

FSM에 의한 다층 원통셸의 동적 특성에 관한 연구

Dynamic Characteristics of Laminated Shells by Finite Strip Method

Sungjin Park^{a,*}

a Department of Urban Construction Engineering, Incheon National University, 119 Academy-ro, Yeonsu-gu, Incheon 406-772, Republic of Korea

ABSTRACT

This study was presented how to interpret a laminated cylindrical shell having both ends supported condition are simple, and by identifying the three-dimensional stress characteristics. The governing equations were using the concept of finite element assuming the conversion into ordinary differential equations and partial differential equations by numerical analysis using the finite strip method.

In particular, a function performed for the three-dimensional laminated cylindrical shell having a simple support condition were analyzed for the case composed of a specific function of the beam consisting of a trigonometric function. Layer material and layer thickness of a steel or concrete, the cylindrical length and the like by varying the parameters variously examine the effects of multi-layer cylindrical shell.

KEYWORDS

three-dimensional stress
finite strip method
laminated cylindrical shell

본 연구는 양단이 단순지지된 조건을 갖는 다층 원통셸을 해석하는 방법을 제시하였고, 3차원 응력 특성을 규명한 것이다. 지배방정식은 편미분방정식을 상미분방정식으로 변환을 가정한 유한요소 개념을 이용하여 유한대판법 해석법을 이용하여 수치해석하였다.

특히 단순지지 조건을 갖는 3차원 다층원통셸에 대해서는 시행함수로서 삼각함수로 구성되는 보의 고유함수로 구성되는 경우에 대해 해석하였다. 층 재료는 강재 또는 콘크리트로 하고 층두께, 원통길이 등 파라미터를 다양하게 변화시켜 다층원통셸에 미치는 영향을 검토한다.

3차원 응력
유한대판법
다층원통셸

© 2015 Korea Society of Disaster Information All rights reserved

* Corresponding author. Tel. 82-32-835-8775. Fax. 82-32-232-5024
Email. sjpark@inu.ac.kr

ARTICLE HISTORY

Received Nov. 03, 2015
Revised Nov. 25, 2015
Accepted Dec. 10, 2015

1. 서론

구조해석의 기술혁명을 가속화한 유한요소법(Finite Element Method)은 1946년 수학자 Gurant에 의해 구조물을 해석하기 위한 가장 유용한 수단으로 발전하여 왔다. 지금까지 여러종류의 유한요소 모델이 개발되어 구조해석의 선형, 비선형의 정적해석 뿐만 아니라 동적 문제 해석까지 다양하게 거론되어 왔다. 그러나 유한요소법은 이산화된 구조물의 자유도수 크기, 계산기 용량, 해의 신뢰성 등의 단점이 지적되었다. 이러한 결점을 보완하기 위해 유한요소 이산화개념과 Fourier 급수 전개를 조합한 유한대판법(Finite Strip Method)이 제안되었다(Cheung, 1998).

유한대판법은 범용성이나 정도를 높이기 위해 각종 새로운 모델이 Cheung(1996), Wilseman(1997)에 의해 연구 보고되고 있으며 판, 쉘, 박스교, 진동해석, 탄성좌굴해석 및 비선형구조해석에 다양하게 적용되고 있다. 일반적으로 이러한 근사법을 적용할 수 있는 구조물 형태는 1개 또는 2개의 좌표계에 따라 동일단면의 분할된 요소로 절점(2차원이면 선, 3차원이면 면)을 가지게 된다. 각각 요소에 대해서 변위함수는 급수함수와 다항식의 곱으로 나타난다. 따라서 강성행렬의 차수를 대폭 내려 계산 부담을 대폭 줄일 수 있을 뿐만아니라, 임의로 개개 요소의 재료정수(탄성계수, 포와송비)를 쉽게 변경할 수 있기 때문에 이방성이나 등방성의 적층판, 다층원통셸 등에도 적용할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 유한대판법을 이용하여 양단이 단순지지된 다층원통셸을 3차원적으로 해석한다. 층 재료는 강재 또는 콘크리트로 하고 층두께, 원통길이 등 파라미터를 다양하게 변화시켜 다층원통셸에 미치는 영향을 검토한다.

