J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 43(11), 943-951(2015) DOI:http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2015.43.11.943 ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

다중 원추형으로 배치된 관성센서의 FDI 성능 분석

김현진*, 송진우*, 강철우**, 박찬국***

FDI performance Analysis of Inertial Sensors on Multiple Conic Configuration

Hyun Jin Kim*, Jin Woo Song*, Chul Woo Kang** and Chan Gook Park*** Dept. of Mechanical & Aerospace Engineering, Seoul National University*'*** Automation and Systems Research Institute, Seoul National University**

ABSTRACT

Inertial sensors are important components of navigation system whose performance and reliability can be improved by specific sensor arrangement configuration. For the reliability of the system, Fault Detection and Isolation (FDI) is conducted by comparing each signal of arranged sensors and many arrangement configuration were suggested to optimize FDI performance of the system. In this paper, multiple conic configuration is suggested with optimal navigation condition and its FDI performance is analyzed by established Figure Of Merit (FOM) under the condition for navigation optimality. From FOM comparison, the multiple conic configuration is superior to former one in point of FDI.

초 록

관성센서는 항법 시스템에서 매우 중요한 요소로서, 다수의 관성 센서를 특정한 기하학 적 형상으로 배치하여 시스템의 성능과 신뢰도를 향상시킬 수 있다. 이 때 시스템 신뢰도 향상을 위한 고장검출 및 분리는 배치된 각 센서의 신호를 비교하여 이루어지며, 몇 가지 형태에 대한 최적 조건이 알려져 있다. 본 논문에서는 다중원추 배치형상을 제시하여 항법 최적성능을 위한 조건을 정리하고, 이러한 조건 하에서 기존에 정의된 성능지표를 사용하여 고장검출 및 분리 성능을 분석하였다. 성능지표 비교 결과, 다중 원추배치 형상이 이전에 제시된 다른 형상들보다 고장검출 및 분리 성능 측면에서 더 뛰어나다는 것을 확인하였다.

Key Words : Fault Detection and Isolation(고장검출 및 분리), Figure of Merit(성능지표), Inertial Sensor(관성 센서), Multiple Conic Configuration(다중 원추 형상)

관성센서는 외부의 보조수단 없이 자체적으로 시스템의 가속도나 각속도를 측정할 수 있기 때

론

I. 서

문에 관성항법시스템(INS, Inertial Navigation System)의 핵심 부품으로 사용된다[1]. 하지만 고 장이 발생하였을 s때 이를 검출하여 분리해내지 못한다면 잘못된 측정치가 항법 계산에 반영되어

* Received : May 5, 2015 Revised : October 13, 2015 Accepted : October 23, 2015

*** Corresponding author, E-mail : chanpark@snu.ac.kr

위치오차를 초래하게 된다. 따라서 고장검출 및 분리(FDI, Fault Detection and Isolation)를 통해 관성센서의 신뢰도를 높이는 것이 중요하다.

관성센서의 FDI를 위해 제안된 여러 가지 방 법들[2,3,4] 중 하나는 여분의 센서를 부착하여 신호 차이를 비교하는 것이며[4], 이에 대한 대표 적인 알고리즘은 패리티 공간 기법(PSA, Parity Space Approach)[5]이다. PSA는 시스템의 물리 적 거동과 상관없이 고장 신호만을 분리하며 구 현이 간단하다는 장점이 있다[6,7].

한편 여분의 관성센서를 사용하는 경우 사용하는 선서의 개수와 배치 형태에 의해 전체 시스템 특성이 영향을 받으며[8,9], 고장검출 성능 외에 도 시스템의 항법추정성능 등이 센서 배치형상에 의해 다양하게 결정된다[10,11,12]. 때문에 클러스 터 배치형태[13]나 마할라노비스 거리 기반 분석 [14] 등 다양한 관점에서 센서 최적배치형상에 대한 연구가 진행되어 왔다[15,16,17]. 하지만 정 다면체와 같은 기존 배치형상의 경우, 센서개수 나 세부형상을 자유롭게 결정하기 어렵기 때문에 이에 따른 성능평가가 어려운 한계가 있다[18].

본 논문에서는 이를 해결하기 위해 다중 원추 형태의 센서배치 형상을 제시하고 고장검출성능 관점에서 최적배치형상에 대해 수식을 통한 분석 을 수행하였다. 그리고 이를 통해 기본적으로 항 법성능에 대한 최적조건을 만족시키면서 동시에 주요 형상 파라미터 변화에 따른 FDI 성능을 계 산하여 제시한 형태의 최적값을 확인하였다. 비 교기준으로는 기존에 정의된 성능지표(FOM, Figure of Merit)[5]를 사용하였다.

