

수학적 창의성 영재교육 프로그램의 개발과 실제

정 영 우*

본 연구에서는 전개도에 관한 open-ended 문제를 소재로 수학적 창의성 영재교육 프로그램을 개발하고 적용하였다. 이러한 연구의 목적은 수업실제를 고려하여 수학적 창의성의 요소를 범주화하고, 이를 반영한 교육 프로그램을 설계하는데 있다. 이를 위해 2006년과 2009년부터 2014년에 걸쳐 부산, 경남, 경북 소재의 영재교육대상자 205명 - 초등 6학년에서 중학교 2학년까지 - 에게 수업을 실시하였다. 프로그램은 대상 학생, 교육 환경에 따라 수정·보완되었는데, 본 연구에서는 그 과정과 적용 결과를 살펴본다. 학생들의 산출물과 행동반응은 프로그램의 질적 발전을 가져왔으며, 학생들은 프로그램 개발의 참여자라는 인식을 가지게 되었다. 이러한 결과물들은 본 교육 프로그램의 효용성과 함께 수학적 창의성 교육 프로그램 개발의 지향점을 시사한다.

I. 연구의 필요성 및 의의

창의성은 1950년대부터 주목 받아 온 개념이다(恩田彰, 1971). 창의성에 대한 연구는 꾸준히 이어졌으며, 그 발전 내용은 교육과정에 반영되고 강조되어 왔다.

일반적으로 창의성에 대한 정의는 사용하는 분야나 학자들에 따라 매우 다양하다. 그러나 공통적으로 ‘남과 다른 아이디어를 내는 능력’이란 의미를 함의하고 있으며, 초기의 개념은 ‘천재들의 능력’을 의미하였다. 연구가 거듭되면서 창의성은 ‘창의적인 능력’과 ‘창의적인 태도’라는 인지적 영역과 정의적 영역으로 세분화(송상현, 1998)되었고, 그 하위 요소들이 많은 학자들에 의해 연구되었다. 그리고 창의성에 대한 관심은

소수의 천재들에 대한 것(gifted)에서 교육을 통해 길러지는 능력(talented)으로서의 창의성에 맞춰지기 시작했으며, ‘영재교육(education of gifted and talented)’이란 개념이 대두되게 되었다. 그로 인해 교육에서는 창의성 교육¹⁾이 키워드로 자리 잡게 되었다. 나아가 오늘날에는 수학영재(교육), 과학영재(교육), 체육영재(교육) 등 보다 구체적인 영역에서의 창의성 개념이 다루어지고 있다. 이러한 맥락에서 수학교육에 있어서도 ‘수학적 창의성’이 강조되고 있다.

우리나라는 2000년 1월 영재교육진흥법이, 2002년 4월 영재교육진흥법시행령이 공포되면서 2003년부터 초·중등학생을 대상으로 공교육 차원에서 영재교육을 실시하게 되었다(정영우, 2007a). 한국 영재교육 정책의 배경은 ‘소수의 창의적 인력을 국가 차원에서 개발 육성하기 위한 새로운 교육시스템으로서 영재교육 정착을

* 경성대학교, nahime02@ks.ac.kr

1) 창의성 교육과 영재교육은 엄밀히 말하자면 다른 개념이지만, 학교교육에 있어서는 이 두 개념을 혼용하여 사용하는 경향이 있다.

도모'하자는 것이다(정영우, 2007b). 그래서 영재 교육의 목표는 개인적 측면에서는 자신이 가진 재능 분야를 계발시켜 최대의 자기 성취를 이룰 수 있는 학습기회를 제공하는 것이며, 국가적인 측면에서는 국가 미래를 위한 각 분야의 지도자를 배출하려는 것이었다(정영우, 2007b). 이에 따라 영재학교, 영재학급, 영재교육원 같은 영재교육기관에서 선발된 학생을 대상으로 영재교육을 실시하였다. 즉, 창의성 교육은 공교육이기는 하지만 특정학생, 소위 영재로 선발된 학생들을 대상으로 하는 개념이었다.