2. 다층원통셸의 기초방정식

Fig 1.1과 같은 3차원 원통좌표 모델에서 중심축방향으로 x , 반경방향 r , 원주방향 θ 로 한다. 요소분할은 x 축을 중심으로 한 동심원 형상으로, 각 요소의 지지단은 원통셸의 양단과 일치한다. 또한 Fig 1.2와 같이 각각의 층요소에 대해서 국소좌표 z 를 도입한다. z 는 0에서 층두께 c 사이 값으로 한다. Fig 1.3의 요소번호는 반경방향 좌표 r 의 방향에 따라 원통셸의 내측에서 외측으로 1층, 2층, 3층... 으로 하고, 절점번호도 같은 방향으로 내측부터 외측으로 1, 2, 3.....으로 한다. 따라서 절점번호의 최대치는 요소번호보다 1만큼 많다. 변위는 중심축방향 u , 원주방향 v , 반경방향으로 w 로 한다. u, v, w 는 서로 교차한다. 응력은 Fig 1.4와 같이 3개의 직응력과 전단응력으로 표시된다.

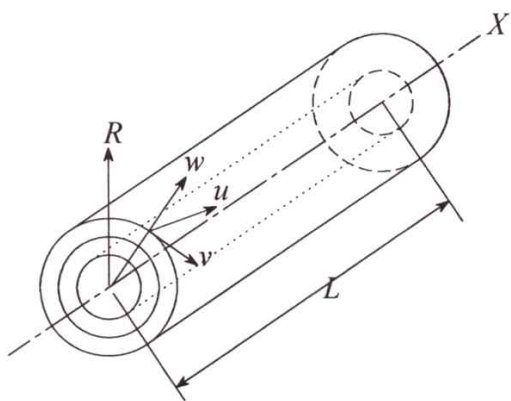


Fig 1.1 3D Cylindrical coordinate system

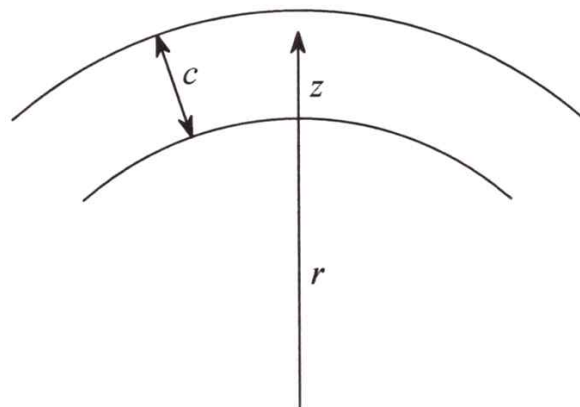


Fig 1.2 Local coordinates of the cylindrical shell z

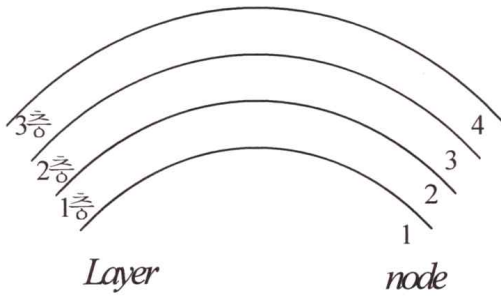


Fig 1.3 Node numbers and element numbers

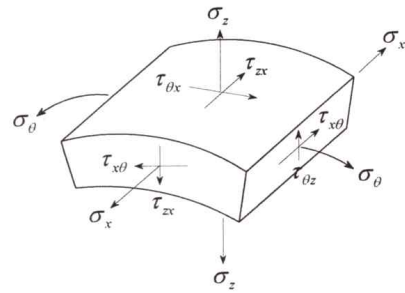


Fig 1.4 Adaptability and the shear stress

2.1 다층원통형의 응력 함수

변위와 응력의 관계식은 절점변위 파라미터로부터 직응력과 전단응력을 나타내는 응력은 식 (1.1)-(1.6)과 같다. 축대칭 하중에 대해서 절점변위 파라미터의 프라임 기호가 있는 항은 불필요하다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x = & \sum_m \sum_n \left[\left\{ D_{11}(1-\bar{z})u_{1mn} + \bar{z}u_{2mn} \right\} X'_m + D_{12} \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} v_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} v_{2mn} \right) n X_m \right. \\
 & + \left. \left\{ \left(D_{12} \frac{1-\bar{z}}{r+z} - \frac{D_{13}}{c} \right) w_{1mn} + \left(D_{12} \frac{\bar{z}}{r+z} + \frac{D_{13}}{c} \right) w_{2mn} \right\} X_m \cos n\theta \right. \\