II. FOM 정의

2.1 센서 관측 모델

센서 관측 모델은 적절한 FOM을 정의하기 위 해 반드시 필요한 부분으로, 본 논문에서 고려하 는 관성센서의 관측 모델은 (1)과 같다[1].

$$\mathbf{m} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}, \ \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_n \end{pmatrix}, \ \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$
(1)

여기서 n 은 센서 개수, H 는 배치형상에 따른 방향코사인 행렬이며, h_i는 i 번째 센서에 대한 방향코사인 행벡터이다. x 는 전체 시스템의 상 태변수 벡터이고, ε 는 센서의 측정 노이즈 벡터 로 (2)와 같은 특성의 정규분포를 이룬다.

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{0}_{n}, E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^{T}) = \sigma^{2}\boldsymbol{I}_{n \times n}$$
⁽²⁾

2.2 항법 성능 FOM

관성센서의 측정치에는 (2)와 같은 확률적 특 성을 갖는 노이즈가 포함되기 때문에 이로부터 상태변수를 정확하게 계산하는 것은 불가능하다. 따라서 측정치를 통해 상태변수를 추정해야만 하 며 이 때 사용될 수 있는 방법이 최소자승법이 다. (1)에서 정의한 센서모델에 대해 상태변수 추 정치를 최소자승법으로 구하면 (3)과 같다[5].

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{m}$$
(3)

이 때 추정오차와 그에 대한 공분산을 구하면 (4)와 같다.

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{E}(\mathbf{e}\mathbf{e}^{\mathsf{T}}) = \mathbf{E}\left[\left(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\right)\left(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\right)^{\mathsf{T}}\right] = \sigma^{2}(\mathbf{H}^{\mathsf{T}}\mathbf{H})^{-1} \quad (4)$$

항법성능 비교를 위해 추정오차의 공분산을 사용하는 경우, 표준편차를 정규화 하여 (5)와 같은 FOM을 정의할 수 있다[5].

$$FOM_{GNC} = trace(\mathbf{P}) = trace[(\mathbf{H}^{T}\mathbf{H})^{-1}]$$
(5)

위의 정의에 따라 FOM_{GNC}의 값이 작을수록 항법성능 측면에서 더 좋은 배치형상이라고 할 수 있다. 이 때 FOM_{GNC}를 최소화하기 위한 조 건은 (6)과 같음이 알려져 있다[19].

$$\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H} = \frac{\Pi}{2}\mathbf{I}_{3\times3} \tag{6}$$

따라서 최적항법성능을 갖는 센서배치형상을 찾기 위해서는 (6)의 구속조건을 만족하는 형상 을 찾으면 된다.

2.3 FDI FOM

센서의 FDI를 위한 방법으로는 여러 가지 방 법이 사용될 수 있으며 본 논문에서 적용한 방법 은 PSA 기법 중 각 센서마다 패리티 식이 하나 씩 주어진 형태이다[5]. 이 방법은 n 개의 센서 측정치에 대해 n 개의 패리티 식을 생성하며 이 를 수식으로 나타내면 (7)과 같다.

$$\mathbf{P} = \mathbf{V}\mathbf{m},$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{1} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{n} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{1} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & \cdots & v_{nn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{m} = \begin{pmatrix} m_{1} \\ \vdots \\ m_{n} \end{pmatrix}$$
(7)

이 때 각 패리티 **P**_i식 가 상태변수 x 에 독립 이기 위해서는 (8)과 같이 **v**_i가 **H**의 영공간 (null-space)이 되어야 한다.

$$\mathbf{v}_{1}\mathbf{H}=\mathbf{0}_{3} \tag{8}$$

또한 **P**_i는 i 번째 센서의 고장 여부를 감지하 기 위한 패리티 식이기 때문에 i 번째 센서 측정 치에 가장 민감하고 나머지 측정치에는 둔감해야 한다. 이를 위해 (9)와 같이 V_{ii}에 대한 나머지 V_i의 성분들의 제곱합이 최소가 되도록 한다[5].

minimize
$$\left(\sum_{k=1, k \neq i}^{n} v_{ik}^{2}\right)$$
 for $v_{ii} = 1$ (9)

