

# 혼합정수계획법을 이용한 요격미사일의 할당 및 교전 일정계획에 관한 연구\*

이대력<sup>1</sup> · 양재환<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>서울시립대학교 경영학과/한국해양과학기술진흥원, <sup>2</sup>서울시립대학교 경영학부

## A Study on the Allocation and Engagement Scheduling of Air Defense Missiles by Using Mixed Integer Programming

Dae Ryeock Lee<sup>1</sup> · Jaehwan Yang<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Business Administration, University of Seoul/  
Korea Institute of Marine Science and Technology Promotion,

<sup>2</sup>Department of Business Administration, University of Seoul

### ■ Abstract ■

This paper considers the allocation and engagement scheduling of air defense missiles by using MIP (mixed integer programming). Specifically, it focuses on developing a realistic MIP model for a real battle situation where multiple enemy missiles are headed toward valuable defended assets and there exist multiple air defense missiles to counteract the threats. In addition to the conventional objective such as the minimization of surviving target value, the maximization of total intercept altitude is introduced as a new objective. The intercept altitude of incoming missiles is important in order to minimize damages from debris of the intercepted missiles and moreover it can be critical if the enemy warhead contains an atomic or chemical bomb. The concept of so called the time window is used to model the engagement situation and a continuous time is assumed for flying times of the both missiles. Lastly, the model is extended to simulate the situation where the guidance radar, which guides a defense missile to its target, has the maximum guidance capacity.

The initial mathematical model developed contains several non-linear constraints and a non-linear objective function. Hence, the linearization of those terms is performed before it is solved by a commercially available software. Then to thoroughly examine the MIP model, the model is empirically evaluated with several test problems. Specifically, the models with different objective functions are compared and several battle scenarios are generated to evaluate performance of the models including the extended one. The results indicate that the new model consistently presents better and more realistic results than the compared models.

Keywords : Weapon Target Allocation Problem, Missile Allocation Problem, Mixed Integer Programming, Optimization

논문접수일 : 2015년 09월 24일    논문게재확정일 : 2015년 12월 30일

논문수정일 : 2015년 12월 10일

\* 본 논문의 제 1저자인 이대력은 서울시립대학교 일반대학원 경영학과 박사과정 학생임.

† 교신저자, jyang@uos.ac.kr

## 1. 서론

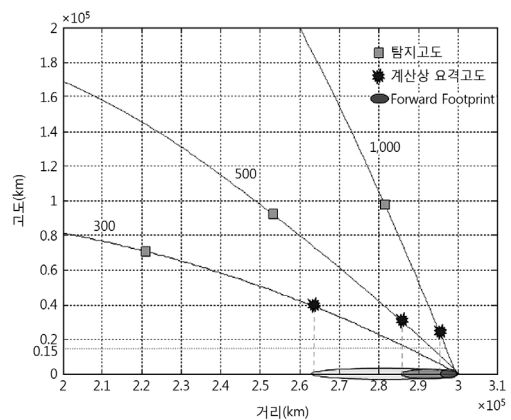
우리나라는 북한의 탄도미사일 공격을 방어하기 위해 한국형 미사일 방어체계(KAMD, Korea Air and Missile Defense)를 구축하여 발전시키고 있다. 현재의 방어체계는 탄도미사일의 비행단계 중 종말 단계에서 하층 방어를 위주로 한 중첩된 미사일 방어체계이며, 조기경보체계, 지휘통제체계, 요격체계에 구성된다[5]. 조기경보 레이더, 이지스함 레이더 등의 조기경보체계는 발사된 탄도미사일을 탐지하고, 지휘통제체계인 작전통제소에서는 탐지된 정보를 분석하여 최적의 요격포대에 요격명령을 내린다. 명령을 받은 포대는 자체 레이더로 탄도미사일을 추적하고, 지대공 미사일로 요격 임무를 수행한다[5].

미사일 방어체계의 구성 요소 중 지휘통제체계인 작전통제소는 각종 탐지장치로부터 탐지된 탄도미사일의 정보를 수집하여 분석하고, 전국에 배치되어 있는 요격포대의 위치와 상태를 파악해서 어느 곳에서 몇 발의 요격미사일을 발사할 것인지를 결정한다. 다음 요격명령을 내리는 역할을 한다[3]. 특히 단·중거리 탄도미사일의 경우는 비행시간이 짧아서 탄도미사일의 탐지에서 요격의 결정까지가 수십 초 또는 수 분 내에 이루어져야 하므로 지휘통제체계의 효율적 구축은 미사일 방어체계의 성능을 좌우할 수 있는 가장 핵심적인 요소로 부각되고 있다[13].

작전통제소의 역할 중 최적의 요격포대를 선정하고, 탄도미사일에 요격미사일 발사를 명령하는 것은 오래 전부터 연구되어 온 무장-표적 할당문제(Weapon-Target Assignment problem, WTA problem)에 속하고, 좀 더 명확하게는 미사일 할당문제라 할 수 있다. 미사일 할당문제는 1950년대 후반부터 지속해서 연구되고 있는데 초기 연구에서는 표적에 무장을 최적으로 할당하는 기본적인 모형이 대부분이었고, 1980년대 후반부터는 시간 stage, 시간 slot, 시간 window와 같은 시간 개념을 포함하여 여러 차례 교전할 수 있는 모형이 연구되었다. 여기서 시간 stage란 특정한 교전이 한 차례 이루어지는 동안의 시간을 의미하는데, 예를 들어 1차 요격미사일

들이 격추하지 못한 표적에 대해 2차 요격미사일들이 발사되는데 이때 새로운 시간 stage가 시작된다. 시간 slot은 교전이 가능한 전체 시간을 몇 개의 동일한 시간 구간으로 나누어 모형화하는 접근법을 의미한다. 마지막으로 시간 window는 첫 번째 요격미사일이 발사 가능한 시간부터 마지막 요격미사일이 발사 가능한 시간 구간 전체를 의미한다. 시간 window는 가장 복잡한 최근의 모형에서 주로 사용되며 요격 시간 등 모든 시간들이 연속적인 값으로 존재한다고 가정한다. 이런 모형들의 목적함수로는 요격 임무에 소요되는 요격미사일 수의 최소화, 공격으로부터 생존한 방어자산의 가치 최대화, 요격미사일과의 교전에서 생존한 표적의 가치 최소화와 같은 형태가 주로 사용되어왔다.

하지만 탄도미사일의 효과적인 방어를 위해서는 언급된 목적함수 외에 요격고도가 고려될 필요가 있다. 탄도미사일이 요격되더라도 결전전에서와 같이 파편에 의한 피해가 심각하게 발생할 수 있는데, 권용수 외[1]는 <그림 1>에서 보는 것과 같이 요격 고도가 낮을수록 파편이 방어지역에 더 위험할 수 있다고 하였다. 요격에 따른 파편이 떨어질 가능성이 있는 영역을 전방 풋프린트(forward footprint)라 하는데, <그림 1>에 따르면 요격고도가 낮을수록 파편이 방어지역에 집중하는 것을 볼 수 있고, 이를 통한 피해가 커질 수 있음을 보여준다.



<그림 1> 최대사거리가 다른 미사일의 전방 풋프린트 예시(출처: 권용수 외[11])

최근 김민구[2]는 북한이 아군 비행장 및 방공기지에 대한 공격효과를 극대화하기 위해 스커드 미사일에 지속성이 높은 화학무기를 탑재하여 공격할 수 있다고 주장하였으며, 이에 대응하는 가장 이상적인 방법으로 최대한 높은 고도에서 격파하는 것을 제안하였다. 또한 장준건 외[10]는 핵탄두의 공중폭발 및 생화학 탄두물질로부터 방어지역의 피해를 최소화하기 위한 배척고도를 제안하고, 배척고도 외곽에서의 요격이 필요하다고 하였다.

이들 연구의 주장에 따르면 탄도미사일 공격으로부터 방어지역의 피해를 최소화하기 위해서는 가능한 한 높은 고도에서 탄도미사일의 요격이 이루어져야 한다. 하지만 요격고도를 수학적 모형에 반영한 연구는 국내외에서 아직까지 이루어지지 않은 것으로 판단된다. 따라서 본 연구에서는 탄도미사일의 위협수준 최소화 등 기존의 목적함수를 고려하면서 요격고도 최대화를 목적함수로 하여 요격미사일의 할당 및 교전 일정계획을 결정하는 혼합정수계획모형을 개발한다. 또한, 기존의 연구결과들을 종합하여 교전이 시작된 후 종료될 때까지의 시간을 연속시간으로 설정하고, 최대한 현실적인 제약식들을 적용한다. 더불어 부록에서는 1개 요격시스템을 위한 모형을 확장하여 요격포대 개념을 도입하고, 포대 레이더가 유도할 수 있는 요격미사일의 수를 제한한 모형도 제시한다. 본 연구의 모형은 국내외에서 제시된 모든 기존 모형들보다도 현실성이 보장되었으며, 기존 목적함수와 더불어 요격고도 최대화를 새로운 목적함수로 도입한 최초의 연구로 사료된다. 또한, 레이더의 유도 가능 요격미사일의 수를 제한한 국내 최초의 연구이고, 기존 해외 연구보다 현실성이 강화되었다.

본 연구의 구성은 제 1장에서는 연구목적 및 방법을 설명하고, 제 2장에서는 기존 미사일 할당모형을 분석한다. 제 3장에서는 요격미사일 할당 및 교전 일정계획 결정을 위한 혼합정수계획모형을 제시한다. 제 4장에서는 탄도미사일 방어 시나리오 적용 및 타수학적 모형과의 비교를 통해 모형의 타당성을 검증한다. 마지막 제 5장에서는 결론과 향후 발전방향을

제시한다. 덧붙여 부록을 두어 확장모형을 제시하고, 모형에 대한 타당성을 검증하며, 비선형 제약식의 선형 근사화시 발생하는 부정확도의 정도를 분석하여 제시한다.

## 2. 선행 연구

먼저 무장-표적 할당문제 중 미사일 할당문제에 대한 일반적인 연구들에 대해서는 Matlin[25]과 Cai et al.[16]를 참고하면 된다. Burr et al.[15]은 미사일 공격에 의해 방어자산이 파괴되는 정도를 제한하고, 방어를 위해 발사되는 요격미사일의 수를 최소화하는 Prim-Read 모형의 정수해를 구하는 방법으로 greedy 알고리즘을 사용하였다. Soland[26]는 방어자산이 파괴되는 정도를 최소화하는 것을 목적함수로 하고, 요격미사일이 대륙간 탄도미사일과 여러 차례 교전하여 방어하는 모형을 개발하였다.

Hosein[20]은 시간 stage 개념을 도입하여 여러 개의 시간 stage에서 교전하는 경우의 무장-표적 할당문제를 동적(dynamic) WTA 문제라 정의하고, 탄도미사일의 공격으로부터 생존한 방어자산의 가치를 최대화하거나 요격미사일과의 교전에서 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수를 사용하였다. Khosla[23]는 전체 교전 가능시간을 일정 간격으로 나눈 시간 slot 개념을 적용한 모형을 개발하였다. 이때 요격된 표적들이 가지는 가치의 합과 표적에 할당된 요격미사일의 적합도의 합에 각각 가중치를 주고 이를 최대화하는 것을 목적함수로 하였다. 또한, 현실적인 모형을 개발하기 위해 요격미사일의 발사 가능 시간과 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수를 제한하였고, 이를 활용하여 요격미사일의 교전 일정계획을 수립하였다. 하지만 시간 slot 개념은 교전 시간이 짧은 경우 적용이 제한적일 수 있으며, 요격미사일의 비행시간이 고려되지 않아 Shoot-Look-Shoot(발사-격추확인-발사)과 같은 사격 전술의 적용도 제한된다. 여기서 Shoot-Look-Shoot(S-L-S) 사격 전술은 첫 번째 요격미사일의 교전 결과를 확인하고, 요격에 실패했다면 두 번째

요격미사일을 재발사하는 사격 전술로 요격미사일 수량이 제한됨에 따라 지나친 소모를 줄이기 위한 것이다[14, 22].