 & + \left. \left\{ D_{11}(1-\bar{z})u'_{1mn} + \bar{z}u'_{2mn} \right\} X'_m + D_{12} \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} v'_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} v'_{2mn} \right) n X_m \right. \\
 & + \left. \left. \left\{ \left(D_{12} \frac{1-\bar{z}}{r+z} - \frac{D_{13}}{c} \right) w'_{1mn} + \left(D_{12} \frac{\bar{z}}{r+z} + \frac{D_{13}}{c} \right) w'_{2mn} \right\} X_m \cos \left(n\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \right. \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_\theta = & \sum_m \sum_n \left[\left\{ D_{12}(1-\bar{z})u_{1mn} + \bar{z}u_{2mn} \right\} X'_m + D_{12} \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} v_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} v_{2mn} \right) n X_m \right. \\
 & + \left. \left\{ \left(D_{22} \frac{1-\bar{z}}{r+z} - \frac{D_{33}}{c} \right) w_{1mn} + \left(D_{22} \frac{\bar{z}}{r+z} + \frac{D_{33}}{c} \right) w_{2mn} \right\} X_m \cos n\theta \right. \\
 & + \left. \left\{ D_{12}(1-\bar{z})u'_{1mn} + \bar{z}u'_{2mn} \right\} X'_m + D_{22} \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} v'_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} v'_{2mn} \right) n X_m \right. \\
 & + \left. \left. \left\{ \left(D_{22} \frac{1-\bar{z}}{r+z} - \frac{D_{13}}{c} \right) w'_{1mn} + \left(D_{22} \frac{\bar{z}}{r+z} + \frac{D_{33}}{c} \right) w'_{2mn} \right\} X_m \cos \left(n\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \right. \quad (1.2)
 \end{aligned}$$

