

자전거용 크랭크 일체형 자동변속기에 대한 특성 해석

백승엽*

¹인덕대학교 기계설계과

Characteristics Analysis of CVT with Built-in Crank for Bicycle

Seung-Yub Baek*

¹Dept. of Mechanical design, Induk University

요약 자전거는 환경공해 능력과 웰빙에 대한 관심증가 때문에 가장 유망한 미래 교통수단 중의 하나이다. 실제 자전거에 적용될 무단변속기를 제작하기 전에 신뢰성이 확보된 시뮬레이션 프로그램을 통하여 문제점을 초기에 확인하고, 각 링크의 소재 및 두께 등의 설계인자 최적화와 능력을 평가할 필요가 있다. 이 같은 과정을 통하여 무단 변속기 시스템 설계 과정에서 소요비용을 줄일 수 있다. 본 논문에서는 설계인자를 확정하기 위해 응력해석을 수행되었으며, 전체 모델링 중에서 각 링크와 조인트 부분을 주요 설계인자로 가정하고 각각의 링크 및 조인트의 영향도 및 작동 시 받은 응력들을 CAE를 통해 확인하였다. 또한, 해석 영역에 대하여 적절한 수학적 모델링을 통해 맥동 현상을 계산할 수 있는 전용 code를 개발하였으며, 이를 Matlab에 적용하여 해석 결과를 graphic화하여 분석하였다.

Abstract Bicycle is one of the most popular mode of transport due to the increase of interest in the well-being and environment pollution. Before fabricating a continuously variable transmission that is applied to the actual bicycle, for reducing the problems in the early stage, the reliable simulation program has been applied and the financial problem can be solved. In this paper, in order to confirm the design factor, the stress analysis has been applied. In all models, each link and the joint portion are assumed to be a major design factors, and impact of each link and joints received stress during the operation and it is confirmed by using the CAE. Also, for the analysis region, the special code has been developed to calculate pulsation phenomenon through appropriate mathematical modeling.

Key Words : Characteristics Analysis, Jerk, Link, CVT, Built-in crank, Von Mises stress

1. 서론

자전거는 사람의 힘으로 바퀴를 회전시켜 움직이는 탈것으로서, 일반적으로 발로 밟는 힘을 페달, 크랭크 기구, 체인을 거쳐 뒷바퀴에 전달하여 앞으로 나아가며 핸들과 브레이크로 조종하는 구조로 되어 있다. 주로 이동 수단으로 사용되는 자전거는 그 동력원이 한정되어 있기 때문에 최대의 효과를 내기 위해 무게감량 및 효율적인 동력전달장치가 핵심기술이다[1]. 자전거의 변속기는 경사, 도로 상태에 따라 구동 토크를 변화시켜 운전자의 페달 힘을 조절하는 장치이다[2]. 자전거의 변속기 종류

로는 드레일러 기어방식, 내장기어 허브방식, 크랭크 일체형 변속기로 나눌 수가 있다.

동력의 효율적인 사용을 담당하는 변속방식에는 대다수의 자전거에 사용되고 있는 드레일러 기어방식이 있다. 드레일러 기어방식은 드레일러가 체인을 강제로 이탈시켜 다른 크기의 톱니바퀴로 옮겨줌으로써 변속시키는 방식이며, 장점으로는 보급화가 많이 되어 가격이 저렴하고 수리 및 교체가 편리하다. 드레일러 기어방식의 단점으로는 체인의 이탈 및 변속트러블로 인한 고장발생이 많으며, 외부 충격에 약하고, 정지 상태에서 변속이 불가능하다. 내장기어 허브방식은 허브 내부에서 변속이 이

본 논문은 인덕대학교 연구비에 의해 수행되었음.

*Corresponding Author : Seung-Yub Baek(Induk Univ.)

Tel: +82-2-950-7525 email: sybaek@induk.ac.kr

Received January 6, 2015

Revised January 23, 2015

Accepted February 12, 2015

루어지는 방식으로 변속에서 오는 체인 마모가 현저히 줄어 체인의 수명을 높일 수 있는 장점이 있다. 또한, 작동부위가 외부로 노출되지 않아 충격에 강하고 체인트러블 발생이 없어서 변속이 빠르고 부드럽다. 단점으로는 구조 특성상 무게가 증가하며, 드레일러 방식에 비하여 고가이다. 또한, 변속기 문제발생시 수리의 어려움이 있다[3].