일반학생을 대상으로 하는 창의성 개념은 수학이 창의적 사고력을 기를 수 있는 교과라 밝힌 제6차 교육과정(교육부, 1992)부터 강조되기 시작하였으며, 제7차 수학과 교육과정(교육부, 1997)에서도 '수학적 사고력과 창의력 배양', '창의적 문제해결' 등 창의성을 강조하고 있다. 하지만 여전히 수학은 일반적 창의성을 기르는 수단적 의미로 해석되고 있을 뿐이었다. 수학에 있어서의 창의성을 의미하는 '수학적 창의성'이란 용어가 등장한 것은 2009 개정 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011)으로, <교수·학습 방법>에서 수학적 창의력과 관련한 유의점을 밝히고 있다. 더불어 창의성 신장을 위해 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통과 같은 수학적 과정을 강조하고 있다. 따라서 수학적 창의성 신장을 위한 소재 개발과 더불어 교육 프로그램에 대한 요구가 증가하게 되었다.

최병훈·방정숙(2012)은 수학적 창의성에 관한 최근의 논문들을 분석한 이론연구에서 수학적 창의성 신장을 위한 훈련 프로그램이나 창의적 문제해결을 위한 프로그램 모형 및 개발에 관한 교육방법 연구가 압도적으로 많으나, 학교현장을 고려한 교육방법이나 수업기술에 대한 안내가 부족함을 지적하고 있다. 그러므로 수업실제를 고려한 수학적 창의성 교육 프로그램의 요소 분

석과 수업 계획, 그리고 활동 결과로서의 산출물 분석 등이 통합적·동시적으로 이루어지는 교육 프로그램에 관한 연구가 필요하다. 이러한 프로그램은 주어진 문제를 풀고, 그 답에 대해 분석하거나 평가하는 것이 아니라, 학생들의 자기 주도적이고 과정 중심적이며 가치지향적인 그리고 종합적이고 상호교류적인 프로그램이어야 한다.

따라서 본 연구에서는 교육적 측면에서 수학적 창의성 교육 프로그램의 요소를 범주화하고, 이를 반영한 프로그램을 개발한다. 또한 학생들의 산출물을 분석하여 프로그램의 효용성 및 실제 수업에서의 교사 판단과 평가를 위한 기준을 제시한다.

II. 연구방법과 내용

1. 수학적 창의성 교육 프로그램의 요소 선정

2009 개정 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 수학적 과제를 해결하는 과정에서 다양하고 독창적인 해결 방법을 산출하거나 새로운 관점에서 과제를 탐구하고 지식을 구성하는 능력을 의미한다(황혜정·나귀수·최승현·박경미·임재훈·서동엽, 2012). 또한 수학적 창의성에 대해 Eryvnyck(1991)는 '생성된 개념이 수학 고유의 논리-연역의 속성과 수학의 중요한 핵심적 내용에 적절한지를 고려하면서 문제를 해결하는 능력 혹은 구조적으로 사고를 발전시키는 능력'이라고 하였으며, Haylock (1987)은 '사고의 고착화를 극복하고 정신적 틀로부터 벗어나는 능력 즉, 개방적 수학 상황에 다양하고 독창적으로 반응할 수 있는 능력'이라고 정의하였다. 그러나 수학적 창의성의 개념화에 대해 관련 논문을 분석한 하수현·이광호·성창근(2013)의 연구에서

알 수 있듯이, 수학적 창의성은 다양한 관점에서 논해지고 있어 수학적 창의성에 대한 명확한 관점과 개념화가 필요하다.

수학적 창의성에 있어 창의적 능력의 하위 요소로는 지식, 문제이해력, 문제에 대한 구조적 파악 능력, 논리적 사고, 논리와 기호의 사용, 독창적 사고, 유연한 사고, 발산적 사고, 경제성, 가역성, 메타인지 및 통제, 수렴적 사고, 맥락구성력, 이미지화 하는 능력, 수학적 정제능력, 의사소통능력 등이 있다.

또한 정의적 태도의 하위 요소로는 고집, 집념, 근성, 신념, 의지력, 인내력, 열정, 근면, 끈기, 성취, 야망, 목표추구, 기민성, 노력, 적극성, 용기, 결단력, 독자성, 자신감, 모험심, 자기만족, 자주, 주체성, 자립성, 자발성, 술선, 비동조성, 자기주의, 자기표현, 호기심, 폭넓은 흥미, 관심, 감동, 탐구심, 동기유발, 의욕, 내성적 경향, 자기 통제경향, 어른스러움, 자기수용, 통찰력, 주의집중력, 직관, 개방성, 유연성, 융통성, 적응력, 관용, 다양한 가치인정, 외향성, 종합력, 긴장감, 활기, 신경질, 분열기질, 충동성 등이 있다(鄭英佑, 2002).