$$\sigma_z = \sum_m \sum_n \left[\left\{ D_{13}(1-\bar{z})u_{1mn} + \bar{z}u_{2mn} \right\} X'_m + D_{23} \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} v_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} v_{2mn} \right) n X_m \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \left(D_{23} \frac{1-\bar{z}}{r+z} - \frac{D_{33}}{c} \right) w_{1mn} + \left(D_{23} \frac{\bar{z}}{r+z} + \frac{D_{33}}{c} \right) w_{2mn} \right\} X_m \cos n\theta \\
 & + \left\{ D_{13}(1-\bar{z})u'_{1mn} + \bar{z}u'_{2mn} \right\} X'_m + D_{23} \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} v'_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} v'_{2mn} \right) n X_m \\
 & + \left\{ \left(D_{23} \frac{1-\bar{z}}{r+z} - \frac{D_{33}}{c} \right) w'_{1mn} + \left(D_{23} \frac{\bar{z}}{r+z} + \frac{D_{33}}{c} \right) w'_{2mn} \right\} X_m \cos \left(n\theta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (1.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{\theta z} = & D_{44} \sum_m \sum_n \left\{ \left(\frac{1}{c} + \frac{1-\bar{z}}{r+z} \right) v_{1mn} - \left(\frac{1}{c} - \frac{\bar{z}}{r+z} \right) v_{2mn} \right\} \\
 & + n \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} w_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} w_{2mn} \right) X_m \sin n\theta + n \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} w_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} w_{2mn} \right) X_m \sin n\theta \\
 & + \left\{ \left(\frac{1}{c} + \frac{1-\bar{z}}{r+z} \right) v'_{1mn} - \left(\frac{1}{c} - \frac{\bar{z}}{r+z} \right) v'_{2mn} \right\} \quad (1.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{zx} = & D_{55} \sum_m \sum_n \left[\left\{ \frac{1}{c} (-u_{1mn} + u_{2mn}) + (1-\bar{z})w_{1mn} + \bar{z}w_{2mn} \right\} X' \cos n\theta \right. \\
 & \left. + \left\{ \frac{1}{c} (-u'_{1mn} + u'_{2mn}) + (1-\bar{z})w'_{1mn} + \bar{z}w'_{2mn} \right\} X'_m \cos \left(n\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (1.5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{x\theta} = & D_{66} \sum_m \sum_n \left[\left\{ -n \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} u_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} u_{2mn} \right) + (1-\bar{z})v_{1mn} + \bar{z}v_{2mn} \right\} X'_m \sin n\theta \right. \\
 & \left. + \left\{ -n \left(\frac{1-\bar{z}}{r+z} u_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z} u_{2mn} \right) + (1-\bar{z})v_{1mn} + \bar{z}v_{2mn} \right\} X'_m \sin \left(n\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (1.6)
 \end{aligned}$$

재난·재해 및 안전사고는 대형화·복합화 추세에 있다. 예컨대, '11년 3월 동일본 대지진(모멘트 규모 9.0)으로 인한 쓰나미 발생과 후쿠시마 원전 방사능 누출사고로 대규모 인명피해(사망자: 1만 2천 명, 실종자: 1만 5천 명)가 발생하였다. 우리나라의 경우 '11년 7월 집중호우로 인한 산사태가 발생하여 전국적으로 많은 인명피해 발생하였으며, 지구온난화로 인한 기후변화로 인해 2100년까지 우리나라에 2,800조원의 피해가 발생할 것으로 추정되고 있다(소방방재청·행정자치부, 2012).

아울러 경제·사회·문화의 급속한 변화와 산업화 및 기술의 발달로 인해 새로운 유형의 인적·사회적 재난 및 안전사고 발생이 증가하고 있는 추세다. 이와 관련하여 인플루엔자 확산으로 연간 GDP 0.7%~9.1% 감소를 초래하였으며 구제역('10년~'11년) 발생으로 가축 도살 및 매몰에 따른 경제적 피해규모가 4조원으로 추정되고 있다. 그리고 정보통신기술 발달로 인하여 개인정보의 불법유출은 물론 사이버테러, 금융 피싱사기, 금융 전산망마비 등 새로운 유형의 지능형 재난이 발생하고 있다. 또한 전 세계적인 경제위기로 인해 사회 빈곤층의 증가, 청소년층의 집단따돌림과 학교폭력 등으로 인한 자살 및 정신적인 질환 등이 인적·사회적 재난으로 새롭게 등장하였다. 그리고 급격한 고령화로 인한 노인 생활안전, 맞벌이 부부 자녀의 생활 안전, 부녀자 생활안전 등 취약계층의 안전에 대한 관심이 증폭되었다. 뿐만 아니라 세계

화, 개방화 진행으로 인해 인적·물적 교류확대, 다인종·다문화사회가 급속하게 진전되었으며, 이로 인한 감염병, 환경오염, 테러, 외국인 범죄와 같은 인적·사회적 재난이 증가하였다(소방방재청·행정자치부, 2012).