크랭크 일체형 변속기의 경우에는 기어비를 이용하여 1 : 1.6 의 출력이 가능하지만, 드레일러 기어방식이나 내장기어 허브방식과는 다르다. 크랭크 일체형 변속기의 장점으로는 변속을 자동 또는 수동으로 변속이 가능하여 편리함과 부드러운 승차감을 실현 할 수 있다. 드레일러 방식과 내장기어 허브 방식의 장점을 골고루 갖추고 있으며, 드레일러 및 내장기어 방식에 비해 심플한 디자인을 갖추고 있다. 또한, 동력전달이 앞 크랭크에서 일어나므로 에너지 손실을 최대한 줄일 수 있으며, 체인의 이탈, 변속의 소음, 부품수의 감소 등으로 인하여 기존 크랭크 타입에 비해 무게가 최소화되어 있다. 현재 단점으로는 분해 조립이 어렵고, 개발 초기 단계로 상대적으로 고가의 제품이다[4].

본 논문에서는 드레일러 방식과 내장기어 허브 방식의 장점을 골고루 갖추고 있는 크랭크 일체형 변속기 방식을 채택하고, 개발을 위해 선행 해석을 진행하였다. 각 링크의 소재 및 두께 등의 설계인자 등을 확정하기 위하여 수행되었으며, 전체 모델링 중에서 각 링크와 조인트 부분을 주요 설계인자로 가정하고 해석을 수행하였다.

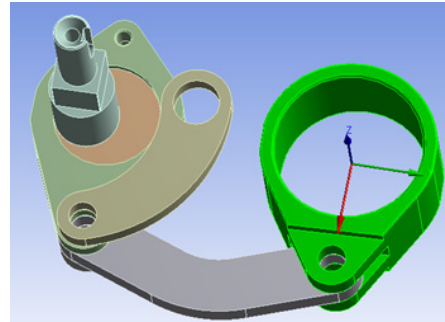
2. 모델링 방법 및 해석조건

2.1 모델링방법

크랭크 일체형 변속기 개발을 위한 응력해석을 수행하기 위하여, Ansys 해석 프로그램을 사용하였다. 유한요소 해석을 수행하는데 있어서, 전체 모델에 대한 응력 해석을 수행하지는 않았으며 주요설계인자로 가정한 링크 부위에 대해서만 독립적으로 경계조건을 세우고 모델링하여 해석을 수행하였다.

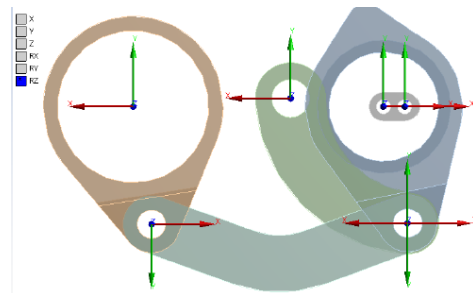
Fig. 1은 해석에 사용한 모델링의 영역이며, 무단변속기 작동에 따라 응력을 받는 부위와 단순 동력을 전달해주는 부분으로 구분되어질 수 있다. 여기서 해석을 수행하는 파트와 단순동력을 전달해 주는 파트로 정의하고

구분하여 해석을 수행하였다. 유한요소해석에 사용된 flexible parts는 메시로 잘게 나누어 각 요소별로 응력해석을 수행하였으며, flexible parts의 구성은 Link 3, Link 5 그리고 Rigid parts의 경우는 Link 1, Link 2, Link 4 이다. Rigid parts 의 경우는 따로 mesh를 나누지 않았으며 강체로 해석을 수행하였다.



