ISSN 1975-8359(Print) / ISSN 2287-4364(Online)
The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers Vol. 64, No. 4, pp. 545～551, 2015
http://dx.doi.org/10.5370/KIEE.2015.64.4.545

해석적 방법을 이용한 반경방향 영구자석을 갖는 자기 스퍼 기어의 토크특성해석

Torque Analysis of Magnetic Spur Gear with Radial Magnetized Permanent Magnets based on Analytical Method

민 경 철* · 최 장 영† · 성 소 영** · 박 종 원**
(Kyoung-Chul Min · Jang-Young Choi · So-Young Sung · Jong-Won Park)

Abstract - This paper deals with torque analysis of magnetic spur gear with radial magnetized permanent magnets based on analytical method. The analysis is implemented in three parts: First, on the basis of magnetic vector potential and a two-dimensional (2D) polar-coordinate system, the magnetic field solution due to permanent magnet of source gear are obtained. And by using derived magnetic field solutions, the analytical solutions for external magnetic field distribution which affects load gear are obtained. Second, by using coordinate conversion, external magnetic field which is on the primary coordinate system is converted to the secondary coordinate system. Finally, the load gear is reduced to equivalent current densities, and the torque is computed on these currents in the external field of the source magnet. These analytical results are validated by comparing with the 2-D finite element analysis (FEA).

Key Words : Magnetic spur gear, Coordinate conversion, Analytical solutions, FEA

1. 서 론

기계적인 기어는 맞물리는 톱니를 통해서 토크를 전달하는 회전기계의 한 종류이다. 이러한 기어는 토크를 전달할 때 기어 비에 의해 속도와 토크 그리고 힘의 방향을 바꾸어 줄 수 있는 기계적인 장점을 갖는다.

톱니가 맞물리면서 토크를 전달하는 기계적인 기어는 차량 변속기 시스템이나 기어가 쓰이는 여러 사용처에서 기계적인 마찰에 의해 전달 손실을 갖게 된다. 또한 큰 사이즈, 기계적 마찰에 의한 큰 소음, 기계적 마모 등의 단점을 가진다 [1]-[2]. 자기 기어는 1차 측과 2차 측의 물리적 분리로 인해 기계적 접촉이 없으므로 기계적 마모에 대해서 자유롭고 소음이나 진동을 없앨 수 있다. 또한 과도한 부하가 가해졌을 때 슬립을 통해서 기어의 손상을 방지해줄 수 있으며, 부피 당 토크가 상대적으로 크기 때문에 미래 산업의 많은 분야에서 사용될 것으로 예상 된다 [3]-[7].

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Chungnam National University, Korea.
E-mail: choi_jy@cnu.ac.kr
* Dept. of Electrical Engineering, Chungnam National University, Korea.
** Korea Research Institute of Ships & Ocean Engineering, Korea.
Received : January 30, 2015; Accepted : March 22, 2015

본 논문에서 다룬 기어는 스퍼 기어로서 가장 일반적인 기어 중 하나이며 그림 1과 같이 서로 다른 기어가 평행한 샤프트를 가진다. 본 논문에서 해석된 자기 스퍼 기어는 그림 2에 나타나 있는 것처럼 각각 반경방향으로 착자 된 자석을 가지며 두 개의 기어가 서로 다른 축을 가지고 회전한다. 서로 다른 기어에 속해 있는 자석들은 자기적으로 결합되어 있으며 자기적 결합으로 인해 1차 측의 자석이 회전할 때 토크를 전달하여 2차 측의 자석을 회전하게 만든다. 이러한 자기적 결합은 자석의 극수, 재료의 특성, 치수 및 떨어져 있는 거리 등의 여러 변수에 영향을 받는다. NdFeB와 같은 희토류계 자석의 이용을 통해서 스퍼 기어의 큰 자기적 결합을 얻을 수 있으며 이로 인해 상대적으로 큰 토크를 얻을 수 있다. 또한 자기적 결합의 세기는 철심의 유무에 따라서 달라질 수 있는데 본 논문에서는 참고 문헌 [8]의 자기 스퍼 기어 해석과 달리 소스 기어와 부하 기어에 철심이 있어

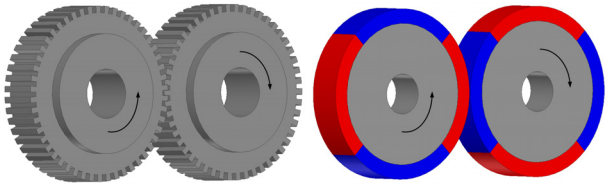


그림 1 기어의 구조 : (a) 기계적인 스퍼 기어 (b) 자기 스퍼 기어
Fig. 1 Structure of : (a) mechanical spur gear (b) magnetic spur gear

Copyright ⓒ The Korean Institute of Electrical Engineers

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/)which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

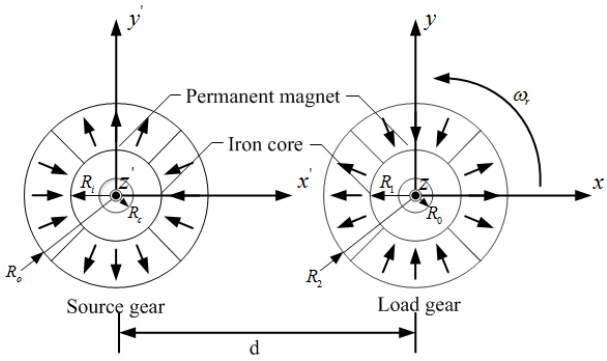


그림 2 자기 스퍼 기어의 개념도
Fig. 2 Schematic diagram of magnetic spur gear

자기적 결합이 상대적으로 더 강하고 그에 따라 더 큰 토크를 갖는다.