그런데 이처럼 다양하고 구체적인 요소들을 창의성 교육에서는 어떻게 지도하고 평가할 것인가? 이 요소들을 실제 교육 프로그램에 모두 반영할 수는 없으며, 이 요소들은 창의적인 인재의 특성으로 파악되어진 요소일 뿐, 창의성 교육 목적의 요소로 반영하기에는 지나치게 세분화되어 있다. 따라서 수업을 위한 교육 프로그램에 적용하기 위해서는 이들 요소를 좀 더 목적 지향적으로 범주화할 필요가 있다.

본 연구에서는 2009 개정 교육과정의 수학적 창의성에 대한 개념과 Ervynck과 Haylock의 수학적 창의성에 대한 정의 그리고 창의성의 하위 요소 등을 고려하면서, 교육 프로그램에 있어서의 유의사항을 다음과 같이 선정하였다.

- ① 일반적인 창의성과 달리 수학적 창의성의 개념에서는 수학적으로 가치가 있는 내용이 선정되어야 하며, 그 산출물도 수학적 의미를 가지는 것이어야 한다.
- ② 다양한 아이디어를 창출할 수 있는 활동이 고려되어야 하며, 창출한 아이디어들의 수학적 가치를 분석하고 정리하는 활동이 고려되어야 한다.
- ③ 자신의 활동과 산출물에 대해 수학적으로 정당화하고 표현할 수 있는 활동이어야 하며, 프로그램 전반에 걸쳐 학생들의 호기심을 유발하고 자주적이고 적극적으로 과제를 수행하게 하며, 학생들 서로 간에 다양한 관점을 인정하는 분위기를 조성하여 학생들의 정의적 측면을 신장시킬 수 있는 환경을 만들어야 한다.
- ⑤ 다양한 학년과 수준에 활용할 수 있어야 한다.
- ⑥ 다양한 창의성 요소를 통합적으로 구성하여야 한다.

결과적으로 수학적 창의성은 수학적 지식 위에 발산적 사고와 수렴적 사고의 통합으로 수학적으로 가치 있는 것을 만들어내는 창의력과 창의적 태도라고 할 수 있다.

따라서 창의성 교육 프로그램에는 다음과 같은 장면(내용)이 포함되어야 한다.

- ① 가능한 폭 넓은 학년에서 다루어질 수 있는 수학적 지식이 소재가 되어야 하며, 산출물도 수학적으로 유의미해야 한다.
- ② 발산적 사고를 자극할 수 있는 요소가 있어야 한다.
- ③ 수렴적 사고에 의해 산출물을 정제할 기회가 있어야 한다.
- ④ 자신의 산출물을 정당화하고 수학적으로 표현하며, 논의할 수 있는 기회가 주어져야

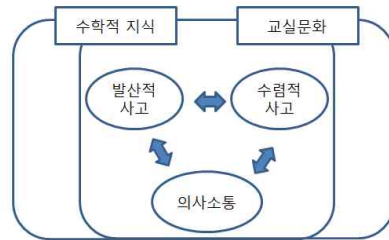
한다.

- ⑤ 창의적 태도를 장려하고 수용할 수 있는 교실분위기가 형성되어야 한다.

본 연구에서는 위의 다섯 가지 장면에 담긴 수학적 창의성의 요소를 다음과 같이 범주화하고, 이를 ‘수학적 창의성 교육 프로그램의 요소’라 부르기로 한다.