[Fig. 1] Modeling area

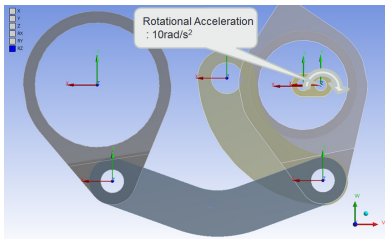
Fig. 2에서는 경계 조건 및 구속 조건으로 사용된 joint modeling을 보여주고 있다. 총 7개의 회전 조인트 모델이 적용되었고, 각 파트에 대한 경계조건들은 Fig. 2에 잘 나타나있다. 7개의 joint constraint는 각각 x, y, z, rotation x, rotation y 등의 자유도가 구속되고, 단지 2 방향의 회전자유도만 허락되는 구속조건을 부여하였다.



[Fig. 2] Joint modeling and boundary condition

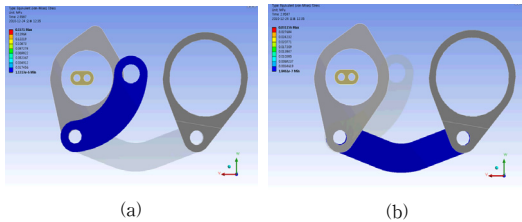
2.2 경계 조건 및 해석 파라미터

Fig. 3에서는 속도 경계조건이 나타나있다. 입력으로 작용되는 회전 속도는 link 1 에 부과되었고, 회전속도는 10 Rad/sec를 가정하였다. 작용시간은 1 sec 동안에 작용하는 응력을 해석하였다.



[Fig. 3] Boundary condition of velocity(10Rad/sec, link1)

Fig. 4에서는 link 1 회전에 따른 link 3과 link 5의 거동 및 등가 응력 상태를 나타내고 있다. flexible parts 중 link 3 은 약 $1.13 \times 10^{-6} MPa$ 의 응력값을 보여 주고 있다. link 5 는 link 1 회전에 따라서 응력값이 약 $1.86 \times 10^{-7} MPa$ 로 나타나고 있다.



[Fig. 4] Rigid conduct
(a) Link 3 (b) Link 5

2.3 소재 선택을 위한 응력분석

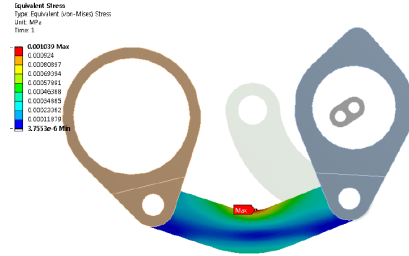
개발 모델인 무단변속기(CVT)의 특성을 설계 단계에서 파악하고, 그 결과를 토대로 구조를 개선하기 위해 유한 요소 기법을 이용하여 구조 해석을 수행하였다. 무단변속기의 경우, 자전거의 체인을 대신하여 페달부위에 장착되어야 하기 때문에 크기에 제한을 받게 된다.

[Table 1] Material property

Name	density [kg/mm³]	Young's modulus [GPa]	Poisson's ratio
Steel	7.80e-006	210	0.3
2024Al-T3	2.78e-006	73.1	0.33
Ti-5Al-2.5Sn	4.65e-006	115	0.33

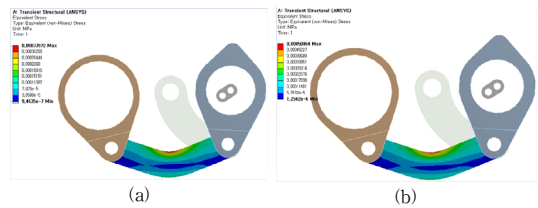
따라서 무단변속기 금속 소재는 콤팩트한 사이즈가 되어야 하며 경량화하면서 구조 강성을 갖는 소재를 선택하는 것이 중요하다. 자전거 무단변속기 링크에 사용

될 소재 선정을 위해 steel, Al2024-T3, 그리고 Ti-5Al-2.5Sn 에 대해서 응력해석을 수행하였다. Table 1은 재료 물성치에 대해서 보여주고 있다.



[Fig. 5] Von mises stress of Steel

Fig. 5는 link 5에 작용된 von mises 응력을 나타내고 있다. 최대응력은 링크가운데에 위치하며 그 작용 응력은 미비해 보인다. 이는 회전자유도가 있는 상태에서 하중을 가한 것이기 때문에 큰 응력이 발생하지 않음을 알 수 있다. link 5의 중앙에서 큰 응력을 보이는 것은 링크의 각이 있어 응력이 집중되기 때문이라 사료된다. 따라서 응력 값 자체가 작기 때문에 두께를 늘릴 필요는 없지만 응력의 분포를 고르게 한다는 목적으로는 중앙부의 곡률을 크게 할 필요가 있다고 사료된다.