한편 **V**_i에서 *V*_{ii}를 제외한 n-1차원 벡터를 **V**_i⁽ⁱ⁾, **H**에서 **h**_i를 제외한 행렬을 **H**⁽ⁱ⁾라 하면 *V*_{ii}=1이므로 (8), (9)를 만족하는 해를 (10)과 같 이 구할 수 있다.

$$\mathbf{v}_{i}^{(i)}\mathbf{H}^{(i)} + \mathbf{h}_{i} = \mathbf{0}_{3}$$

$$\mathbf{v}_{i}^{(i)} = \begin{pmatrix} v_{i1} & \cdots & v_{i(i-1)} & v_{i(i+1)} & \cdots & v_{in} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$= -\mathbf{h}_{i} \left[\begin{pmatrix} \mathbf{H}^{(i)} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{(i)} \right]^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{H}^{(i)} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(10)

위의 결과로부터 \mathbf{P}_i 가 i번째 센서의 신호에만 민감하도록 하는 \mathbf{v}_i 는 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_{i} = (v_{i1} \cdots v_{i(i-1)} \ 1 \ v_{i(i+1)} \cdots v_{in})^{\mathrm{T}}$$
 (11)

한편 모든 센서가 정상일 때와 \mathbf{k} 번째 센서가고 장일 때, \mathbf{P}_i 의 확률 특성은 각각 다음과 같다[5].

- 정상일 때

$$E(\mathbf{P}_i) = E(\mathbf{v}_i \mathbf{m}) = 0, \ \sigma_{\mathbf{p}_i}^2 = \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \sigma^2$$
 (12)

- k번째 센서의 바이어스 고장이 발생했을 때

$$E(\mathbf{P}_i) = E(\mathbf{v}_i \mathbf{m}) = v_{ik} f_k, \ \sigma_{\mathbf{p}_i}^2 = \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \sigma^2$$
 (13)

여기서 σ는 센서 노이즈의 표준편차, f_k 는 k 번째 센서에서 발생한 바이어스 고장의 크기이 다. 위의 두 가지 경우에 대해, f_k 와 σ를 정규 화하면 정상일 때의 노이즈 분산 대비 고장 신호 크기의 비율로부터 다음과 같은 고장거리를 정의 할 수 있다[5].

$$\mathbf{J}_{ij} = \left(\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^{\mathrm{T}}\right)^{-1} v_{ij}^2 \tag{14}$$

즉, J_{ij}는 j(j≠i) 번째 센서에서 고장이 발생했 을 때, i 번째 센서에 대해 정상상태에서의 노이 즈 대비 고장 신호가 얼마나 크게 나타나는지 나 타내는 값이다.

한편 i 번째 센서 고장으로 인한 고장거리와 j(j≠i) 번째 센서 고장으로 인한 고장거리가 비슷 할수록 서로 다른 고장에 대한 i 번째 패리티 식 의 반응이 비슷하게 되므로 i 번째 센서에서 다 른 축 센서로 인한 오경보가 발생할 확률이 높아 진다. 따라서 이 둘의 차이를 최대화하기 위해 FOM을 다음과 같이 정의한다[5].

$$FOM_{p_i} = \frac{J_{ii}}{\max_{i} J_{ij} (j \neq i)}$$
(15)

이 때 이 값이 클수록 서로 다른 고장에서의 패리티 식 차이가 크게 나타나서 FDI 측면에서 유리해진다.

최종적으로 전체 시스템의 FDI FOM은 시스템 에 사용된 모든 n 개의 센서에 대한 FOM을 계 산한 뒤, 다음과 같이 가장 성능이 떨어지는 축 을 기준으로 사용하여 정의된다[5].

$$FOM_{FDI} = \min_{i} \left(\frac{J_{ii}}{\max_{j \ (j \neq i)} J_{ij}} \right) = \min_{i} \left(\frac{1}{\max_{j \ (j \neq i)} v_{ij}^{2}} \right)$$
(16)

이렇게 함으로써 성능이 최저인 축을 확인하여 최악의 경우에 대해서도 전체 시스템의 FDI 성 능을 (16)의 FOM 이상으로 보장할 수 있다[5].

