

혼합형 신뢰성 실증시험계획의 개발

서순근[†]

동아대학교 산업경영공학과

Development of Mixed Reliability Demonstration Test Plans

Sun-Keun Seo[†]

Dept. of Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University

Reliability demonstration tests (RDT's) are widely employed in design verification and process validation stages of industry. New mixed attribute-variable RDT plans that compromise demerits of the corresponding zero and zero or one failure plans which are common in practice are developed for the exponential distribution. The proposed mixed plans are compared with the typical RDT plans in terms of probability of acceptance and expected test termination time. A numerical example is provided to illustrate the mixed plans and a procedure to extend these plans to the Weibull distribution with known shape parameter is also presented.

Keywords: Exponential Distribution, Mixed Plans, Reliability Demonstration Test, Weibull Distribution, Zero or One Failure Test

1. 서론

제품 수명주기의 설계 및 개발단계에서 구체화된 설계안에 따른 시제품이 제품기획단계에서 규정된 기능 및 성능, 환경적, 신뢰성, 법적인 요건을 만족하는지에 대한 검증이 필요하다. 또한 시제품이 전술된 설계검증 용도의 신뢰성 시험을 통과하면 생산단계로 넘어가 양산 이행 적합성에 관한 인증 시험을 통과해야 한다. 이런 용도의 신뢰성 시험에는 신뢰성 실증시험(Reliability Demonstration or Substantiation Test: RDT) 등이 주로 쓰인다(Wasserman, 2003). 즉, 대상 제품이 원하는 신뢰도 요건에 대한 충족여부를 판정하기 위해 신뢰성 실증 시험을 수행하게 된다.

신뢰성 실증시험에서 가장 널리 쓰이는 무고장 시험은 미리 정해진 크기의 표본으로 일정기간 동안 시험하여 하나의 고장도 발생하지 않으면 요구되는 신뢰도 요건을 충족한다고 판정한다. 특히 자동차와 산업용 기계 등에 사용되는 기계류 부품 중에는 고가의 품목이 많고 수명시험에 소요되는 비용도 전자·전기 부품 등에 비해 상당히 높아 비교적 작은 시험단위나 시험시간이 요구되는 이런 시험방식을 선호한다(김형의, 2006).

한편 무고장 시험방식은 생산자에게 불리한 시험방식으로 여겨져 보편적인 수명분포인 지수와 와이블 분포 등을 따를

때 1-고장 허용 시험계획 등 여러 실증시험계획이 개발되어 있다(Meeker and Escobar, 1998; Abernethy, 2004).

그러나 무고장 시험방식을 채택할 경우에 고장이 하나 발생하면 그때 1-고장 허용 방식으로 바꾸어 RDT를 실시하는 경우를 종종 볼 수 있으며, Sarakakis(2011)는 미국에서 이 같은 오용을 보고하고 있다. 이런 오용을 방지하기 위해 미리 단계의 시험시간(또는 표본크기)를 정하고 그 결과에 따라 다음 단계로 넘어가는 2단계 시험방식이 개발되어 있다. 2단계 시험계획으로는 주어진 시험시간 하에서 두 단계의 표본크기를 구하는 Wang and Lu(1992)와 주어진 표본크기와 배분된 합격확률 하에서 두 단계의 시험시간을 설정하는 권영일(2006)의 연구가 있다. 특히 1-고장 허용 방식은 무고장의 시험방식에 대해 상당히 긴 시험시간을 가지므로 서순근(2011)은 이를 줄이기 위해 규정된 신뢰도 실증기준 하의 기대시험시간을 최소화하는 두 단계의 시험시간을 제공하는 시험계획을 개발하였다.

이런 시험계획의 성격은 원래 계량형이지만 시험의 판정은 계수형으로 실행하고 있는 단점이 있으므로 두 가지 성격을 결합한 계수-계량형 시험계획이 유용할 수 있다. 이런 혼합형 계획에 관한 연구를 거의 찾지 못한 RDT와 달리 혼합형 신뢰성 샘플링 검사에 관한 연구로는 지수분포일 때 Savage(1955)와 Li *et al.*(2011), 정규분포일 때 Schilling and Dodge(1969)와

[†] 교신저자 skseo@dau.ac.kr

2015년 6월 5일 접수; 2015년 7월 25일 수정본 접수; 2015년 7월 31일 게재 확정.