Karasakal[22]은 미사일 할당문제를 함정의 대공 방어에 적용하여 3가지의 미사일 할당모형을 개발하였는데, 그 중에서 둘째(MAP2)와 셋째(MAP3) 모형에 시간 개념이 포함되었다. MAP2 모형은 전체 교전 시간을 몇 개의 시간 slot으로 나누었고, MAP3 모형에서는 시간 window 내 연속된 시간을 적용하였다. 이를 통해 두 모형 모두 S-L-S 사격 전술을 가능하게 한다. 하지만 Karasakal[22]의 모형은 S-L-S 이외에 다른 사격 전술의 적용이 어렵다는 제약이 존재한다. 시간 window 개념을 적용한 Li et al. [24]도 미사일 할당문제를 전투함의 대공 방어에 적용하였는데, 미사일 할당모형은 Hosein and Athans [21]의 모형을 바탕으로 하여 표적이 가지는 위협을 최소화하는 것을 목적으로 하였다.

Cai et al.[16]은 기존의 동적 WTA 문제가 정적(static) WTA 문제를 반복하는 형태라고 지적하였다. 이때 계산량이 많아진 동적 WTA를 위한 휴리스틱 개발에 초점을 맞춘 연구로는 Chen et al.[17]과 Xin et al.[28] 등이 존재한다.

시간 window 개념이 포함된 미사일 할당문제에 관한 국내 연구로는 이준복[7]의 연구가 있으며, 단거리 지대공 미사일로 항공기를 요격하는 분야에 미사일 할당문제를 적용하였다. 하지만 현실적인 수학적 모형의 개발보다는 휴리스틱 알고리즘 개발에 초점을 두었다. 기타 대공 방어와 관련된 국내 연구는 탄도미사일이나 항공기 요격을 위한 지대공 미사일의 최적 배치 및 이에 대한 휴리스틱 알고리즘 개발이 대부분이다[6, 9, 11, 12].

미사일 할당 모형이 작전통제소의 지휘통제 및 전장관리시스템에 적용될 수 있으려면, 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수를 고려한 종합적인 미사일 할당모형이 필요하다. 현재까지 이러한 제약을 적용한 모형은 Khosla[23]의 연구가 유일한 것으로 알려져 있다. 하지만 이 모형은 요격미사일 발사 후, 초기 몇 초만 유도하는 형태에서 표적

마다 교전에 소요되는 시간이 다르고, 명중할 때까지 레이더의 유도가 필요한 요격미사일에 적용할 경우 부적합할 수 있다.

본 연구는 그 동안 연구를 종합하여 작전통제소의 지휘통제 및 전장관리시스템에 활용할 수 있는 모형을 개발한다. 따라서 연속된 시간을 사용하는 시간 window 개념을 적용하고, 전국에 배치된 요격체계가 함께 협동교전을 실시하여 다층 방어를 구성할 수 있도록 한다. 그리고 Shoot-Look-Shoot 사격 전술을 포함하여 다양한 사격 전술을 적용할 수는 모형을 개발한다. 또한, 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수를 고려한 종합적인 미사일 할당모형을 개발하며, 마지막으로 모형의 목적함수는 제 1장에서 언급한 것과 같이 탄도미사일의 위협 수준 최소화 등 기존의 목적함수를 고려하면서 탄도미사일 요격고도의 최대화를 사용하여 아군 방어자산의 피해를 최소화할 수 있도록 한다.

### 3. 혼합정수계획 모형

본 장에서는 단일 요격시스템 단위에서 요격미사일의 할당 및 교전 일정계획을 결정하는 모형을 소개한다. 실제 작전 현장의 운영방법을 반영하여 발사대 단위에서 요격미사일을 할당하고, 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일 수를 제한한 확장 모형은 논문의 가독성을 위해 <부록 1>에서 소개하도록 한다.

#### 3.1 모형의 가정

본 연구에서는 미사일 할당문제의 주요 특징과 낙하하는 탄도미사일과 요격미사일 간의 교전 환경을 고려하여 다음과 같이 가정한다.

- 1) 표적 규모를 알고 있는 동시 공격 문제로 제한한다. 따라서 추가로 탐지되는 탄도미사일은 고려하지 않는다. 작전통제소는 탄도미사일이 공격하는 방어자산을 알고, 그 가치에 따라 탄도미사일별 요격미사일의 할당 수를 결정한다.

- 2) 작전통제소는 각 지역에 위치한 L-SAM(Long-range Surface-to-Air Missile, 장거리 지대공 미사일) 및 M-SAM(Medium-range Surface-to-Air Missile, 중거리 지대공 미사일) 중 최적의 요격시스템에 요격 임무를 명령하며, 두 종류의 무장을 이용한 협동교전을 실시할 수 있다.
- 3) 작전통제소는 탄도미사일의 위치와 속도, L-SAM 및 M-SAM 요격시스템의 위치, 요격미사일의 속도, 요격 가능 고도, 최대사거리, 가용한 요격미사일의 수, 방어자산 가치에 따른 교전효과 수준을 고려하여 적합한 사격 전술(SS-L, S-L-S, S-L-SS, SS-L-SS, SSSS-L 등)을 결정한다. 이때 방어자산의 가치에 따른 교전효과 수준은 방어자산을 공격하는 탄도미사일에 할당되어야 하는 요격미사일의 수를 의미하며, 제 3.3절 모형의 제약조건식 구성에서 추가 설명한다.
- 4) M-SAM 요격시스템은 방어임무가 주어진 하나의 특정 시설만을 방어하고, L-SAM 요격시스템은 최대사거리 내의 지역을 방어한다.
- 5) L-SAM 요격시스템은 탄도미사일의 비행단계 중 종말단계에서의 상층 방어를 담당하고, M-SAM 요격시스템은 종말단계에서의 하층 방어를 담당하여 전체적으로 다층 방어를 구성한다.
- 6) L-SAM 및 M-SAM 요격시스템에서 발사된 각각의 요격미사일은 서로 독립적으로 탄도미사일을 파괴한다.
- 7) 탄도미사일은 최초 탐지된 위치에서 공격하는 방어자산을 이은 직선을 따라 동일한 속도로 비행한다고 가정하고, 그 속도는 다르게 설정할 수 있다. 실제 탄도미사일은 포물선 궤적으로 비행하지만 비의도적인 나선형 운동을 하면서 강하하여 정확한 비행궤적의 추정 및 예측이 어렵다[1]. 따라서 본 연구에서는 연구의 목적인 요격미사일의 할당과 교전 일정계획 결정을 확인할 수 있는 수준에서 비행궤적을 직선으로 단순화 한다.
- 8) 탄도미사일의 종류와 요격미사일의 비행시간

등에 따라 요격미사일의 탄도미사일 파괴확률은 변하지 않는다.

- 9) 탄도미사일을 탐지한 시간을 교전의 시작 시간(0초)으로 한다.

### 3.2 기호 및 변수 정의

본 연구에서 사용되는 기호 및 변수를 다음과 같이 정의한다.

인덱스

- $I$  : 요격시스템의 수
- $i$  : 요격시스템,  $i=1, 2, \dots, I$
- $K$  : 탄도미사일의 수
- $k$  : 탄도미사일,  $k=1, 2, \dots, K$
- $J_i$  : 요격시스템  $i$ 가 보유한 요격미사일의 수
- $j$  : 요격시스템의  $j$ 번째 요격미사일,  $j=1, 2, \dots, J_i$

데이터 및 교전 상황에 따라 계산 가능한 값

- $V_k$  : 탄도미사일  $k$ 의 가치
- $VI_i$  : 요격시스템  $i$ 의 요격미사일 속도
- $LT$  : 교전결과 확인에 소요되는 시간으로 3초로 가정
- $D_k$  : 탄도미사일  $k$ 에 할당되어야 하는 요격미사일의 수로 방어자산 가치에 따라 작전통제소에서 결정
- $P_i$  : 요격시스템  $i$ 의 요격미사일 1기가 탄도미사일을 파괴할 확률
- $FFT_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 가 탄도미사일  $k$ 를 최초 교전점에서 요격하기 위한 요격미사일의 발사시간
- $LFT_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 가 탄도미사일  $k$ 를 최후 교전점에서 요격하기 위한 요격미사일의 발사시간
- $MFT_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 가 탄도미사일  $k$ 를 중간 교전점에서 요격하기 위한 요격미사일의 발사시간
- $FFZ_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 와 탄도미사일  $k$ 의 최초 교전점 고도

- $RF_k$  : 탄도미사일  $k$ 의 낙하율  
 $W_k$  : 방어자산까지의 탄착 시간이 가장 짧은 탄도미사일을 우선 요격하기 위한 탄도미사일별 가중치  
 $FT_{ijk}$  : 요격시스템  $i$ 에서 발사되는  $j$ 번째 요격미사일이 탄도미사일  $k$ 의 요격 지점까지 도달하는데 걸리는 비행시간  
 $U_i$  : 발사버튼을 누르고 나서 요격미사일이 실제 발사될 때까지 지연된 시간  
 $RT_i$  : 요격시스템  $i$ 의 반응 시간  
 $FFTR_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 에서 탄도미사일  $k$ 에 대한 최초 교전점까지 거리  
 $MFTR_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 에서 탄도미사일  $k$ 에 대한 중간 교전점까지 거리  
 $SFT_i$  : 요격시스템  $i$ 가 요격미사일을 연속 발사할 경우 최소 시간 간격  
 $\alpha_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 와 탄도미사일  $k$ 의 최초 교전점과 중간 교전점 사이에서 요격미사일의 비행거리가 줄어드는 정도  
 $\beta_{ik}$  : 요격시스템  $i$ 와 탄도미사일  $k$ 의 중간 교전점과 최종 교전점 사이에서 요격미사일의 비행거리가 줄어드는 정도  
 $M$  : 큰 수

#### 결정변수

- $X_{ijk}$  : 요격시스템  $i$ 에서 발사되는  $j$ 번째 요격미사일이 탄도미사일  $k$ 에 할당되면 "1" 그렇지 않으면 "0"의 값을 가지는 이진변수  
 $T_{ij}$  : 요격시스템  $i$ 의  $j$ 번째 요격미사일 발사 시간  
 $KS$  : 요격미사일과의 교전에서 생존한 탄도미사일 가치의 합  
 $HS$  : 탄도미사일이 요격된 고도의 합  
 $q_{ij}$  :  $\alpha_{ik}$ 가 선택되면 "1" 그렇지 않으면 "0"의 값을 가지는 이진변수  
 $r_{ij}$  :  $\beta_{ik}$ 가 선택되면 "1" 그렇지 않으면 "0"의 값을 가지는 이진변수

- $l_{ijk}$  :  $T_{ij}$ 와  $X_{ijk}$ 의 곱으로 발생된 비선형 제약조건식을 선형으로 변환하기 위해 사용하는 변수  
 $m_{ijk}$  :  $q_{ij}$ 와  $X_{ijk}$ 의 곱으로 발생된 비선형 제약조건식을 선형으로 변환하기 위해 사용하는 이진변수  
 $n_{ijk}$  :  $r_{ij}$ 와  $X_{ijk}$ 의 곱으로 발생된 비선형 제약조건식을 선형으로 변환하기 위해 사용하는 이진변수  
 $o_{ijk}$  :  $T_{ij}$ ,  $q_{ij}$ ,  $X_{ijk}$ 의 곱으로 발생된 비선형 제약조건식을 선형으로 변환하기 위해 사용하는 변수  
 $s_{ijk}$  :  $T_{ij}$ ,  $r_{ij}$ ,  $X_{ijk}$ 의 곱으로 발생된 비선형 제약조건식을 선형으로 변환하기 위해 사용하는 변수

### 3.3 모형의 제약조건식 구성

#### 3.3.1 요격미사일 1기의 교전 회수 제한

요격미사일은 탄도미사일의 근처에서 폭발하거나 탄도미사일을 직접 타격하는 방식으로 요격하므로 하나의 탄도미사일과만 교전할 수 있다.