자기 스퍼 기어의 토크특성해석을 위해서 주로 사용되는 해석방법은 유한요소해석법으로 다른 해석기법들보다 상대적으로 더 정확하다는 장점을 가지고 있고, 전공자가 아니더라도 상용프로그램을 통해서 쉽게 해석을 진행할 수 있다.

그러나 이러한 유한요소해석법은 해석에 있어서 시간이 오래 소모될 뿐 아니라 설계변수의 변경이 빈번한 초기 설계 시에 적절하지 않다. 이러한 유한요소해석법의 단점들을 고려하기 위해서 본 논문에서는 전자장해석에 의한 해석적 방법이 더 적절하다고 판단하였다.

본 논문에서는 전자기 해석방법 중 공간고조파법을 이용하여, 자기 스퍼 기어를 해석하고자 한다. 이러한 이론은 식 (1)의 선형적인 2사분면 위의 특성을 갖는 자석을 이용하는 스퍼 기어에 적용 된다[8].

$$B = \mu H + \mu_o M \tag{1}$$

자기 스퍼 기어의 해석은 3가지 단계로 이루어진다. 첫 번째, 2차원 극 좌표계와 자기벡터포텐셜로부터 1차 측에 있는 소스 기어의 영구자석에 의한 자속밀도 특성 식을 유도한다. 얻어진 자속밀도 특성 식을 통해 2차 측의 부하 기어에 영향을 주는 외부자계를 얻을 수 있다. 두 번째, 좌표변환을 이용하여 앞에서 얻어진 1차 측의 좌표계를 갖는 외부자계를 2차 측의 좌표계로 좌표변환 한다. 마지막으로 2차 측의 부하 기어의 영구자석과 철심을 등가전류밀도로 치환하여 주고, 이러한 전류밀도는 2차 측의 좌표계를 갖는 외부자계의 영향 안에 있다고 가정하여 자기 스퍼 기어의 토크를 해석을 하였다. 본 논문에서 해석적 방법을 통해 얻어진 자기 스퍼 기어의 자속밀도 분포와 토크해석 결과는 유한요소해석 결과와 비교하였을 때 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

2. 본 론

2.1 해석모델 및 구조

본 논문에서 해석한 반경방향 영구자석을 갖는 자기 스퍼 기어의 구조는 그림 1 (b)와 같다. 본 논문의 자기 스퍼 기어는 전자장 해석을 위해 그림 2와 같이 간단히 도식화 될 수 있으며, 좌측에 있는 기어를 1차 측의 소스 기어, 우측에 있는 기어를 2차 측의 부하 기어라고 한다. 그림 2에서 R_{i_c}는 소스 기어 철심의 내경, R_i는 소스 기어 철심의 외경, R_o는 소스 기어 영구자석의 외경, R_0는 부하 기어 철심의 내경, R_1은 부하 기어 철심의 외경, R_2는 부하 기어 영구자석의 외경이다. d는 축 간의 거리, ω_r은 부하 기어의 회전 각속도를 나타낸다. 1차 측의 소스 기어가 갖는 좌표계는 r', θ', z', 2차 측의 부하 기어가 갖는 좌표계는 r, θ, z으로 각각 2극 쌍의 반경방향으로 착자 된 자석을 가진다. 실제 자기 스퍼 기어의 동작은 1차 측의 기어가 회전할 때 자기적인 결합을 통해 토크를 전달 받은 2차 측의 기어가 1차 측 기어 회전방향의 반대방향으로 회전하게 된다. 그러나 1차 측 기어와 2차 측 기어의 회전은 상대적인 것이므로 간편한 해석을 위해 1차 측의 소스 기어는 정지상태로 2차 측의 부하 기어는 회전하는 상태로 가정한다. 먼저, 1차 측의 소스 기어의 자계 해석을 위해 그림 3처럼 자기 스퍼 기어를 간단히 도식화 할 수 있다. 그림 3에서 자기 스퍼기어의 안쪽은 철심 영역, I 영역은 반경방향으로 착자 된 영구자석 영역, II 영역은 부하 기어와의 공극 영역이다. 철심영역의 투자율은 ∞, 영구자석과 공극의 투자율은 같다고 가정하였다.