Aslam *et al.*(2014) 등이 있다.

본 논문에서는 기준 모수가 신뢰성 실증기준보다 실제 높을 경우에 무고장 실증시험보다 실증확률을 높으면서 1-고장 허용 실증시험의 요구 시험시간을 줄일 수 있는 새로운 계수계량형 실증시험계획을 개발하고자 한다. 먼저 제 2장에서는 지수분포를 따를 때 기존의 전형적인 RDT 계획을 간략하게 살펴본 후에 계수-계량형 성격을 혼합하여 1-고장 허용 시험계획의 시험시간을 줄일 수 있도록 설계된 새로운 RDT 계획을 다루고, 제 3장에서 이의 활용법을 예시한다 그리고 제 4장에서 RDT에서 널리 채택되는 와이블 형상모수가 알려져 있을 경우에 개발된 혼합형 시험계획을 활용하는 방법도 제시한다

2. 혼합형 실증시험 방식

2.1 무고장과 1-고장 허용 시험계획

신뢰성 실증시험은 특정 신뢰수준에 대해 신뢰도나 B수명(백분위 수명)이 주어진 기준을 초과하는지를 실증하기 위한 용도이므로 신뢰도 기준은 모수, 신뢰도, B수명(분위수) 등 여러 가지가 쓰일 수 있다 수명이 지수분포를 따를 때는 B수명이 모수인 평균에 의해 일의적으로 결정되므로 RDT의 기준 대상 모수로 평균인 θ 를 설정한다. 지수분포는 신뢰성 분석에 쓰이는 수명분포 중에서 가장 단순한 형태를 가지지만 상수 고장률을 가지는 상당수의 전자부품과 마모고장에 도달하기 전에 퇴역시키는 제품 등의 수명분포로 널리 쓰인다 (Meeker and Escobar, 1998)). 또한 다양한 고장률 형태를 나타낼 수 있는 와이블 분포를 따를 때 형상모수를 알 경우에 지수분포로 변환하여 통계적 처리를 할 수 있는 장점도 있다.

대상 아이템의 수명 T 의 확률밀도함수 $f_T(t)$ 와 신뢰도 함수 $R_T(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$f_T(t) = \frac{1}{\theta} e^{-t/\theta}, t > 0$$

$$R_T(t) = e^{-t/\theta}, t > 0$$

RDT의 표본크기가 먼저 n 으로 정해질 때 실증기준이 θ_0 이고 신뢰수준이 CL 일 때 무고장 시험방식의 요구 시험시간 t_{c0} 는 다음을 만족해야 하므로,

$$Q_0(\theta_0) = \Pr(D=0) = e^{-nt_{c0}/\theta_0} = 1 - CL \quad (1)$$

단, D 는 고장개수를 나타내는 이항 확률변수

t_{c0} 또는 k_0 는 다음과 같이 주어진다. 여기서 $Q_0(\theta)$ 는 평균이 θ 일 때 무고장 실증시험계획의 합격확률이다.

$$t_{c0} = k_0 \theta_0 = -\frac{\theta_0 \ln(1 - CL)}{n} \quad (2)$$

식 (2)에서 구한 요구 시험시간은 주어진 n 에서 가장 짧은 시간이지만, <그림 1>과 같이 $n=5$, $CL=0.9$ 일 경우 실제 평균이 $2\theta_0, 3\theta_0, 5\theta_0$ 일 때 합격확률이 각각 0.316, 0.461, 0.631이고 $10\theta_0$ 이 되어도 0.794가 된다. 따라서 무고장 시험방식은 상당히 엄격한 시험 유형에 속하여 생산자에게 꽤 불리한 실증시험방식이다. 이에 따라 자동차 업계를 비롯한 현업에서는 이런 리스크를 경감할 수 있도록 CL 을 일반적인 수준(90~99%) 외에 50~80%도 채택하는 경향이 있다.

한편 시험시간을 먼저 규정하고 표본크기를 설정하는 방식도 쓰이나 활용도가 떨어지는 편이므로 여기서는 n 을 정하고 시험시간을 설정하는 방식만을 다룬다(김형의, 2006; 서순근, 2011).

