

## 지오그리드로 보강된 투수성 연성포장 보조기층제 영구변형을 고려한 층두께 산정 비교 연구

### Evaluation of Geogrid-Reinforced Subbase Layer Thickness of Permeable Flexible Pavements based on Permanent Deformation Model

권혁민	Kwon, Hyeok Min	한국교통대학교 철도시설공학과 석사과정 (E-mail : koreakhm11@naver.com)
오정호	Oh, Jeongho	정회원 · 한국교통대학교 철도시설공학과 조교수 · 교신저자 (E-mail : j-oh@ut.ac.kr)
한신인	Han, Shin-In	서영엔지니어링 기술연구소 상무 (E-mail : sihan@seoyeong.co.kr)

#### ABSTRACT

**PURPOSES :** The objective of this study is to evaluate the effectiveness of a geogrid reinforced subbase of permeable flexible pavement structures with respect to permanent deformation.

**METHODS :** Experimental trials employing a repeated triaxial load test scheme were conducted for both a geogrid reinforced subbase material and a control specimen to obtain the permanent deformation properties based on the VESYS model. Along with this, a finite element-based numerical analysis was conducted to predict pavement performance with respect to the rutting model incorporated into the analysis.

**RESULTS AND CONCLUSIONS :** The results of the experimental study reveal that the geogrid reinforcement seems to be effective in mitigating permanent deformation of the subbase material. The permanent deformation was mostly achieved in the early stages of loading and then rapidly reached equilibrium as the number of load applications increased. The ultimate permanent deformation due to the geogrid reinforcement was about 1.5 times less than that of the control specimen. Numerical analysis showed that the permeable, flexible pavement structure with the geogrid reinforced subbase also exhibits less development of rutting throughout the service life. This reduction in rutting led to a 20% decrease in thickness of the subbase layer, which might be beneficial to reduce construction costs unless the structural adequacy is not ensured. In the near future, further verification must be conducted, both experimentally and numerically, to support these findings.

#### Keywords

*permeable flexible pavement, geogrid, permanent deformation, repeated triaxial load test*

Corresponding Author : Oh, Jeongho, Assistant Professor  
Department of Railroad Facility Engineering, Korea National  
University of Transportation, 157, Cheoldobangmulgwan-ro,  
Uiwang-si, Gyeonggi-do, 437-763, Korea  
Tel : +82.70.8855.1655 Fax : +82.31.462.1531  
E-mail : j-oh@ut.ac.kr

International Journal of Highway Engineering  
http://www.ksre.or.kr/  
ISSN 1738-7159 (print)  
ISSN 2287-3678 (Online)  
Received Dec, 26, 2014 Revised Dec, 26, 2014 Accepted Jan, 13, 2015

#### 1. 서론

최근 기후조건 변화로 강우지속시간이 짧은 집중호우가 빈번하게 발생되고 있다. 이는 대부분 지역이 불투수성 도로포장으로 구성되어 있는 도심지에서는 우수의

범람으로 교통혼잡을 야기하고 또한 다양한 도로 교통 시설물에 대한 막대한 유지보수비용을 초래하고 있다. 이에 따라 도로, 주차장, 인도 등의 교통시설에서 도시 침수저감, 오염저감 및 열섬현상 저감을 위하여 저영향

개발(Low Impact Development, LID) 개념을 도입한 투수성 포장재료 및 설계에 대한 연구가 진행되고 있다. LID 투수성 포장의 주 기능은 강우를 투수성 표층을 통해 침투시킴으로써 물순환 기술을 접목시켜 친환경적이고 수자원 관리의 효율성을 증대시키고자 함이다. 이 때, 투수성 표층으로부터 유입된 강우는 도로 하부기층 및 보조기층으로의 유입을 일정량 허용하여야 하기 때문에 일반적으로 혼합골재로 이루어지는 도로 하부구조층의 경우 침투 시 구조적 건전성이 확보되어야 할 것이다. 기존의 연구에서는 노상함수비가 최적함수비에서 2% 증가에 따라 탄성계수가 20% 감소하며 유한요소 해석결과와 기존 설계방법에 의한 노상의 강도저하를 고려할 시 기존 두께에 30cm 정도 보조기층을 보강해야 하는 것으로 분석하였다(Lee et al., 2011). 하지만, 이러한 층두께 증가는 좀더 다양한 현장조건에서 검증되어야 할 필요가 있으며, 또한 층두께의 증가는 시공비 증가에 결부되어 투수성 포장의 적용성에 대한 한계를 가지고 올 것이다.