Ⅲ. 배치 형상에 따른 FOM 성능 분석

앞서 정리한 FOM은 모두 센서 배치 형상에 의해 결정되므로 배치형상선택이 시스템 성능을 결정하는데 있어서 매우 중요하다고 할 수 있다. 이에 대해 기존 연구에서 Fig. 1과 같은 정다면 체의 대칭성을 활용하면 항법성능 FOM의 최적 조건이 만족됨을 확인하였으나[19], 정다면체가 5 종류밖에 없기 때문에 구성에 제한이 있으며 기 하학적 파라미터를 분석하기가 어렵다는 단점이 있다. 따라서 정다면체는 분석대상에서 제외하였



Fig. 1. Regular polyhedra

으며, 단일/다중원추 배치형상에 대해 최적항법 성능 조건을 만족하는 상태에서 형상 변화에 따 른 FDI FOM을 확인하기 위한 분석을 수행하였 다.

3.1 단일원추 배치형상

단일원추 배치는 각 센서들이 원추의 꼭지점을 원점으로 하여 원추의 빗면 상에 놓이도록 하는 배치이다. 정다면체와 달리 사용하기 위한 센서 의 개수를 자유롭게 조절할 수 있으며 원추의 중 심각을 변화시킴으로써 무수히 많은 형상을 구성 할 수 있다. 일반적으로 단일원추 상의 센서 배 치에 따른 방향코사인 행렬 H 는 (17)과 같이 정 의된다.

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1}^{\mathrm{T}} & \mathbf{h}_{2}^{\mathrm{T}} & \cdots & \mathbf{h}_{n}^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\mathbf{h}_{\mathrm{k}} = \begin{pmatrix} \cos\frac{2\pi \mathrm{k}}{\mathrm{n}}\sin\alpha & \sin\frac{2\pi \mathrm{k}}{\mathrm{n}}\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$
(17)

여기서 n 은 전체 센서의 개수이고, α 는 원추 의 빗면이 중심축과 이루는 각도이다. 단일 원추 배치 형상에 대해 항법 성능 FOM의 최적 조건 을 적용하는 경우 (18)과 같은 조건이 추가된다.

$$\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H} = \sum_{k=1}^{n} \mathbf{h}_{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{h}_{k} = \frac{n}{3}\mathbf{I}_{3\times3}$$
(18)

이 때 삼각함수의 성질에 의해 (18)은 (19)와 같이 정리된다.

$$\sum_{k=1}^{n} \mathbf{h}_{k}^{\mathrm{T}} \mathbf{h}_{k} = \begin{pmatrix} \frac{n}{2} \sin^{2} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{2} \sin^{2} \alpha & 0 \\ 0 & 0 & n \cos^{2} \alpha \end{pmatrix}$$
(19)

따라서 항법 성능 FOM을 만족하는 경우 형상 조건은 (20)과 같다.

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{3}\alpha, \ \alpha = \cos^{-1}(\sqrt{1/3}) = 54.7356^{\circ}$$
 (20)

한편 위의 조건과 상관없이 FDI FOM을 계산 하기 위해서 **V**_i를 구해야 하며, 2.3절의 내용으 로부터 (21)이 성립함을 안다.

$$\mathbf{v}_{i}^{(i)} = \begin{pmatrix} v_{i1} & \cdots & v_{i(i-1)} & v_{i(i+1)} & \cdots & v_{in} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$= -\mathbf{h}_{i} \left[\begin{pmatrix} \mathbf{H}^{(i)} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{(i)} \right]^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{H}^{(i)} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(21)

여기서 (22)와 같이 A 를 정의할 수 있다.

$$\mathbf{A} = \left(\mathbf{H}^{(n)}\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{(n)}$$
$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{4}{n^{2} (n-3) \sin^{4} \alpha \cos^{2} \alpha} \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{13} & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$
(22)

이 때 A⁻¹의 각 성분은 (23)과 같다.

$$a_{11} = \frac{n}{2}(n-1)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$a_{22} = \frac{n(n-3)}{2}\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$a_{33} = \frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}-1\right)\sin^4 \alpha$$

$$a_{13} = \frac{n}{2}\sin^3 \alpha \cos \alpha$$
(23)

단일 원추는 축대칭 형상이기 때문에 i가 어 떠한 값이더라도 동일한 결과를 얻게 된다. 따라 서 계산의 편의를 위해 i=n 이라 하면 V_{ij}는 (24) 와 같다.

$$v_{ij} = -\mathbf{h}_i \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_j^{\mathrm{T}} = \frac{1}{n-3} \left(1 + 2\cos\frac{2\pi}{n} j \right) (j \neq i)$$
 (24)