이러한 배경에서 재난·재해 및 안전사고에 대한 선제적이고 종합적인 대응 기술 개발로 국민의 삶의 질을 제고하는 노력이 요구된다. 이를 위해서는 재난·재해 및 안전사고에 대응하기 위한 기술의 수요를 예측하는 것이 선행되어야 한다. 즉, 기술의 수요조사를 통하여 재난·재해 및 안전사고 유형별 우선순위를 도출하여 앞서 소개한 바와 같이 기술개발의 효율화는 물론 안전한 사회를 조성하여 삶의 질을 향상시키는데 기여할 수 있다.

본 연구는 이러한 목적으로 재난·재해 및 안전사고의 기술개발에 대한 공공부문과 민간부문의 수요를 조사하고자 한다. 특히, 공공부문과 민간부문의 특징을 살펴보고, 재난·재해 및 안전사고의 기술개발에 대한 우선순위는 물론 이들 간의 관계 등의 특징을 살펴보고자 한다.

3. 수치해의 수렴성 검토

양단이 단순지지된 원통셸의 축방향 파수 m 과 분할수에 대한 해의 수렴성에 대해서 검토한다. 하중상태는 자중이 작용한 경우로 추정하고, 해석의 간편성을 위해 원통셸은 1층 구조로 층의 재료는 등방성균질의 강재로 하며 재료정수는 다음과 같다.

$$\text{탄성률} : 2.1 \times 10^5 \text{MPa}, \quad \text{포와송비} : 0.3, \quad \text{밀도} : 1850 \text{kg/m}^3$$

해의 수렴성 검토는 원통셸의 중앙하단 연직변위 δ 로 한다. 자중에 의한 하중항은 원주방향의 파수 n 에 대해서는 $n = 1$ 이외는 존재하지 않기 때문에 여기서는 고려하지 않는다. 원통셸의 외경 크기 R_{max} 를 고정하고, 내경 R_{min} 로 축방향 길이 L 를 변화시켜 각각의 원통셸 형상에 대해서 검토하기로 한다.

내·외에서 사용되는 허용균열폭은 콘크리트 자체의 재료특성(W/C, 고강도) 및 시공특성이 고려되지 않고 단지 콘크리트 피복에 의해서만 결정하도록 되어 있다. 이에 본 논문은 부식영향인자 중 지배적인 영향을 미치는 피복두께, 물-시멘트비(W/C), 균열폭을 영향인자로 규정하고 부식 환경은 바닷가에 위치한 해안구조물 등에 해당하는 고부식성 환경을 모사하기 위해 종합 내구성 시험기를 이용하여 촉진염해환경을 적용하였다. 또한, 철근콘크리트 구조물의 철근부식과 균열간의 상관관계를 규명하기 위해서 염해를 받는 환경에 대해 철근부식 촉진시험을 수행하였다. 시험의 변수가 되는 영향인자들은 시방규정에서 사용되는 허용 균열폭을 고려하였다.

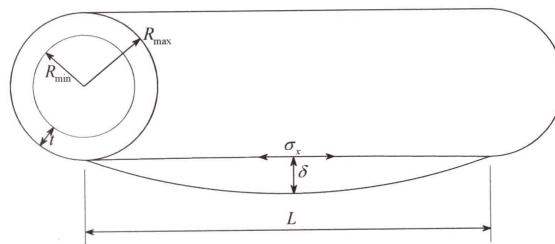


Fig. 2. The outer diameter of the cylindrical shell $3d R_{\text{max}}$, diameter R_{min}

3.1 축방향 파수 m 에 대한 해의 수렴성

하중상태는 자중이 작용한 경우로 가정하며, 해의 수렴성 검토 대상은 원통셸의 스펠 중앙 하단의 연직변위를 사용하여 하항을 (+)로 하며, 파수 m 은 홀수만 존재하기 때문에 파수 m 의 약 1/2 차수까지만 근사하도록 한다. 원통셸의 반경방향 변위를 표시한 식은 다음과 같다.

$$w = \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^t ((1-\bar{z})w_{1mn} + \bar{z}w_{2mn})X_m \cos n\theta \tag{2}$$

아래에 표시되는 기호의 의미는 다음과 같다.