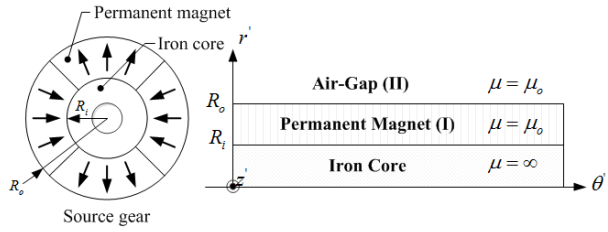


그림 3 소스 기어의 자계특성 해석 모델
Fig. 3 Magnetic field analysis model of the source gear

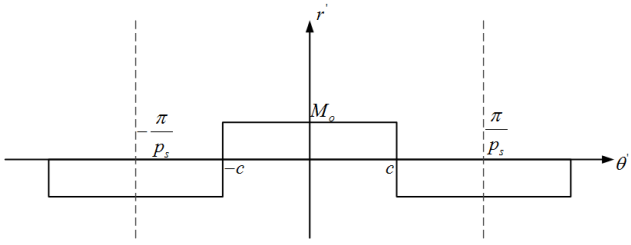


그림 4 반경방향 영구자석의 수학적 자화분포 모델링을 위한 개념도
Fig. 4 Schematic for the mathematical modeling of magnetization distribution of radial flux type permanent magnet

2.2 자화 모델링

자기 스퍼 기어의 소스 기어에 쓰인 반경방향 영구자석을 반경방향으로 자른 후 펼치면 그림 4와 같이 표현되며, 반경방향

자화를 극 좌표계에서 수학적으로 모델링하기 위해 푸리에 급수를 사용하였다. 반경방향 자화는 평행방향 자화나 할박 배열 자화와 달리 수평방향으로는 자화성분이 없고 오로지 수직방향 성분만 있으므로 아래의 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{M}=\sum_{n=1}^{\infty} M_{rn} e^{-jnp_s\theta'} \overrightarrow{i_{r'}} \tag{2}$$

$$M_{rn}=\frac{p_s}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{p_s}}^{\frac{\pi}{p_s}} f(\theta')e^{jnp_s\theta'}d\theta' \tag{3}$$
$$=\frac{jB_r}{n\pi\mu_o}(e^{-jn\pi(\theta_p)/2}-e^{jn\pi(\theta_p)/2})$$

식 (3)에서 p_s는 소스기어 영구자석의 극 쌍수, n은 n번째 고조파 차수를 의미한다. M_{rn}은 n차의 푸리에 계수를 의미하며, B_r은 영구자석의 잔류자속 밀도를, μ_o는 진공에서의 투자율을 나타낸다. 그림 4는 반경방향 영구자석 자화성분의 전기적인 한주기를 나타내고 있으며, 극 당 차지하는 비율인 극호비는 $\theta_p=\frac{2p_s c}{\pi}$로 표현한다.

2.3 자계특성 식

자기 스퍼 기어의 자계특성 해석을 위해서 소스 기어를 그림 3처럼 도식화 할 수 있으며 각 영역의 지배방정식을 구할 수 있다. 먼저 소스 기어의 영구자석 영역(I)에서의 지배방정식을 구하면 식 (4)에서 $\nabla\times\mathbf{H}=0$이고, 자화성분 M을 가지고 있으므로 식 (5)로 유도된다.

$$\mathbf{B}=\mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M}) \tag{4}$$
$$\nabla\times\mathbf{B}=\nabla\times\mu_0\mathbf{M} \tag{5}$$

식 (5)에서 자기벡터포텐셜의 정의 $\nabla\times\mathbf{A}=\mathbf{B}$와 쿨롱 게이지 $\nabla\cdot\mathbf{A}=0$을 이용하여 식을 정리하면 영구자석 영역(I)의 푸아송 방정식 (7.a)을 얻을 수 있다. 공극 영역(II)에서의 자기벡터포텐셜 식을 구하면, 식 (4)에서 $\nabla\times\mathbf{H}=0$, $\mathbf{M}=0$이므로 식 (6)을 유도할 수 있다.

$$\nabla\times\mathbf{B}=0 \tag{6}$$

식 (6)에서 영구자석 영역(I)과 마찬가지로, 자기벡터 포텐셜의 정의와 쿨롱 게이지를 이용하여 식을 정리하면 공극 영역(II)에서의 라플라스 방정식 (7.b)을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2\mathbf{A}^{\mathrm{I}}=-\mu_0(\nabla\times\mathbf{M}) \tag{7.a}$$
$$\nabla^2\mathbf{A}^{\mathrm{II}}=0 \tag{7.b}$$

식 (7.a)에 자화성분 M과 $A_n=A(r')e^{-jnp_s\theta'}\overrightarrow{i_{z'}}$으로 표현 가능한 자기벡터포텐셜을 대입한 후 정리하면 식 (8)과 같다.