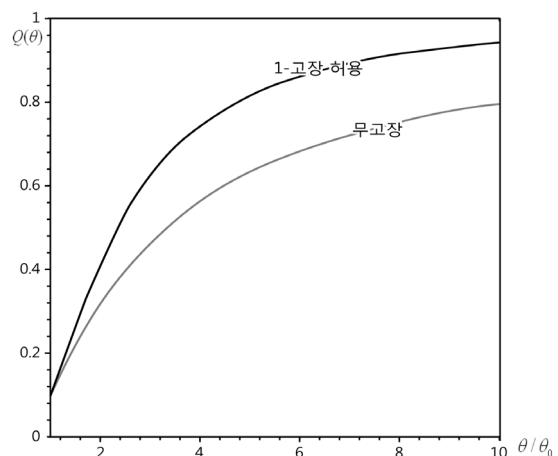
이런 무고장 시험방식의 약점을 경감시키기 위해 다수 고장 허용 시험방식을 채택할 수 있는데, 요구되는 시험시간이 매우 커지는 점을 고려하여 1-고장 허용 시험방식이 대안으로 주로 쓰인다(Abernethy, 2004). 무고장과 1-고장 허용 실증 시험방식을 채택한 실례는 Wasserman(2003), Abernethy(2004), 김형의(2006), 소재부품 종합정보망에 등록된 신뢰성 평가기준 등에서 볼 수 있다

1-고장 허용 시험방식의 요구 시험시간 t_{c1} 또는 $k_1 = t_{c1}/\theta_0$ 은 다음을 만족해야 하는데,

$$Q_1(\theta) = \Pr(D \leq 1) = e^{-nt_{c1}/\theta_0} + n e^{-(n-1)t_{c1}/\theta_0} (1 - e^{-t_{c1}/\theta_0}) = 1 - CL \quad (3)$$

이를 구하기 위해서는 수치해법을 이용해야 한다

$n=5$, $CL=0.9$ 일 경우의 <그림 1>을 보면 1-고장 허용 시험은 평균이 θ_0 보다 커짐에 따라 합격(실증)확률이 무고장 시험보다 커짐을 확인할 수 있다. 하지만 1-고장 허용 방식일 때 요구 시험시간이 $t_{c1} = 0.8768\theta_0$ (식 (3) 또는 <표 1>)가 되어 무고장일 때의 $t_{c0} = 0.4605\theta_0$ (식 (2) 또는 <표 1>)의 1.90배가 되는 점을 감수해야 한다.



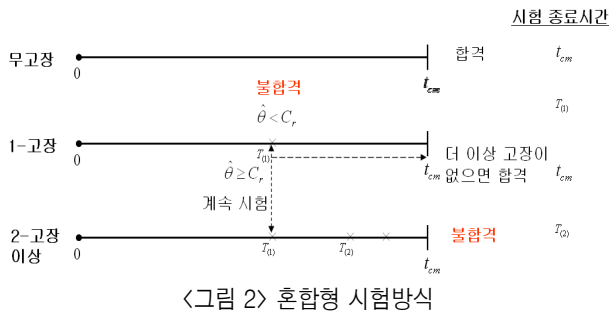
<그림 1> 무고장과 1-고장 허용 시험계획의 합격확률: $n=5$, $CL=90\%$

2.2 혼합형 시험계획

본 논문에서는 무고장 시험과 1-고장 허용 시험의 단점(또는 장점)을 절충하면서 계수형으로 판정하는 시험방식에 계량적 성격을 반영한 새로운 혼합형 시험계획을 다음 절차로 수행한다.

- (i) n 개를 동시에 $t_{cm} = k_m \theta_0$ 까지 시험하여 무고장이면 합격시키며, 첫 고장($T_{(1)}$)이 발생하면 (ii) 단계로 간다.
- (ii) $T_{(1)}$ 에서 θ 의 최우추정량 $\hat{\theta} = nT_{(1)}$ 을 계량형 판정기준 $C_r \theta_0$ 와 비교하여 이 값 미만이면 실증기준에 부합되지 않을 가능성이 높으므로 불합격시키고, 그 이상이면 (iii)으로 간다.
- (iii) t_{cm} 까지 계속적으로 시험하여 무고장이면 합격시키며, 추가 고장이 발생하면 불합격시킨다.