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \leq 1 \quad \forall i, j \quad (1)$$

#### 3.3.2 요격미사일의 발사 순서 및 간격 제한

$j+1$ 번째 요격미사일은  $j$ 번째 요격미사일이 먼저 발사되어야 발사할 수 있으며, 연속으로 발사할 경우 발사 간격( $SFT_i$ )을 제한한다. 보통 패트리엇 미사일(PAC-3)의 경우, 하나의 발사대에 16기의 미사일을 탑재하지만 16기를 동시에 발사할 수는 없어 순차적으로 발사한다[8].

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \geq \sum_{k=1}^K X_{i,j+1,k} \quad \forall i, j=1, 2, \dots, J_i-1 \quad (2)$$

$$T_{ij} + SFT_i \leq M \cdot \left(1 - \sum_{k=1}^K X_{i,j+1,k}\right) + T_{i,j+1} \quad \forall i, j=1, 2, \dots, J_i-1 \quad (3)$$

### 3.3.3 방어자산의 가치에 따른 교전효과 수준 적용

패트리어트 미사일 포대 운영에 대한 미군 야전교범(FM 3-01.85)[19]에서는 작전 지역의 탄도미사일 방어계획 수립 시, 방어자산의 가치를 고려하여 <표 1>과 같이 전구탄도미사일 교전효과 수준(Levels of Theater Ballistic Missiles Engagement Effectiveness)을 기본 5가지로 분류하고, 작전 환경에 따라 이를 응용하여 적용하도록 한다. 모형의 교전 결과에서 할당되어야 하는 수만큼 요격미사일이 모두 할당되었을 때 교전효과 수준을 달성한 것으로 본다. 여기서 THAAD(Terminal High Altitude Area Defense missile)는 사드 미사일을 의미한다. 이때 교전효과가 Level 3인 경우와 같이 요격미사일 3기가 할당된다면 M-SAM의 요격미사일의 수가 더 많도록 제한한다.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijk} \leq D_k \quad \forall k \quad (4)$$

$$\sum_{i \in LSAM} \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijk} \leq \sum_{i \in MSAM} \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijk} \quad \forall k \quad (5)$$

### 3.3.4 요격미사일의 발사 가능 시간제한

요격미사일의 최대요격고도, 최저요격고도, 최대사거리 내에 탄도미사일이 위치하고, 그 안에 위치하는 동안 요격미사일이 탄도미사일에 도달할 수 있어야 실제 요격이 가능해진다. 따라서 최초 교전점과 최종 교전점을 계산하여 요격미사일을 발사할 수 있는 시간을 제한한다. 그리고 요격미사일의 발사 가능 시간을 설정할 때는 발사버튼을 누르고 실제

발사되기까지 지연되는 시간( $U_i$ )이 있어 해당 시간을 추가로 제한한다.

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot FFT_{ik} \leq T_{ij} \leq \sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot LFT_{ik} \quad \forall i, j \quad (6)$$

### 3.3.5 Shoot-Look-Shoot 사격 전술 적용

아래 식 (7)은 탄도미사일을 향해 먼저 발사된 L-SAM 요격미사일의 교전 종료 후에 결과를 확인하고, M-SAM 요격미사일이 발사될 수 있도록 발사 시간을 제한한다.

$$X_{mnk} \cdot T_{mn} + M \cdot (1 - X_{mnk}) \geq \quad (7)$$

$$X_{ijk} \cdot (T_{ij} + U_i + FT_{ijk} + LT)$$

$$\forall i \in LSAM, m \in MSAM, j \in J_i, n \in J_m, k$$

위에 제시한 식 (7)은 변수들의 곱이 포함된 비선형 형태를 취하고 있다. 따라서 선형계획법을 적용하기 위해서는 선형화 작업이 필요하다. 또한, 요격미사일의 비행시간( $FT_{ijk}$ )은 주어진 변수들의 비선형 형태의 공식으로 계산될 수 있는데 이를 적절한 가정을 통해 선형화하는 작업도 수행해야 한다. 이는 다음 절에서 그 방법을 제시하도록 한다.

### 3.3.6 최초 발사 시 소요되는 반응시간 제한

요격명령을 받은 요격시스템이 요격미사일을 바로 발사할 수는 없다. 포대 자체 레이더가 탐지 및 추적, 분류, 식별, 평가, 할당하는 시간과 발사버튼을 누르고 무장되기까지의 시간이 필요하다. 본 연구에

<표 1> 미군의 전구탄도미사일 교전효과 수준

Level	요격미사일 수	교전 방법
Level 0(None)	0 Shots	-
Level 1(Low)	1 Shots	패트리어트 또는 THAAD 1기로 요격
Level 2(Medium)	2 Shots	일반적으로 패트리어트 2기로 요격
Level 3(High)	3 Shots	THAAD 1기, 패트리어트 2기로 요격
Level 4(Very High)	4 Shots	THAAD 2기, 패트리어트 2기로 요격

※ 요격미사일의 수는 요격미사일 1기에서 기대되는 교전효과에 따라 변경될 수 있음.

서는 권용수 외[1]의 반응시간을 활용한다. 단, 발사 버튼을 누르고 실제 발사되기까지의 시간( $U_i$ )은 매 발사 시 발생하고, 식 (6)에서 이미 적용되어 반응시간에 포함하지 않는다.

$$\left( \sum_{k=1}^K X_{i1k} \right) \cdot RT_i \leq T_{i1} \quad \forall i \quad (8)$$

### 3.3.7 변수의 비음 조건 및 이진변수 설정

$$X_{ijk} \in \{0,1\}, T_{ij} \geq 0$$

## 3.4 목적함수

목적함수는 앞에서 설명된 것과 같이 각 탄도미사일의 요격고도의 합이므로 모형은 허용된 범위 내에서 요격미사일을 최대한 할당할 것이고, 그 결과 각 탄도미사일에 할당되어야 하는 요격미사일의 수, 즉 교전효과 수준을 최대한 맞추게 된다.

탄도미사일 요격고도의 합을 최대화하는 목적함수는 식 (9)와 같이 표현할 수 있다. 식 (9)에는 요격고도만으로 목적함수를 구성할 경우 낮은 고도에서 빠르게 낙하하는 탄도미사일보다 높은 고도에서 낙하하는 탄도미사일을 먼저 요격할 가능성이 있어 탄착시간이 짧은 탄도미사일과 먼저 교전하도록 각 탄도미사일에 가중치( $W_k$ )가 함께 포함된다. 각 가중치는 가장 긴 탄착시간에서 해당 탄도미사일의 탄착시간을 빼고 1을 더한 값으로 구한다. 하지만 식 (9)는  $T_{ij}$ 와  $X_{ijk}$  변수의 곱으로 인해 비선형 항이 발생하며 선형계획법의 적용을 위해서는 선형화 작업이 필요하게 된다. 역시 다음 절에서 그 방법을 제시한다.

$$\begin{aligned} \text{Max } HS = & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \\ & \{FFZ_{ik} - (T_{ij} - FFT_{ik}) \cdot RF_k\} \cdot W_k \cdot X_{ijk} \end{aligned} \quad (9)$$

탄도미사일의 요격고도를 최대화하는 목적함수는 전반적으로 좋은 결과를 보여주지만 전체 포대가 보유한 요격미사일의 수가 교전효과 수준에 따라 요구되는 요격미사일의 수보다 작은 경우에는 탄도미사

일의 파괴효과를 최적으로 할당하기 위한 기준이 필요하다. 이런 경우는 Hosein[20]의 목적함수와 같이 요격미사일과의 교전에서 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수를 추가하여 선점목표계획법으로 해결할 수 있다. 추가될 수 있는 목적함수는 식 (10)과 같다.

$$\text{Min } KS = \sum_{k=1}^K V_k \cdot \prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J (1 - P_i)^{X_{ijk}} \quad (10)$$

여기서 식 (10)은 비선형 함수임을 알 수 있다. 따라서 다음 단계에서 선형화 작업이 필요하게 되며, 그 방법은 다음 절에서 제시한다. 미사일 방어의 가장 큰 목적은 낙하하는 탄도미사일을 최대한 파괴하는 것이므로 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 것에 더 높은 우선순위를 두고, 선점목표계획법에 따라 단계적으로 접근할 수 있다. 보유한 요격미사일의 수가 교전효과 수준에 따라 요구되는 요격미사일의 수보다 작은 경우는 특별한 경우이다. 따라서 교전효과 수준을 이행하면서 탄도미사일의 요격고도 최대화를 적용한 목적함수를 본 연구의 기본 목적함수로 한다.

## 3.5 선형화 작업

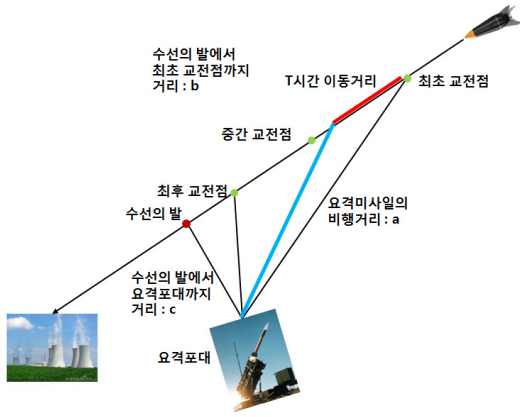
### 3.5.1 제약식의 선형화

앞서 식 (7)에 제시한 L-SAM 요격미사일의 비행시간( $FT_{ijk}$ )은 <그림 2>에서보는 것과 같이 피타고라스의 정리를 사용하여 다음의 식으로 구할 수 있다.

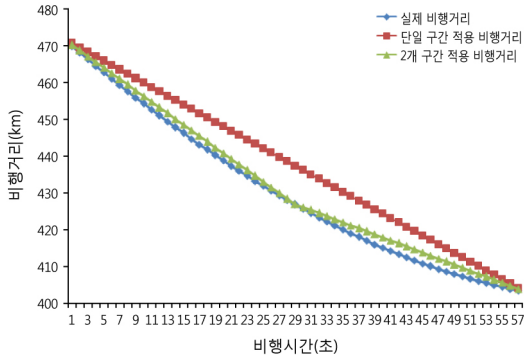
$$FT = \frac{\sqrt{(b - T \cdot VB)^2 + c^2}}{VT}$$

여기서  $T$ 는 탄도미사일이 이동한 시간,  $VB$ 는 탄도미사일 속도,  $VT$ 는 요격미사일 속도,  $b$ 는 수선의 발에서 최초 교전점까지 거리,  $c$ 는 수선의 발에서 요격포대까지의 거리이다. 문제는 이 수식을 선형으로 변환하기가 어렵다는 것이다. 따라서 새로운 근사적 방법이 필요한데 이를 위해 <그림 3>에서와 같이 교전 구간을 2개(최초-중간 교전점, 중간-최후 교전





〈그림 2〉 요격미사일의 비행시간



〈그림 3〉 2개 구간을 구분한 요격미사일 비행거리

점으로 나누고, 근사값을 구하는 방법을 적용한다.