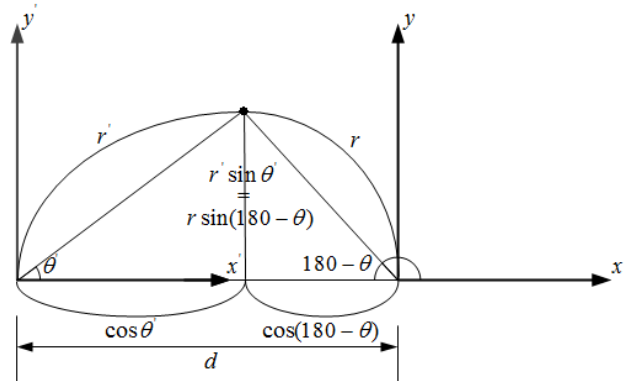


그림 5 좌표변환 개념도
Fig. 5 Schematic for the coordinate conversion

$$\frac{\partial^2 A_n^I(r')}{\partial r'^2}+\frac{1}{r'}\frac{\partial A_n^I(r')}{\partial r'}-\frac{(np_s)^2}{r'^2}A_n^I(r')=-\frac{jnp_s\mu_o}{r'}M_{rn} \tag{8}$$

식 (8)을 전개하여 자기벡터포텐셜의 해를 구하면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{A}^{\mathrm{I}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{C_n^{\mathrm{I}}r'^{np_s}+D_n^{\mathrm{I}}r'^{-np_s}-\frac{jnp_s\mu_o M_{rn}}{1-(np_s)^2}r'\right\}e^{-jnp_s\theta'}\overrightarrow{i_{z'}} \tag{9}$$

영구자석 영역(I)에서와 마찬가지로 공극 영역(II)에서의 자기벡터포텐셜의 해를 구하여 식을 정리하면 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A}^{\mathrm{II}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{C_n^{\mathrm{II}}r'^{np_s}+D_n^{\mathrm{II}}r'^{-np_s}\right\}e^{-jnp_s\theta'}\overrightarrow{i_{z'}} \tag{10}$$

자기벡터포텐셜의 정의 $\nabla\times\mathbf{A}=\mathbf{B}$을 이용하여 자기벡터포텐셜 식으로부터 식 (11)과 같이 반경방향, 접선방향의 자속밀도를 각각 구할 수 있다.

$$\mathbf{B}=\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial\theta'}A_z\overrightarrow{i_{r'}}-\frac{\partial}{\partial r'}A_z\overrightarrow{i_{\theta'}} \tag{11}$$

식 (11)을 식 (9)와 식 (10)에 적용하여 각 영역에 대하여 자속밀도 식을 구하면 식 (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{B}_{r'}^{\mathrm{I}}(r',\theta')=-\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{jnp_s}{r'}A_n^I(r')e^{-jnp_s\theta'}\overrightarrow{i_{r'}} \tag{12.a}$$
$$\mathbf{B}_{\theta'}^{\mathrm{I}}(r',\theta')=-\frac{\partial}{\partial r'}\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n^I(r')e^{-jnp_s\theta'}\overrightarrow{i_{\theta'}}$$
$$\mathbf{B}_{r'}^{\mathrm{II}}(r',\theta')=-\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{jnp_s}{r'}A_n^{II}(r')e^{-jnp_s\theta'}\overrightarrow{i_{r'}} \tag{12.b}$$
$$\mathbf{B}_{\theta'}^{\mathrm{II}}(r',\theta')=-\frac{\partial}{\partial r'}\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n^{II}(r')e^{-jnp_s\theta'}\overrightarrow{i_{\theta'}}$$

식 (9)와 (10)의 미정계수인 $C_n^I, C_n^{II}, D_n^I, D_n^{II}$은 식 (10), (12)를

식(13)으로 주어지는 경계조건에 대입하여 구할 수 있다.

$$B_\theta^I = 0(r = R_i) \tag{13.a}$$
$$B_r^I = B_r^{II}, B_\theta^I = B_\theta^{II}(r = R_o) \tag{13.b}$$
$$A^{II} = 0(r = \infty) \tag{13.c}$$

2.4 소스 기어에 의한 외부자계의 좌표변환

식 (12)을 통해 얻은 I영역과 II영역의 자속밀도는 1차 측의 r', θ', z'을 좌표계로 갖는다. 자기 스퍼 기어의 토크 해석을 위해서는 2차 측의 좌표계인 r, θ, z을 갖는 외부자계의 자속밀도가 필요하므로 좌표변환 식을 통해 1차 측에서 2차 측으로 좌표변환을 한다. 그림 5는 축이 평행한 1차 측과 2차 측, 두 좌표계 사이의 좌표변환 방법을 설명하고 있으며 그림을 통해서 식 (14)과 (15)를 얻을 수 있다.

$$r'\sin\theta' = r\sin(180-\theta) \tag{14}$$
$$d = r'\cos\theta' + r\cos(180-\theta) \tag{15}$$

위의 식 (14), (15)을 연립하여 정리하면 식 (16)을 얻을 수 있다.

$$r' = \sqrt{r^2 + 2rd\cos\theta + d^2} \tag{16.a}$$
$$\theta' = \arctan\left(\frac{r\sin\theta}{r\cos\theta + d}\right) \tag{16.b}$$