[Fig. 6] Von mises stress
(a) Al 2024-T3 (b) Ti-5Al-2.5Sn

Fig. 6에서는 Al 2024-T3와 Ti-5Al-2.5Sn의 물성치를 조건으로 하고, link 5에 작용되는 von mises 등가응력 해석을 진행한 것이다. 전체적인 형상은 비슷하게 나왔지만, 재료 물성치에 따른 응력을 비교해 보았을 때 탄성계수의 물성치가 작을수록 최대응력은 작아짐을 알 수 있다. 또한 그 크기는 탄성계수의 크기와 비례하여 작아짐을 알 수 있다. 즉, Ti-5Al-2.5Sn의 탄성계수가 steel의 탄성계수의 절반임을 볼 때 최대응력의 값도 steel의 값보다 Ti-5Al-2.5Sn 재료의 값이 절반임을 알 수 있다.

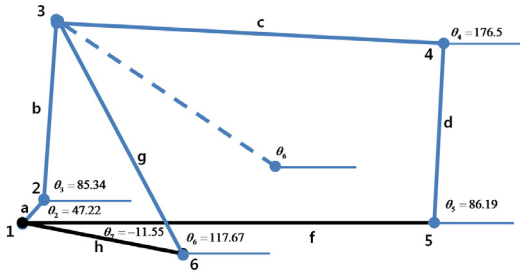
3. 동역학 해석

무단변속기를 통해 자전거 바퀴가 회전할 때 변속링크의 맥동현상을 막기 위해서는 링크 시스템에 대한 기구학적 분석을 통해 가속도의 변화 즉, jerk의 양상을 분석해야 한다. 본 연구에서는 유한요소 해석을 통한 동적 변형 및 응력 해석과 더불어 해석적 접근을 통해 jerk를 계산할 수 있는 식을 이론적으로 구했고, 이를 통해 맥동 현상이 최소화가 되는 링크 구조를 결정하였다.

3.1 이론

3.1.1 변위계산식

링크의 연결에 의한 변위의 연관된 계산식을 통해 모든 링크의 변위를 나타낼 수 있다. Fig.7은 링크의 구성도를 보여주고 있다. 여기서 주동링크는 점1을 중심으로 회전하는 링크 a가 된다. 또한, 변속기의 움직임에 의해 변속링크 g는 점선의 링크까지 움직일 수 있게 된다. 임의의 변속링크 g에 대한 위치가 고정되면 링크 a, b, g, h가 하나의 4절 링크 set이 되고 링크 a, b, c, d, f가 또 하나의 링크 set이 된다. 링크의 각 길이는 Table 2와 같이 시차 폼으로 만들어진 모델의 값으로 결정하였다.



[Fig. 7] Diagram of links

[Table 2] Link length of model

Link	Length(mm)	Link	Length(mm)
a	4.5	f	57.33
b	25	g	37
c	54	h	22.73
d	25		

주동링크인 링크 a에서 각도에 대한 시간에 따른 속도는 T0까지 sine함수로 증가하면서 T0이후에는 일정한 가속도로 유지하도록 결정하였다. 이를 기준으로 다음과 같은 각도 3, 4, 5, 6에 대한 이론식을 도출하였다.

$$\begin{aligned} \theta_{3(1,2)} &= 2 \arctan\left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}\right) \\ \theta_{4(1,2)} &= 2 \arctan\left(\frac{-K \pm \sqrt{K^2 - 4JL}}{2J}\right) \\ \theta_{5(1,2)} &= 2 \arctan\left(\frac{-H \pm \sqrt{H^2 - 4GI}}{2G}\right) \\ \theta_{6(1,2)} &= 2 \arctan\left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right) \end{aligned} \quad (\text{식 1})$$

3.1.2 Velocity 계산식

각 링크의 절점에 대한 속도는 각 링크의 각도에 대한 변위 값 및 속도에 대한 링크의 관계식으로 구할 수 있다. 링크 set에 의한 관계식을 만들 수 있고 각도에서 나타난 관계식과 동일한 복소수 관계식을 만들 수 있다. 식 2는 각 각속도에 따른 이론식을 보여주고 있다. 이러한 각속도의 값을 통해 각 절점에 대한 선속도를 구하게 된다.

