

압전 미세 외팔보 형 수중 음향 벡터센서의 작동 원리와 설계 기법

Modeling of Sound-structure Interactions for Designing a Piezoelectric Micro-Cantilever Acoustic Vector Sensor

양성관, 김준수, 문원규[†]

(Seongkwan Yang, Junsoo Kim, and Wonkyu Moon[†])

포항공과대학교

(Received April 7, 2014; revised October 16, 2014; accepted January 5, 2015)

초 록: 수중 음향 벡터센서는 음압 뿐 아니라 음파의 진행 방향에 관한 정보를 측정할 수 있는 센서이다. 본 논문에서는 미세 외팔보를 이용한 수중 음향 벡터 센서를 구현하기 위해 음향학적 이론을 바탕으로 음향과 기계 구조물의 상호 작용을 이론적으로 정립하고자 하였다. 감응 방식으로 압전 효과를 이용한 두 가지 유니모프(unimorph) 형태의 모델을 제시하였으며, 제시된 모델에 대하여 압전 미세 외팔보의 거동을 집중 질량 모델을 통해 음파가 임의의 주파수와 각도를 가지고 미세 외팔보로 입사할 때 나오는 신호의 크기를 구할 수 있는 전달함수를 유도하였다. 또한 이를 바탕으로 매우 얇고 유연한 구조물로 미세 외팔보를 설계하면 매질의 입자 속도에 관한 정보를 직접적으로 측정 가능한 센서로 활용할 수 있다는 것을 확인하였다.

핵심용어: 벡터센서, 압전효과, 미세 외팔보

ABSTRACT: An acoustic vector sensor is a device that is capable of measuring the direction of wave propagation and the acoustic pressure. In this paper, the modeling of micro-cantilever sensor for the vector sensor are proposed by consideration of acoustic phenomenon in water. Two models based on unimorph structure are proposed in this paper and corresponding transfer function which describes the relation between input pressure wave and output voltage depending on incidence angle and frequency of pressure wave is derived based on lumped model. It has been shown that very thin and flexible micro-cantilever can be used to measure directly the particle velocity component in water.

Keywords: Vector sensor, Piezoelectric effect, Micro cantilever

PACS numbers: 43.30.Yj, 43.38.Fx

1. 서 론

일반적으로 하이드로폰(hydrophone)은 모든 방향에 대해서 스칼라량인 음압에 반응하여, 그 음압에 비례하는 전압을 출력하게 된다. 이러한 스칼라 센서는 방향성을 감지할 수 없는데^[1] 이에 반해 수중 음향 벡터 센서는 방향에 따른 음압의 크기를 바탕으로 방향 특성을 측정할 수 있다.^[2] 일반적으로 수중

에서 음원으로부터 전달되는 음향 신호의 방향성을 감지하기 위해서는 하이드로폰 배열을 통해 방향에 따른 감도 변화를 이용하는 방법, 가속도를 직접 측정하는 방법, 그리고 음향의 입자속도 성분을 측정하는 방법이 있다. 그러나 기존의 이러한 수중 음향 센서는 저주파수 대역에서의 낮은 민감도, 소형화 및 경량화에 대한 기술적 한계를 지니고 있다.^[3] 때문에 현재 이를 극복하기 위해 초소형 기전 기술을 이용한 벡터 센서에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다. 이러한 연구는 네덜란드의 Bree *et al.*^[4]에 의해 2개의 선으로 유체의 음향 유속을 측정하는 Microflow

[†]Corresponding author: Wonkyu Moon (wkmooon@postech.ac.kr)
Department of Mechanical Engineering, Pohang University of Science and Technology, Pohang 790-784, Republic of Korea
(Tel: 82-54-279-2184, Fax: 82-54-279-2887)

sensor와 중국의 Guan *et al.*^[7]에 의해 제작된 실린더 형태의 음압 감응부와 이를 지지하는 빔에 압저항을 붙여 휘트스톤 브릿지의 원리를 이용하여 방향성을 측정하는 벡터 센서의 예에서 찾을 수 있다.^[5-7]

본 논문에서는 이러한 연구의 일환으로 저주파수 대역의 우수한 특성, 소형화 및 초경량화의 실현을 기대할 수 있는 감응 센서로서 압전 미세 외팔보를 이용하는 방식을 제안하였고 이를 이론적으로 모델링 하는 방법에 대해 논의하였다. 미세 외팔보를 음향 센서로 이용하는 개념은 인간을 포함한 동물의 귀의 감응 구조에서 그 근원을 찾을 수 있다. 유체 안에서 섬모는 유체 유동에 따라 힘을 받게 되는데, 음향파도 유체의 유동을 야기하므로 섬모형 물체는 힘을 받게 된다. 물론 음향에 의한 유체 유동은 매우 미세하고 빠르게 변화하므로 반응성이 빠르고 미세한 유동에도 반응하는 미세 섬모만이 음파에 의한 음향 벡터 센서로 사용될 수 있을 것이다.