이에 본 논문에서는 토목섬유 일종인 지오그리드를 이용하여 도로 하부층의 보강을 고려한 층두께를 역학적으로 산정할 수 있는 기법을 제시하고자 한다. 지오그리드는 입상재료에 횡방향으로의 구속력을 가함으로써 보강층의 지지력을 향상하는 것으로 알려져 있다 (Giroud and Noiray 1981; Holtz et al. 1998). 도로의 하부구조를 이루고 있는 입상재료는 반복적인 교통하중에 대한 회복탄성변형 및 영구변형을 경험하게 되는데, 본 논문에서는 영구변형률을 반복삼축압축시험을 수행하여 영구변형률 모델 계수를 산정함으로써 이를 층두께를 산정하는 알고리즘에 적용하여 지오그리드의 보강효과를 검토하고자 한다.

## 2. 도로 입상재료 영구변형 모델

도로 하부구조층을 이루고 있는 입상재료는 교통반복하중에 대한 회복탄성거동을 반복하고 하중의 재하횟수가 증가함에 따라서 영구변형률이 누적되는 경향을 Fig. 1과 같이 보인다.

입상재료의 영구변형률은 도로 포장체 표면에 소성변형(rutting)을 유발함으로써 궁극적으로 도로의 안정성 및 평탄성을 저하시키는 원인이 된다. 이러한 입상재료의 영구변형은 반복삼축압축시험을 수행하여 산정할 수 있으며, 다양한 영구변형률 모델이 Table 1에서 볼 수 있듯이 기존의 연구들에서 제시되어 왔다. 대부분의 모델들은 하중재하횟수, 응력조건, 전단강도계수, 그리고

회복탄성변형률을 함수로 함고 있음을 알 수 있다. 이외에, 시료의 함수비 및 다짐조건에도 크게 영향을 받는 것으로 알려져 있다.

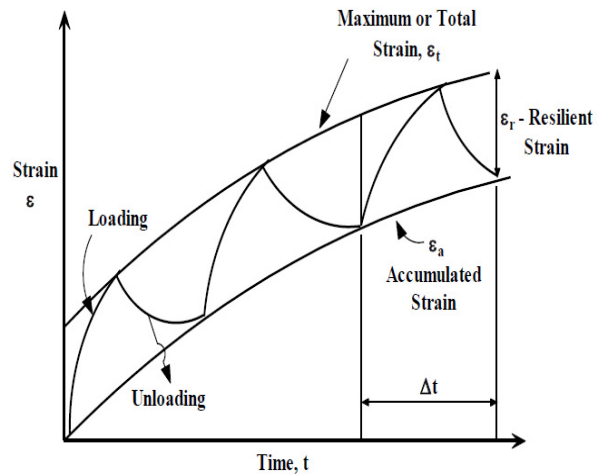


Fig. 1 Resilient and Permanent Deformation of Granular Materials

Table 1. Summary of Permanent Deformation Model

Reference	Model
Duncan and Chang (1970)	$\epsilon_a = \frac{\sigma_d}{k\sigma_3^n} / \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_d R_f}{2(C \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right) \frac{1}{(1 - \sin \phi)} \right]$
Kenis (1978):	VESYS model : $\frac{\epsilon_p(N)}{\epsilon_r} = \mu N^{-\alpha}$
Tseng and Lytton (1989)	3-parameter model : $\epsilon_a = \epsilon_0 \exp\left(-\frac{\rho}{N}\right)^\beta$
Ullidtz (1997)	$\epsilon_p = \alpha \left( \frac{\sigma_d}{P_a} \right)^\beta \cdot N^\gamma$