위 결과는 마찬가지로 단일 원추의 축대칭 성 질에 따라 i=1,2,...,n 에 대해 모두 적용되며, 따 라서 FDI FOM은 (25)와 같다.

$$FOM_{FDI} = \min_{i} \left(\frac{1}{\max_{j} v_{ij}^{2}(j \neq i)} \right)$$
$$= \left(\max_{j \ (j \neq i)} \left[\frac{1}{(n-3)^{2}} \left(1 + 2\cos\frac{2\pi}{n} j \right)^{2} \right] \right)^{-1}$$
(25)

즉, 단일원추 배치형태에서 FDI FOM은 사용 된 전체 센서개수 n 에 의해 결정되며, 중심각 α의 영향을 받지 않는다. 따라서 FDI 성능 향상 을 위해 최적항법성능을 위한 구속조건을 무시하 고 α를 조절하는 것은 의미가 없으며, 항법성능 을 만족하는 배치형상을 사용하는 것이 단일원추 배치에 대한 최적의 방법이라고 할 수 있다.

3.2 다중원추 배치형상

다중원추 배치형상은 중심축을 공유하는 원추 들을 중첩 배치한 형상으로 정의하며, 본 논문에 서는 각 원추마다 동일한 개수의 센서를 등간격 으로 배치한 형상으로 제한한다. 이 때 m개의 원추를 중첩한 다중 원추 배치 형상에 대한 방향 코사인 행렬 H 는 (26)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{1} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{2} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_{m} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{H}}_{i} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{i,1} \\ \mathbf{h}_{i,2} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{i,y'_{m}} \end{pmatrix}$$
(26)

여기서 $\hat{\mathbf{H}}_{i}$ 는 다중 원추 형상을 구성하는 i 번 째 단일 원추의 방향코사인 행렬이며 성분 $\mathbf{h}_{i,k}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{h}_{i,k} = \left(\cos\tilde{\theta}_{i,k}\sin\alpha_{i} \quad \sin\tilde{\theta}_{i,k}\sin\alpha_{i} \quad \cos\alpha_{i}\right)$$

$$\tilde{\theta}_{i,k} = \frac{2\pi k}{n/m} + \beta_{i-1}, \ \beta_{0} = 0$$
(27)

 $n \in 단일원추 배치와 마찬가지로 전체 센서 의$ $개수이고, <math>m \in 중첩한 원추의 개수이다. <math>\alpha_i \in i$ 번째 원추의 중심각이고, $\beta_i \in Fig. 2$, 3과 같이 중심축인 z 축에 대해 각 원추가 기준이 되는 원 추에 대해 상대적으로 돌아간 비틀림각을 의미한 다. 이 때 기준이 되는 한 원추는 z 축에 대한 회



Fig. 2. Single conic configuration



Fig. 3. Double conic configuration

전을 고려할 필요가 없으므로 $\beta_0 = 0$ 이다.

한편 다중 원추 배치 형상에 대해 항법 성능 FOM의 최적 조건을 적용하는 경우 단일 원추 배치에서와 동일하게 다음의 조건이 추가된다.

$$\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{m} \left[\left(\tilde{\mathbf{H}}_{i} \right)^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{H}}_{i} \right] = \frac{n}{3} \mathbf{I}_{3\times 3}$$
(28)

이 때 $\hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{i}}$ 자체는 단일 원추 배치 형상과 같으 므로 다음과 같다.

$$\left(\tilde{\mathbf{H}}_{\mathbf{i}}\right)^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{H}}_{\mathbf{i}} = \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} \mathbf{h}_{\mathbf{i},\mathbf{k}}^{\mathrm{T}} \mathbf{h}_{\mathbf{i},\mathbf{k}}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{n}{2m} \sin^{2} \alpha_{\mathbf{i}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{2m} \sin^{2} \alpha_{\mathbf{i}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n}{m} \cos^{2} \alpha_{\mathbf{i}} \end{pmatrix}$$
(29)

따라서 다중 원추 배치 형상에서의 항법 성능 FOM의 최적 조건은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{n}{m} \cos^2 \alpha_i = \frac{n}{m} \sum_{i=1}^{m} \cos^2 \alpha_i = \frac{n}{3}$$
(30)

위의 식을 정리하면 최종적으로 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\sum_{i=1}^{m} \cos^2 \alpha_i = \frac{m}{3} \tag{31}$$

각 원추의 중심각 α_i 와 비틀림각 β_i 에 대해 이를 만족하는 조합은 무수히 많으므로 최적 항



Fig. 4. Triple conic configuration

법 성능을 전제로 형상 변화에 따른 다중 원추 배치형상의 FDI FOM을 알아볼 수 있다.