〈그림 3〉의 예시는 요격시스템에서 최초 교전점까지의 거리가 470km인 경우인데, 제 5장에서 적용할 시나리오에서 L-SAM의 최대사거리 200km 이하이므로 교전 구간을 2개로 나누는 방법은 비교적 정확한 근사값을 구할 수 있다.

교전 구간을 2개로 나누어 계산된 비행시간( $FT_{ijk}$ )은 아래 식 (11)과 같으며, 식 (12)~식 (14)는 요격미사일 발사시간( $T_{ij}$ )과 최초 및 중간 교전점으로 발사하기 위한 시간( $FFT_{ik}$ ,  $MFT_{ik}$ )을 비교하여 적절한 교전 구간이 선택되도록 한다.

$$FT_{ijk} = \frac{\{FFT_{ik} - \alpha_{ik}(T_{ij} - FFT_{ik})\} \cdot q_{ij} + \{MFT_{ik} - \beta_{ik}(T_{ij} - MFT_{ik})\} \cdot r_{ij}}{VI_i} \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot (LFT_{ik} - T_{ij}) \geq \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot (LFT_{ik} - MFT_{ik}) \cdot q_{ij} \quad \forall i \in LSAM, j$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot (T_{ij} - MFT_{ik}) \geq \sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot (MFT_{ik} - FFT_{ik}) \cdot (r_{ij} - 1) \quad \forall i \in LSAM, j \quad (13)$$

$$q_{ij} + r_{ij} = 1 \quad \forall i \in LSAM, j \quad (14)$$

지금부터 비선형인 식 (7)을 선형화하는 방법을 제시한다. 먼저 식 (11)을 식 (7)에 대입한다. 식 (7)은 식 (11)의 대입 후에도 여전히  $X_{ijk}$ ,  $T_{ij}$ ,  $q_{ij}$ ,  $r_{ij}$  변수 간의 곱으로 비선형 항이 있다. 하지만 이런 비선형 항은 식 (15)와 같이 새로운 변수를 추가하는 방법으로 제거할 수 있으며, 비선형 항이 제거된 식 (15)를 정리하면 최종적으로 식 (7)은 식 (16)으로 변형된다. 같은 방법을 적용하면 비선형 항이 있는 식 (12)와 식 (13)은 식 (17), 식 (18)로 각각 변형된다.

$$l_{mnk} + M \cdot (1 - X_{mnk}) \geq \quad (15)$$

$$l_{ijk} + (U_i + LT) \cdot X_{ijk} + \frac{(FFTR_{ik} + \alpha_{ik} \cdot FFT_{ik}) \cdot m_{ijk}}{VI_i} + \frac{(MFT_{ik} + \beta_{ik} \cdot MFT_{ik}) \cdot n_{ijk} - \alpha_{ik} \cdot o_{ijk} - \beta_{ik} \cdot s_{ijk}}{VI_i}$$

$$T_{ij} \cdot X_{ijk} = l_{ijk}, \quad q_{ij} \cdot X_{ijk} = m_{ijk}, \quad r_{ij} \cdot X_{ijk} = n_{ijk},$$

$$T_{ij} \cdot q_{ij} \cdot X_{ijk} = o_{ijk}, \quad T_{ij} \cdot r_{ij} \cdot X_{ijk} = s_{ijk}$$

$$l_{mnk} + M \cdot (1 - X_{mnk}) \geq l_{ijk} + (U_i + LT) \cdot X_{ijk} \quad (16)$$

$$+ \gamma_{ik} \cdot m_{ijk} + \delta_{ik} \cdot n_{ijk} - \left(\frac{\alpha_{ik}}{VI_i}\right) \cdot o_{ijk} - \left(\frac{\beta_{ik}}{VI_i}\right) \cdot s_{ijk}$$

$$\gamma_{ik} = \frac{(FFTR_{ik} + \alpha_{ik} \cdot FFT_{ik})}{VI_i},$$

$$\delta_{ik} = \frac{(MFT_{ik} + \beta_{ik} \cdot MFT_{ik})}{VI_i}$$

$$\forall i \in LSAM, m \in MSAM, j \in J_i, n \in J_m, k$$

$$\sum_{k=1}^K (LFT_{ik} \cdot X_{ijk} - l_{ijk}) \geq \quad (17)$$

$$\sum_{k=1}^K \{(LFT_{ik} - MFT_{ik}) \cdot m_{ijk}\}, \quad \forall i \in LSAM, j$$

$$\sum_{k=1}^K (l_{ijk} - MFT_{ik} \cdot X_{ijk}) \geq \quad (18)$$

$$\sum_{k=1}^K \{(MFT_{ik} - FFT_{ik}) \cdot (n_{ijk} - X_{ijk})\}, \quad \forall i \in LSAM, j$$

그리고 식 (15)에서 비선형 항을 제거하기 위해 새롭게 추가된 5개의 변수를 제어하기 위해 다음과 같은 제약조건식과 변수의 비음 조건 및 이진변수 설정을 추가한다.

$$M \cdot X_{ijk} \geq l_{ijk}, \quad T_{ij} \geq l_{ijk} \geq \quad (19)$$

$$T_{ij} + (X_{ijk} - 1) \cdot M \quad \forall i, j, k$$

$$X_{ijk} \geq m_{ijk}, \quad q_j \geq m_{ijk}, \quad m_{ijk} \geq q_j + X_{ijk} - 1 \quad (20)$$

$$\forall i \in LSAM, j, k$$

$$X_{ijk} \geq n_{ijk}, \quad r_{ij} \geq n_{ijk}, \quad n_{ijk} \geq r_{ij} + X_{ijk} - 1 \quad (21)$$

$$\forall i \in LSAM, j, k$$

$$M \cdot X_{ijk} \geq o_{ijk}, \quad M \cdot q_j \geq o_{ijk}, \quad T_{ij} \geq o_{ijk} \geq \quad (22)$$

$$T_{ij} + (q_j + X_{ijk} - 2) \cdot M \quad \forall i \in LSAM, j, k$$

$$M \cdot X_{ijk} \geq s_{ijk}, \quad M \cdot r_{ij} \geq s_{ijk}, \quad T_{ij} \geq s_{ijk} \geq \quad (23)$$

$$T_{ij} + (r_{ij} + X_{ijk} - 2) \cdot M \quad \forall i \in LSAM, j, k$$

$$q_{ij} \in \{0,1\}, \quad r_{ij} \in \{0,1\}, \quad m_{ijk} \in \{0,1\}, \quad n_{ijk} \in \{0,1\},$$

$$l_{ijk} \geq 0, \quad o_{ijk} \geq 0, \quad s_{ijk} \geq 0.$$

요격미사일의 비행시간( $F T_{ijk}$ )을 선형화하는 작업 이외에는 근사화하는 과정이 존재하지 않고 기술적으로 비선형을 선형으로 바꾸는 작업이다. 비행시간 근사화의 정확도와 관련해서는 <부록 2>에 상세하게 설명하였다.

### 3.5.2 목적함수의 선형화

목적함수인 식 (9)는 비선형이므로 선형화작업이 필요하다. 이는 앞서 제약식의 선형화 작업에서처럼 식 (15)의  $l_{ijk}$  변수를 이용하면 된다. 이를 이용해 목적함수를 선형화하면 아래의 식 (24)와 같이 변형된다.

$$Max \quad HS = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \{(FFZ_{ik} + FFT_{ik} \cdot RF_k) \quad (24)$$

$$\cdot W_k \cdot X_{ijk} - RF_k \cdot W_k \cdot l_{ijk}\}$$

또한 선점목표계획법의 목적함수로 활용될 수 있는 식 (10)도 비선형인데, 이는 자연대수의 성질을 이용하여 식 (25)와 같이 선형화할 수 있다.

$$Min \quad KS = \sum_{k=1}^K V_k \cdot \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijk} \cdot \ln(1 - P_i) \quad (25)$$

목적함수의 선형화작업은 근사화가 아닌 기술적인 선형화작업이므로 정확도는 그대로 유지된다.

### 3.6 최종 모형

앞에서 설명된 목적함수와 제약조건식을 조합하여 요격미사일 할당 및 교전 일정계획 결정을 위한 모형은 다음과 같다.

$$Max \quad HS = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \{(FFZ_{ik} + FFT_{ik} \cdot RF_k)$$

$$\cdot W_k \cdot X_{ijk} - RF_k \cdot W_k \cdot l_{ijk}\}$$

Subject to

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \leq 1 \quad \forall i, j$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \geq \sum_{k=1}^K X_{i,j+1,k} \quad \forall i, j=1, 2, \dots, J_i - 1$$

$$T_{ij} + SFT_i \leq M \cdot \left(1 - \sum_{k=1}^K X_{i,j+1,k}\right) + T_{i,j+1}$$

$$\forall i, j=1, 2, \dots, J_i - 1$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijk} \leq D_k \quad \forall k$$

$$\sum_{i \in LSAM} \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijk} \leq \sum_{i \in MSAM} \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijk} \quad \forall k$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot FFT_{ik} \leq T_{ij} \leq \sum_{k=1}^K X_{ijk} \cdot LFT_{ik} \quad \forall i, j$$

$$l_{mnk} + M \cdot (1 - X_{mnk}) \geq l_{ijk} + (U_i + LT) \cdot X_{ijk} \\ + \gamma_{ik} \cdot m_{ijk} + \delta_{ik} \cdot n_{ijk} - \left( \frac{\alpha_{ik}}{VI_i} \right) \cdot o_{ijk} - \left( \frac{\beta_{ik}}{VI_i} \right) \cdot s_{ijk}$$

$$\gamma_{ik} = \frac{(FFTR_{ik} + \alpha_{ik} \cdot FFT_{ik})}{VI_i},$$

$$\delta_{ik} = \frac{(MFT_{ik} + \beta_{ik} \cdot MFT_{ik})}{VI_i}$$

$$\forall i \in LSAM, m \in MSAM, j \in J_i, n \in J_m, k$$

$$\sum_{k=1}^K (LFT_{ik} \cdot X_{ijk} - l_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^K (LFT_{ik} - MFT_{ik}) \\ \cdot m_{ijk} \quad \forall i \in LSAM, j$$

$$\sum_{k=1}^K (l_{ijk} - MFT_{ik} \cdot X_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^K \{ (MFT_{ik} - FFT_{ik}) \\ \cdot (n_{ijk} - X_{ijk}) \} \quad \forall i \in LSAM, j$$

$$q_{ij} + r_{ij} = 1 \quad \forall i \in LSAM, j$$

$$M \cdot X_{ijk} \geq l_{ijk}, T_{ij} \geq l_{ijk} \geq T_{ij} + (X_{ijk} - 1) \cdot M \\ \forall i, j, k$$

$$X_{ijk} \geq m_{ijk}, q_{ij} \geq m_{ijk}, m_{ijk} \geq q_{ij} + X_{ijk} - 1 \\ \forall i \in LSAM, j, k$$

$$X_{ijk} \geq n_{ijk}, r_{ij} \geq n_{ijk}, n_{ijk} \geq r_{ij} + X_{ijk} - 1 \\ \forall i \in LSAM, j, k$$

$$M \cdot X_{ijk} \geq o_{ijk}, M \cdot q_{ij} \geq o_{ijk}, \\ T_{ij} \geq o_{ijk} \geq T_{ij} + (q_{ij} + X_{ijk} - 2) \cdot M \\ \forall i \in LSAM, j, k$$

$$M \cdot X_{ijk} \geq s_{ijk}, M \cdot r_{ij} \geq s_{ijk}, \\ T_{ij} \geq s_{ijk} \geq T_{ij} + (r_{ij} + X_{ijk} - 2) \cdot M \\ \forall i \in LSAM, j, k$$

$$\left( \sum_{k=1}^K X_{i1k} \right) \cdot RT_i \leq T_{i1} \quad \forall i$$

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}, q_{ij} \in \{0, 1\}, r_{ij} \in \{0, 1\},$$

$$m_{ijk} \in \{0, 1\}, n_{ijk} \in \{0, 1\}$$

$$T_{ij} \geq 0, l_{ijk} \geq 0, o_{ijk} \geq 0, s_{ijk} \geq 0.$$

## 4. 모형의 적용 및 결과 분석

본 장에서는 가상의 탄도미사일 방어 시나리오를 적용하여 모형의 타당성을 검증한다. 모형의 타당성을 검증하는 방법으로는 모형의 적절성 및 활용 가능성을 분석한다. 각 모형에 대한 결과는 ILOG CPLEX 12.6을 이용하여 도출하였다.