- ① 수학적 지식: 수학적 창의성은 수학적 내용을 대상으로 하므로, 문제를 이해하고 다양한 관점으로 문제를 해결하고 그 결과를 표현하기 위해서는 수학적 지식이 바탕이 되어야 한다.
- ② 발산적 사고: 창의적이고 다양한 해결방법의 탐색에는 발산적 사고가 필요하다.
- ③ 수렴적 사고: 수학적 창의성에서는 발산적 사고에 의해 다양한 해결방법을 찾았더라도 그것이 수학적으로 가치가 없으면 의미가 없다. 따라서 발산적 사고에 의해 찾은 아이디어나 해결방법의 수학적 가치와 의미를 분석하고 정제하는 수렴적 사고가 필요하다.
- ④ 수학적 의사소통 능력: 수학적 의사소통이란 학생들 사이에 그리고 교사와 학생들 사이에 수학에 관한 느낌을 교환하기 위해 읽고, 쓰고, 아이디어를 토론하는 활동 또는 과정이다(이중희·김선희, 1998). 수학적 창의성 프로그램에 있어서도 자신의 산출물을 수학적으로 해석하고 효율적으로 표현하여 공표하고 논의하기 위한 의사소통 능력이 요구된다.
- ⑤ 교실문화: 창의적 산출물은 반짝이는 통찰에 의해 순간적으로 이루어지기도 하나 대부분의 경우 어느 정도의 시간과 집중이

필요하다. 따라서 아이디어가 떠오를 때까지 인내하거나 집중하는 것, 그리고 경쟁심, 자존감, 집착력, 성취욕 등이 필요하다. 이러한 창의적 태도를 기르거나 평가하는 것은 명문화될 수 있는 것이 아니다. 학생과 교사의 교감활동에 의해 드러나게 되므로 이 요소는 교사의 준비성, 유연성, 개방성, 민감성 등 교사의 자질과 창의성 발현을 위한 교실문화에 의해 논의될 수 있는 요소이다. 따라서 발문이 중요한 역할을 한다.



[그림 II-1] 수학적 창의성 교육 프로그램 요소

실제 수업을 고려한 수학적 창의성 교육 프로그램은 이러한 요소를 바탕으로 교육실정에 맞게 재구성되어야 하지만 이러한 요소들이 그 기초가 될 것이다.

2. 영재교육 프로그램의 개발과 적용2)

가. 프로그램 적용 대상 및 자료수집

본 연구는 전개도를 소재로 수학적 창의성 교육 프로그램의 요소를 반영한 영재교육 프로그램을 개발하기 위해 2006년과 2009년부터 2014년에 걸쳐 프로그램을 시행하고 수정하면서, 부산, 경남, 경북 소재의 과학영재교육원에서 수업을 실시하였다. 초등은 전원이 6학년이었으며,

2) 본 논문에 소개되는 학생 산출물 중 일부는 정영우·김부윤(2014)에 소개된 것이다. 또한 이 프로그램의 소재에 대한 이론적 배경 및 분석도 정영우·김부윤(2014)을 참고하기 바란다.

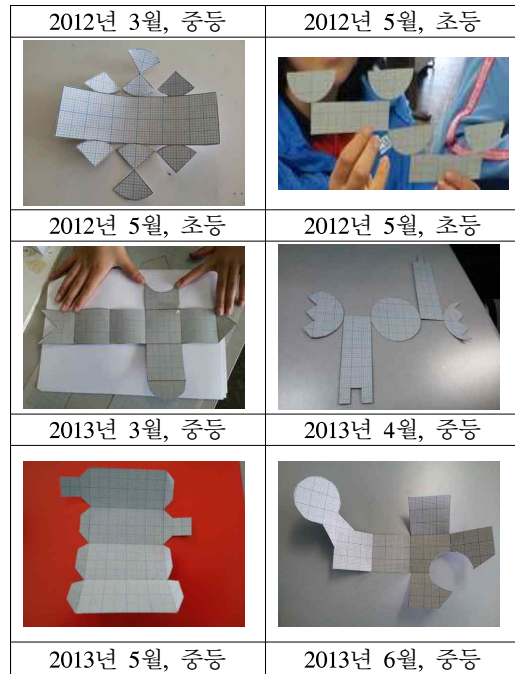
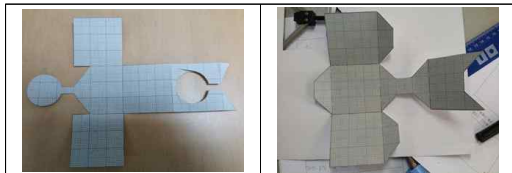
중등은 영재교육원의 편성에 의해 중학교 1학년과 2학년이 같은 반으로 구성되었다. 이 중 답안지가 회수된 205명이 대상이며, 표에서 괄호 안의 숫자는 수업한 반의 수이다.