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \frac{a\omega_2 \sin(\theta_6 - \theta_2)}{b \sin(\theta_3 - \theta_6)} \\ \omega_6 &= \frac{a\omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{g \sin(\theta_6 - \theta_3)} \\ \omega_4 &= \frac{[a\omega_2(\cos\theta_2 \sin\theta_5 - \sin\theta_2 \cos\theta_5) + b\omega_3(\cos\theta_3 \sin\theta_5 - \sin\theta_3 \cos\theta_5)]}{[c(\cos\theta_4 \sin\theta_5 - \sin\theta_4 \cos\theta_5)]} \\ \omega_5 &= \frac{[a\omega_2(\cos\theta_2 \sin\theta_4 - \sin\theta_2 \cos\theta_4) + b\omega_3(\cos\theta_3 \sin\theta_4 - \sin\theta_3 \cos\theta_4)]}{[d(\cos\theta_5 \sin\theta_4 - \sin\theta_5 \cos\theta_4)]} \end{aligned} \quad (\text{식 2})$$

3.1.3 Acceleration 계산식

각 절점의 각도와 각속도를 구하게 되면 입력각가속도2에 대한 각 절점의 각가속도도 구할 수 있게 된다. 그 방법은 각속도를 구한 경우와 마찬가지로 미분하게 되면 각 가속도에 대한 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & -B \\ -D & E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_6 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} C \\ -F \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \alpha_6 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} &= \frac{1}{AE - BD} \begin{bmatrix} EB & C \\ DA & -F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C \\ -F \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{AE - BD} \begin{Bmatrix} CE - BF \\ CD - AF \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{식 3})$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ D & F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} C \\ F \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{Bmatrix} &= \frac{1}{AE-BD} \begin{bmatrix} E & -A \\ -D & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C \\ F \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{AE-BD} \begin{Bmatrix} CE-BF \\ -CD+AF \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{식 4})$$

이를 통해 각가속도 3, 4, 5, 6을 입력 각가속도 2에 대한 시간에 따른 프로파일을 나타낼 수 있고 이를 통해 각 절점에 대한 선가속도도 구할 수 있게 된다.

3.1.4 Jerk 계산식

시간에 따른 각가속도의 변형량과 선가속도의 변형량을 이용하여 각 3, 4, 5, 6에 대한 jerk량을 식 5와 같이 구하였다.

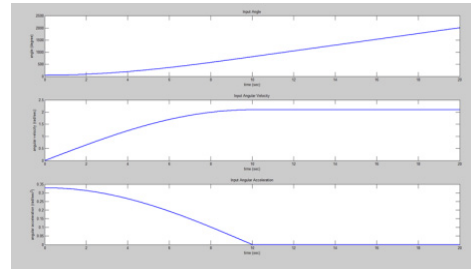
$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \phi_3 \\ \phi_6 \end{Bmatrix} &= \frac{1}{AE-BD} \begin{bmatrix} EB \\ DA \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C \\ F \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{AE-BD} \begin{Bmatrix} CE+BF \\ CD+AF \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \phi_4 \\ \phi_5 \end{Bmatrix} &= \frac{1}{AE-BD} \begin{bmatrix} E & -B \\ -D & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -C \\ F \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{AE-BD} \begin{Bmatrix} -CF-BF \\ CD+AF \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{식 5})$$

이를 통하여 절점3에 대한 jerk량과 링크 23에 대한 상대 jerk량, 그리고 절점4에 대한 jerk량과 링크 34에 대한 상대 jerk량을 구하였다.

