 레이더 시스템에 CS가 어떻게 응용될 수 있는지는 다음 절에 보인다.

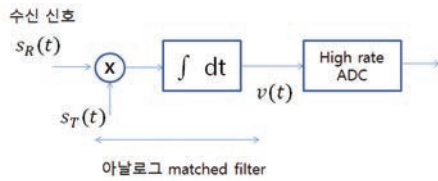
3.2 CS를 이용한 레이더 시스템

이 절에서 CS가 어떻게 레이더 시스템에 이용될 수 있는지 살펴본다. 기본적인 내용은 [1]를 참조하였다.

레이더의 송신 펄스 신호를 $s_T(t)$ 라 하자. 이 신호가 물체에 반사되어 되돌아오는 경우, 수신된 신호는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s_R(t) = s_T(t) * u(t) = \int s_T(t-\tau)u(\tau) d\tau$$

여기서 $u(t)$ 는 물체가 가지고 있는 고유한 함수로 생각할 수 있다. 〈그림 6〉에서 반사된 신호와 전송된 신호의 관계를 보인다. $u(t)$ 는 물체의 임펄스 응답처럼



〈그림 8〉 레이더 수신기 구조

생각할 수 있다. 이 때 전송신호는 입력 신호이고, 반사된 신호는 출력 신호이다. 따라서 $u(t)$ 를 얻으면 물체의 특징을 알 수 있다고 생각할 수 있다 (위치, 속도, 그리고 물체의 모양 등). 따라서 이 함수를 추정하는 것이 중요하다.

물체의 고유한 특징을 갖는 함수 $u(t)$ 를 추정하기 위해 송신 신호를 다음과 같은 특징을 갖도록 설계할 수 있다.

$$s_T(t) * s_T(-t) \approx \delta(t) \quad (8)$$

이러한 성질을 갖는 신호는 의사난수(pseudo-random) 또는 의사 잡음(pseudo-random (PN)) 신호로 만들 수 있다. 그 예를 〈그림 7〉에서 보였다. 임의의 의사 잡음 수열이 〈그림 7〉 (a)와 같이 주어지면, 이 의사 잡음의 상관함수는 Dirac-delta 함수와 유사하고, 〈그림 7〉 (b)와 같이 보일 수 있다. 이러한 성질의 송신 신호라 가정하자. 수신 신호에다 송신 신호를 matched filtering을 하면, 그 출력 신호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v(t) &= s_R(t) * s_T(-t) \\ &= s_T(t) * u(t) * s_T(-t) \\ &\approx \delta(t) * u(t) \\ &= u(t) \end{aligned} \quad (9)$$

결국 matched filter의 출력 신호는 물체의 고유한 함수의 근사가 된다. 이러한 레이더의 수신 과정을 〈그림 8〉에 보였다. 아날로그 matched filter는 송신 펄스 신호가 복잡하면 구현하기 어렵다. 사실 이러한 문제로 과거에는 송신 펄스 신호의 제약이 있었는데, 디지털 신호 처리기의 발전으로 아날로그 matched filter를 디지털 matched filter로 대체하면 이러한 문제를

해소할 수 있었다. 즉, 지금은 우수한 성능을 갖는 송신 펄스 신호를 사용할 수 있다. 이러한 경우는, 고속의 ADC로 신호를 먼저 샘플한 이후 디지털 matched filter를 이용하여 샘플된 $u(t)$ 를 얻을 수 있다.