<표 II-1> 수업 학급 수

2006	2009	2010	2011
중등(1)	중등(1)	중등(1)	중등(2)
2012	2013	2014	
초등(1) 중등(3)	중등(5)	중등(1)	

수업은 3단위에서 6단위로 이루어졌는데, 대부분의 수업은 3단위였다.

수집된 산출물은 일차적으로 워크시트에 그린 전개도인데, 이것은 창의성의 관점에서는 유연성이나 유창성의 평가대상이 되겠지만, 수학적 창의성의 관점에서는 산출물이 수학적 목적에 타당하거나 가치가 있어야 하므로 프로그램의 효용성에 대한 평가 자료가 될 수 없다. 그림 상으로는 주어진 입체도형의 전개도가 될 것 같지만, 실제로 치수를 정하고 만들어보면 되지 않는 경우가 있기 때문이다. 따라서 반드시 전개도로부터 입체도형을 만드는 구성과정을 통해 성공한 것들을 수업 중에 사진으로 남겼으며, 같은 아이디어에 대해서는 선착순으로 사진을 찍어 주어 경쟁심과 동기유발을 시켰다. 또한 이런 활동에서의 산출물과 에피소드를 통해 자신들의 활동이 다음 수업의 소재로 활용된다는 것을 보여줌으로써, 학생 자신이 프로그램의 발전에 중요한 역할을 하고 있다는 것을 이해시키고 가치부여를 하여 적극적으로 수업에 임하게 하였다.



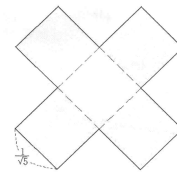
[그림 II-2] 오류의 예

나. 초기 프로그램 설계와 적용

본 프로그램의 소재인 전개도에 관한 open-ended 문제는 다음 문제(정영우, 2007b)에서 시작되었다.

한 변의 길이가 1인 정육면체 모양의 상자를

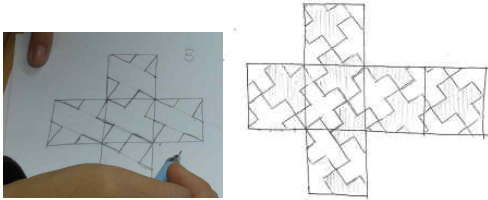
오른쪽 그림과 같은 모양의 포장지들로 완전히 덮으려 한다. 이 때, 그 개수가 최소가 되도록 상자를 덮는 방법을



1) 겨냥도 2) 전개도를 이용하여 설명하여라. 단, 이 포장지는 한

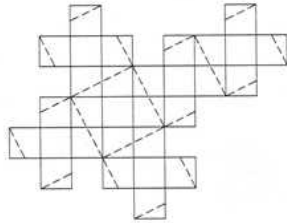
변의 길이가 $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 인 정사각형 5개로 만든 것이며, 포장지는 자를 수 없다.

이 문제에 대한 학생들의 일반적인 답안은 다음과 같다.



[그림 II-3] 오답 예(2011년 11월, 중등)

하지만 이 문제의 대표적인 답안은 다음과 같다.



[그림 II-4] 대표 답안(정영우, 2007b)

답안의 차이는 ‘모서리를 따라 자른다’는 전개도 정의의 개념이미지와 ‘포장지는 자를 수 없다’는 문제의 조건에 기인한다. 학생 오답은 전개도를 ‘입체의 모서리를 따라 자른 그림’이라고 생각하는 개념이미지에 의한 것으로, 이런 개념이미지를 가진 학생은 포장지를 자를 수 없으므로 이 문제가 틀렸다고 하여야 한다. 그러나 도입 소재로 이 문제를 풀게 하였을 때, 그와 같은 반응을 한 학생은 없었으며 올바른 답안을 제시하는 학생은 극소수였다.

따라서 초기 프로그램은 ‘모서리를 따라’ 자른다는 속성을 제거하여 다양한 전개도를 구성함으로써 전개도에 관한 잘못된 개념이미지를 수정하고, 전개도의 교육적 의의를 탐색하게 한다는 취지에서 설계되었다. 초기 프로그램의 활동 내용과 반응은 다음과 같다.