### 4.1 2개 비행장을 방어하는 3개 포대의 교전 시나리오

테스트를 위한 가상 시나리오는 두 곳의 아군 비행장으로 각각 4기씩 총 8기의 탄도미사일이 낙하하고 있는 상황이다. 각 비행장에는 1개의 M-SAM 요격 시스템이 배치되어 있고, 비행장 후방에는 두 비행장을 모두 방어할 수 있는 1개의 L-SAM 요격시스템이 배치되어 지역을 방어하는 것으로 설정한다. 탄도미사일의 위치 및 기본사항은 <표 2>와 같으며, 탄도미사일의 위치, 속도는 권용수 외[1]를 참고하여 최대사거리가 300km급, 500km급, 1000km급인 탄도미사일이 정점을 지나 낙하를 시작하는 수준으로 설정한다. 탄도미사일에 대응하는 요격시스템의 위치 및 기본사항은 <표 3>과 같으며, 기재된 요격미사일의 주요 성능은 임의로 설정하였다. 각 요격미사일의 발사 지연 시간( $U_i$ )과 연속 발사 간격( $SFT_i$ )도 각각 2초, 1초로 임의로 설정하고, 방어자산의 위치와 탄도미사일 당 할당이 요구되는 요격미사일의 수(교전효과 수준)는 <표 4>에서와 같이 임의로 설정하였다.

〈표 2〉 탄도미사일의 위치 및 기본사항

No	비행장 A를 향하는 탄도미사일			No	비행장 B를 향하는 탄도미사일		
	좌표	속도 (km/s)	가치		좌표	속도 (km/s)	가치
1	(-15, 150, 90)	1.6	30	5	(85, 85, 260)	3.0	20
2	(-5, 140, 80)	1.6	35	6	(95, 80, 250)	3.0	25
3	(5, 100, 140)	2.1	25	7	(105, 80, 140)	2.1	35
4	(15, 90, 130)	2.1	20	8	(115, 85, 130)	2.1	30

〈표 3〉 요격시스템의 위치 및 기본사항

요격포대	좌표	요격미사일 주요 성능						
		요격고도(km)		속도 (km/s)	사거리 (km)	수량	파괴확률	반응시간
		최소	최대					
M-SAM 1	(0, 10, 0)	15	20	1.7	35	16	0.7	6
M-SAM 2	(100, -10, 0)	15	20	1.7	35	16	0.7	6
L-SAM	(50, -50, 0)	40	150	2.4	200	10	0.8	6

〈표 4〉 방어자산의 위치 및 교전효과 수준

방어자산	좌표	성격	교전효과 수준
비행장 A	(0, 0, 0)	민간 비행장	Level 3(3 Shots)
비행장 B	(100, -20, 0)	공군 비행장	Level 4(4 Shots)

#### 4.2 교전 결과 및 모형의 적절성 분석

가상 시나리오에 대한 교전 결과는 <표 5>와 같다. 요격미사일의 최대사거리 및 요격 가능 고도 내에 위치하지 않아 요격이 불가능한 탄도미사일에 대해서는 요격미사일을 발사하지 않고, 요격이 가능한 경우에만 발사 가능한 시간(FFT~LFT) 내에서 요격미사일이 발사되고, 방어자산의 교전효과 수준을 달성한 것이 확인된다.

또한 각 탄도미사일에 대한 첫 번째 요격미사일의 발사시간이 대부분 최초 교전점에서 요격이 이루어지기 위한 발사시간(FFT)에 근접하여 본 모형의 목적과 같이 탄도미사일의 요격고도를 최대화하는 것을 확인할 수 있다. 여기서 요격고도는 가중치가 곱해진 값으로 실제 요격고도의 합을 의미하지는 않지만 교전 결과를 쉽게 이해하기 위해 본 연구에서는 요격고도의 합으로 표현한다. 첫 번째 요격미사일의

발사시간과 FFT가 모두 일치하지 않는 L-SAM은 반응시간에 의해 6초 이후에 발사한 것이다. 그리고 4번 탄도미사일의 경우 M-SAM 1의 FFT는 49.9초인데, 52.8초에 최초로 발사한 것은 L-SAM의 요격미사일이 먼저 교전하여 결과의 확인이 52.8초에 끝났기 때문이다. 3번, 8번 탄도미사일의 경우도 같은 이유이다. 이는 모형에서 S-L-S 사격 전술이 잘 작동되고 있음을 보여준다.

사격 전술에서도 탄도미사일의 위치 및 속도, 교전 시간, 요격시스템의 위치 및 요격미사일의 성능, 교전효과 수준이 고려되어 각 탄도미사일에 대해 적절한 사격 전술을 적용하는 것이 확인된다. L-SAM의 교전이 불가능한 1, 2번 탄도미사일에 대해서는 M-SAM으로만 SSS-L 사격 전술을 적용하고, L-SAM의 교전이 가능한 3, 4, 5, 6, 7, 8번 탄도미사일에 대해서는 M-SAM과 함께 S-L-SS, SS-L-SS 사격 전술을 적용하여 교전하였다.

〈표 5〉 기본 모형의 교전 결과

탄도 미사일	요격포대	FFT (s)	LFT (s)	요격미사일 발사시간 (s)	사격교리	Shots
1	M-SAM 1	65.2	76.9	65.2, 66.2, 67.2	SSS-L	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	-	-	-		
2	M-SAM 1	54.8	66.9	54.8, 58.3, 59.3	SSS-L	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	-	-	-		
3	M-SAM 1	56.2	62.3	56.3, 57.3	S-L-SS	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	0	14.6	7.0		
4	M-SAM 1	49.9	56.0	52.8, 53.8	S-L-SS	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	0	9.3	6.0		
5	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	72.6	77.1	72.6, 73.6		
	L-SAM	0	44.9	14.0, 15.0		
6	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	68.8	73.2	68.8, 69.8		
	L-SAM	0	40.8	10.0, 13.0		
7	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	56.2	62.3	56.2, 57.2		
	L-SAM	0	20.0	11.0, 12.0		
8	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	53.2	59.7	54.2, 55.2		
	L-SAM	0	15.0	8.0, 9.0		
방어자산에 대한 교전효과 수준 달성					28 Shots	
발사 시간의 합 : 1,203.5초				요격고도의 합 : 21,246.9		

### 4.3 기존 연구의 목적함수와 비교 분석

동일 시나리오에 대해 목적함수를 교전에서 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 것으로 바꾸고 결과를 도출하면 <표 6>과 같다. 요격미사일의 할당은 동일한 결과를 보이지만 발사시간은 기본 모형에 비해 전체적으로 38.8초 늦다. 이는 발사 가능 시간 내에서 요구되는 교전효과 수준까지 요격미사일을 할당하지만 다른 제약조건식이나 목적함수에서 발사시간의 최소화를 고려하지 않기 때문이다.

Khosla[23]와 Karasakal[22]의 모형과 같이 각 탄

도미사일에 할당되는 요격미사일의 수를 제한하지 않고, 보유한 요격미사일을 최대한 할당하여 발사 가능 시간 내에서 교전 스케줄을 최적화하는 방법도 있다. 이런 방법을 적용하면 <표 7>에서 보는 것과 같이 요격미사일의 발사시간이 <표 6>의 결과에 비해 조금 앞으로 당겨지는 것을 볼 수 있다. 하지만 탄도미사일의 가치, 최초 교전 시간, 사격 전술 등의 영향에 따라 특정 표적에 요격미사일이 집중되는 현상이 발생할 수도 있어서 보유한 요격미사일을 최적으로 활용하기에는 제한적이다. 이런 방법을 적용한다면 탄도미사일당 요구되는 최소 파괴수준을 제약조건식에 반영할 필요가 있다.

〈표 6〉 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 모형의 교전 결과

탄도 미사일	요격포대	FFT (s)	LFT (s)	요격미사일 발사시간 (s)	사격거리	Shots
1	M-SAM 1	65.2	76.9	65.2, 66.2, 67.2	SSS-L	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	-	-	-		
2	M-SAM 1	54.8	66.9	58.3, 59.3, 60.3	SSS-L	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	-	-	-		
3	M-SAM 1	56.2	62.3	61.3, 62.3	S-L-SS	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	0	14.6	14.0		
4	M-SAM 1	49.9	56.0	55.0, 56.0	S-L-SS	3
	M-SAM 2	-	-	-		
	L-SAM	0	9.3	7.0		
5	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	72.6	77.1	72.6, 73.6		
	L-SAM	0	44.9	6.0, 15.0		
6	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	68.8	73.2	68.8, 69.8		
	L-SAM	0	40.8	11.0, 13.0		
7	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	56.2	62.3	60.7, 62.3		
	L-SAM	0	20.0	8.0, 9.0		
8	M-SAM 1	-	-	-	SS-L-SS	4
	M-SAM 2	53.2	59.7	58.7, 59.7		
	L-SAM	0	15.0	10.0, 12.0		
방어자산에 대한 교전효과 수준 달성					28 Shots	
발사 시간의 합 : 1,242.3초						

〈표 7〉 탄도미사일에 할당되는 요격미사일의 수를 제한하지 않은 모형의 교전 결과

탄도 미사일	Shots	최초 발사시간(s) 및 요격미사일 수	탄도 미사일	Shots	최초 발사시간(s) 및 요격미사일 수
1	3	M-SAM 1 : 74.9/3	5	1	M-SAM 2 : 77.1/1
2	13	M-SAM 1 : 54.8/13	6	5	M-SAM 2 : 68.8/5
3	-	-	7	15	M-SAM 2 : 58.3/5 L-SAM : 6.0/10
4	-	-	8	5	M-SAM 2 : 53.2/5
총 42기 전량 발사(M-SAM 1 : 16기, M-SAM 2 : 16기, L-SAM : 10기)					

#### 4.4 요격미사일이 부족한 경우에 대한 분석

전쟁 중에 요격미사일의 보급이 원활하지 않거나 보유한 요격미사일의 대부분을 소진한 경우는 교전 효과 수준을 만족시키기 위해 요구되는 요격미사일의 수에 비해 전체 요격시스템이 보유한 요격미사일의 수가 부족할 수 있다. 이런 경우는 제 3장에서 설명한 것처럼 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수를 추가하여 선점목표계획법으로 접근할 수 있다. 앞에서 적용된 시나리오에서 각 요격시스템이 보유한 요격미사일의 수를 8기로 제한한 교전 결과는 <표 8>과 같다.

<표 8>의 교전 결과에서 보는 것과 같이 기본 모형이 발사시간과 요격고도에서 더 좋은 값을 가지지만 1번 탄도미사일에는 요격미사일을 할당하지 않아 미사일 방어의 근본적인 목적과는 다른 결과를 보인다. 반면 선점목표계획법을 적용한 기본 모형은 탄도미사일의 가치를 고려하여 전체 탄도미사일에 요격미사일을 할당한다. 그래서 요격미사일이 부족한 경우는 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수와 탄도미사일의 요격고도를 최대화하는 목적함수를 단계적으로 적용하는 선점목표계획법으로 접근하는 것이 더 적절하다.