Ⅳ. FDI FOM 계산 결과

제시한 다중 원추 배치 형상의 FDI 성능을 파 악하기 위해 기하학적 파라미터를 변화시키며 각 형상에 대한 FDI FOM을 계산하고 이를 기존에 제시된 형상에 대한 값과 비교하였다. 중첩시키 는 원추의 개수는 3개까지 확인하였으며, 성능 비교 대상은 기존 배치 형상 중 사용하는 센서 개수를 임의로 결정할 수 있는 단일 원추만을 선 택하였다. 사용한 모든 형상은 항법 성능 FOM 의 최적 조건이 구속조건으로 적용되었다. 단일 원추 배치형상과 이중/삼중 배치형상을 비교하 므로 센서개수는 6의 배수로 하여 12개부터 30개 까지의 결과를 확인하였다.

4.1 이중 원추

이중원추에서 변경할 수 있는 파라미터는 α_1 , α_2 , β_1 이며 α_2 는 항법 최적 조건과 α_1 에 의해 결정된다. 중복되는 형상에 대한 계산 반복을 피 하기 위해 $\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}} \le \alpha_1 \le \cos^{-1}\sqrt{\frac{1}{3}}$, $0 \le \beta_1 \le \frac{2\pi}{n/2}$ 로 각 파라미터의 범위를 제한하였으며, 0.01도 간격 으로 모든 형상에 대해 FDI FOM을 계산하여 찾 은 최적 형상을 Table 1에 정리하였다.

여기서 주목할 점은 중심축 방향에서 내려다볼

Table	1.	Optimal	parameter	of	double	conic
configuration						

n	12	18	24	30
$\alpha_1^{(deg)}$	41.54	44.35	46.07	47.67
α_2 (deg)	70.95	66.78	64.50	62.50
$oldsymbol{eta}_1$ (deg)	30	20	15	12
FDI FOM	14.525	31.872	56.592	88.905



Fig. 5. FDI FOM of double conic configuration (n=12)

때 모든 센서가 등간격으로 배치되는 $\beta_1 = \frac{2\pi}{n}$ 의 경우에 대해서 FDI FOM이 최적화된다는 것이 며, 이를 Fig. 5의 그래프에서 확인할 수 있다. 또한 센서개수가 늘어남에 따라 FDI FOM이 향 상되는 것을 볼 수 있다.

4.2 삼중 원추

삼중원추에서 변경할 수 있는 파라미터는 α_1 , α_2 , α_3 , β_1 이며, 마찬가지로 α_3 는 항법 최적 조건 과 α_1 , α_2 에 의해 결정된다. 삼중원추는 중복형상 에 대한 조건이 복잡하기 때문에 $0 \le \beta_1$, $\beta_2 \le \frac{2\pi}{n/3}$ 를 만족하는 모든 형상에 대해 계산량을 고려하여 중 심각 0.5도, 비틀림각 1도 간격으로 FDI FOM을 알아보았다. Table 2는 그 중 최적값을 정리한 것 이다.

이 결과에서 최적형상은 β₂와 상관없이 나머 지 파라미터에 의해 결정되는 것을 확인할 수 있 었다. 따라서 세 원추의 중심각만 결정되면 중간 에 위치한 원추는 중심축에 대해 자유롭게 회전 하여도 FDI FOM에 영향이 없다고 할 수 있다.

n	12	18	24	30
$lpha_1^{}(ext{deg})$	34	35.5	35	36.5
$\alpha_2^{}$ (deg)	75.5	77.5	78.5	76.5
$\alpha_3^{}$ (deg)	60	57.39	57.46	56.83
$oldsymbol{eta}_1$ (deg)	22	15	11	9
$eta_2^{}$ (deg)	not fixed	not fixed	not fixed	not fixed
FDI FOM	11.048	30.110	57.967	93.165