식 (12)의 자속밀도 식에서 부하 기어에 영향을 미치는 외부자계는 공극 영역(II)의 자계이므로 식 (17)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathrm{B}_r^{ext}(r',\theta') = \mathrm{B}_r^{II}(r',\theta') \tag{17}$$
$$\mathrm{B}_\theta^{ext}(r',\theta') = \mathrm{B}_\theta^{II}(r',\theta')$$

식 (17)에 식 (16)를 대입하면 식 (18)과 같이 2차 측의 좌표계를 갖는 외부자계를 구할 수 있다.

$$\mathrm{B}_r^{ext}(r,\theta) = -\sum_{n=-\infty}^{\infty} \times A_n^{II}\left(\sqrt{r^2 + 2rd\cos\theta + d^2}\right) \times e^{-jnp_s \times \arctan(r\sin\theta/(r\cos\theta + d))}\vec{i_r} \tag{18}$$
$$\mathrm{B}_\theta^{ext}(r,\theta) = -\frac{\partial}{\partial r}\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{II}\left(\sqrt{r^2 + 2rd\cos\theta + d^2}\right) \times e^{-jnp_s \times \arctan(r\sin\theta/(r\cos\theta + d))}\vec{i_\theta}$$

좌표변환을 통해 얻은 식 (18)의 외부자계 자속밀도를 1차 측과 2차 측 좌표계의 공통적인 직각좌표 요소로 표현해주면 식 (19)과 같다.

$$\mathrm{B}_x^{ext} = \mathrm{B}_r^{ext}(r,\theta) \cdot \cos\theta' - \mathrm{B}_\theta^{ext}(r,\theta) \cdot \sin\theta' \tag{19}$$
$$\mathrm{B}_y^{ext} = \mathrm{B}_r^{ext}(r,\theta) \cdot \sin\theta' + \mathrm{B}_\theta^{ext}(r,\theta) \cdot \cos\theta'$$

2.5 토크 특성 식

자기 스퍼 기어의 토크해석을 위해서 부하 기어의 영구 자석을 체적등가전류밀도와 표면등가전류밀도인 $\mathrm{J_m}$과 $\mathrm{j_m}$으로 치환한다. 이 때 잔류 자화 $\mathrm{M_r}$은 각각의 극에서 일정하고 영구자석 극성에 따라 방향만 다르므로 식 (20.a)와 같이 표현할 수 있고, $\mathrm{J_m}$과 $\mathrm{j_m}$은 $\mathrm{M_r}$과 식 (20.b), (20.c)와 같은 관계를 갖는다.

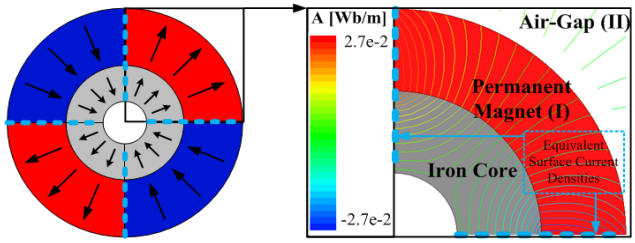


그림 6 토크 해석을 위한 영구자석과 철심의 표면등가전류밀도
Fig. 6 An equivalent current density distribution of permanent magnet and iron core for torque analysis

$$\mathrm{M_r} = \pm \mathrm{M_r}\vec{r} \tag{20.a}$$
$$\mathrm{J_m} = \nabla \times \mathrm{M_r} \tag{20.b}$$
$$\mathrm{j_m} = \mathrm{M_r} \times \mathrm{n} \tag{20.c}$$

식 (21)은 자기 스퍼 기어의 토크 식으로 부하 기어 영구 자석의 부피와 면적에 대한 적분으로 이루어진다.

$$T_m = \int_V r(r,\theta) \times (\mathrm{J_m}(r,\theta) \times \mathrm{B_{ext}}(r,\theta))\mathrm{r\,dr\,d}\theta + \int_S r(r,\theta) \times (\mathrm{j_m}(r,\theta) \times \mathrm{B_{ext}}(r,\theta))\mathrm{d}\alpha \tag{21}$$

$\mathrm{J_m} = \nabla \times \mathrm{M_r} = 0$이므로 식 (21)의 첫 번째 항은 0이 된다. 식 (21)의 두 번째 항은 표면전류밀도에 관한 식으로 부하 기어의 영구자석 극수를 고려하여 계산되며, 이때 영구자석 각 극 당 토크에 기여하는 표면전류밀도를 갖는 표면을 2개씩 갖는다. 이러한 표면은 각각 θ_1, θ_2의 각도에 위치하며 반경방향 측면이라고 한다. 이때, 부하 기어가 회전한다면 영구자석 각 극 당 표면전류밀도는 식 (22)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathrm{j_m}(s,r,\theta) = \begin{cases} -\mathrm{M_r}\vec{z} \begin{cases} \mathrm{R_1} \le \mathrm{r} \le \mathrm{R_2} \\ \theta_2(s) = \frac{\pi}{2p_l}(1+2s) + \phi \end{cases} \\ \mathrm{M_r}\vec{z} \begin{cases} \mathrm{R_1} \le \mathrm{r} \le \mathrm{R_2} \\ \theta_2(s) = -\frac{\pi}{2p_l}(1+2s) + \phi \end{cases} \end{cases} \tag{22}$$