이러한 미세 섬모형 음향 벡터 센서에 대한 연구로는 최근 중국에서 물고기 옆줄(lateral line) 유모세포의 원리를 이용하여 벡터 하이드로폰 구조를 제작하고 시험 평가한 보고를 찾을 수 있다. 그러나 Guan *et al.*^[7]은 외팔보의 변형과 음압과의 관계나 입자 속도의 방향과의 관계에 대한 음향학적 고찰 없이 센서를 빔으로 설계 제작하였으며 제작 후 측정 실험 결과를 제시함으로써 그들의 주장을 증명하고 있다.

본 논문에서는 음압에 반응하는 압전 미세 외팔보의 변형에서 이루어지는 에너지 변환의 물리적 모델을 유도하고 이 모델에 입각하여 음향 벡터 센서로 사용가능한 미세 외팔보의 형태와 크기에 대한 조건을 알아보고자 하였다. 외팔보란 한 쪽 끝은 고정되고 다른 쪽 끝은 자유로운 보를 말한다.^[8] 나아가 음향에 의해 야기된 압전체가 부착된 미세 외팔보의 변형에 의한 전기적 출력을 예측할 수 있는 모델을 개발하여 압전 미세 외팔보를 이용한 수중 음향 벡터센서 설계 방법을 제시하였다.

II. 음파와 외팔보 구조물의 상호작용

본 연구에서는 수중 음향 벡터센서로 미세 외팔보를 활용하기 위해서 매질의 입자속도에 반응하고 이

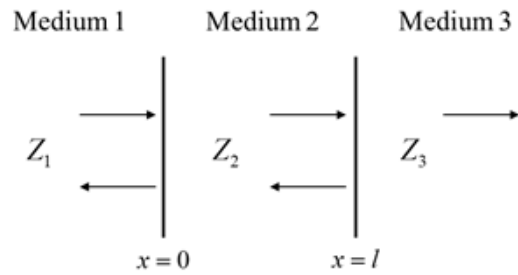


Fig. 1. Incident, reflected, and transmitted wave field for two interface.

를 측정할 수 있는 시스템을 설계하고자 하였다. 이를 위해서 미세 외팔보와 매질과의 음향학적 관계를 바탕으로 음파에서 기계 구조물의 변형으로 변환되는 에너지 변환의 물리적 모델을 통해 매질의 입자 속도와 미세 외팔보의 처짐 속도가 동일해지기 위한 설계 조건을 규명하고 이를 설계 시 활용하고자 하였다. 이를 위해서 Fig. 1에서 나타난 바와 같이 두 매질 사이에 존재하는 유한한 두께를 갖는 매질에 대해서 첫 번째 매질에서 세 번째 매질로의 투과 계수 T 에 대해서 중간층의 두께가 얇아질 때의 거동을 살펴보았다. k_i 를 매질 i 에서의 파수, Z_j 를 매질 j 의 특성 임피던스, l 을 두 번째 매질의 두께라 하고 두 번째 매질을 미세외팔보라 가정하자. 미세외팔보의 두께가 매우 작다면($k_2 l \ll 1$), $\cos k_2 l \approx 1$, $\sin k_2 l \approx k_2 l$ 가 성립하고, 첫 번째 매질에서 세 번째 매질로의 압력 투과계수 T 는,

$$T = \frac{2}{(1 + Z_1/Z_3) + j(Z_2/Z_3 + Z_1/Z_2)k_2 l} \quad (1)$$

로 적을 수 있다.^[9]

수중 센서의 경우, Fig. 1의 매질 1과 매질 3이 물이 되므로, $Z_1 = Z_3$ 이 된다. 또한 압전 미세 외팔보는 실리콘, PZT 등의 재료로 구성되는데, 이러한 재료들의 특성 임피던스는 실리콘의 경우 12 Mrayl, PZT의 경우 22.1 Mrayl로서 1.45 Mrayl인 20°C의 물에 비해서 큰 차이를 보인다.^[1] 이것으로부터 $Z_2 \gg Z_1$ 이라는 가정을 적용하여 Eq.(1)을 다시 적어보면,

$$T = \frac{2Z_1}{2Z_1 + jZ_2 k_2 l} = \frac{1}{1 + j\omega \rho_A / 2Z_1} \quad (2)$$

을 얻을 수 있다. 여기서 ρ_A 는 단위 면적당 밀도, ρ_2 는 압전 미세 외팔보의 밀도이며 이를 수식으로 나타내면 $\rho_A = \rho_2 l$ 이다. Eq.(2)를 보면, 입사파가 저주파수이거나 압전 미세 외팔보의 ρ_A 가 매우 작다면, 투과계수가 '1'에 근접하게 됨을 확인할 수 있다. 이러한 현상에 착안하여 외팔보 구조체에 대해서 집중 질량 모델을 적용하여 보면 다음과 같다.

Fig. 2를 바탕으로 외팔보에 대해서 뉴턴 제 2법칙을 적용하여 운동방정식을 세워보면,

$$m \frac{\partial u_c}{\partial t} + bu_c + k \int u_c dt = S(p^i + p^r - p^{tr}) \quad (3)$$

와 같이 나타낼 수 있다. m 은 외팔보의 질량, b 는 기계적 댐핑, k 는 스프링 상수, S 는 외팔보의 면적, u_c 는 외팔보 끝단의 처짐 속도를 나타낸다. 또한 p^i, p^r, p^{tr} 은 각각 입사파, 반사파, 투과파의 압력을 나타낸다.