여기서,  $\epsilon_a = \epsilon_p =$  영구변형률,  $k\sigma_3^n =$  초기 할선탄성계수와 구속압력간의 상관관계,  $R_f =$  압축강도와 점근응력차이와의 상관관계 계수,  $C =$  점착력,  $\phi =$  마찰각,  $\sigma_d =$  축차응력,  $\epsilon_r =$  회복탄성변형률,  $\mu$  and  $\alpha =$  VESYS 모델계수,  $\epsilon_0$ ,  $\rho$ ,  $\beta =$  3-parameter 모델계수,  $N =$  하중재하횟수,  $P_a =$  대기압(100kPa),  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma =$  모델계수.

위에서 제시한 다양한 영구변형 모델은 도로 포장체의 소성변형(rutting)을 예측하는데 사용되며 본 논문에서는 VESYS 모델을 이용한 Eq. (1)에 근거하여 소성변형을 산정하고 이를 근거로 하여 도로 하부층의 설계두께를 지오그리드 무보강 및 보강 시 각각 산정하여 비교해보고자 한다.

$$\delta_a(N) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\mu_i N^{1-\alpha_i}}{1-\alpha_i} \int_{d_{i-1}}^d \epsilon_c(z) dz \right] \quad (1)$$

여기서,  $\delta_a(N)$ =하중재하횟수를 함수로 하는 누적소성변형, 그리고,  $\epsilon_c(z)$ = 각층의 높이를 함수로 하는 각층 중앙에서의 수직탄성변형률.

Eq. (1)에서 알 수 있듯이, 포장체의 교통하중에 대한 누적소성변형은 다층해석을 위해서 세분화된 각층 중앙에서의 계산된 수직변형률에 각층에서의 영구변형률 계수를 곱한 소성변형률을 구하고, 이에 각층의 높이를 곱한 값들을 합산한 것으로 산정된다.

영구변형 모델 계수는 반복삼축압축시험을 통해 산정하게 되며 다음과 같은 절차를 통해 VESYS 영구변형 모델 계수를 얻을 수 있다(Zhou et al., 2008).

- (1) 누적영구변형률 및 200번째 하중재하횟수에 상응하는 회복탄성변형률( $\epsilon_r$ ) 산정
- (2) 누적영구변형률 (Y축) 및 하중재하횟수 (X축)으로 하는 그래프를 로그 스케일로 도시하고, y-절편 및 경사를 산정. 이 때, y-절편을 a, 그리고 경사를 b로 지정.
- (3) VESYS 영구변형 모델 계수를 다음 식을 이용하여 산정:

$$\mu = \frac{ab}{\epsilon_r} \quad \text{그리고,} \quad \alpha = 1 - b \quad (2)$$

### 3. 반복삼축시험 및 결과

#### 3.1. 사용재료

본 연구에 사용된 반복재하실험기의 시편규격은 지름이 15cm이고 높이가 30cm이다. 시료의 변위를 측정하기 위한 변위계 3개를 시편 중앙측 측정 길이 10cm를 확보하며 평균변위를 구하기 위해서 120℃ 각도로 시편주위에 거치하였다. 반복재하시험에 사용한 노반재료는 40mm 최대입경 골재를 가지는 도로용 혼합골재를 사용하였으며, 입도분포실험 및 실내다짐시험을 통해 Table 2와 같은 결과를 얻었다. 보강에 사용된 지오그리드는 폴리에스터 재질에 PVC코팅된 격자형 지오그리드로 Table 3은 지오그리드의 물성치를 제시하고 있다.