L : 원통셸의 길이 또는 스패, R_{max} : 외주 반경, R_{min} : 내주 반경, t : 원통셸의 두께, m : 축방향 파수

δ : 원통셸 스패 중앙하단의 연직변위, 단 하향을 (+)

Fig. 3은 횡축에 파수 m , 종축으로 연직변위 δ 로 하여, 단위는 모두 미터(m)로 한다. 원통셸의 해는 지그재그 형식으로 해에 근접해가는 것을 알 수 있다. 수렴 속도는 원통셸의 두께 t 가 얇고 스패이 길수록 수렴속도가 빠른 것을 알 수 있으며, 원통셸의 두께 t 가 얇고 스패이 길수록 전단응력에 의한 변형보다 직응력에 의한 변형이 두드러지며, 변형상태가 보의 진동방정식에서 유도된 기본함수 중 양단 단순지지인 경우와 같다.

$$X_m = \sin \frac{m\pi}{L}x \tag{3}$$

외주반경 R_{max} 를 10m로 고정하고 $L = 10, 50, 300m$ 로 변화시켰지만, $m = 13$ 정도면 유효숫자 4자리 이상의 양호한 해석결과를 얻을 수 있었다. 여기서 자중이 작용한 경우의 변형을 대상으로 푸리에 급수에서 근사하기에 적합한 하중상태가 된다.

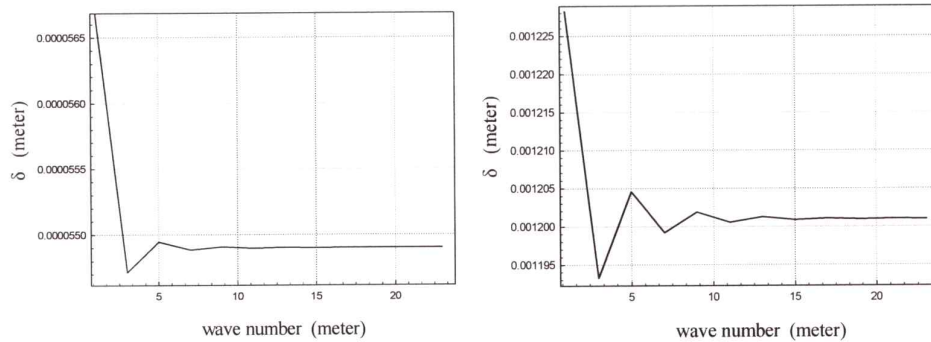


Fig. 3 Convergence of solutions for the axial frequency m

4. 다층원통셸의 응력 분포에 대한 수치해석결과

양단이 단순지지된 다층원통셸의 스패 중앙 단면에서 응력상태를 검토한다. Fig. 4에서 층구조는 내측에 콘크리트, 외측에 강재의 2층 구조 또는 내측으로 강재, 콘크리트, 강재의 3층 구조로 한다. 하중은 ①원통셸의 외측에 내향 단위분포하중이 작용하는 경우 ②내측에 외향의 단위분포하중이 작용하는 경우 2종류로 한다. 대상이 되는 응력은 축방향응력 (σ_x), 원주방향응력(σ_θ), 반경방향응력(σ_z)의 3개의 직응력으로 하고 인장을 (+)로 한다. 아래에 나타나는 기호는 아래와 같다.