#### 4.5 모형의 활용 가능성 분석

본 모형이 현장에서 활용되기 위해서는 다양한 시나리오에서도 우수한 결과를 일관되게 보여주어야 한다. 기본 모형의 우수성을 검토하기 위한 비교 대상으로는 제 4.4절의 선점목표계획법을 적용한 기본

모형, 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수를 적용한 모형을 사용한다. 모형에 대한 분석 방법은 미사일 방어의 목적에 따라 탄도미사일의 위협수준 최소화과 방어자산의 피해 최소화를 기준으로 한다. 탄도미사일의 위협수준 최소화를 측정하는 방법으로는 교전효과 수준의 달성여부를 성과지표로 사용하고, 방어자산 피해의 최소화를 측정하는 방법으로는 요격미사일 발사시간의 합을 성과지표로 사용한다. 탄도미사일의 요격고도가 더 적합한 성과지표이지만 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수를 적용한 모형에서는 요격고도를 산출할 수 없다. 그래서 더 높은 고도에서 요격될수록 요격미사일 발사시간의 합이 작아지는 일반적인 특성을 반영하여 요격미사일 발사시간의 합을 성과지표로 사용한다.

분석에 적용하는 시나리오는 모형의 입력값을 변화시키며 만들 수 있는 3가지 종류의 시나리오를 적용한다. 첫째, 모형의 주요 구성요소를 다양하게 변화시키는 시나리오이다. 방어자산의 수, 요격시스템의 수, 탄도미사일의 수, 요격미사일의 수, 교전효과 수준을 다양하게 변화시킨 시나리오에서도 최적해를 잘 구하는 지를 확인한다. 둘째, 요격미사일의 속도 변화를 통해 모형이 현실 세계와 비슷한 양상의 결과를 보이는 지 확인한다. 요격미사일의 속도가 빠를수록 탄도미사일에 대응할 수 있는 시간은 늘어난다. 셋째, 탄도미사일의 속도 변화를 통해 모형이 현실 세계와 비슷한 양상의 결과를 보이는 지 확인한다. 요격미사일의 속도와는 반대로 탄도미사일의 낙하 속도가 빠를수록 대응할 수 있는 시간은 줄어든다.

<표 8> 요격미사일이 부족한 경우 교전결과

기본 모형				선점목표계획법을 적용한 기본 모형			
탄도미사일	Shots	탄도미사일	Shots	탄도미사일	Shots	탄도미사일	Shots
1	-	5	4	1	3	5	2
2	2	6	4	2	3	6	4
3	3	7	4	3	3	7	4
4	3	8	4	4	1	8	4
발사시간의 합 : 1,020.5초		요격고도의 합 : 20,039.0		발사시간의 합 : 1,087.6 초		요격고도의 합 : 16,958.1	

다양한 시나리오에 따른 교전 결과는 <표 9>와 같다. 전반적으로 기본 모형(모형 1)의 요격미사일 발사시간이 다른 모형과 비교해 우수한 것으로 확인된다. 시나리오 13번에서 선점목표계획법을 적용한 기본 모형(모형 2)이 요격미사일 발사시간에서 기본 모형에 비해 조금 앞섰지만 요격고도에서는 각각 23,280.9, 23,035.1로 기본 모형이 더 높았다. 그리고 시나리오 19번에서 기본 모형만 교전효과 수준을 달성하지 못했다. 시나리오에서 5번 탄도미사일은 3기의 요격미사일이 할당되어야 하는데, 기본 모형에서는 짧은 교전 시간과 요격고도를 고려하여 2기의 요격미사일을 할당하고, S-L-S 사격 전술을 적용하였다. 반면 다른 모형에서는 생존한 탄도미사일의

가치를 고려하여 3기의 요격미사일을 할당하고, SSS-L 사격 전술을 적용하였다. 하지만 이렇게 작전 환경에 의해 변화가 시작되는 시점은 어느 모형이 더 우수한 결과를 도출했다고 단언할 수 없다. 작전 지휘관이 상황에 따라 S-L-S을 선호할 수도 있고, SSS-L을 선호할 수도 있기 때문이다.

앞의 내용을 종합해보면 기본 모형이 더 우수한 결과를 일관되게 보여준 것으로 판단된다. 그리고 요격미사일 속도의 변화 시나리오에서는 요격미사일의 속도가 증가할수록 발사시간이 증가하는 것이 확인된다. 이는 요격미사일의 속도 증가로 교전점까지 도달하는데 걸리는 비행시간이 줄어들어 좀 더 늦게 발사할 수 있게 된 것이다. 그리고 줄어

<표 9> 다양한 가상 시나리오에서의 교전 결과

No	가상 시나리오	요격미사일 발사시간(s)			교전효과 수준 달성여부
		모형*1	모형 2	모형 3	
주요 구성요소의 변화					
1	방어자산-2, 탄도미사일-8, 포대-3	1,203.5	1,221.5	1,242.3	모두 달성
2	방어자산-2, 탄도미사일-10, 포대-3	1,161.7	1,195.6	1,236.3	모두 달성
3	방어자산-2, 탄도미사일-12, 포대-3	1,400.7	1,433.3	1,468.2	모두 달성
4	방어자산-3, 탄도미사일-12, 포대-4	1,285.2	1,326.8	1,404.0	모두 달성
5	방어자산-3, 탄도미사일-15, 포대-4	1,288.3	1,325.2	1,375.6	모두 달성
6	방어자산-3, 탄도미사일-18, 포대-4	1,360.7	1,401.0	1,413.7	모두 달성
7	방어자산-4, 탄도미사일-16, 포대-5	1,535.9	1,560.5	1,643.3	모두 달성
8	방어자산-4, 탄도미사일-20, 포대-5	1,700.8	1,735.6	1,799.0	모두 달성
9	방어자산-4, 탄도미사일-24, 포대-5	1,742.7	1,798.2	1,849.8	모두 달성
10	방어자산-4, 탄도미사일-16, 포대-6	1,428.6	1,452.0	1,504.9	모두 달성
11	방어자산-4, 탄도미사일-20, 포대-6	1,649.9	1,718.8	1,738.1	모두 달성
12	방어자산-4, 탄도미사일-24, 포대-6	2,037.8	2,109.1	2,198.9	모두 달성
요격미사일 속도의 변화					
13	요격미사일의 속도 25% 증가	1,245.7	1,245.0	1,345.5	모두 달성
14	요격미사일의 속도 50% 증가	1,282.3	1,286.2	1,302.6	모두 달성
15	요격미사일의 속도 75% 증가	1,302.8	1,304.8	1,354.3	모두 달성
16	요격미사일의 속도 100% 증가	1,318.5	1,318.5	1,362.0	모두 달성
탄도미사일 속도의 변화					
17	탄도미사일의 속도 10% 증가	989.4	989.4	1,065.2	모두 달성
18	탄도미사일의 속도 20% 증가	913.2	919.4	974.7	모두 달성
19	탄도미사일의 속도 30% 증가	817.8	920.3	938.5	모형 1 미달성
20	탄도미사일의 속도 40% 증가	852.2	860.6	877.1	모두 달성
* 모형 1 : 기본 모형, 모형 2 : 선점목표계획법을 적용한 기본 모형, 모형 3 : 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수를 적용한 모형					



든 비행시간만큼 교전에 대응할 수 있는 시간이 늘어난 것을 의미한다. 반대로 탄도미사일 속도의 변화 시나리오에서는 탄도미사일의 속도가 증가할수록 발사시간이 감소하는 것이 확인된다. 이는 탄도미사일의 속도 증가로 좀 더 빨리 요격미사일을 발사해야하기 때문이다. 그리고 당겨진 발사시간만큼 교전에 대응할 수 있는 시간이 줄어든 것을 의미한다.

세 종류의 시나리오 결과를 종합해보면 기본 모형은 함께 비교된 다른 모형에 비해 우수한 결과를 일관되게 도출하고, 현실 세계와 비슷한 양상의 결과를 보이는 것이 확인되어 기본 모형은 타당성한 것으로 판단된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 탄도미사일의 요격고도를 최대화하는 목적함수를 적용하고, 요격시스템의 성능 및 운영방법, 사격 전술 등을 반영한 요격미사일 할당 및 교전 일정계획 결정 모형을 혼합정수계획법을 활용하여 제시하였다. 탄도미사일은 탄두에 생화학 무기, 핵폭탄과 같은 대량살상무기를 탑재할 수 있어 요격에 성공하더라도 탄두에 실린 물질로 인해 피해가 발생될 수 있다. 또한 탄도미사일의 요격지점이 방어자산과 가까울수록 파편에 의한 피해도 발생될 수 있다. 따라서 이런 사항들을 고려한다면 탄도미사일의 요격고도는 반드시 고려되어야 할 요소이다. 하지만 기존 연구는 공격해오는 미사일에 대한 파괴효과를 최대화하거나 방어자산의 피해를 최소화하는 것을 목적으로 하여 탄도미사일에 요격미사일을 할당하는 것에는 최적화하였다.

본 연구는 탄도미사일이 공격하는 방어자산의 가치를 고려한 교전효과 수준을 달성하도록 요격미사일을 할당하고, 최대한 높은 고도에서 요격되도록 요격미사일의 발사시간을 결정하는 목적함수를 모형에 적용하였다. 보다 현실적인 모형을 개발하기 위해 시간 window 개념을 적용하여 요격미사일의 발사 가능 시간, 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있

는 요격미사일의 수, 요격미사일의 연속 발사 간격 및 발사 지연 시간 등을 모형에 반영하였다.

개발된 모형의 적절성과 활용 가능성을 분석하기 위해 다양한 시나리오를 적용해 본 결과, 모형이 제약조건 내에서 교전 환경에 따라 적절한 사격 전술을 적용하여 요격미사일을 할당하고, 높은 탄도미사일 요격고도를 갖도록 발사시간을 결정하는 것이 확인되었다. 또한 생존한 탄도미사일의 가치를 최소화하는 목적함수를 적용한 기존의 연구모형과 비교한 결과, 방어자산의 가치에 따른 교전효과 수준은 동일하게 달성하면서 요격미사일 발사시간 부분에서는 더 우수한 결과를 보였다. 그리고 요격미사일과 탄도미사일의 속도 변화를 기준으로 한 민감도 분석에서 모형이 현실 세계와 비슷한 양상의 결과를 보이는 것이 확인되었다.

앞의 결과들을 종합해보면 본 모형은 작전통제소에서 미사일 방어 작전을 수행할 때 최적의 요격포대 선정 및 요격미사일의 교전 일정계획 결정 등에 활용될 수 있을 것으로 생각되며, 아군 방어지역 및 방어자산의 피해를 최소화하는데 도움이 될 수 있을 것으로 기대한다.