상기 절차에 관한 시험방식이 <그림 2>에 나타나 있으며, 실증시험의 합격여부에 따라 판정시점까지의 시험 종료시간이 부가되어 있다.



<그림 2> 혼합형 시험방식

상기 절차에 따른 혼합형 시험계획의 합격확률 $Q_m(\theta_0)$ 은

$$Q_m(\theta_0) = \Pr(D=0) + \Pr(D=1, \hat{\theta} \geq C_r \theta_0) \\ = e^{-nt_{cm}/\theta_0} + \Pr(D=1, \hat{\theta} \geq C_r \theta_0) = 1 - CL \quad (4)$$

이고, 식(4)의 우변 둘째 항은 식(5)와 같이 구할 수 있으며,

$$\Pr(D=1, \hat{\theta} \geq C_r \theta_0) \\ = \Pr(T_{(1)} < t_{cm}, T_{(2)} \geq t_{cm}, nT_{(1)} \geq C_r \theta_0) \\ = \Pr\left(\frac{C_r \theta_0}{n} \leq T_{(1)} < t_{cm}, T_{(2)} \geq t_{cm}\right) \quad (5)$$

여기서 두 순서통계량 $T_{(1)}, T_{(2)}$ 의 확률밀도함수는 다음 식으로 주어진다.

$$f_{T_{(1)}, T_{(2)}}(t_1, t_2) \\ = n(n-1) \left(\frac{1}{\theta_0} e^{-t_1/\theta_0}\right) \left(\frac{1}{\theta_0} e^{-t_2/\theta_0}\right) [e^{-(n-2)t_2/\theta_0}], \quad 0 < t_1 < t_2$$

식(4)를 만족하는 $t_{cm} = k_m \theta_0$ 는 최소 $t_{co} = k_0 \theta_0$ 와 $t_{cl} = k_1 \theta_0$ 사이의 값을 가지므로 $k_m = ak_1, k_0/k_1 < a < 1$ 로 설정하여 C_r 을 구하는 것이 편리하다. 즉, $C_r = 0$ 이면 $k_m = k_1$ 이 되며, $k_m = k_0$ 일 때 C_r 은 최대값 $nt_{cm} = nak_1 \theta_0$ 를 가진다.

따라서 1-고장 허용 시험계획의 시험시간에 기반한 a 의 실행가능범위 내에서 적절한 값을 설정하여 식(4)를 충족하는 C_r 을 수치적으로 구할 수 있다.

a 를 다양하게 선택할 수 있지만 본 논문에서는 무고장과 1-고장 허용 시험계획의 절충을 위해 $(k_0/k_1 + 1)/2$ 에 가장 가까운 소수점 한자리로 표현된 값을 a 로 설정하여 다양한 n (2~30)과 CL (60~95%)일 때 구한 절충형 시험계획의 a 와 C_r 가 <표 1>에 정리되어 있다. 또한 <표 1>에는 무고장과 1-고장 허용 시험계획의 시험시간을 설정하는데 필요한 k_0 와 k_1 도 포함되어 있다. 이를 보면 CL 또는 n 이 증가하면 C_r 이 증가하고 있다. 그리고 a 를 k_0 과 k_1 의 개략적인 중간으로 설정하면 20~30%의 요구 시험시간을 줄일 수 있지만 그 효과는 CL 과 n 이 커질 때 줄어드는 경향이 있다.

<표 1> 혼합형 실증시험계획의 기각치(C_r)