$$\begin{aligned} |J_3| &= \sqrt{(-g\omega_6^3 + g\phi_6)^2 + (-3g\omega_6\alpha_6)^2} \\ |J_{32}| &= \sqrt{(-b\omega_3^3 + b\phi_3)^2 + (-3b\omega_3\alpha_3)^2} \\ |J_4| &= \sqrt{(-a\omega_5^3 + a\phi_5)^2 + (-3a\omega_5\alpha_5)^2} \\ |J_{34}| &= \sqrt{(-c\omega_4^3 + c\phi_4)^2 + (-3c\omega_4\alpha_4)^2} \end{aligned} \quad (\text{식 6})$$

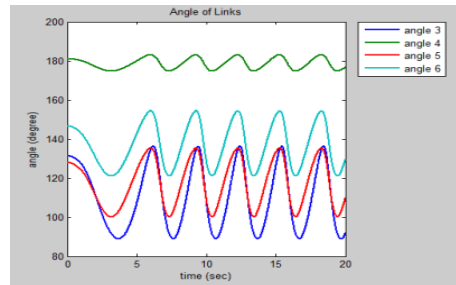
3.2 모델링 및 모델의 분석

공학계산 상용프로그램인 MATLAB을 이용하여 코딩하였고, 모델에 대한 움직임을 분석하기위해 입력 각도, 각속도, 각가속도를 Fig. 8과 같이 나타낼 수 있다. 맨 위의 그래프부터 주동링크에 대한 각도 변화량과 각속도의 변화량 그리고 각가속도의 변화량을 나타낸다.



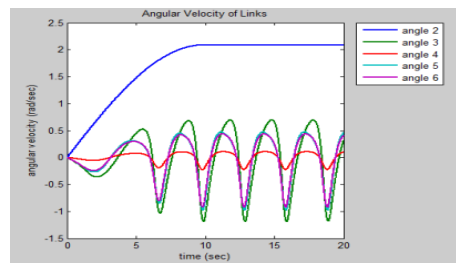
[Fig. 8] 주동링크에 입력한 각도 각속도 각가속도

Fig. 9는 각 절점의 각도 3, 4, 5, 6에 대한 시간에 따른 변화량을 보여주고 있다. 각4에 대한 각도의 변화량이 가장 작고, 각3에 대한 각도의 변화량이 가장 큼을 알 수 있다.



[Fig. 9] Angle of links

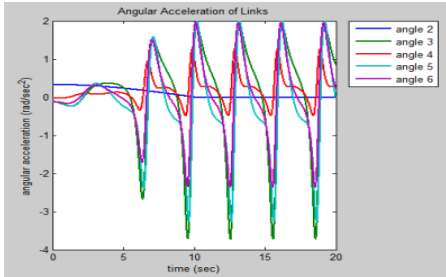
Fig. 10은 각 절점의 각속도 3, 4, 5, 6에 대한 시간에 따른 변화량을 보여주고 있다. 각 링크의 각속도변화를 살펴보면 주동링크의 각속도는 특정 시간 이후에 일정한 값을 갖지만 각3의 각속도가 가장 큰 변화량을 나타내고 각4의 각속도가 가장 작은 변화량을 나타냄을 알 수 있다.



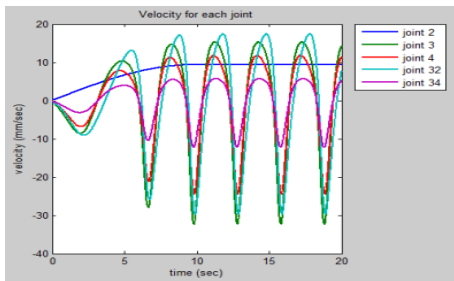
[Fig. 10] Angular velocity of links

Fig. 11은 각 링크의 각가속도변화를 보여주고 있다. 각3의 각가속도가 가장 큰 변화량을 나타냄을 알 수 있고

각4의 각가속도가 가장 작은 변화량을 나타냄을 알 수 있다. 각가속도의 변화량이 크다는 것은 각도에 대한 jerk의 값도 커짐을 의미한다.