<도입>

앞의 문제를 풀게 한 후, 풀이와 답은 수업 말미에 주어질 것임을 예고한다.

<활동 1>

- ① 정육면체를 만들 전개도를 가능한 한 많이 찾아봅시다. 각자 찾은 전개도를 발표해 봅시다. 모두 몇 가지나 있습니까?
- ② 전개도의 정의를 적어 봅시다.

학생들은 모두 11가지의 전개도를 찾았다. 그리고 자신이 생각하는 전개도의 정의를 적었다. 대부분의 학생들은 ‘모서리를 따라’ 자른다는 개념이미지를 가지고 있었다. 이 시점에서 휴대폰으로 같은 질문에 대한 답을 찾게 했으며, 간혹 ‘무수히 많다’는 답이 있음을 알았다. 교사는 ‘어떤 답이 맞는 걸까?’라는 발문으로 논의를 유도하였다. 논의 결과, 모서리를 따라 자를 필요가 없으며, 초등학교에서 배운 전개도의 정의³⁾도 ‘모서리를 따라’라는 조건이 없음을 확인하였다.

<활동 1>

- ③ 전개도의 정의와 ①에서 그린 전개도를 참고하여 전개도를 그릴 때 반드시 지켜야 할 조건과 추가적인 조건을 가능한 한 많이 적어 봅시다.

학생들이 찾은 내용의 몇 가지를 소개하면 다음과 같다(정영우·김부윤, 2014).

<반드시 지켜야 할 조건>

- * 한 장의 그림이어야 한다.
- * 접었을 때 입체도형이 되어야 한다.
- * 접었을 때 겹치면 안 된다.
- * 접었을 때 틈이 생기면 안 된다.

3) 현행 교육과정의 초등학교 교과서에는 직육면체를 예로 하여 ‘직육면체를 펼쳐서 평면에 그린 그림’으로 정의하고 있다.

* 마주하는 변의 길이는 같아야 한다.

* 겹넓이는 서로 같아야 한다.

<추가된 조건>

* 입체의 모서리를 따라 자르지 않아도 된다.

* 자르는 변이 직선이 아니어도 된다. 곡선으로 잘라도 된다.

* 도형 면의 개수와 전개도 면의 개수가 같은 필요는 없다.

* 전개도의 면과 도형의 면이 합동일 필요는 없다.

<활동 2>

여러분이 찾은 전개도를 ‘표준전개도’라 하고, 추가된 조건을 변경하여 그린 전개도를 ‘변형전개도’라 부르기로 합시다. 정육면체의 변형전개도를 가능한 한 다양하게 그리고, 그 중 하나를 선택하여 만들어 봅시다.

학생들은 추가적인 조건들을 기초로 다양한 변형전개도를 그리고, 창의적이라 생각하거나 정육면체가 만들어지는지 판단이 서지 않는 변형전개도는 직접 만들어서 확인해 보는 활동을 하였다.

<활동 3>

원기둥의 변형전개도를 가능한 한 많이 그려 봅시다. 그리고 그 중 하나를 선택하여 만들어 봅시다.

원기둥의 경우는 정육면체의 경우보다 실패율이 높았는데, 변형전개도에서 원 부분을 분할한 경우 원이 되도록 위치를 정하는 것이 어렵기 때문이다.

<활동 4>

‘모서리’나 ‘한 장’이란 추가 조건을 넣어 전개도를 다루는 이유는 무엇일까?

<활동 4>에서는 전개도의 정의와는 달리 교과서에 나오는 예시들이 ‘모서리를 따라’ 자른다는 이미지에 적합한 것만을 다루는 이유를 생각해 본다. 이때 변형전개도를 만들어 보는 활동이 교과서의 표준전개도가 입체도형을 이해하는 수단으로 적절하다는 인식을 하는데 도움을 주어 전개도의 교수학적 의도를 파악하게 돕는다. 더불어 변형전개도를 통해 전개도의 또 다른 가치를 생각해보게 한다. 이에 대한 학생들의 답안은 다음과 같다(정영우·김부윤, 2014).