2층인 경우

R_1 : 층이 콘크리트로부터 강재로 변하는 위치의 반경, R_2 : 콘크리트 층 두께, t_s : 강재의 층두께

3층인 경우

R_1 : 내측 강재층과 콘크리트층 경계의 반경, R_2 : 콘크리트층과 외측 강재층 경계의 반경,

t_{s1} : 내측 강재의 층두께, t_{s2} : 외측 강재의 층두께

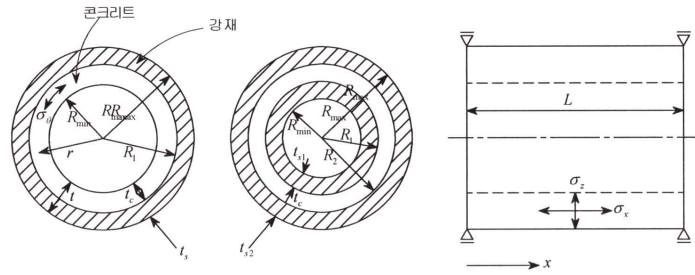
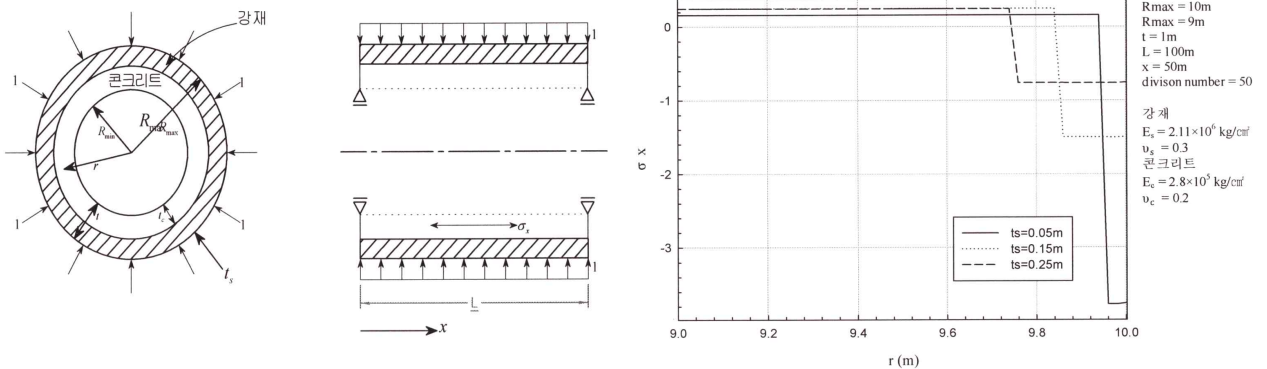


Fig. 4 Analysis Model of laminated cylindrical shell

4.1 수치해석 결과

2, 3층 구조의 모든 다층원통셸에서 스펠 $L = 100m$, 외주반경 $R_{max} = 10m$, 층두께 $t = 1m$ 이며, 2층 구조인 경우는 층두께 $t_s = 0.05, 0.15, 0.25m$, 3층 구조는 강재의 내·외의 층두께 $t_{s1} = t_{s2} = 0.05, 0.1, 0.15m$ 3종류에 대해서 알아본 것이다. 합성단면의 응력상태에서 주목할 점은 1층 구조에서는 발생하지 않았던 축방향응력 : σ_x 이 발생된 것이다. 이것은 강재, 콘크리트 탄성률과 포와송비가 다르기 때문이다. 2층 단면, 3층 단면에서도 외측으로부터 압력을 받을 경우 강재는 압축, 콘크리트는 인장, 내측에서 압력을 받을 경우는 콘크리트에 압축응력이 발생하게 되는데, 이것은 콘크리트 응력은 강재 응력에 비해 극히 약하기 때문이다.

Fig. 5는 2층 구조(강재/콘크리트)인 외측에 단위분포하중(축방향하중)을 받을 경우 횡축 층두께 $t_s = 0.05, 0.15, 0.25m$, 종축축방향응력 σ_x 에 미치는 영향을 살펴본 것이다. 외측 층두께 $t_s = 0.05m, 0.15m, 0.25m$ 에 그래프가 급격하게 변화하는 것은 층의 경계면을 나타내고 있다. 그림에서 보면 알 수 있듯이 외측 축방향 응력이 높게 나타나는데, 이것은 외측재료인 강재 사용이 좋지 않다는 것을 의미한다.