식 (22)에서 p_l은 부하 기어의 영구자석 극 쌍수이고, s=0, 1, 2,..., $2p_l - 1$이다. ϕ은 정지 상태로 가정한 소스 기어와 회전하는 부하 기어 사이의 상대적인 움직임을 나타내는 각으로 $\phi = \omega_r t$이

다. 식 (22)을 (21)에 대입하면 식 (23)을 얻을 수 있다.

$$T_m(\theta) = 2M_r\ell \sum_{s=0}^{2p_l-1}(-1)^s \times \int_{R_1}^{R_2} r[\cos(\theta_{edge}(s))B_x^{ext}(r,\theta_{edge}(s)) + \sin(\theta_{edge}(s))B_y(r,\theta_{edge}(s))]dr \tag{23}$$

식 (23)에서 ℓ은 자기 스퍼 기어의 측 길이이고 $\theta_{edge}(s)$은 식 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

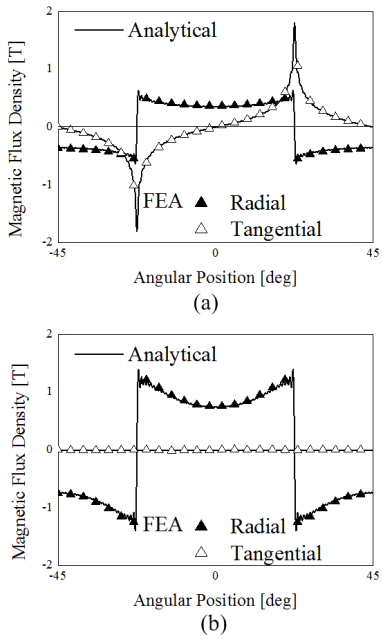


그림 7 소스 기어에 의한 자속밀도의 해석적 결과와 유한요소해석 결과 비교 : (a) $r' = R_o$ (b) $r' = R_i$

Fig. 7 Comparison of analytical results with FEA for the magnetic flux density produced by source gear : (a) $r' = R_o$ (b) $r' = R_i$

$$\theta_{edge}(s) = \theta + \frac{\pi}{2p_l}(1+2s) \tag{24}$$

식 (23)에서 반경방향 측면에 두 개의 자석이 맞닿아 있으므로 두 자석의 같은 방향으로 흐르는 표면전류밀도가 더해져 $2M_r$이 된다. R_1부터 R_2까지 적분하는 부분을 Simpson's method를 이용하여 간단하게 바꿔주면 식 (25)로 나타낼 수 있다 [9].

$$T_m(\theta) = 2M_r\ell \frac{R_2 - R_1}{N_r} \sum_{s=0}^{2p_l-1}\sum_{q=0}^{N_r}(-1)^s S_r(q) r(q) \times [\cos(\theta_{edge}(s)B_x^{ext}(r(q),\theta_{edge}(s)) + \sin(\theta_{edge}(s)B_y^{ext}(r(q),\theta_{edge}(s))] \tag{25}$$

식 (25)에서 N_r은 Simpson's method의 mesh 수로서 짝수로 이루어졌으며, $S_r(q)$는 식 (26)으로, $r(q)$는 식 (27)으로 표현할 수 있다.

$$S_r(q) = \begin{cases} \frac{1}{3} & (q=0, N_r) \\ \frac{4}{3} & (q=odd) \\ \frac{2}{3} & (q=even) \end{cases} \tag{26}$$

$$r(q) = R_1 + \frac{q}{N_r}(R_2 - R_1) \tag{27}$$

본 논문에서 해석한 자기 스퍼 기어는 소스 기어와 부하 기어에 철심을 갖게 되므로 토크해석 시에 부하 기어의 영구자석을 표면등가전류밀도로 치환한 것처럼 부하 기어의 철심 또한 표면등가전류밀도로 치환할 수 있다. 그림 6은 영구자석과 철심을 표면등가전류밀도로 치환한 것을 나타내고 있으며, 철심에서 발생하는 토크 식은 식 (28)처럼 나타낼 수 있다.

$$T_c(\theta) = 2M_r\ell \frac{R_1 - R_0}{N_r} \sum_{s=0}^{2p_l-1}\sum_{q=0}^{N_r}(-1)^s S_r(q) r(q) \times [\cos(\theta_{edge}(s)B_x^{ext}(r(q),\theta_{edge}(s)) + \sin(\theta_{edge}(s)B_y^{ext}(r(q),\theta_{edge}(s))] \tag{28}$$

식 (28)로 얻어진 철심에 의한 토크를 식 (25)와 더해주면, 식 (29)와 같이 자기 스퍼 기어의 토크 식을 얻을 수 있다.