궁극적으로 $u(t)$ 를 얻기 위해 레이더 신호 처리를 이용하여 우수한 수신 시스템을 설계하는 것인데, 이러한 시스템을 보다 낮은 복잡도로 구현하기 위해 CS를 쓸 수 있다. 이를 위해 $u(t)$ 가 산재한 신호이어야 한다. 이 신호는 시간 영역에서 산재할 필요는 없다. 이 신호는 어떤 특정한 변환에서 산재하면 된다. 하지만 쉬운 예를 위해 시간 영역에서 산재하다고 가정하자. 이 경우, $u(t)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(t) = \sum_{k=1}^K a_k \delta(t - \tau_k) \quad (10)$$

여기서 a_k 는 임의의 τ_k 계수이고 τ_k 는 임의의 시간 지연이다. 이 함수는 높은 샘플 속도로 샘플 한다면 K -sparse 신호라 볼 수 있다. 이 경우 수신된 신호는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} s_R(t) &= s_T(t) * u(t) \\ &= \int s_T(t - \tau) u(\tau) d\tau \\ &= \sum_{k=1}^K a_k s_T(t - \tau_k) \end{aligned} \quad (11)$$

$s_T(t)$ 를 p 라는 PN 수열을 이용하여 만들었다고 가정하자. 편리를 위해 샘플된 후 신호를 생각하면 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$s_R = [p_0 \cdots p_{N-1}] a \quad (12)$$

여기서 p_n 은 n 지연 시간을 가지고 샘플된 PN 신호이다. 그리고 a 는 K -sparse 신호로 τ_k 번째 항은 0이 아닌 값(즉 a_k)을 갖고 다른 값은 모두 0이다. 여기서 $[p_0 \cdots p_{n-1}] = \Psi$ 로 쓰면 수신된 신호 s_R 은 Ψ 와 같음을 알 수 있다. PN 신호로 만들어진 Ψ 이므로 랜덤하게 M 개의 샘플을 $s_R(t)$ 로부터 취득하면 취득된 신호를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y = \bar{\Psi}a \quad (13)$$

여기서 $\bar{\Psi}$ 는 Ψ 에서 M 개의 랜덤하게 샘플한 시간에 부합하는 행벡터로 이루어진 행렬이다. 이러한 행렬은 PN 수열 p 에 따라 랜덤한 특성을 가지고 있고 좋은 RIP 성질을 가질 수 있다. 따라서 적은 수의 샘플만으로도 원하는 K -sparse 신호 a 를 추정할 수 있다.

이 외에도 CS는 레이더 시스템에 다른 방식으로 이용될 수 있다. [14]에서는 분산된 송신 안테나가 각각 다른 협대역 신호를 전송하여 여러 목표물의 검출을 한다. 여러 목표물의 수가 만약 충분히 작다면 수신된 신호는 angle-range-Doppler 공간에서 산재한 신호가 된다. 따라서 적은 수의 샘플로도 CS를 이용하여 목표물들을 angle-range-Doppler 공간의 산재 신호로 나타내고, 이를 추정할 수 있다. 이와 유사한 연구는 [7]에서도 제시되었다. 목표물들을 2차원 시간-주파수 공간에서 산재한 신호라 보고, 이 목표물의 수가 이산화된 (discretized) 2차원 시간-주파수 공간의 점의 수보다 작은 경우에 대해, 고해상도 영상처럼 목표물을 2차원 공간에서 찾고 보이는 CS 방법은 [13]에서 제시되었다. 이러한 연구는 CS가 영상 복원에 응용된 것과 유사한 특징을 가지고 있다. 다만 다른 것은 다차원 신호 공간이 시간-주파수 또는 angle-range-Doppler로 대체되어 목표물의 위치 및 속도 등 레이더에 필요한 정보로 나타나게 한 것이다.

IV. 결론

CS는 2006년도 처음 발표된 이후 매우 광범히 연구되고 다양한 분야에 적용되고 있다. 물론 CS에 관련된 이론은 2006년 이전에도 있었으나 산재된 신호를 정확히 복원할 수 있는 다양한 조건들이 알려지면서 보다 더 많은 관심을 받으면서 활발히 연구되어지고 있다. 이러한 활발한 연구의 배경에는 자연계의 많은 신호들이 어떠한 변환을 통해 산재된 신호로 근사될 수 있다는 사실에 있다. 즉, 관측되는 신호들이 매우 밀도 높아 보이지만 어떠한 변환을 거치면 소수의 계수들만