(a) Cross-sectional view and a plan view of a two-layer structure

(b) Axial stress in the two-layer structure

Fig. 5 Axial stress of a two-layer structure subjected to a unit load distribution on the outside

5. 결론

본 연구에서는 유한요소의 일종인 변위법을 사용하여 타방향으로 경계조건을 만족하는 연속미분 가능한 급수함수의 유한대판법(Finite Strip Method)를 사용하여 양단단순지지된 3차원 다층원통셸의 역학적 특성을 분석하였으며 이에 따

라 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 3차원 원통셸을 모델로 한 횡축이 축방향과수(m), 종축이 연직변위(δ)에 대한 해의 수렴성을 검토한 결과, 해의 수렴성은 원통셸의 두께 t 가 얇고 축방향길이(L)가 길수록 수렴속도가 빠른 것을 알 수 있으며, 축방향과수 $m=13$ 정도에서 양호한 결과가 나왔다.

(2) 이중재료인 다층원통셸 내측에 하중을 받을 경우와 외측에 하중을 받을 경우를 대상으로 하여 2층 구조(강재/콘크리트) 및 3층 구조(강재/콘크리트/강재)에 대해 직응력 축방향응력(σ_x), 원주방향응력(σ_θ), 반경방향응력(σ_z)에 미치는 영향은 다음과 같다.

① 원주방향응력은 3개의 직응력 중에서 가장 큰 값을 나타내었으며, 1층 구조에서는 응력치가 거의 일정하였지만, 3층 구조에서는 층두께 t 가 작을수록 응력치가 커지는 것을 알 수 있었으며, 축방향응력과 원주방향응력에서 외측보다 내측에 응력치가 커지기 때문에 외측재료의 강재를 사용하는 것은 좋지 않다는 것을 알 수 있었다.

② 반경방향응력에서는 점대칭 분포의 경향을 나타내고 있으며, 층 내측에서 응력치가 1 또는 0에 정확히 수렴하지 않는 것은 유한대판법에 의한 계산오차에 기인한 것이라 판단된다.

감사의 글

이 논문은 인천대학교 2015년도 자체연구비 지원에 의하여 수행한 것으로 이에 감사드립니다.

References

- Brown, T.G. and Ghali, A. (1998), "Finite strip analysis of quadrilateral plates in bending", J. Eng. Mech. Div., Proc. of ASCE, vol. 104, pp. 481-484.
- Bucco, D., Mazumdar, J. and Sved, G. (1999), "application of the finite strip method combined with the deflection contour method to plate bending problems", Comput. and Struct., vol. 10, pp.827-830.
- Cheung, Y.K.: Finite strip method analysis of elastic slabs. J. of Eng. Mech. Div., Proc. of ASCE, vol. 94, pp. 1365-1378, 1968.
- Cheung, Y.K. (1996), Finite strip method in structural mechanics, Pergamon Press, Oxford.
- Fung, Y.C. (1997), A First Course in Continuum Mechanics, Prentice-Hall.
- Geannakakes, G.N. (1990), "Vibration analysis of arbitrarily shaped plates using beam characteristic orthogonal polynomials in the semi-analytical finite strip method", J. Sound and Vibration, vol. 197, pp. 283-303.
- Harik, I.E. and Salamoun, G.L. (1996), "Analytical strip solution to rectangular plates", J. Eng. Mech., ASCE, vol. 112, pp.105-118.
- Ibrahim, I.M. and Monforton, G.R. (1999), "Finite strip laminated sandwich roof analysis", J. Struct. Div., Proc. of ASCE, vol. 105, pp.905-919.
- Powell, G.H. and Ogden, D.W. 1999), "Analysis of orthotropic steel plate bridge decks" J. of Struct. Div., Proc. of ASCE, vol. 95, pp.909-922.
- Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S. (1979), Theory of plates and shells, McGraw-Hill.
- Park, S. J., "Dynamic Characteristics of Revolution Shells", Journal of The Korean Society of Disaster Information, Vol. 10 No. 1, pp 123-140