Table 2. Summary of Material Properties of Granular Material Tested

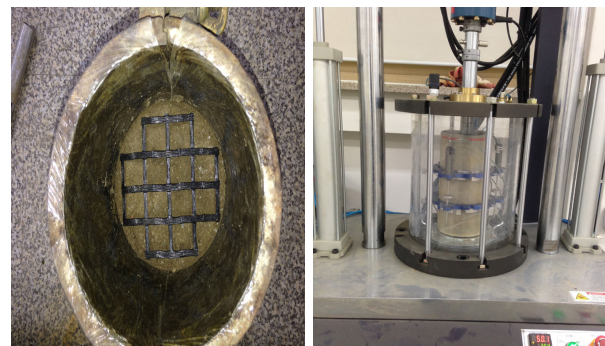
Property	Value
Cu	35.0
Cc	1.6
% 200 passing	3.6
Optimum moisture content (%)	6.6
Max. dry unit weight (kN/m <sup>3</sup> )	22.1
Plasticity Index	NP
CBR (%)	77.9

Table 3. Summary of Material Properties of Geogrid

Property	Value
Rib length in machine direction (mm)	30
Rib length in cross-machine direction (mm)	20
Tensile Strength in machine direction (kN/m)	60
Tensile Strength in cross-machine direction (kN/m)	30

#### 3.2. 실험방법

반복재하실험 시편을 구성한 입상재료는 입도분포 및 다짐시험 결과를 토대로 시료를 형성하였으며, 시편 조성 시 표준 다짐에너지를 고려한 5층 다짐을 수행하였다. 최대건조단위중량과 최적함수비를 통해 95% 이상의 다짐도를 확보하였다. 지오그리드 보강위치는 변위계가 설치된 10cm 내의 중앙부에 설치하여, 보강효과에 따른 변위량 변화를 측정하였다(Fig. 3).



(a) Geogrid reinforced sample (b) Repeated triaxial test set up

Fig. 3 Permanent Deformation Test Set Up

지오그리드 보강 전·후 모두 목표하중은 상하중 3000N, 하하중 300N, 그리고 하중주기는 재하 0.2초, 재하 0.8초로 설정하여 1 Hz 주기를 유지하였고, 반복 재하횟수는 10000회로 설정하였다(Fig. 4 참조). 이때, 구속압력 없이 실험을 수행함으로써 구속력 효과를 제한 지오그리드의 순수보강효과를 확인하고자 하였다. 이는 실제 도로보조기층에서는 어느 정도의 구속력을 받게 되는 조건과는 상이한 경우이며 추후 구속력을 가지는 다른 응력조건에서도 실험을 수행할 예정이다. Fig. 4에서 볼 수 있듯이, 최대하중이 가해지는 시점과 최대변위가 일어나는 시점에는 재료의 소성변형 특성상 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. 이 때, 영구변형은 전체변형의 약 30% 정도 회복탄성변형은 70% 발생함을 알 수 있다.

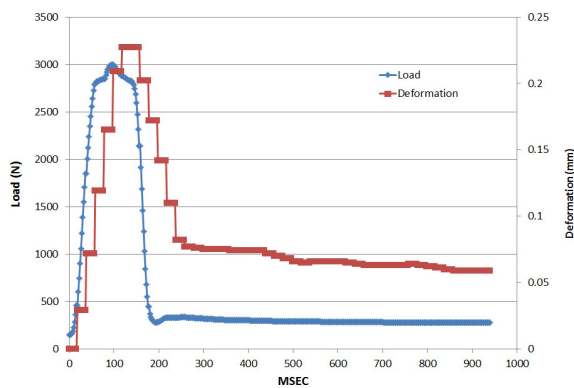


Fig. 4 Variation of Load and Deformation versus Loading Time

### 3.3. 실험결과

Fig. 5는 구속력 없는 상태에서 지오그리드 무보강 및 보강 시 하중재하횟수와 영구변형률의 추이를 보여 주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이, 영구변형률의 대부분은 두 조건에서 모두 하중재하 초기에 발생하였다. 하중재하횟수가 증가될수록 영구변형률의 증가분은 크게 감소되었으며 최종 재하횟수에 가까울수록 영구변형률이 어느 정도 수렴함을 확인하였다. 최종 영구변형률은 지오그리드를 보강하였을 때, 약 1.5배 감소함을 알 수 있었다. VESYS 영구변형 모델을 이용하여 Table 4와 같이 영구변형 모델 계수를 산정하였으며, 이를 이용하여 다음절에서 가상의 투수성 포장체에서의 소성변형을 산정 및 비교해보고자 한다.