입자 속도에 관한 경계조건 $u^i + u^r = u_c = u^{tr}$ 로부터

$$p^r = p^i - p^{tr} = p^i - Z_0 u_c \quad (4)$$

가 성립한다. 여기서 Z_0 는 물의 특성 임피던스를 나타낸다. 또한 실리콘 기반의 미세 외팔보의 경우, 실리콘 자체의 기계적 저항이 물에 의한 감쇠 효과에 비하여 무시할 만큼 작기 때문에^[10] 이를 가정으로 활용하면, Eq.(3)은

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = 2S \left(p^i - Z_0 \frac{\partial x}{\partial t} \right) \quad (5)$$

로 다시 쓸 수 있다. 이때 x 는 외팔보 끝단의 변위이다.

Eq.(5)에 대해서 입사파가 조화진동 형태라 하면, 매질의 입자속도에 대한 미세 외팔보의 처짐 속도의 전달함수를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_r = \frac{p^{tr}}{p^i} = \frac{2Z_0 S}{2Z_0 S + j(\omega m - k/\omega)} \quad (6)$$

강성이 충분히 작다면, Eq.(6)은 Eq.(2)와 동일해진다. 입사파가 저주파수이거나 가벼운 외팔보 구조체일수록 Eq.(6)의 T_r 이 '1'에 근접하고, 이는 미세 외팔보의 처짐 속도가 입사파의 입자 속도와 동일해짐을 의미한다. 때문에 외팔보 변형 속도를 알면 입사되는 음파의 입자속도를 알게 된다고 말할 수 있다. 그러므로 압전 미세 외팔보를 이용한 수중 음향 벡터 센서의 설계에 있어서 이러한 에너지 변환 모델을 이용하기 위해서는 그 구조물을 매우 유연하게 제작하여야 한다. 이러한 특성은 미세 외팔보의 두께를 매우 얇게 제작함으로써 얻을 수 있으며 미세 외팔보를 제작하기 위해서 사용되는 초소형 기전 기술은 충분히 이 설계 조건을 만족할 수 있다. 때문에 매질의 입자 유동에 비례하여 기계적 처짐을 야기하는 수중 음향 벡터 센서의 제작이 가능할 것으로 판단된다.

Fig. 3에 나타낸 바와 같이 음파가 입사각 θ 로 입사하는 경우에 대해서 음압과 기계 구조물의 변형의 상관관계를 나타내면 다음과 같다.

우선, Eq.(6)을 살펴보면 구동 주파수의 파장에 비해서 외팔보의 두께가 매우 얇고 강성이 매우 작은 경우, 외팔보의 거동은 집중질량이 주된 요소로 작용한다는 것을 확인할 수 있다. 그리고 앞서 언급한 바와 같이 이러한 외팔보는 수중에서 음향이 입사하면 음파의 진행에 아무런 영향을 주지 못하고 음파

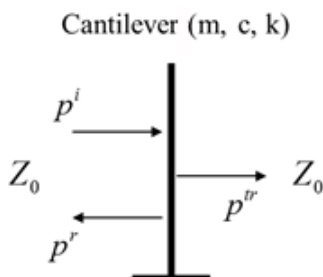


Fig. 2. Lumped element model of cantilever in water.

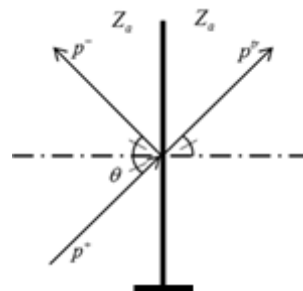


Fig. 3. Sound transmitted through a cantilever.

를 투과시키게 된다.

이를 종합하여 투과현상이 지배적인 미세 외팔보에 대해서 운동 방정식을 나타내면 다음과 같다.^[11]

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = S(p^i + p^r - p^{tr}), \quad (7)$$

여기서 x 는 외팔보의 처짐을 나타내며, m 은 외팔보의 질량, k 는 스프링 상수, S 는 외팔보의 면적을 나타낸다. p^i, p^r, p^{tr} 은 각각 입사파, 반사파 그리고 투과파의 음압을 나타낸다.

입자속도에 관한 경계조건과 음향 특성 임피던스의 정의는 다음과 같다.

$$(u^i + u^r) \cos \theta = u_c = u^{tr} \cos \theta, \quad (8)$$

$$Z_0 = \frac{p^{tr}}{u^{tr}}, \quad (9)$$

Eqs.(8)과(9)로부터 Eq.(7)의 운동방정식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = 2S \left(p^i - \frac{Z_0}{\cos \theta} \frac{\partial x}{\partial t} \right). \quad (10)$$

조화 진동(harmonic oscillation) 형태의 음파가 외팔보를 가진 시키면, 외팔보 끝단에서의 처짐은 조화 진동이라 가정할 수 있다. 이를 각각 $p^i = P_0 e^{j\omega t}$, $x = X_0 e^{j\omega t}$ 라 하고 $\omega_r = \sqrt{k/m}$ 이라 하자. 이때, 입사각 θ 로 입사하는 음파에 대한 외팔보의 처짐으로 전달함수를 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{X_0}{P_0} = \frac{S}{k} \frac{2 \cos \theta}{\left[\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \right\} \cos \theta + j \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) \frac{2Z_0 S}{\sqrt{mk}} \right]}. \quad (11)$$

수직 입사파($\theta = 0$)의 경우, Eqs. (11)과 (6)은 동일한 물리적 현상을 나타내며 이는 입사각에 따라 미세 외팔보의 기계적 변형이 $\cos \theta$ 에 비례하는 방향성을 확보할 수 있음을 의미한다.