Table 2. Optimal parameter of triple conic configuration

4.3 비교 결과

다중 원추 배치 형상의 FDI 성능에 대한 확인 을 위해 같은 개수의 센서를 사용하는 단일 원추 배치 형상과 FDI FOM을 비교하였다. 모든 형상 은 항법 최적 성능을 기본 전제로 하며 비교 결 과는 Fig. 6과 같다. 여기서 이중/삼중원추배치의 경우 FDI FOM의 최적값과 함께 가장 FDI FOM 성능이 나쁜 경우를 함께 표기하였는데, 이중/삼 중 원추배치의 경우 최적화된 형상은 같은 개수 의 센서를 사용하는 단일원추형상보다 FDI FOM 이 항상 높지만 그렇지 않은 경우에는 그보다 훨 씬 낮은 값이 나타나기도 하였다. 이러한 결과는 FDI FOM의 정의 자체를 통해 해석이 가능하다. 본 논문에서 사용한 패리티 식 기반의 고장검출 기법은 서로 다른 두 센서가 수직에 가깝게 배치 될수록 해당 축의 고장검출 성능이 떨어지게 된 다. 또한 FDI FOM은 가장 낮은 성능을 보이는 축을 기준으로 하기 때문에 FDI FOM을 향상시



Fig. 6. Comparison of single/double/triple conic configuration in point of FDI FOM

Table	3.	Comparison	of dod	ecahedron	and
		double/triple	conic	configuratio	n in
		point of FDI	FOM ((n=12)	

	Dodeca hedron	Double Cone	Triple Cone
FDI FOM	9.000	14.525 (Optimal)	11.048 (Optimal)
		9.000 (Worst)	8.999 (Worst)

키기 위해서는 어느 한쪽에서 센서들의 사이각이 수직에 가까워지지 않도록 고르게 방사형으로 배 치해야 한다. 이 때 n 개의 센서를 사용하는 중 첩원추배치의 경우 m 개의 원추가 모두 완전히 겹쳐지는 상황에서 n/m 개의 센서를 사용하는 단 일원추배치와 동일한 형상이 되며, 때문에 센서 간 각도가 커져서 FDI FOM 값이 낮아지게 된 다. 따라서 다중원추배치를 사용하는 경우 다수 의 센서를 고장검출 측면에서 효율적으로 사용하 기 위해서는 배치형상에 대한 최적화 과정을 수 행할 필요가 있다.

한편 정다면체 배치 형상의 경우 본 논문의 주 요 분석 대상은 아니었으나 특정 센서 개수에 한 해서는 다중 원추 배치 형상과 동일한 조건 하에 FDI FOM을 비교할 수 있다. 여기서는 n=12개 의 센서를 사용하는 경우에 대해, 정12면체의 특 징을 활용하여 모든 면에 수직하게 각 센서를 배 치하는 형상과 다중 원추 배치 형상의 FDI FOM 을 비교하여 보았다. Table 3은 비교 결과를 정 리한 것으로 정12면체 배치 형상은 고정된 한 값 을 갖는 반면 다중 원추 배치 형상은 최적화 여 부에 따라 FDI FOM의 값이 달라진다. 이 때 다 중 원추 배치 형상에 대해 최적화가 수행된 경우 정12면체 배치 형상에 비해 훨씬 좋은 FDI FOM 값을 갖는 것을 확인할 수 있다. 따라서 12개의 센서를 사용하는 경우 최적화된 다중 원추 형상 으로 배치하는 것이 유리함을 확인할 수 있다.

V.결 론

관성센서의 다중 원추 배치 형상을 제시하였으 며, 이에 대한 고장검출 및 분리(FDI) 성능에 대 해 분석하였다. 분석기법으로는 기존에 정의되어 사용되던 Figure Of Merit(FOM)을 사용하였으 며, 제시한 형상에 대한 수식적 분석을 통해 최 적항법성능에 대한 구속조건을 유도하여 이를 만 족하는 형상에 대해 FDI 성능 분석을 수행하였 다.

분석 결과 다중 원추 형태로 관성 센서를 배치 하는 경우 FDI FOM의 최적값은 단일 원추 형태 배치에서보다 향상되는 것을 확인할 수 있었으 며, 형상 파라미터 변화에 따라 단일 원추 배치 에서보다 더 낮은 성능을 보일수도 있음을 확인 하였다. 따라서 다중 원추 형태를 사용하고자 하 는 경우 최적화된 형상을 선택하거나 불가피한 경우 단일 원추 배치와의 성능비교가 필요함을 알 수 있었다.

향후 센서 배치 형상의 파라미터 분석을 통해 이러한 결과가 나타나는 원인에 대해 규명할 것 이다. 또한 계산량 문제로 인해 삼중원추 분석에 대해 각도 분해능을 높이는데 한계가 있었는데, 해석적인 접근을 통해 최적해를 구함으로써 최적 형상의 정확도를 높이기 위한 연구를 수행할 예 정이다.