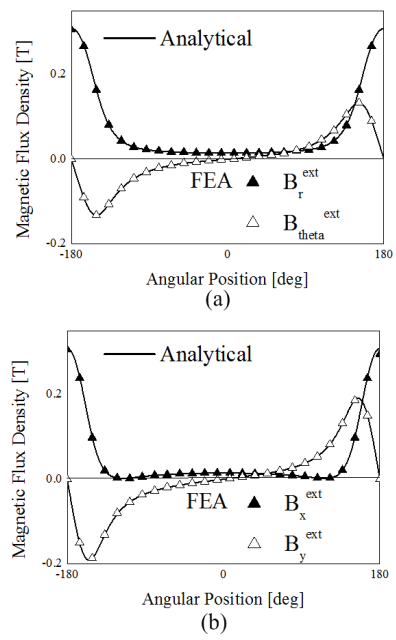


그림 6 좌표 변환된 외부자계 자속밀도의 해석적 결과와 유한요소해석 결과 비교 : (a) B_r^{ext}, B_θ^{ext} (b) B_x^{ext}, B_y^{ext} at $r = 60mm$

Fig. 8 Comparison of analytical results with FEA for the magnetic flux density of external magnetic field : (a) B_r^{ext}, B_θ^{ext} (b) B_x^{ext}, B_y^{ext} at $r = 60mm$

$$T(\theta) = T_m(\theta) + T_c(\theta) \tag{29}$$

3. 해석 결과 및 타당성 검증

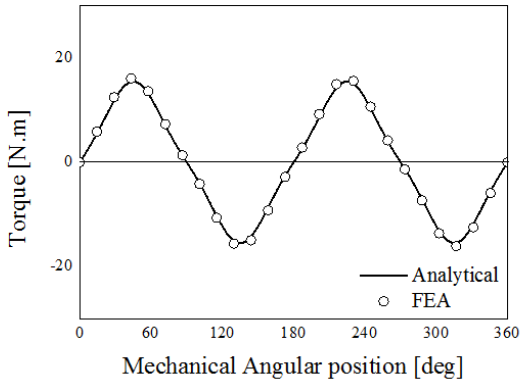


그림 9 토크의 해석적 결과와 유한요소해석 결과 비교
Fig. 9 Comparison of analytical results with FEA for the torque

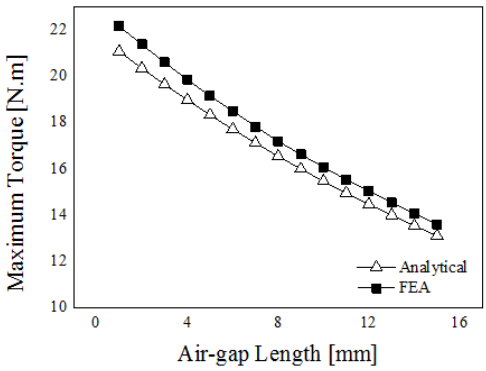


그림 10 공극 길이에 따른 최대 토크 해석 결과 비교
Fig. 10 Comparison of analytical results for the maximum torque with FEA results along air-gap distances

3.1 소스 기어 영구자석에 의한 자속밀도

본 논문의 자기 스퍼기어의 해석에서 사용된 파라미터는 표 1과 같다. 그림 7은 소스 기어의 영구자석에 의한 자속밀도 분포의 해석적 결과와 유한요소해석 결과와의 비교를 보여준다. 해석적 결과는 반경방향 위치에 따라 유한요소해석결과와 아주 잘 일치하는 것을 볼 수 있으므로 도출된 식 (12)가 타당함을 알 수 있다. 그림 8은 좌표 변환된 외부자계의 자속밀도 분포의 해석적 결과와 유한요소해석 결과의 비교를 보여주며, 해석 결과를 통해 소스 기어의 영구자석에 의해 발생된 자속밀도가 식 (18)에 의해 1차 측에서 2차 측으로 좌표 변환이 잘 되고 있는 것을 알 수 있으며, 도출된 식 (19)이 타당함을 알 수 있다.

3.2 토크 해석 결과

표 1에 있는 파라미터 값을 사용하여 자기 스퍼 기어의 토크 해석을 진행하였다. 그림 9는 본 논문에서 제시한 해석적 방법을 통해 얻은 토크 결과와 유한요소해석을 통해 얻은 토크 결과를 비교하고 있다. 유한요소해석 결과와 해석적 방법을 통해 얻은 결과가 각각 $16.14[N.m]$, $15.49[N.m]$로 4.07%의 오차를 갖는 것을 알 수 있었다. 자기 스퍼 기어의 공극이 넓어지면 소스 기어와 부하 기어 간의 자기결합이 약해지므로 자기 스퍼 기어에서 발생하는 최대 토크는 감소할 것이다. 해석적 방법을 통해 공극 길이 파라미터 d을 증가시키면서 토크를 해석한 결과 그림 10에 나타난 것처럼 공극 길이가 증가할수록 최대 토크 값이 감소하는 것을 볼 수 있으며, 유한요소해석방법을 통해 얻은 최대 토크 결과와 전반적으로 잘 일치하는 것을 볼 수 있었다. 이를 통해 본 논문에서 제시한 자기 스퍼 기어의 토크 해석 방법이 타당함을 확인할 수 있었다.