VESYS 영구변형 모델에서  $\mu$ 는 영구변형률과 회복탄성변형률의 상관관계를 나타내는 계수이며,  $\alpha$ 는 하중재하횟수에 따른 영구변형률의 감소정도를 나타내는

계수로, 두 경우  $\mu$  값은 큰 차이가 없는 반면, 지오그리드로 보강되었을 경우의  $\alpha$ 값이 증가함으로써 하중재하 횟수 증가에 따른 영구변형률의 감소율이 증가함을 알 수 있다.

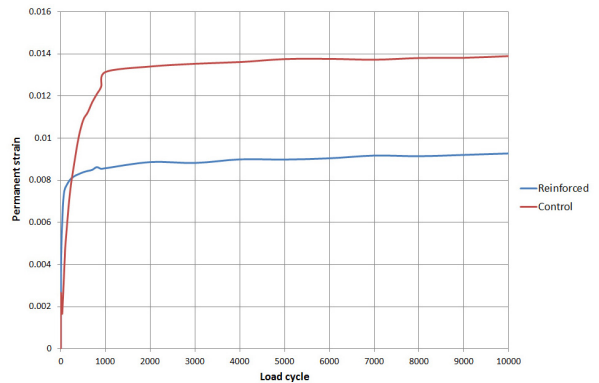


Fig. 5 Comparison of Permanent Strain versus Load Cycle between Geogrid Reinforced and Control Case

Table 4. VESYS Permanent Deformation Model Parameters

Condition	$\mu$	$\alpha$	R-Square
Reinforced	0.055	0.863	0.82
Control	0.054	0.735	0.84

## 4. 입상재료층 층두께 산정 및 비교

반복삼축압축실험을 통해서 얻은 영구변형률 계수 및 Eq. (1)을 이용하여 투수성 포장체의 소성변형을 산정 및 비교하였다. 이를 위해서 비선형 비등방성 모델을 도로 재료에 고려할 수 있는 유한요소해석 프로그램 (NCPA)를 이용하였다(Oh et al., 2006). 본 프로그램은 축대칭 조건으로 단일하중에 대한 조건에서 해석을 하게 된다. 일반적인 유한요소해석에서와 마찬가지로 각 요소 및 절점에서 변형률, 변위, 응력을 계산하는 것 이외에 도로포장 성능평가를 할 수 있는 알고리즘을 이용하여 설계수명동안 예측되는 교통량을 고려하여 소성변형, 피로파괴, 서비스 지수를 산출할 수 있게 된다. 소성변형을 산출하기 위해 Eq. (1)에서 주어진 VESYS 모델 및 3-Parameter 모델 계수를 입력치로 적용하고 각층의 수직 영구변형률을 산정한 후 포장층 전체의 소성변형을 예측하게 된다. 본 논문에서는 영구변형에 대한 효과만을 고려하고자, 지오그리드 무보강 및 보강 시 동일한 투수성 포장 구조체를 구성하고 같은 차량하중

재하 시 소성변형을 산정하였다(Fig. 6 참조). 이 때, 지오그리드의 보강효과를 고려하기 위해서 Table 4에서 산정한 영구변형률 계수를 각각 입력하여 소성변형을 산정하게 된다. 입상재료층의 회복탄성계수는 Table 2에 주어진 수정 CBR 값을 이용하여 산정하여 본 해석에 적용하였다(ARA, 2001). 여기서 회복탄성계수의 단위는 kPa이다.