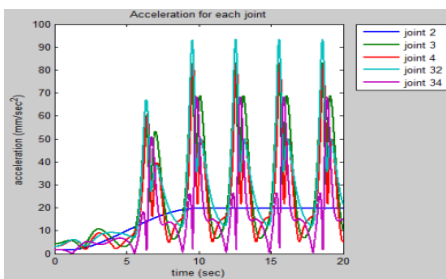
[Fig. 11] Angular acceleration of links



[Fig. 12] Velocity for each joint

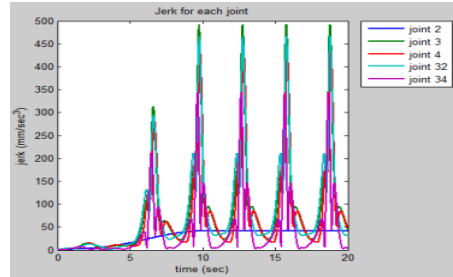
Fig. 12는 각 조인트의 선속도변화를 보여주고 있다. 살펴보면 조인트32에 대한 상대속도의 변화량이 가장 크을 알 수 있고 조인트 3의 선속도가 상대적으로 큰 변화를 가짐을 알 수 있다.

Fig. 13은 각 조인트의 가속도변화를 보여주고 있다. 조인트 3의 가속도의 크기가 상대적으로 크을 알 수 있다. 따라서 설계변수의 조정으로 조인트 3의 가속도 크기를 낮출 필요가 있다.



[Fig. 13] Acceleration for each joint

Fig. 14는 각 조인트의 jerk에 대한 결과를 보여주고 있다. 결과를 살펴보면 조인트 3의 jerk의 값이 500으로 가장 크다는 것을 알 수 있다.



[Fig. 14] Jerk for each joint

4. 결론

본 논문에서는 자진거에 사용될 무단 변속기 개발을 위해 선행 해석을 진행하여 응력해석을 수행 하였다. 작동 시 받은 응력들을 CAE를 통해 확인하였다. link3 과 link5 에 대해 거동 및 응력 상태를 확인하였으며, 재료별로 응력해석을 진행하여, Ti-5Al-2.5Sn의 최대응력의 값이 steel의 값의 절반임을 알 수 있었다. 해석적 접근을 통해 jerk를 계산할 수 있는 식을 이론적으로 구했고, 이를 통하여 속도 변속에 따른 jerk의 유무를 판단하였다. 조인트 3의 jerk의 값은 약 500mm/sec³으로 나타났다. 주동 링크의 동일한 입력 각도, 각속도, 각가속도를 부여하였을 때 각 링크의 길이를 조절하여 조인트 3의 가속도 변화량 및 jerk를 감소시키는 링크 시스템을 설계하는 것이 필요하다. jerk의 값을 감소시키기 위하여 링크를 개선하여 jerk 현상을 줄여야 할 것이다.

References

- [1] S. Y. Baek, H. G. Choi, C. W. Kim, Y. S. Jeong, "Analysis of the optimal design of CVT for bicycle", The Korea academia industrial cooperation society conference 2011, pp. 977-980, 2011.
- [2] H. J. Ju, C. J. Kim, S. Y. Shin, B. H. Lee, "A study on the evaluation method for crank built-in bicycle CVT", The Korean society for noise and vibration engineering conference 2011, pp.781-782, 2011.

- [3] K. S. You, M. L. Kim, "Conceptual design of a continuously variable hydrostatic transmission for bicycles", Institute of control, robotics and system Vol. 8, pp. 162-166, 2010.
- [4] M. H. Lee, J. H. Choi and K. S. Lee, "The Development of the Automatic Transmission for Bicycle Using Internally Geared Hub", Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A, Vol. 38, No. 4, pp. 393-400, 2014.
DOI: <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2014.38.4.393>
- [5] Bathe, K. J., "Finite Element Procedures," Prestice Hall, pp. 780-784, 1996.
- [6] Beachley, N.H. and Frank, A.A., "Principles and Definition for Continuously Variable Transmissions with Emphasis on Automotive Application," ASME, 80, C2/DET-95, 1980.

백 승 엽(Seung-Yub Baek)

[정회원]



- 2003년 2월 : 인하대학교 기계공학과 (공학석사)
- 2007년 2월 : 인하대학교 기계공학과 (공학박사)
- 2008년 2월 ~ 2009년 2월 : 유한대학 금형설계과 전임강사
- 2009년 3월 ~ 현재 : 인덕대학교 기계설계과 조교수

<관심분야>

초정밀나노가공, CAD/CAM/CAE