표 1 해석에 사용된 파라미터 값
Table 1 Parameter used in analysis

Parameter		Value
R_c	소스 기어 철심의 내경	15 [mm]
R_i	소스 기어 철심의 외경	35 [mm]
R_o	소스 기어 영구자석의 외경	55 [mm]
R_0	부하 기어 철심의 내경	15 [mm]
R_1	부하 기어 철심의 외경	35 [mm]
R_2	부하 기어 영구자석의 외경	55 [mm]
d	좌표축 간의 거리	120 [mm]
N_r	simpson's method의 mesh 수	10
B_r	잔류자속밀도	1.23 [T]
M_r	잔류 자화	890000 [A/m]
p_s, p_l	소스 기어, 부하 기어의 극쌍수	2
α_p	소스 기어의 극호율	1
ω_r	각속도	418.88 [rad/s]
t	토크 해석 시간	0.015 [s]
l_a	측 방향 길이	30 [mm]

감사의 글

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 (No. 2014R1A1A1A05002745)임. 또한, 이 논문은 2014년 해양수산부 재원으로 한국해양과학기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구임(U 기반 해운 물류 체계 구축을 위한 기반기술 연구)

References

[1] K. Atallah and D. Howe, "A novel high performance magnetic gear", IEEE Trans. on Magn., vol. 37, no. 4, pp. 2844-2846, Jul. 2001.

[2] L. Jian, K. T. Chau, Y. Gong, J. Z. Jiang, C. Yu, and W. Li, "Comaparison of coaxial magnetic gears with different topologies", IEEE Trans. on Magn., vol. 45, no. 10, pp. 4526-4529, Oct. 2009.

[3] P.O. Rasmussen, T.O. Andersen, F.T.Joergensen, O. Nielsen, "Development of a high-performance magnetic gear", IEEE Trans. on Ind., vol. 41, no. 3, pp 764-770, May. 2005.

[4] L. Jian, K. T. Chau, W. Li, and J. Li, "A novel coaxial magnetic gear using bulk HTS for industrial applications", IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 20, no. 3, pp. 981-984, Jun. 2010.

[5] F. T Jorgensen, T. O. Anderson, P. O. Rasmussen, "The cycloid gear permanent magnetic gear", IEEE Trans. on Ind, vol. 44, no. 6, pp 1659-1665, Nov. 2008.

[6] N. Niguchi, K. Hirata, "Transmission torque analysis of a novel magnetic planetary gear employing 3-D FEM", IEEE. on Magn., vol. 48, no. 2, pp. 1043-1046, Feb. 2012.

[7] K. Tsurumoto and S. Kikushi, "A new magnetic gear using permanent magnet", IEEE Trans. on Magn., vol. MAG-23, no. 5, pp.3622-3624. 1987.

[8] E. P. Furlani, "Analytical analysis of magnetically coupled multipole cylinders", Journal of Physics D: Applied Physics, Vol. 33, Issue. 1, pp 28-33, 2000.

[9] F. T. Jorgensen, T. O. Anderson, P. O. Rasmussen, "Two dimensional model of a permanent magnet spur gear", IEEE Trans. on Ind, vol. 1, pp 261-265, 2005.

저 자 소 개

민 경 철(Kyoung-Chul Min)

1989년 8월 12일생. 2014년 충남대학교 전기전자통신공학교육과 졸업, 2014 3월~현재 충남대학교 전기공학과 석사과정

Tel : 042-821-7601

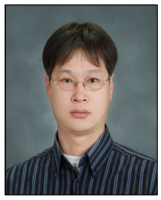
Email : moonlove0808@cnu.ac.kr

최 장 영(Jang-Young Choi)

1976년 10월 20일 생. 2003년 충남대학교 전기공학과 학사졸업. 2005년 동대학원 전기공학과 석사졸업. 2009년 동 대학원 전기공학과 박사 졸업. 2009년 1월~2009년 8월 ㈜ 한라공조 기술연구소. 2009년 9월~현재 충남대학교 전기공학과 부교수.

Tel : 042-821-7610

E-mail : choi_jy@cnu.ac.kr



성 소 영(So-Young Sung)

1999년 한밭대학교 제어계측공학 학사졸업. 2001년 충남대학교 전기공학 석사졸업. 2013년 충남대학교 전기공학 박사졸업. 2001년~2009년 한국기계연구원 연구원. 2009년~현재 한국해양과학기술원 부설 선박해양플랜트연구소 연구원.

Tel: 042-866-3853

Email: riverblu@kriso,re,kr

박 종 원(Jong-Won Park)

1995년 아주대학교 전자공학 학사졸업. 1997년 아주대학교 전자공학 석사졸업. 2006년 아주대학교 전자공학 박사졸업. 1997년~현재 한국해양과학기술원 부설 선박해양플랜트연구소 책임연구원. 2006년~현재 과학기술연합대학원대학교 선박해양공학과 조교수. 관심분야로는 수중통신, 해상통신, 선박시스템, 항만보안검색시스템 등이 있음.

Tel : 042-821-7610

E-mail : poetwon@kriso.re.kr