$$M_r = 16162(CBR)^{0.64} \quad (3)$$

하중조건으로는 FWD 시험 표준하중값을 가정하였으며 상응하는 응력은 하중재하판 반경 150mm와 표준하중 40kN로부터 계산된 566kPa을 축대칭 조건에서 재하하였다. 또한 경계조건으로는 양측에서는 수직 변위만 허용을 하고 하부에서는 수직 및 수평변위를 고정하여 해석을 실시하였다. 또한, 각 재료들을 선형-등방성(Linear Isotropic, LI) 및 비선형-비등방성(Nonlinear-Anisotropic, NA) 조건으로 가정하고 해석을 수행하였다. 비선형-비등방성 구성 모델은 다음 식들로 표현되며 프로그램 내 알고리즘으로 사용된다.

$$M_{rv} = k_1 P_a \left(\frac{\theta}{P_a}\right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{P_a}\right)^{k_3} \quad (4)$$

$$M_{rh} = k_4 P_a \left(\frac{\theta}{P_a}\right)^{k_5} \left(\frac{\tau_{oct}}{P_a}\right)^{k_6} \quad (5)$$

$$G_{vh} = k_7 P_a \left(\frac{\theta}{P_a}\right)^{k_8} \left(\frac{\tau_{oct}}{P_a}\right)^{k_9} \quad (6)$$

여기서,  $M_{rv}$  =연직방향 회복탄성계수,  $M_{rh}$  =수평방향 회복탄성계수,  $G_{vh}$  =전단 회복탄성계수,  $k_1 \sim k_9$  =모델 상수

비선형-비등방성 조건을 위한 물성치는 기존의 연구에 사용된 것을 적용하였다(Oh et al., 2006). 아스팔트 표층 및 노상층에 대한 VESYS 영구변형 모델 계수는 기존의 문헌에 근거하여 Table 5의 계수를 이용하여 해석을 실시하였다(Oh et al., 2006). 다만, 여기서 사용된 영구변형 모델 계수는 투수성 아스팔트 표층의 실험결과는 아니며, 추후 연구를 통해 산정할 예정이다.

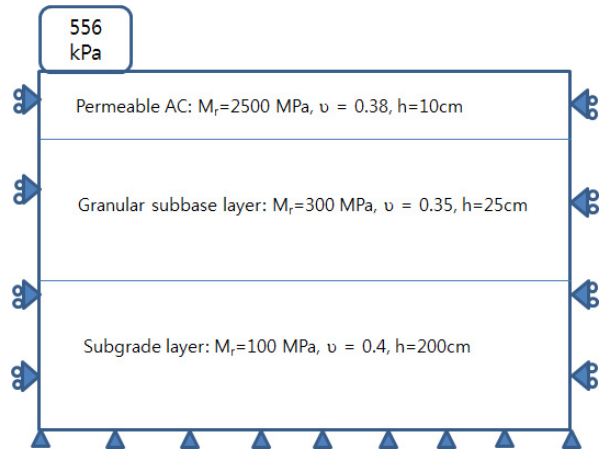


Fig. 6 Permeable Asphalt Concrete Pavement Structure

Table 5. VESYS Permanent Deformation Model Parameters for Permeable Asphalt Layer and Subgrade

Condition	$\mu$	$\alpha$
Permeable Asphalt	0.51	0.72
Subgrade	0.10	0.80

Fig. 7은 유한요소해석결과를 보여주고 있다. 공용수명은 20년 그리고 교통량 등가단축하중 기준 10 million으로 가정하였다.