III. 음향-기계-전기 결합 모델

음향 신호에 대한 압전 미세 외팔보 구조물의 상호작용에 관해 이해하기 위해서는 음향-기계 결합 모델에 압전 효과를 고려한 음향-기계-전기 결합 모델을 도출해야한다. 이를 위해 먼저 두 가지 타입의 압전 미세 외팔보 구조물의 구조를 제시하고 음압에 대한 출력전압의 전달함수를 나타내고자 한다.

Figs. 4와 5는 본 논문에서 제안한 두 가지 모델의 압전 미세 외팔보의 구조를 나타내고 있다. L 은 미세 외팔보의 총 길이를 나타내며 L_p 는 PZT가 증착된 층의 길이, b 는 미세 외팔보의 폭을 나타낸다.

다음에서 압전 미세 외팔보의 처짐과 음압에 반응하여 발생하는 전하를 상태 변수로 하는 상태 방정식을 나타내었다. Eq.(14)은 집중 질량 모델(lumped model)로부터 다음과 같이 라그랑지안(Lagrangian)을 정의하고 오일러-라그랑주 방정식(Euler-Lagrangian Equation)을 통하여 유도된다.

라그랑주 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} L &= T - U, \\ T &= \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2, \\ \frac{\partial U}{\partial x} &= F \quad \frac{\partial U}{\partial q} = V. \end{aligned} \quad (12)$$

이때 T 는 운동에너지, U 는 포텐셜 에너지를 의미하

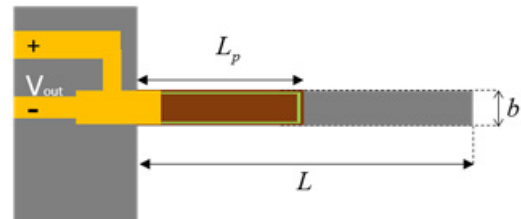


Fig. 4. Top view of 1st cantilever.

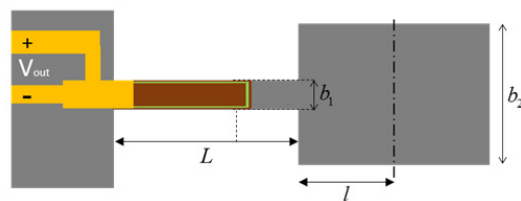


Fig. 5. Top view of 2nd cantilever.

며 x 는 외팔보 끝단의 처짐량을 의미한다. F 는 외팔보에 가해진 힘, V 는 출력 전압이다. 포텐셜에너지를 구하기 위해서 외팔보의 처짐량과 힘과의 관계, 전하량과 전압의 관계를 알아야 하며 이는 뒤에 기술되는 압전 구성 방정식으로부터 얻을 수 있다.

Eq.(15)는 센서의 전극과 연결될 전치중폭회로의 임피던스를 저항 R_e 로 놓고, 키르히호프 법칙을 통해 도출하였다.

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{p}{m}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -k_{eq}x + \frac{1}{d_{eq}}q + 2S \left(p^i - \frac{Z_0}{\cos\theta} \frac{\partial x}{\partial t} \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{R_e} \frac{1}{d_{eq}}x + \frac{1}{C_{eq}} \frac{1}{R_e}q, \quad (15)$$

여기서 p 는 외팔보의 운동량, m 은 외팔보의 질량, k_{eq} 는 등가 강성(equivalent stiffness), C_{eq} 는 등가 커패시턴스(equivalent capacitance), d_{eq} 는 등가 압전 상수(equivalent piezoelectric constant)를 나타낸다. 이 등가 상수들은 각각의 구조에 대한 압전 구성 방정식으로부터 도출할 수 있으며 두 개의 모델에 대한 압전 구성 방정식과 등가 상수들은 뒤에 제시될 것이다.

Eqs.(13)~(15)로부터 음압을 입력으로 전치중폭회로의 입력단의 전압 $R_e \frac{\partial q}{\partial t}$ 를 출력으로 택하여 전달 함수를 푸리에 변환으로 표현하면 다음과 같다.

$$T(\omega, \theta) = \frac{F\{e(t)\}}{F\{p^i(t)\}} = \frac{V_{out}}{P_i} = \frac{R_e j\omega Q}{P_i} = \left(\frac{2S}{k_{eq}d_{eq}} \right) \left[\frac{j\omega\tau_e \cos\theta}{(1 - \beta_{eq}^2)\cos\theta - (\cos\theta + 4\omega_r\tau_e\zeta_0) \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2} + j\omega\tau_e \left\{ \cos\theta \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \right) + \frac{4\zeta_0}{\omega_r\tau_e} \right\} \right], \quad (16)$$

여기서 $e(t) = V_{out}e^{j\omega t}$, $p^i(t) = P_i e^{j\omega t}$, $q = Qe^{j\omega t}$ 이며 각각 출력 전압(output voltage), 입사 음파(input pressure wave), 출력 전하(output charge)를 나타낸다. 또한

$$\begin{cases} \beta_{eq}^2 = \frac{C_{eq}}{d_{eq}^2}, & \omega_r^2 = \frac{k_{eq}}{m} \\ \tau_{eq} = R_e C_{eq}, & \zeta_0 = \frac{Z_0 S}{2\sqrt{mk_{eq}}} \end{cases}$$

을 나타낸다.