그러나 본 모형이 작전 현장에서 보다 효과적으로 적용되기 위해서는 보완해야 할 사항이 있다. 첫째, 요격미사일의 탄도미사일 파괴확률은 비행시간, 표적과 요격미사일 간의 LOS(line of sight) 측정 정확도, 목표지점 확인 등 여러 요인에 영향을 받는다 [18]. 따라서 이에 대한 추가적인 고려가 필요하다. 둘째, 작전 지휘관은 교전 상황에 따라 일제발사(salvo) 또는 일정 시간 간격 발사(ripple)와 같은 사격교리를 선택하여 사격할 수 있으므로 이에 대한 고려도 필요하다. 미군은 패트리엇 미사일 2기를 발사할 때 3~4초 간격으로 ripple 사격을 실시하기도 하며, 이는 두 번째 요격미사일의 탐색기가 탄두를 확인할 때 첫 번째 요격미사일의 폭발 영향을 최소화하기 위한 것이다[27]. 셋째, 탄도미사일은 포물선을 그리며 낙하하므로 탄도미사일과의 교전점 및 요격미사일의 발사시간을 산출할 때 실제의 비행체적과 속도를 고려한다면 더 정확한 결과를 얻을 수

있을 것이다. 넷째, 탄도미사일에 대한 위협분석을 모형에 반영할 필요가 있다. 탄도미사일은 명중률이 낮은 편이어서 일부 탄도미사일은 방어자산에 피해를 주지 못하는 곳으로 떨어질 수 있는데, 이런 경우에는 요격미사일을 할당할 필요가 없을 수도 있다. 이러한 한계점들은 향후 연구의 중요한 시발점이 될 수 있을 것으로 사료된다.

## 참 고 문 헌

- [1] 권용수, 김정희, 이경행, “성공적 하층 미사일 방어 수행을 위한 시스템 요구능력 도출”, 『한국국방경영분석학회지』, 제37권, 제2호(2011), pp.21-22.
- [2] 김민구, “한국형 미사일 방어체계 발전방안 연구-미사일 방어체계 구축을 위한 선결조건을 중심으로”, 한성대학교 대학원 석사학위논문, (2014), p.32.
- [3] 김민석, “뉴스를 점령한 미사일 KAMD & Kill Chain”, 『근두운』, LIG 넥스원(주), 제59권(2013), p.14.
- [4] 김민욱, “공군 방공유도탄사령부, '13년 방공유도탄 실사격 대회”, 『국방과 기술』, 제417호(2013), p.32.
- [5] 대한민국 국방부, 『국방백서』, 2014, pp.58-59.
- [6] 이상현, 정인철, “미사일 방어를 위한 KDX 최적 배치모형 연구”, 『한국시물레이션학회 논문지』, 제15권, 제4호(2006), pp.69-77.
- [7] 이준복, “다수무장-다수표적에 대한 실시간 동적 교전 할당 알고리즘 연구”, KAIST 대학원 박사학위논문, 2009.
- [8] 이진호, 김종현, 김우람, 『협동성 강화를 위한 무기체계』, 북코리아, (2013), p.226.
- [9] 이재영, 광기훈, “복합-휴리스틱 알고리즘을 이용한 지대공 유도무기(SAM)최적배치 방안: 탄도미사일 방어를 중심으로”, 『IE interfaces』, 제21권, 제3호(2008), pp.262-273.
- [10] 장준건, 최봉완, 김경택, “미사일 탄도궤적 시물레이션을 이용한 핵탄도미사일 방어체계 요구능력 분석”, 『군사과학연구지』, 제7권, 제1호(2014), pp.11-24.
- [11] 정치영, “IP를 이용한 패트리엇 최적배치모형에 관한 연구”, 국방대학교 국방관리대학원 석사학위논문, 2006.
- [12] 정치영, 이재영, 이상현, “격추확률 최대화를 위한 미사일 최적배치 문제”, 『경영과학』, 제27권, 제1호(2010), pp.75-90.
- [13] 정형석, “Ballistic Missile Defense(탄도미사일 방어)”, 『국방과학기술정보』, 제40호(2013), p.169.
- [14] Bertsekas, D.P., M.L. Homer, D.A. Logan, S.D. Patek, and N.R. Sandell, “Missile defense and interceptor allocation by Neuro-Dynamic Programming,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A : Systems and Humans*, Vol.30, No.1(2000), pp.42-51.
- [15] Burr, S.A., J.E. Falk, and A.F. Karr, “Integer Prim-Read solutions to a class of target defense problems,” *Operations Research*, Vol.33, No.4(1985), pp.726-745.
- [16] Cai, H., J. Liu, Y. Chen, and H.Wang, “Survey of the research on dynamic weapon-target assignment problem,” *Journal of Systems Engineering and Electronics*, Vol.17, No.3 (2006), pp.559-565.
- [17] Chen, J., B. Xin, Z.H. Peng, L.H. Dou, and J. Zhang, “Evolutionary decision-makings for the dynamic weapon-target assignment problem,” *Science in China Series F : Information Sciences*, Vol.52, No.11(2009), pp.2006-2018.
- [18] He, Y. and Y. Qiu, “THAAD-like high altitude theater missile defense : Strategic defense capability and certain countermeasures analysis,” *Science and Global Security*, Vol.11, No.2-3 (2003), p.153.
- [19] Headquarters Department of the Army, *FM 3-01.85 Patriot battalion and battery operations*, (2002), pp.5.24-5.31.

- [20] Hosein, P., "A class of dynamic nonlinear resource allocation problems," Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, (1989), pp. 23-199.
- [21] Hosein, P.A. and M. Athans, "An asymptotic result for the multi-stage weapon-target allocation problem," Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control, Honolulu, Hawaii, (1990), pp.240-245.
- [22] Karasakal, O., "Optimal air defense strategies for a naval task group," Ph.D. Thesis, Middle East Technical University, (2004), pp.17-73.
- [23] Khosla, D., "Hybrid genetic approach for the dynamic weapon-target allocation problem. in Proceedings of SPIE, Vol.4396(2001), pp.244-259.
- [24] Li, J., R. Cong, and J. Xiong, "Dynamic WTA optimization model of air defense operation of warships' formation," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, Vol.17, No.1(2006), pp.126-131.
- [25] Matlin, S., "A review of the literature on the missile-allocation problem," *Operations Research*, Vol.18, No.2(1970), pp.334-373.
- [26] Soland, R.M., "Optimal terminal defense tactics when several sequential engagements are possible," *Operations Research*, Vol.35, No.4(1987), pp.537-542.
- [27] Wikipedia, <[https://en.wikipedia.org/wiki/MIM-104\\_Patriot](https://en.wikipedia.org/wiki/MIM-104_Patriot)>.
- [28] Xin, B., J. Chen, Z. Peng, L. Dou, and J. Zhang, "An efficient rule-based constructive heuristic to solve dynamic weapon-target assignment problem," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A : Systems and Humans*, Vol.41, No.3(2011), pp.598-606.

## 〈부록 1〉 확장 모형

### A.1 확장된 혼합정수계획 모형

본 부록에서는 실제 작전 현장의 요격시스템 운영방법을 반영하여 발사대 단위에서 요격미사일을 할당하고, 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일 수를 제한한 확장 모형을 소개한다. 확장 모형은 1개 요격포대가 사드 미사일의 경우 6개 발사대, 패트리어트 미사일의 경우 8개의 발사대로 구성되는 편제와 미군 야전교범(FM 3-01.85)[19]에서와 같이 패트리어트 미사일로 더 넓은 지역을 방어하기 위해 발사대를 30km 떨어진 곳에 배치하여 원격으로 통제하는 현실 상황을 고려한 것이다. 그리고 패트리어트 미사일의 경우 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수는 9기로 제한된다[4].

편의상 본문에서 논의된 모형을 기본 모형이라하고, 기본 모형을 발사대 단위로 바꾸기 위해 결정변수  $X_{ijk}$ 를 발사대  $i$ 의  $j$ 번째 요격미사일이 탄도미사일  $k$ 에 할당되면 “1”의 값을 가지고, 그렇지 않으면 “0”의 값을 가지는 이진변수로 변경한다. 그리고 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수를 제한하기 위해 동일 포대 레이더의 유도를 받아 특정 시간에 비행하고 있는 전체 요격미사일의 수를 제한하는 방법을 적용한다.

#### 1) 추가 기호의 정의

인덱스

- $B$  : 포대의 수
- $b$  : 포대,  $b=1, 2, \dots, B$
- $I_b$  :  $b$ 포대에 속한 발사대의 집합
- $i$  : 발사대,  $i=1, 2, \dots, I_b$

데이터

- $p$  : 반응시간부터 마지막 탄도미사일의 탄착까지 일정 간격의 시간(초)
- $P$  : 마지막 탄도미사일의 탄착시간
- $SE_b$  :  $b$ 포대의 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수
- $\varepsilon$  : 작은 수

변수

- $G_{ijp}$  :  $TA_{ijp}$ 와  $TB_{ijp}$ 의 곱으로 발사대  $i$ 의  $j$ 번째 요격미사일이  $p$ 초에 비행중이면 “1”의 값을 가지고 그렇지 않으면 “0”의 값을 가지는 변수
- $TA_{ijp}$  :  $p$ 가  $T_{ij}$ 보다 크거나 같으면  $TA_{ijp}$ 는 “1”의 값을 가지는 이진변수
- $TB_{ijp}$  :  $p$ 가 발사대  $i$ 의  $j$ 번째 요격미사일의 비행시간 보다 작으면  $TB_{ijp}$ 는 “1”의 값을 가지는 이진변수
- $z_{ijp}$  :  $TA_{ijp}$ 와  $T_{ij}$  변수의 곱으로 발생된 비선형 제약조건식을 선형으로 변환하기 위해 사용하는 이진 변수

2) 요격미사일이  $p$ 시간에 비행하면  $G_{ijp}$  값은 “1”이 되도록 설정

식 (A-1), (A-2)는  $p$ 가  $T_{ij}$ 보다 크거나 같으면  $TA_{ijp}$ 가 “1”의 값을 가지고, 작으면 “0”의 값을 갖게 하는 제약조건식이다. 하지만 식 (A-2)는  $T_{ij}$ 와  $TA_{ijp}$  변수의 곱으로 비선형 항을 가진다. 비선형 항을 제거하기 위한 방법으로 변수  $z_{ijp}$ 를 추가하면 식 (A-2)는 식 (A-3)으로 변형된다. 그리고 추가된 변수의 제어를 위해 식 (A-4)를 추가한다.

$$(1 - TA_{ijp}) \cdot M + TA_{ijp} \cdot p \geq T_{ij} \quad \forall i, j, p \quad (A-1)$$

$$TA_{ijp} \cdot (p - T_{ij} + \varepsilon) \geq (p + \varepsilon) \cdot \sum_{k=1}^K (X_{ijk}) - T_{ij} \quad \forall i, j, p \quad (A-2)$$

$$TA_{ijp} \cdot (p + \varepsilon) - z_{ijp} \geq (p + \varepsilon) \cdot \sum_{k=1}^K (X_{ijk}) - T_{ij} \quad \forall i, j, p \quad (A-3)$$

$$M \cdot TA_{ijp} \geq z_{ijp}, \quad T_{ij} \geq z_{ijp} \geq T_{ij} + (TA_{ijp} - 1) \cdot M \quad \forall i, j, p \quad (A-4)$$

식 (A-5), 식 (A-6)은  $p$ 가 발사대  $i$ 의  $j$ 번째 요격미사일의 비행시간 보다 작으면  $TB_{ijp}$ 는 “1”의 값을 가지고, 크거나 같으면 “0”의 값을 갖게 하는 제약조건식이다. 식 (A-7)는  $TA_{ijp}$ 와  $TB_{ijp}$ 를 곱한 값이 “1”인 경우  $G_{ijp}$ 가 “1”의 값을 가지게 한다. 식 (A-8)는 요격미사일이 발사되지 않을 경우  $TA_{ijp}$ 와  $TB_{ijp}$  변수의 값이 “0”이 되도록 한다. 결과적으로  $p$ 시간에 발사대  $i$ 의  $j$ 번째 요격미사일이 비행하고 있다면  $G_{ijp}$ 는 “1”의 값을 가지고 그 외에는 “0”의 값을 가지게 된다.