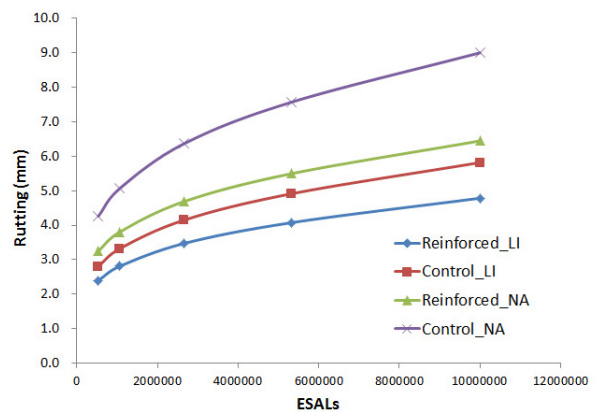


Fig. 7 Comparison of Rutting between Geogrid Reinforced and Control Cases for Linear Isotropic Condition

위에서 볼 수 있듯이, 지오그리드로 보강된 단면이 대체적으로 적은 소성변형을 공용수명동안 보여주는 것으로 나타났으며, 이는 VESYS 영구변형 모델 계수의 차이에 기인한 것으로 판단된다. 또한, 비선형-비등방성 모델이 선형-등방성 모델에 비해 큰 소성변형을 보여주고 있으며 이는 기존의 연구결과들에서도 확인되었다(Adu-Osei, 2000; Oh, et al., 2006; Tutumluer

and Thompson, 1997). 다만, 여기서 주목할 점은 지오그리드 무보강했을 경우, 비선형-비등방성 모델을 고려하였을 시 소성변형 증가율이 1.55배로 지오그리드 보강했을 경우 1.35배보다 큰 비율로 증가함을 확인하였다. 이는 특정 영구변형 모델 계수 값들과 재료구성모델과의 상관관계가 있는 것으로 판단된다.

지오그리드 보강에 따른 층두께 감소정도를 알아보기 위해서 Fig. 6 단면으로부터 보조도상층 두께를 10, 20% 감소하여 해석을 실시하였다. 본 해석은 비선형-비등방성 모델만 고려하여 수행하였다. Fig 8은 결과를 보여주고 있으며, 20% 보조도상 두께가 감소되었을 경우 약 10% 정도의 소성변형이 증가하는 것을 알 수 있었으며, 원 단면으로부터의 보강효과를 어느 정도 유지하고 있음을 제한적으로 확인할 수 있었다.

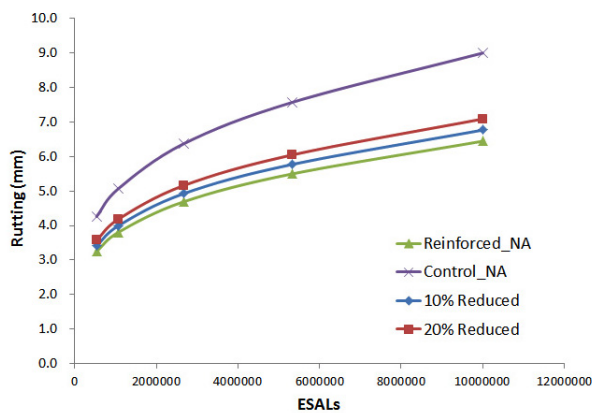


Fig. 8 Influence of Reduced Subbase Layer Thickness on Rutting

## 5. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 지오그리드로 보강된 투수성 연성포장의 보강효과를 알아보고자 하였다. 이는 투수성 포장 특성상 도로 하부구조로의 우수침투를 어느 정도 허용하게 되며 이로 인한 지지력 저하에 대한 대책의 일환으로 지오그리드를 이용한 보강에 대한 연구를 수행하였다. 본 연구로부터 다음과 같은 결론을 확인하였다.

1. 반복삼축압축실험 수행을 통해 구속압을 재하하지 않고, 지오그리드로 보강된 시편과 무보강된 시편간의 영구변형 모델 계수를 산정할 수 있었다. 향후, 다양한 응력조건을 고려한 영구변형 시험을 수행할 계획이다.
2. 지오그리드로 보강된 시편의 영구변형은 무보강 시

보다 약 1.5배정도 적은 최종영구변형을 보였고, 이는 추후 진행될 시험에 의해서 보다 검증할 필요가 있다고 사료된다.