Eq.(16)를 통해 압전 미세 외팔보에 θ 의 각도로 입사하는 음압과 출력전압과의 관계를 알 수 있으며 이를 통해 제시한 구조가 방향성을 감지 할 수 있다고 할 수 있다. 따라서 Eq.(16)에서 사용된 등가 상수들을 제시한 구조의 구조적 변수와 물질 특성으로 나타내는 관계식이 필요하다. 제시된 두 가지 모델에 대한 압전 구성 방정식은 다음과 같이 유도된다.

미세 외팔보는 각각 하나의 압전층과 비압전층으로 이루어진 유니모프(unimorph)형태이다. 이런 구조에 대해서 곡률반경, 굽힘 모멘트(M_b) 그리고 전압(V)과의 관계는 다음과 같이 주어진다.^[12]

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{1 + \eta\xi}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \frac{1}{Y_s I_L} M_b \\ &+ \frac{6\eta(1 + \xi)}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \frac{d_{31}}{t^2 L} V, \quad (17) \\ &= AM_b + BV \end{aligned}$$

여기서 Y_s 는 실리콘 층의 탄성계수(Young's modulus), I_L 은 비압전층의 관성 모멘트, d_{31} 은 압전 상수(piezoelectric constant)를 나타낸다. s_{11}^E 는 PZT층의 탄성 용량(elastic compliance)를 나타내며 t_U , t_L 은 각각 압전층과 비압전층의 두께를 나타내며 $\eta = 1/(s_{11}^E Y_s)$, $\xi = t_U/t_L$ 이다.

또한, 전속밀도 D_3 , 굽힘 모멘트 그리고 전압과의 관계는 다음과 같다.^[12]

$$\begin{aligned} D_3 &= \frac{dq}{dS} = \frac{6\eta(1 + \xi)}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \frac{d_{31}}{bt^2 L} M_b \\ &+ \left\{ 1 - \frac{k_{31}^2(1 + \eta\xi^3)}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \right\} \frac{\epsilon_{33}^T}{\xi t_L} V. \quad (18) \\ &= CM_b + DV. \end{aligned}$$

첫 번째 모형의 압전 구성 방정식을 도출하면 다음과 같다. Fig. 6과 같은 경계 조건과 좌표계를 갖는

미세 외팔보에 대해서 굽힘 모멘트는

$$M_b = p_e L y - \frac{p_e}{2} (y^2 + L^2) \quad (19)$$

로 표현된다. 이를 Eq.(17)에 삽입하여 압전층과 비 압전층에 대해서 풀어 $y = L_p$ 에서 처짐량과 처짐각이 같다는 조건을 적용하면, 다음의 식과 같은 $y = L$ 에서 처짐량, 힘, 그리고 전압과의 관계식을 얻을 수 있다.

$$x = a_{11} p_e L + a_{12} V, \quad (20)$$

여기서

$$a_{11} = \frac{s_{11}^E L^3 \eta}{2 b t_L^2} \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} -3 + 12\lambda_1 + 6\lambda_1^2 \\ -12\lambda_1^3 + 13\lambda_1^4 \end{array} \right) \\ (1 + \eta\xi) \left(\begin{array}{l} 12\lambda_1 - 30\lambda_1^2 \\ + 32\lambda_1^3 - 5\lambda_1^4 \end{array} \right) \\ + \frac{\left(\begin{array}{l} 1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 \\ + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4 \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{l} 1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 \\ + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4 \end{array} \right)} \end{array} \right],$$

$$a_{12} = \frac{3d_{31} L^2}{t_L^2} \left[\frac{(2 - \lambda_1)\lambda_1\eta(1 + \xi)}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \right]$$

을 나타낸다. k_{31} 은 전기기계 결합계수(electro-mechanical coupling factor), $\lambda_1 = L_p/L$ 을 나타낸다.

전하량과 힘, 전압과의 관계식을 도출하기 위해서 Eqs.(18)을 (17)에 대입하여 외팔보 단면적에 대해서 적분하면,

$$q = a_{21} p_e L + a_{22} V, \quad (21)$$

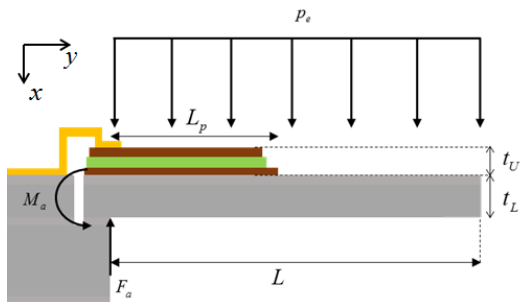


Fig. 6. Schematic diagram showing boundary conditions (1st cantilever).