| n | 신뢰수준 | 신뢰수준 | | | | |
|----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 60% | 70% | 80% | 90% | 95% |
| 2 | k_0 | 0.4581 | 0.6020 | 0.8047 | 1.1513 | 1.4979 |
| | k_1 | 1.4899 | 1.8119 | 2.2484 | 2.9697 | 3.6761 |
| | a | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
| | C_r | 0.5922 | 0.7894 | 1.0784 | 1.5431 | 2.0110 |
| 3 | k_0 | 0.3054 | 0.4013 | 0.5365 | 0.7675 | 0.9986 |
| | k_1 | 0.8372 | 1.1013 | 1.2478 | 1.6307 | 1.9999 |
| | a | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
| | C_r | 0.6638 | 0.8997 | 1.2430 | 1.8500 | 2.4736 |
| 5 | k_0 | 0.1833 | 0.2408 | 0.3219 | 0.4605 | 0.5991 |
| | k_1 | 0.4541 | 0.5482 | 0.6737 | 0.8768 | 1.0712 |
| | a | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.8 |
| | C_r | 0.7110 | 0.9709 | 1.3523 | 1.5907 | 2.1719 |
| 7 | k_0 | 0.1309 | 0.1720 | 0.2299 | 0.3289 | 0.4280 |
| | k_1 | 0.3127 | 0.3773 | 0.4634 | 0.6025 | 0.7354 |
| | a | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.8 |
| | C_r | 0.7288 | 0.9972 | 1.3911 | 1.6776 | 2.3026 |
| 10 | k_0 | 0.0916 | 0.1204 | 0.1609 | 0.2303 | 0.2996 |
| | k_1 | 0.2134 | 0.2574 | 0.3161 | 0.4108 | 0.5011 |
| | a | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| | C_r | 0.7414 | 1.0154 | 1.1248 | 1.7386 | 2.3922 |
| 20 | k_0 | 0.0458 | 0.0602 | 0.0805 | 0.1151 | 0.1498 |
| | k_1 | 0.1038 | 0.1252 | 0.1537 | 0.1996 | 0.2435 |
| | a | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| | C_r | 0.7551 | 1.0350 | 1.1639 | 1.8048 | 2.4870 |
| 30 | k_0 | 0.0305 | 0.0401 | 0.0536 | 0.0768 | 0.0999 |
| | k_1 | 0.0686 | 0.0827 | 0.1015 | 0.1319 | 0.1609 |
| | a | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| | C_r | 0.7595 | 1.0412 | 1.1764 | 1.8257 | 2.5161 |

2.3 기대 시험 종료시간

전 소절의 시험시간은 계수형 시험관점에서 비교한 것이며, 실제 RDT는 연속적으로 모니터링 하는 경우이므로 불합격이 될 경우 단축(curtailed or truncated) 시험이 되어 실제 시험시간은 이보다 줄어들 수 있다. 따라서 무고장, 1-고장 허용, 혼합형 RDT 시험계획을 시험시간 관점에서 비교한다면 기대 시험 종료시간으로 비교해야 한다.

시험기간 t_c 내에 발생한 고장시간(T')은 절단(truncated) 지수분포($\text{Exp}T(\theta, t_c)$)를 따르므로 확률밀도와 기댓값은 다음과 같이 주어진다.

$$f_{T'}(t) = \frac{1}{\theta} \frac{e^{-t/\theta}}{1 - e^{-t_c/\theta}}, 0 < t \leq t_c$$

$$E(T' | \theta) = \theta - t_c \frac{e^{-t_c/\theta}}{1 - e^{-t_c/\theta}}$$

무고장과 1-고장 허용 시험계획의 시험 종료시간은 합격할 때 제1종 관측중단이 되며, 불합격할 때 제2종 관측중단이 되는 혼합형(hybrid) 관측중단이 된다. 따라서 기대 시험 종료시간은 다음과 같이 구할 수 있다.

무고장:

$$ET_0(\theta) = \Pr(D=0)t_{c0} + [1 - \Pr(D=0)]E(T'_{(1)}) \quad (6)$$

단, $E(T'_{(1)}) = E(T' | \theta/n)$

1-고장 허용:

$$ET_1(\theta) = \Pr(D \leq 1)t_{c1} + [1 - \Pr(D \geq 2)]E(T'_{(2)}) \quad (7)$$

단, $E(T_{(2)}) = E(T' | \theta/n) + E(T' | \theta/(n-1))$

식 (7)의 우변 마지막 항은 (절단) 지수분포의 망각성질(memoryless property)를 이용한 결과이다

혼합형 시험계획의 시험 종료시간은 <그림 2>와 같이 합격이면 t_{cm} , 첫 번째 고장시점에서 불합격이면 $T_{(1)}$, 계속 시험하다가 불합격될 때 $T_{(2)}$ 가 되므로 각 경우의 발생확률과 결합하여 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

$$ET_m(\theta) = t_{cm}Q_m(\theta) + E(T'_{(2)})\Pr(D \geq 2) + E(T'_{(1)})[1 - Q_m(\theta) - \Pr(D \geq 2)] \quad (8)$$