3. VESYS 모델을 적용한 영구변형계수를 이용하여 유한요소해석을 실시하였으며 비선형-비등방성 모델을 적용하였을 시, 선형-등방성 모델에서 산정된 소성변형보다 큰 값을 제시하였다. 또한, 지오그리드로 보강된 투수성 포장체가 실내시험에서 산출한 결과와 마찬가지로 공용수명동안 적은 양의 소성변형을 보였다.
4. 지오그리드를 보강하였을 시 원단면으로부터 보조도상층 두께를 20% 감소시켰을 때, 공용수명동안 발생한 영구변형은 약 10%정도 증가하는 것을 확인하였으며, 이는 지오그리드 보강효과를 어느 정도 유지하고 있다고 판단된다.
5. 투수성 아스팔트 포장재료의 영구변형시험을 수행하여 보다 정확한 모델링을 수행할 필요가 있으며, 또한 입상재료의 강우조건에 따른 지오그리드 보강효과를 검증할 필요가 있다고 사료된다.

## 감사의 글

본 연구과제는 국토교통부 국토교통과학기술진흥원 물관리연구사업인 '건전한 도시물순환인프라의 저영향기법(LID) 및 구축운영기술' 과제[12기술혁신C04]의 일환으로 이루어졌습니다. 이에 감사드립니다.

## BIBLIOGRAPHY

- Adu-Osei, A., (2000). Characterization of Unbound Granular Layers in Flexible Pavements. Ph.D. dissertation, Texas A&M Univ., College Station, Tx.
- Applied Research Associates (ARA). (2001). Correlation of CBR Values with Soil Index Properties-Appendix CC-1, Guide for Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures, Champaign, Illinois.
- Duncan, J. M., Chnag, C. Y. (1970). "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils," Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 96(SM5), pp. 1629-1653.
- Giroud, J. P., and Noiray, L. (1981), "Geotextile-reinforced unpaved roads," Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 107(9), pp. 1233-1254.
- Holtz, R. D., Christopher, B. R., and Berg, R. R. (1998), Geosynthetic design and construction guidelines, FHWA, Washington D.C., FHWA-HI-98-038, 460p
- Kenis, W. J. (1978), Predictive Design Procedure, VESYS User's Manual: An Interim Design Method for Flexible Pavement Using the VESYS Structural Subsystem. Final Report No. FHWA-RD-77-154, FHWA, Washington D.C.

- Lee, S. H., Yoo, I. K., and Kim, J. W. (2011), "A Study on the Structural Design of Permeable Asphalt Pavement," Journal of the Korean Society of Road Engineers, Vol. 13, No. 3, pp. 39~49 (in korean).
- Oh, J., Lytton, R. L., Fernando, E. G. (2006), Modeling of Pavement Response Using Nonlinear Cross-Anisotropy Approach, Journal of Transportation Engineering, Vol. 132, No. 6, pp.458-468.
- Tseng, K-H., and Lytton, R. L. (1989), Prediction of Permanent Deformation in Flexible Pavement Materials. Implication of Aggregates in the Design, Construction, and Performance of Flexible Pavements, ASTM STP 1016, ASTM, Philadelphia, PA, pp. 154-172,
- Tutumluer, E., and Thompson, M. R. (1997). "Anisotropic modeling of granular based in flexible pavements." Transportation Research Record. 1577, Transportation Research Board, Washington, D.C., pp.18-26.
- Ullidtz, P. (1997), Modeling of Granular Materials Using the Discrete Element Method. Proc. of the 8th International Conference on Asphalt Pavements, Seattle, WA, pp.757-769.
- Zhou, F., Fernando, E., and Scullion, T. (2008). A Review of Performance Models and Test Procedures with Recommendations for Use in the Texas M-E Design Program, Research Report FHWA/TX-08/0-5798-1, Texas Transportation Institute, College Station, Tx.