매우 높은 값을 갖게 되어, 산재된 신호로 근사될 수 있다는 것이다. 해안선이나 얼음입자의 구조 등 복잡해 보이는 현상도 실제로는 매우 단순한 시스템으로 설명될 수 있다는 fractal 이론과 유사한 점이 있다. CS는 매우 적은 수의 신호 샘플을 통해 변환 뒤에 숨겨진 산재된 신호를 찾게 도와준다. 영상 압축이나 이 논문에서 설명된 레이더 신호 처리에 응용될 수 있다. 더 나아가 CS는 지금까지 생각하지 못한 분야에도 적용될 수 있을 것이며, 궁극적으로 신호란 무엇이기에 대한 의문에 한 걸음 더 나아가는 답을 찾도록 도와줄 수도 있을 것이다.

참고 문헌

- [1] R. Baraniuk and P. Steeghs, "Compressive radar imaging," in Proc. 2007 IEEE Radar Conf., pp. 128-133, Apr. 2007.
- [2] R. Baraniuk, "Compressive sensing," IEEE Signal Processing Magazine, 24(4), pp. 118-121, July 2007
- [3] R. Baraniuk, M. Davenport, R. DeVore, and M. Wakin, "A simple proof of the restricted isometry property for random matrices," Const. Approx., vol. 28, no. 3, pp. 253-263, 2008.
- [4] R. Baraniuk, M. A. Davenport, M. F. Duarte, and C. Hegde, An Introduction to Compressive Sensing, Connexions (Lecture Notes), 2011.
- [5] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," IEEE Trans. on Information Theory, 52(2) pp. 489-509, February, 2006.
- [6] E. Candes and M.B. Wakin, "An Introduction to Compressive Sensing," IEEE Signal Processing Magazine, 25(2), pp. 21-30, March 2008
- [7] C.-Y. Chen and P.P.Vaidyanathan, "Compressed sensing in MIMO radar," Signals, Systems and Computers, 2008 42nd Asilomar Conference on, vol., no., pp.41,44, 26-29 Oct. 2008



- [8] S.S. Chen, D.L. Donoho, M.A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," SIAM J. Sci. Comput., Vol.20, No.1, pp.33-61, 1998.
- [9] David Donoho, "Compressed sensing," IEEE Trans. on Information Theory, 52(4), pp.1289-1306, April, 2006.
- [10] D. L. Dohono and Yaakov Tsaig, "Fast solution of L1-Norm Minimization Problems When the Solution May Be Sparse," IEEE Trans on Information Theory, Vol.54, No.11, pp.4789-4812, 2008.
- [11] B. Efron, T. Hastie, I. M. Johnstone, and R. Tibshirani, "Least angle regression," Ann. Statist., Vol.32, No.2, pp.407-499, 2004.
- [12] Y. C. Eldar and T. Michaeli, "Beyond bandlimited sampling," IEEE Signal Processing Magazine, vol.26, no.3, pp.48,68, May 2009
- [13] M.A. Herman and T. Strohmer, "High-Resolution Radar via Compressed Sensing," IEEE Transactions on Signal Processing, vol.57, no.6, pp.2275,2284, June 2009
- [14] A. P. Petropulu, Y. Yu, and H. V. Poor, "Distributed MIMO radar using compressive sampling," in Proc. 42nd Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Pacific Grove, CA, Nov. 2008, pp. 203-207
- [15] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise", Proc. Institute of Radio Engineers, vol. 37, no.1, pp. 10-21, Jan. 1949.
- [16] D.S. Taubman and M.W. Marcellin, JPEG 2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice. Norwell, MA: Kluwer, 2001.
- [17] Rober Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via the LASSO," Journal of the Royal Statisical Soceity. Series B (Methodological), Vol.58, Issue 1, pp.267-288, 1996.
- [18] J. A. Tropp, "Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 50, pp. 2231-2242, 2004.



최진호

- 1989년 서강대학교 학사
- 1991년 KAIST 석사
- 1994년 KAIST 박사
- 현재 광주과학기술원 정보통신공학부 교수

〈관심분야〉

무선통신, 통계신호처리