3. 적용 예제

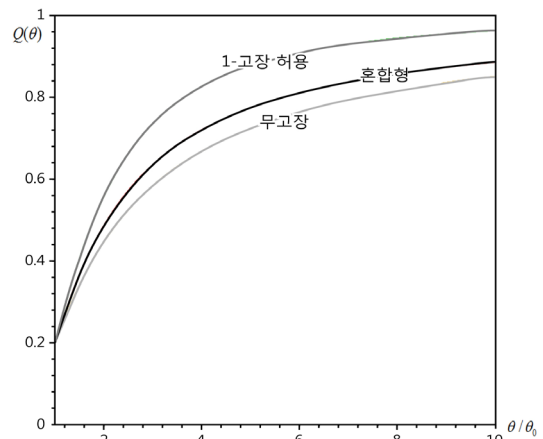
지수분포를 따르는 기계부품에 대한 RDT를 10개의 시험 단위로 신뢰수준 80%로 수행하고자 한다. 실증기준인 θ_0 는 2,000시간이다.

먼저 <표 1>로부터 $k_0 = 0.1609$, $k_1 = 0.3161$ 이 되므로 무고장과 1-고장 허용 RDT의 실제 요구 시험시간은 322, 632시

간이 된다. 혼합형 시험은 <표 1>과 같이 a 를 0.8로 설정하면 시험시간은 $0.8(0.3161)(2,000) = 506$ 시간이 된다. 요구 시험시간 측면에서 1-고장 허용 시험보다 126시간(20%)을 줄일 수 있으나, 무고장 시험보다 184시간(57%)이 늘어난다.

$C_r\theta_0 = 1.1248(2,000) \approx 2,250$ 이 되므로 혼합형 시험계획의 적용과정은 506시간을 시험하여 무고장이면 합격시킨다. 만약 첫 번째 고장이 발생하면 그 시점($t_{(1)}$)에서 $\hat{\theta} = 10t_{(1)}$ 을 구하여 2,250보다 작으면 불합격, 크면 계속 시험을 수행한다. 계속 시험에서 추가 고장이 발생하면 불합격, 506시간까지 추가 고장이 없으면 합격으로 판정한다.

세 종류의 RDT의 θ 에 따른 합격확률 $Q(\theta)$ 이 <그림 3>에 도시되어 있는데, 혼합형 시험은 무고장 시험과 1-고장 허용 시험의 중간에 위치하고 있다. 이 측면에서 혼합형 시험계획의 요구 시험시간이 무고장 시험계획의 시험시간보다 늘어나는 단점을 상쇄함으로써 무고장 및 1-고장 허용 시험계획의 단점을 절충하고 있음을 확인할 수 있다.



<그림 3> 세 종류 시험계획의 합격확률: $n = 10$, $CL = 80\%$

또한 θ 가 (1 ~ 10) θ_0 로 변할 때 식 (6)~식 (8)로부터 구한 기대 시험 종료시간이 <표 2>에 요약되어 있다. 평균이 θ_0 일 때 혼합형은 1-고장 허용 시험의 0.827배로 요구 시험시간의 비율(0.8)보다 약간 늘어나지만, θ_0 가 증가함에 따라 기대 시험 종료시간의 증가율이 다른 두 시험보다 상대적으로 둔화되는 강점을 가지고 있다.

<표 2> 세 종류 실증시험계획의 기대 시험 종료시간: $n = 10$, $CL = 80\%$, $\theta_0 = 2,000$

| 시험계획 | θ | | | | |
|---------|----------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 2,000 | 4,000 | 6,000 | 10,000 | 20,000 |
| 무고장 | 160.0 | 221.1 (1.381) | 249.1 (1.56) | 275.2 (1.72) | 297.3 (1.86) |
| 1-고장 허용 | 410.6 | 564.8 (1.38) | 604.8 (1.47) | 624.5 (1.52) | 631.0 (1.54) |
| 혼합형 | 339.6 | 419.0 (1.23) | 443.3 (1.31) | 463.6 (1.37) | 481.7 (1.42) |

주) $ET(\theta)/ET(\theta_0)$.