여기서

$$a_{21} = \frac{d_{31} L^2}{t_L^2} \frac{3\eta(1 + \xi)(\lambda_1 - \lambda_1^2 + \lambda_1^3)}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4},$$

$$a_{22} = \left\{ -1 + \frac{k_{31}^2(1 + \eta\xi^3)}{(1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2) + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \right\} \frac{\epsilon_{33}^T b L \lambda_1}{\xi t_L},$$

을 나타낸다.

다음에서는 두 번째 모형의 압전 구성방정식을 도출하였다. 압전 미세 외팔보의 경계 조건을 설정하는데 있어서, Fig. 7과 같이 자유단 쪽에 위치한 판(plate)부분이 갖는 질량이 지배적으로 작용하고, 강성은 고정단 쪽에 위치한 단순보의 형태를 갖는 영역에서 지배적일 것으로 판단하였다. 이는 전체적으로 동일한 두께를 갖는 외팔보에 대해서 외팔보의 폭이 큰 영역이 폭이 작은 영역보다 면적 관성 모멘트가 커서 상대적으로 강체에 가깝게 거동할 것이라고 판단하였기 때문이다.

Fig. 7과 같은 경계 조건을 갖는 미세 외팔보에 대해서 굽힘 모멘트는

$$M_b = F\{y - (L + l)\} \quad (22)$$

로 표현된다. 첫 번째 모형과 비슷한 과정으로 위 Eq.(22)을 Eq.(17)에 삽입하여 압전층과 비 압전층에 대해서 풀어 $y = L_p$ 에서 처짐량과 처짐각이 같다는 조건을 적용하면 $y = L + l$ 에서 처짐량, 힘, 그리고 전압과의 관계식을 얻을 수 있다. 이를 나타내면 다음과 같다.

$$x = a_{11} F_e + a_{12} V, \quad (23)$$

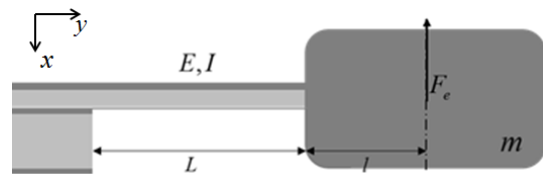


Fig. 7. Schematic diagram showing boundary conditions (2nd cantilever).

여기서

$$a_{11} = \frac{s_1^E L^3 \eta}{b_1 t_L^3} \left[- \begin{pmatrix} 12\lambda_2 + 4 - 24\lambda_1 \\ -24\lambda_1 \lambda_2 + 8\lambda_1^3 \\ -12\lambda_1^2 \lambda_2 + 12\lambda_2^2 \\ -12\lambda_1 \lambda_2^2 \\ (1 + \eta\xi) \begin{pmatrix} -12\lambda_1 \\ -24\lambda_1 \lambda_2 \\ +8\lambda_1^3 - 12\lambda_1^2 \\ -12\lambda_1^2 \lambda_2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right. \\ \left. + \frac{\begin{pmatrix} 1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 \\ +4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 \\ +4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4 \end{pmatrix}} \right] \\ a_{12} = \frac{3d_{31}L^2}{t_L^2} \left[\frac{\eta(1 + \xi)(2\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1^2 + 2\lambda_1)}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \right]$$

을 나타낸다.

다음으로 전하량과 힘, 전압과의 관계식을 도출하기 위해서 Eq.(22)을 Eq.(18)에 대입하여 외팔보 단면 적에 대해서 적분하면,

$$q = a_{21}F_c + a_{22}V, \quad (24)$$

여기서,

$$a_{21} = \frac{d_{31}L^2}{t_L^2} \frac{3\eta(1 + \xi)(2\lambda_1 \lambda_2 + 2\lambda_1 - \lambda_1^2)}{1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2 + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4}, \\ a_{22} = \left\{ -1 + \frac{k_{31}^2(1 + \eta\xi^3)}{(1 + 4\eta\xi + 6\eta\xi^2) + 4\eta\xi^3 + \eta^2\xi^4} \right\} \frac{\epsilon_{33}^T b_1 L \lambda_1}{\xi t_L},$$

을 나타낸다.

정리하자면, 두 가지 모델에 대한 압전 구성 방정식은 모두 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ V \end{bmatrix}.$$

이때 x 는 미세 외팔보의 끝단의 변위, q 는 전극에서 나오는 전하의 양이며, F 와 V 는 각각 가해진 힘과 출력 전압이다.

역행렬을 통해 힘과 전압에 관한 식으로 나타내면

다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} F \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{eq} & -\frac{1}{d_{eq}} \\ -\frac{1}{d_{eq}} & \frac{1}{C_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix}.$$

따라서, 등가 상수 값은 다음과 같이 표현된다.

$$k_{eq} = \frac{a_{22}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, d_{eq} = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{12}}, \\ C_{eq} = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11}}. \quad (25)$$

Eq.(16)의 전달함수는 음파에 대한 미세 외팔보의 동적 특성을 나타낸다. 따라서 Eq.(25)의 압전 구성 방정식을 통해 k_{eq} , d_{eq} , C_{eq} 를 도출해낸 후 Eq.(16)를 이용하면 민감도 및 방향 특성을 해석할 수 있게 된다.