$$TB_{ijp} \cdot (p + \varepsilon) \leq \sum_{k=1}^K l_{ijk} + U_i \cdot X_{ijk} + \gamma_{ik} \cdot m_{ijk} + \delta_{ik} \cdot n_{ijk} - \left( \frac{\alpha_{ik}}{VI_i} \right) \cdot o_{ijk} - \left( \frac{\beta_{ik}}{VI_i} \right) \cdot s_{ijk} \quad \forall i, j, p \quad (A-5)$$

$$p \cdot \sum_{k=1}^K X_{ijk} + M \cdot TB_{ijp} \geq \sum_{k=1}^K l_{ijk} + U_i \cdot X_{ijk} + \gamma_{ik} \cdot m_{ijk} + \delta_{ik} \cdot n_{ijk} - \left( \frac{\alpha_{ik}}{VI_i} \right) \cdot o_{ijk} - \left( \frac{\beta_{ik}}{VI_i} \right) \cdot s_{ijk} \quad \forall i, j, p \quad (A-6)$$

$$G_{ijp} \geq TA_{ijp} + TB_{ijp} - 1, \quad G_{ijp} \leq TA_{ijp}, \quad G_{ijp} \leq TB_{ijp} \quad \forall i, j, p \quad (A-7)$$

$$\sum_{p=1}^P TA_{ijp} + TB_{ijp} \leq M \cdot T_{ij} \quad \forall i, j \quad (A-8)$$

3) 포대 레이더의 동시 유도 능력 제한

식 (A-9)는 포대 레이더의 유도를 받는 요격미사일의 수를 제한한다.

$$\sum_{i \in I_b} \sum_{j=1}^{J_i} G_{ijp} \leq SE_b \quad \forall b, p \quad (A-9)$$

## 4) 변수의 비음 조건 및 이진변수 설정

$$TA_{ijp} \in \{0,1\}, TB_{ijp} \in \{0,1\}, G_{ijp} \in \{0,1\}$$

확장 모형은 기본 모형에 식 (A-1), (A-3)~(A-9)와 새로운 변수의 비음 조건 및 이진변수 설정을 추가하고, 포대 레이더의 동시 유도 능력을 제한하기 위해서는 M-SAM의 비행시간이 필요함에 따라 본문에 있는 기본 모형의 식 (14), 식 (20)~(23)에서 발사대  $i$ 의 범위를 M-SAM을 포함한 전체 포대로 확대하여 구성한다.

## A.2 확장 모형의 적용 및 결과분석

## 1) 요격포대 운영방법을 고려한 가상 시나리오

확장 모형에서는 기본 모형과 동일한 시나리오를 적용하는데, <표 A-1>과 같이 1개의 요격포대는 2개의 발사대로 구성하고, 각 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수는 9기로 제한한다.

<표 A-1> 발사대 기본사항

요격포대	발사대	좌표	요격미사일	동시 유도 능력
M-SAM 1	L1	(-5, 10, 0)	8기	9기
	L2	(5, 10, 0)	8기	
M-SAM 2	L3	(95, -10, 0)	8기	9기
	L4	(105, -10, 0)	8기	
L-SAM	L5	(45, -50, 0)	5기	9기
	L6	(55, -50, 0)	5기	

## 2) 교전 결과의 적절성 분석

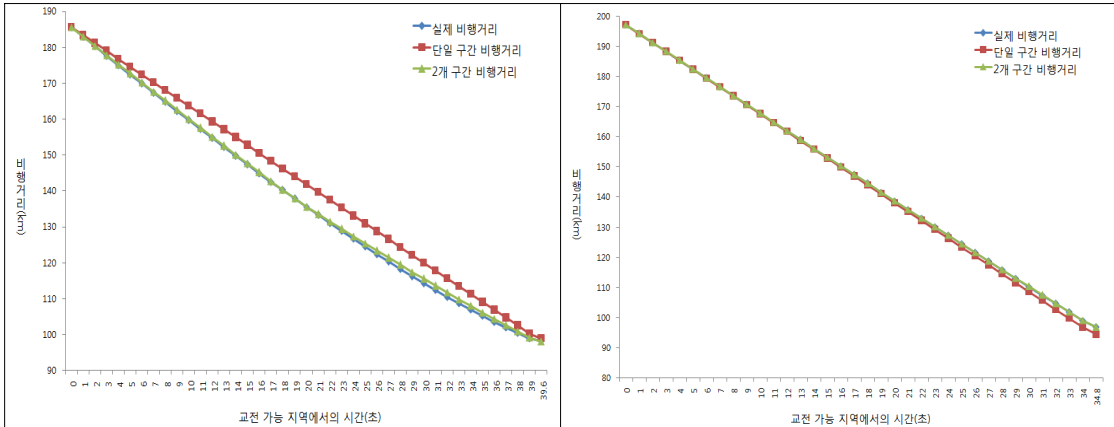
가상 시나리오에 따른 확장 모형의 교전 결과는 <표 A-2>와 같다. 기본 모형의 교전 결과와 차이를 보이는 부분은 각 포대의 요격미사일 발사 수이다. 기본 모형은 M-SAM 1 10기, M-SAM 2 8기, L-SAM 10기를 발사하였는데, 확장 모형은 M-SAM 1(L1, L2) 11기, M-SAM 2(L3, L4) 8기, L-SAM(L5, L6) 9기를 발사하여 M-SAM 1과 L-SAM에서 각각 1기씩 차이가 난다. 이는 L-SAM 포대 레이더의 요격미사일 동시 유도 능력을 9기로 제한한 결과이다. L-SAM에서 발사하지 못한 1기는 M-SAM 1에서 발사되었고, 그로인해 4번 탄도미사일에 대한 사격 전술은 S-L-SS에서 SSS-L로 변경되었다. 이는 요격시스템의 성능을 반영한 확장 모형이 잘 작동하고 있음을 보여준다. 그러므로 확장 모형은 적절한 것으로 판단된다. 또한 발사시간과 요격고도에서 각각 1,192.3초와 21,679.8초로 기본 모형보다 더 좋은 결과를 보인다. 이는 2개의 발사대를 사용하여 더 빨리 발사한 결과이며, 발사대의 수와 포대 레이더가 동시에 유도할 수 있는 요격미사일의 수가 많을수록 대규모의 탄도미사일 공격에 대해 대응할 수 있는 능력이 높아진다는 것을 의미한다.

〈표 A-2〉 확장 모형 교전 결과

탄도 미사일	요격포대	FFT (s)	LFT (s)	요격미사일 발사시간 (s)	사격교리	Shots
1	L1	65.2	76.9	65.2, 66.2	SSS-L	3
	L2	64.6	76.2	64.6		
	L5	-	-	-		
	L6	-	-	-		
2	L1	54.7	66.7	54.7, 56.8	SSS-L	3
	L2	54.4	66.5	54.4		
	L5	-	-	-		
	L6	-	-	-		
3	L1	55.8	61.8	55.8	S-L-SS	3
	L2	56.0	62.0	56.0		
	L5	0	15.6	7.0		
	L6	0	13.6	-		
4	L1	49.3	55.2	49.3, 50.3	SSS-L	3
	L2	49.9	55.9	49.9		
	L5	0	10.2	-		
	L6	0	8.3	-		
5	L3	72.4	76.8	72.4	SS-L-SS	4
	L4	72.0	76.4	72.0		
	L5	0	43.6	8.0, 9.0		
	L6	0	46.2	-		
6	L3	68.5	72.8	68.5	SS-L-SS	4
	L4	68.3	72.7	68.3		
	L5	0	39.4	6.0		
	L6	0	42.0	6.0		
7	L3	55.8	61.8	55.8	SS-L-SS	4
	L4	56.0	62.0	56.0		
	L5	0	18.8	-		
	L6	0	21.2	9.0, 10.0		
8	L3	52.6	58.9	53.0	SS-L-SS	4
	L4	53.2	59.6	53.2		
	L5	0	13.7	-		
	L6	0	16.2	7.0, 8.0		
p : 3초 간격		방어자산의 방어요구수준 달성			28 Shots	
발사 시간의 합 : 1,192.3초				요격고도의 합 : 21,679.8		

## 〈부록 2〉 선형 근사화의 정확도 분석

본문 <그림 2>를 보면 요격포대의 위치가 방어자산으로부터 멀리 있을수록 탄도미사일의 위치가 방어자산의 정면에서 멀리 있을수록(X 좌표값의 차이가 클수록) 최초 교전점에서 최종 교전점 사이에서 요격미사일의 비행거리가 비선형임을 예상할 수 있다.



〈그림 B-1〉 요격포대의 위치 및 시간에 따른 요격미사일의 비행거리

<그림 B-1>은 L-SAM 요격포대의 위치에 따라 요격미사일의 비행거리가 줄어드는 경향과 L-SAM 요격미사일의 비행시간을 2개의 교전 구간으로 나누어 근사값으로 구한 것을 보여준다. <그림 B-1>의 좌측 그래프는 함경북도 두만강역 근처에서 발사된 탄도미사일이 서울시 시청역을 공격하고, L-SAM 요격포대가 강원도 원주역에 배치된 경우를 가정한 것이다. 시간이 지남에 따라 요격미사일의 실제 비행거리(◆)가 곡선 형태로 줄어드는 것을 확인할 수 있으며, 2개 교전 구간으로 나눈 요격미사일의 비행거리(▲)가 실제 비행거리에 근접하는 것을 볼 수 있다. 실제 비행거리와 2개 교전 구간으로 나누어 근사값으로 구한 비행거리의 차이는 <표 B-1>과 같으며, 실제 비행거리가 185.5km에서 98.1km로 줄어드는 상황에서 평균 0.5km 수준의 오차가 발생된 것을 확인된다. L-SAM 요격미사일의 속도(2.4km/s)를 고려하면 비행시간에서 약 0.23초 정도의 오차가 발생할 수 있다. <그림 B-1>의 우측 그래프는 좌측 그래프와 동일한 상황에서 L-SAM 요격포대가 경기도 오산역에 배치된 경우를 가정한 것이다. 시간이 지남에 따라 실제 비행거리가 줄어드는 것이 직선에 가까운 것을 확인할 수 있으며, 실제 비행거리와 2개 교전 구간으로 나눈 요격미사일의 비행거리가 상당히 겹치는 것을 확인할 수 있다. 그리고 <표 B-1>에서 보는 것과 같이 실제 비행거리가 197.1km에서 96.8km로 줄어드는 상황에서 평균 0.05km의 오차가 발생되었으며, L-SAM 요격미사일의 속도(2.4km/s)를 고려하면 비행시간에서 약 0.02초 정도의 오차가 발생할 수 있다.

전반적으로 근사값으로 구한 L-SAM 요격미사일의 비행거리는 0.01~1.25km 수준의 오차가 발생되는데, 이는 요격포대로부터 100~200km 떨어진 거리에서 발생한 값으로 비교적 정확하다고 판단되어 본 연구에서는 이 방법을 적용한다. 보다 정확한 값이 필요한 경우, 3개 이상의 교전 구간으로 나누어 구하는 방법을 적용할 수도 있으나 이 경우 선형화를 위해 추가적으로 발생하는 변수도 증가하여 계산 시간이 증가될 수 있음을 고려하여야 하므로 본 연구에서는 2개 구간으로 나누어 선형화하였다.



〈표 B-1〉 근사값으로 구한 요격미사일 비행거리의 차이

L-SAM 요격포대 위치 : 원주역			L-SAM 요격포대 위치 : 오산역		
최초-중간 교전점	최대	0.39km	최초-중간 교전점	최대	0.04km
	최소	0.04km		최소	0.002km
	평균	0.26km		평균	0.03km
중간-최후 교전점	최대	1.25km	중간-최후 교전점	최대	0.12km
	최소	0.01km		최소	0.003km
	평균	0.82km		평균	0.07km
전체 평균 : 0.54km			전체 평균 : 0.05km		