4. 와이블 분포를 따를 경우

제 3장에서 개발된 혼합형 시험계획을 와이블 분포를 따를 경우에 적용할 수 있다. 수명 T 는 형상모수가 β 이고 척도모수가 η 인 와이블 분포(Weibull(β, η))를 따르면 T^{β} 은 평균이 θ 인 지수분포($\text{Exp}(\theta = \eta^{\beta})$)를 따름을 이용한다. 일반적으로 와이블 분포의 형상모수 β 는 대상 제품에 대한 과거자료, 유사제품, 다양한 정보원으로부터 예측할 수 있으므로 RDT에서는 주로 형상모수 값을 알고 있다고 가정한다.

와이블 분포를 따를 경우의 기준 모수는 B수명(또는 신뢰도 R_0)이 되므로 $B_{100(1-R_0)}$ 수명이 t_0 임을 CL로 보증하는 시험계획으로 표현된다.

신뢰도가 $R(t_0) = \exp[-(t_0/\eta_0)^{\beta}] = R_0$ 되는 관계를 이용하면 척도모수 η_0 는 다음과 같이 된다.

$$\eta_0 = \frac{t_0}{(-\ln R_0)^{1/\beta}}$$

따라서 지수분포로 변환된 실증기준은 $\theta_0 = \eta_0^{\beta} = -t_0^{\beta}/\ln R_0$ 가 되어 혼합형 시험계획의 시험시간 t_{cm} 과 다음 관계가 성립하므로,

$$t_{cm}^{\beta} = ak_1\eta_0^{\beta} = \frac{ak_1t_0^{\beta}}{-\ln R_0}$$

이 경우의 요구 시험시간은 다음과 같이 설정된다.

$$t_{cm} = t_0 \left(\frac{ak_1}{-\ln R_0} \right)^{1/\beta} \quad (9)$$

즉, t_{cm} 까지 시험하여 무고장이면 합격처리를 하며, 첫 번째 고장 발생 시($t_{(1)}$)에 $\hat{\theta} = nt_{(1)}^{\beta}$ 를 계산하고, 이를 $C_r t_0^{\beta} = C_r t_{(1)}^{\beta}/(-\ln R_0)$ 와 비교하여 시험의 계속 진행여부를 판정하면 된다.

한편 동일한 실증시험 상황에서 무고장 시험방식을 택할 경우의 요구 시험시간 t_{c0} 은 식 (2)로부터 구한 k_0 을 이용하면

$$t_{c0} = t_0 \left(\frac{k_0}{-\ln R_0} \right)^{1/\beta} \quad (10)$$

가 되며, 1-고장 허용 시험방식일 때의 요구 시험시간 t_{c1} 은 식 (3)에서 구한 k_1 을 이용하여 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$t_{c1} = t_0 \left(\frac{k_1}{-\ln R_0} \right)^{1/\beta} \quad (11)$$

여기서 혼합형 시험방식과 1-고장 허용 시험방식의 요구 시험시간에 관한 비를 구하면

$$\frac{t_{cm}}{t_{c1}} = a^{1/\beta}$$

가 되어, 형상모수가 작아질수록(커질수록) 요구 시험시간 측면에서 혼합형 시험계획의 장점이 커진다(축소된다).

만약 수명이 형상모수 $\beta = 2.0$ 인 와이블 분포를 따르는 제품일 경우에 $B_{10} = 1,000$ 시간을 신뢰수준 80%에서 5개로 혼합형 실증시험을 실시하는 상황을 고려하자. <표 1>에서 $a = 0.7$, $k_1 = 0.6737$, $C_r = 1.3523$ 이므로 식 (9)에서 구한 시험시간인 2,116시간 동안 시험하여 무고장이면 합격, 첫 번째 고장이 발생하면 이 시점에서 구한 η^2 의 최우추정값 $5t_{(1)}^2$ 를 $C_r t_0^{\beta}/(-\ln R_0) = 1.3523(1,000)^2/(-\ln 0.8) = 6,060,224$ 와 비교하여 계속 시험여부를 판정한다. 이후 2,116시간까지의 추가 고장여부에 따라 합격여부를 결정한다.