IV. 수중음향 벡터센서 설계

본 논문에서는 압전 미세 외팔보 구조물을 이용하여 수중 음향 벡터센서가 구현 가능한지를 알아보고자 하였다. 이를 위해 압전 미세 외팔보 구조물과 수중 음향의 상호작용을 고려한 모델링을 다루고 있으며 제시된 두 가지의 압전 미세 외팔보 구조에 대하여 디자인 파라미터의 제시와 이에 따른 응답특성을 유도하였다. 다음에서는 앞서 정립된 해석 기법을 토대로 수중 음향 벡터센서로 활용하기 위한 설계 기법에 대해서 논의하고자 한다.

먼저, 미세 외팔보의 공진주파수에 대해서 정규화하여 주파수 특성을 보기 위해서 $r = \omega/\omega_r$ 을 정의하고 이에 대해서 주파수 특성을 분석하였다. Table 1의 Flexible cantilever에 나타난 기하학적 변수를 바탕으로 해석한 결과를 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 8의 x축은 r , y축은 입사각 θ , z축은 민감도를 나타낸다.

본 논문에서 추구하는 압전 미세외팔보는 저주파수 대역에서 그 활용을 목적으로 하고 있다. 따라서 Fig. 9에서 미세 외팔보의 주파수 특성과 150Hz의 구동 주파수에 대한 미세 외팔보의 방향성을 나타내었다. 첫 번째 그래프에서 x축은 공진주파수에 대해 정

Table 1. Cantilever dimensions (Fig. 4. 1st cantilever).

	Stiff cantilever	Flexible cantilever
$t_L(\mu m)$	200	10
$t_U(\mu m)$	3	3
$b(\mu m)$	500	80
$L(\mu m)$	2000	400
$L_p(\mu m)$	1000	200
$k_{eq}(N/m)$	6.4×10^4	10

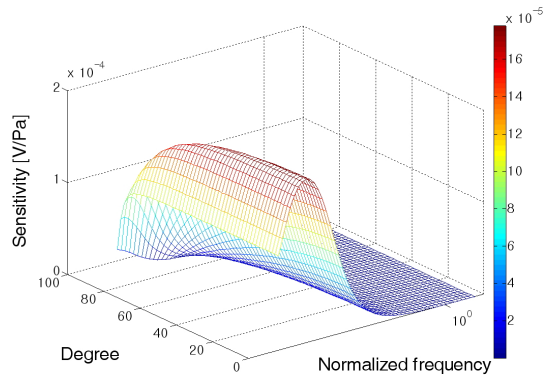


Fig. 8. Frequency response and directivity pattern of the sensor. Sensitivity is depend on both incidence pressure angle and normalized frequency.

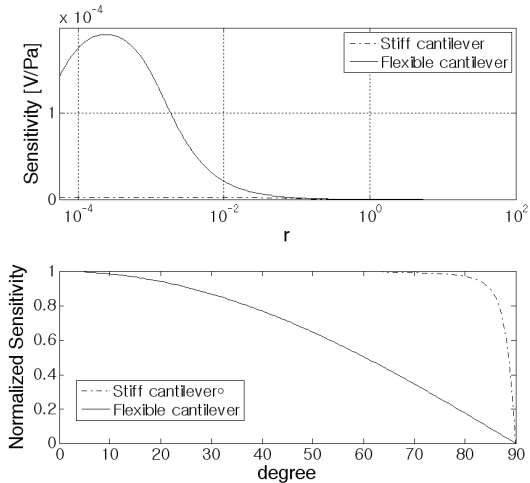


Fig. 9. Frequency response and directivity pattern of stiff and flexible cantilever at 150 Hz. It is found that flexible cantilever has better sensitivity and directivity pattern.

규화된 주파수를 나타내며 두 번째 그래프에서 x축은 입사각 θ 를 나타낸다. 결과를 보면, Table 1에 나타난 두 외팔보에 대해서 견고한 구조물로 설계될 경우, 유연한 구조물로 설계된 외팔보보다 민감도

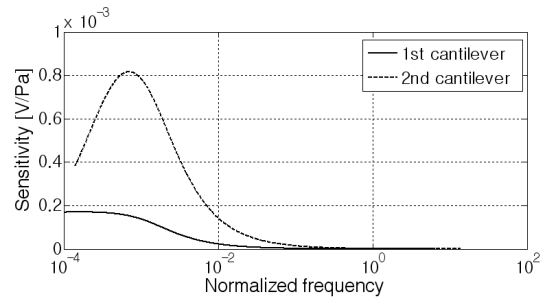


Fig. 10. Frequency response (stiff and flexible cantilever) (x axis: $r = \omega/\omega_r$).