후 기

본 연구는 한국연구재단을 통해 미래창조과학 부의 지원 (과제번호 NRF-2013M1A3A3A0204246 8)을 받아 수행되었습니다.

References

1) Cho, S. Y., Park, C. G. and Lee, D. H., "Calibration of Redundant IMU with Low-grade Inertial Sensors," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 32, no. 10, 2004, pp.418~426.

2) Lee, W. and Park, C. G., "A Fault Detection Method of Redundant IMU Using Modified Principal Component Analysis," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 13, Sep. 2012, pp.398~404.

3) Lee, W. and Park, C. G., "Double Fault Detection of Cone-Shaped Redundant IMUs Using Wavelet Transformation and EPSA," *Sensors*, vol. 14, Feb. 2014, pp.3428~3444.

4) Wilcox, J. C., "Competitive Evaluation of Failure Detection Algorithms for Strapdown Redundant Inertial Instruments," *Journal of Spacecraft*, Vol. 11, No. 7, Jul. 1974, pp.525~ 530.

5) Harrison, J. V. and Gai G., "Evaluating

Sensor Orientations for Navigation Performance and Failure Detection" *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-13, No. 6, Nov. 1977, pp.631~643.

6) Kim, J. Y., Yang, C. K. and Shim, D. S., "Navigation and Fault Detection Performance Analysis for INS Redundant Sensor Configurations," *Journal of Control, Automation and Systems Engineering*, vol. 8, no. 8, Aug. 2002, pp.698~705.

7) Yoon, S. et al, "Experimental Evaluation of Fault Diagnosis in a Skew-Configured UAV Sensor System," *Control Engineering Practice*, vol. 19, no. 2, Feb. 2011, pp.153~173.

8) Kim, K. H. et al, "Optimal IMU Configuration for a SDINS," *Proceedings of 2001 International Conference on Control, Automation and Systems,* 2011, pp.2130~2133.

9) Park, S. K. et al, "Optimal Configuration for TDOF Inertial Sensors and FDI Technique", *Proceedings of 2004 KSAS Spring Conferences*, 2004, pp.283~287.

10) Jeerage, M. K., "Reliability Analysis of Fault-Tolerant IMU Architectures with Redundant Inertial Sensors," *Position, Location and Navigation Symposium (IEEE PLANS '90),* 1990, pp.587~592.

11) Guerrier, S., "Improving Accuracy with Multiple Sensors: Study of Redundant MEMS-IMU/GPS Configurations," *Proceedings of the 22nd International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2009)*, 2009, pp.3114~3121.

12) Yuksel, Y. and El-Sheimy, N., "An Optimal Sensor Fusion Method for Skew Redundant Inertial Measurement Units," *Journal of Applied Geodesy*, vol. 5, no. 2, Aug. 2011, pp.99~115.

13) Guerrier, S., Waegli, J. and Victoria, M., "Fault Detection and Isolation in Multiple MEMS-IMUs Configurations", *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 48, No. 3, 2012, pp.2015~2031.

14) Bittner, D. E., Christian, J. A., Bishop, R. H. and May, D., "Fault Detection, Isolation, and Recovery Techniques for Large Clusters of Inertial Measurement Units", *Position, Location*

and Navigation Symposium (IEEE PLANS 2014), 2014, pp.219~229.

15) Potter, J. E. and Deckert, J. C., "Minimax Failure Detection and Identification in Redundant Gyro and Accelerometer Systems," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 10, no. 4, 1973, pp.236~243.

16) R. Hanson and M. Pachter, "Optimal Gyro-Free IMU geometry," *AIAA guidance, navigation, and control conference and exhibit,* 2005, pp.15~18.

17) Jin, H. and Zhang, H. Y., "Optimal Parity Vector Sensitive to Designated Sensor

fault," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 4, Oct. 1999, pp. 1122~1128.

18) Grigorie, T. L. and Botez, R. M., "A New Method to Reduce the Noise of the Miniaturised Inertial Sensors Disposed in Redundant Linear Configurations," *Aeronautical Journal*, vol. 117, no. 1188, Feb. 2013, pp.111~ 132.

19) Shim, D. S. and Yang, C. K., "Optimal Configuration of Redundant Inertial Sensors for Navigation and FDI performance," *Sensors*, vol. 10, Jul. 2010, pp.6497~6512.