한편 무고장과 1-고장 허용 시험방식의 시험시간은 <표 1> 또는 식 (2)와 식 (9)에서 구하면 $k_0 = 0.3219$, $k_1 = 0.6737$ 이 되므로, 식 (10)과 식 (11)로부터 요구 시험시간은 각각 1,748과 2,529시간으로 설정된다. 따라서 혼합형 실증시험은 1-고장 허용시험보다 요구 시험시간 측면에서 16.5% 절감되는데, 지수분포로 변환할 수 있는 경우이므로 역시 제2장과 제3장에서 논의된 실증확률과 기대 시험 종료시간 측면의 두 시험방식에 대한 장단점을 가지고 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 설계와 양산단계에서 신뢰성 평가나 보증을 위해 널리 사용되는 무고장 신뢰성 실증시험방식보다 합격(실증)확률 측면에서 우수하면서 1-고장 허용 시험방식보다 요구 시험시간 및 기대 시험 종료시간을 줄일 수 있는 지수분포하의 새로운 시험계획을 제시하였다. 즉, 기존 신뢰성 실증시험계획의 성격이 원래 계량형이지만 계수형으로 판정을 하고 있는 약점을 보완하여 계수형과 계량형을 결합한 혼합형 시험계획을 개발하였다.

개발된 시험계획은 무고장과 1-고장 허용 시험계획의 단점 또는 장점(즉, 요구 시험시간과 합격확률 측면)을 절충한 계획으로, 특히 연속적으로 모니터링 하는 경우에 기대 시험 종료시간으로 비교하였는데, 지수수명분포의 평균 θ 가 기준 평균(θ_0)보다 커질수록 이 측면에서 효과가 상대적으로 커짐을 파악하였다.

또한 지수분포에 대한 예제를 통해 개발된 혼합형 시험계획을 구체적으로 활용하는 방법과 와이블 분포를 따를 때 형상모수가 알려져 있다고 가정하는 전형적인 경우에 이의 활용법도 예시하였다.

따라서 본 논문에서 개발된 혼합형 계수계량형 신뢰성 실증 시험계획은 우리나라 신뢰성 규격의 표준화된 시험방식으로 채택되고 있는 무고장 시험방식의 대안으로 널리 활용될 수

있을 것이며, 향후 시험자의 편의성을 고려하여 임의적으로 설정된 혼합형 계획의 요구 시험시간 비율(a)를 통계적 또는 경제적으로 설계하는 연구가 요망된다.

참고문헌

- [1] 권영일(2006), 기계류부품 신뢰성보증을 위한2단계 시험 방식 설계, 한국품질경영학회지, 제34권, pp. 20-26.
- [2] 김형의(2006), 한국적 신뢰성 인증체계 개념 신뢰성응용연구, 제6권, pp. 63-91.
- [3] 서순근(2011), 2단계 신뢰성 실증시험의 통계적 설계, 한국 품질경영학회지, 제39권, pp. 313-319.
- [4] 소재부품 종합정보망, <http://www.mctnet.org/index.jsp> (2015. 08.01 접속).
- [5] Abernethy, R. B. (2004), The New Weibull Handbook, 5th ed., Published by R. B. Abernethy, North Palm Beach(USA).
- [6] Aslam, M., Wu, C.-W., Azam, M., and Jun, C.-H. (2014), Mixed Acceptance Sampling Plans for Product Inspection Using Process Capability Index, *Quality Engineering*, Vol. 26, pp. 450-459.
- [7] Li, Y., Pu, X., and Xiang, D. (2011), "Single and Double Acceptance Sampling under Exponential Distribution," *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2011, Article ID 575036, p. 15.
- [8] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A. (1998), *Statistical Methods for Reliability Data*, John Wiley & Sons, New York(USA).
- [9] Sarakakis, G., Gerokostopoulos, A., and Mettas, A. (2011), Special Topics for Consideration in a Design for Reliability Process, Reliability and Maintainability Symposium(RAMS) Proceedings, p. 6.
- [10] Savage, I. R. (1955), Mixed Variables and Attributes Plans: the Exponential Case, Technical Report 23, Applied Mathematics and Statistics Laboratory, Stanford University, Palo Alto(USA).
- [11] Schilling, E. G. and Dodge, H. F. (1969), Procedures and Tables for Evaluating Dependent Mixed Acceptance Sampling Plans, *Technometrics*, Vol. 11, pp. 341-372.
- [12] Wang, C. J. and Lu, M. W. (1992), A Two-Stage Sampling Plan for Bogey Tests, *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 8, pp. 29-35.
- [13] Wasserman, G. S. (2003), Reliability Verification, Testing, and Analysis in Engineering Design, Marcel Dekker, New York (USA).