측면에서 성능이 떨어지며 방향 특성이 나타나지 않는 것을 확인할 수 있다. 또한 유연한 구조물로 설계된 외팔보의 경우에서 방향 특성이 코사인 함수 형태로 나타는 것을 확인할 수 있다. 이는 수 μm 의 얇은 미세 외팔보를 매우 유연한 구조물로 설계할 경우, 수중음향 벡터센서로 활용할 수 있다는 것을 보여준다. 그리고 이러한 구조물의 제작 시 일반적인 가공 기술로는 제작이 어려우므로 초소형 기전 기술을 이용하여 제작하여야 할 것으로 판단된다.

Fig. 10은 미세 외팔보의 주파수 특성을 나타낸 것으로서 유연한 미세 외팔보에서 그 민감도가 우수한 것을 확인할 수 있다.

또한 Fig. 10은 Figs. 4와 5에 나타난 동일한 두께 ($3\mu m$)의 비슷한 강성($k_{eq} \approx 10N/m$)을 갖는 두 미세 외팔보의 민감도를 비교한 것으로서 두 번째 형태의 외팔보에 대해서 민감도가 높은 설계가 용이함을 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 음파에서 기계적 구조물의 변형으로 변환되는 에너지 변환의 물리적 모델을 이론적으로 제시하고 이 모델에 입각하여 수중 음향 벡터센서로 사용가능한 미세 외팔보의 조건을 제시하였다. 초소형 기전기술을 통해 제작 가능한 미세 외팔보 구조물을 가능한 얇고 유연하게 제작하면, 음파의 진행에 영향을 적게 미치며, 이는 미세 구조물의 변위가 음향에 의한 매질 입자의 변위와 거의 같게 된다는 것을 의미한다. 이러한 현상은 저주파수일수록 두드러질 수 있으며, 이러한 현상을 이용해 입자속

도에 직접적으로 반응하는 센서를 제작하여 벡터 센서로 활용할 수 있다는 것을 이론적으로 보였다.

또한 음향에 의해 야기된 미세 외팔보의 변형을 전기적으로 변환하기 위해서 압전체가 부착된 미세 외팔보를 기본 구조물로 선정하여 음향에 대한 응답을 얻기 위해 압전 효과를 고려하여 응답 모델을 개발하였다.

감사의 글

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소 지정 국방 MEMS 특화연구센터의 지원으로 수행되었음.

References

1. C. H. Sherman and J. L. Butler, *Transducers and Arrays for Underwater Sound*. (Springer, New York, 2007), pp. 176.
2. S. J. Choi, H. S. Lee, and W. K. Moon, "A micro-machined piezoelectric hydrophone with hydrostatically balanced air backing," *Sens. Actuators. A. Phys.* **158**, 60-71(2010).
3. S. J. Choi, H. S. Lee, and W. K. Moon, "A micro-machined piezoelectric hydrophone with hydrostatically balanced air backing," *Sensors and Actuators A: Physical* **158**, 60-71 (2010).
4. H. E. de Bree, "The microflow: an acoustic particle velocity sensor," *Acoust. Aust.* **31**, 91-94(2003).
5. C. Xue, S. Chena, W. Zhang, and B. Zhang, "Design, fabrication, and preliminary characterization of a novel mens bionic vector hydrophone," *Microelectronics J.* **38**, 1021-1026 (2007).
6. B. Zhang, H. Qiao, S. Chen, W. Zhang, and C. Xue, "Modeling and characterization of a micromachined artificial hair cell vector hydrophone," *Microsyst. Technol.* **14**, 821-828 (2008).
7. L. Guan, G. Zhang, J. Xu, C. Xue, W. Zhang, and J. Xiong, "Design of t-shape vector hydrophone based on mems," *Sens. Actuators. A. Phys.* **188**, 35-40 (2012).
8. J. M. Gere and B. J. Goodno, *Mechanics of Materials* (CENGAGE Learning, Toronto, 2009), pp. 307.
9. D. T. Blackstock, *Fundamentals of Physical Acoustics* (John WILEY & Sons, New Jersey, 2000), pp. 164.
10. J. Lu, T. Ikehara, Y. Zhang, T. Mihara, T. Itoh, and R. Maeda, "High quality factor silicon cantilever driven by pzt actuator for resonant based mass detection", *Procs. of the symposium on DTIP of MEMS/MOEMS*, 60-65 (2008).
11. L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens and J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics* (John Wiley and Sons, New

Jersey, 1999), pp. 11-12.

12. J. K. Park and W. K. Moon, "Constitutive relations for piezoelectric benders under various boundary conditions," *Sens. Actuators. A. Phys.* **117**, 159-167 (2005).

저자 약력

▶ 양 성 관 (Seongkwan Yang)



2011년 8월: 한양대ERICA 기계공학과 학사
2012년 ~ 2013년: POSTECH 기계공학과 석사과정

▶ 김 준 수 (Junsoo Kim)



2013년 2월: POSTECH 기계공학과 학사
2013년 ~ 현재: POSTECH 기계공학과 통합과정

▶ 문 원 규 (Wonkyu Moon)



1984년 2월: 서울대 기계공학과 학사
1986년 2월: KAIST 기계공학과 석사
1995년 2월: The University of Texas at Austin 기계공학과 박사
1986년 ~ 1990년: 한국원자력 연구소
1996년 ~ 1998년: 삼성중합기술원
1998 ~ 현재: POSTECH 교수