- ① 입체도형과의 관계를 쉽게 알 수 있다.
- ② 최소의 절단횟수로 만들 수 있다.
- ③ 접어서 그 입체도형이 되는지 쉽게 추측할 수 있다.
- ④ 전개도를 쉽게 만들 수 있다.

또한 ‘한 장’이란 요소도 전개도의 본질적인 요소가 아님(김수환 외, 2010)을 논의하였다.

<정리>

도입문제를 (아무런 설명 없이) 다시 한 번 풀게 한 후, 도입문제의 의의와 <활동 4>의 답안에 대해 정리한다.

다. 프로그램의 수정

초기 프로그램은 <활동 4>에 대한 답을 다양한 전개도를 생각하고 만들어 보는 활동을 통해 얻으려는 목적 하에 구성되었다. 하지만 수업이 거듭되면서 학생들의 질문이 이어졌는데, 그러한 질문들이 프로그램을 개선하고 질적 발전을 가져오는 계기가 되었다. 다음은 학생들이 한 질문과 질문이 나오게 된 상황이다.

<질문상황과 질문 1; 2012년 4월>

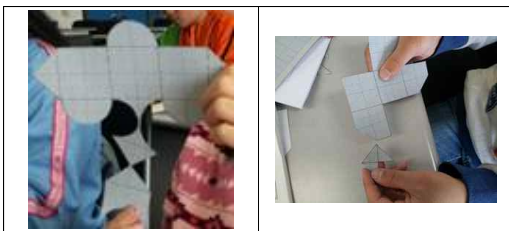


(정영우 · 김부윤, 2014)

중학교 1학년 남학생이 원기둥의 변형전개도를 이용하여 원기둥을 만드는 도중 “한 점에서 만나는 원과 직사각형의 접점을 어디까지 오려야 하나요? 떨어지면 어떡해요?” 라는 질문을 하였다.

이 질문은 원기둥의 전개도가 ‘이상적인 것’이어서 실제할 수 없음을 인식하게 하였다. 원의 둘레와 같은 길이의 직사각형의 한 변은 작도할 수 없으며, 한 점은 크기가 없으므로 오린다는 양적개념으로 다룰 수 있는 대상이 아니다. 더구나 원기둥은 모선을 따라 잘라야 얻어진다. 따라서 정육면체의 전개도 관점과 원기둥의 전개도 관점이 다름을 인지하게 하였다. 그럼에도 전개도라는 하나의 수학적 개념으로 묶여 있다는 점에서 전개도 정의의 필연성과 학습 의의에 대해 생각하는 계기가 되었다.

대부분의 학생들은 이미 근사 개념을 사용하여 ‘한 점’에 조금이라도 가깝게 오리려는 노력을 하고 있었다.



[그림 II-5] 학생 활동 예(2012년 5월, 초등)

하지만 이 질문이 있고 나서야 하고 있는 활동이 주는 시사점을 비로소 인식할 수 있었고, 수학적으로 유의미한 발견을 할 수 있었다.

이러한 원기둥의 전개도의 특징을 강조하기

위하여 <활동 3>을 다음과 같이 수정하였다.

<1차 수정된 활동 3>

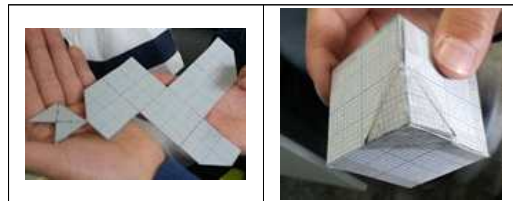
- ① 원기둥을 만들기 위한 전개도를 그려봅시다. 전개도를 그리기 위해 알아야 할 것은 무엇인가요?
- ② 원기둥의 변형전개도를 가능한 한 많이 그려 봅시다. 그리고 그 중 하나를 선택하여 만들어 봅시다.

<질문상황과 질문 2; 2012년 6월>

<활동 3>의 ①에 대한 논의 후, 중학교 2학년 여학생이 개인적으로 다음과 같은 질문을 하였다.

“원기둥의 전개도에서 한 점에서 만나는 것을 인정한 것처럼 정육면체의 전개도에서도 한 점에서 만나는 경우를 생각해 볼 수 없나요?”

실제로 그 학생의 질문이 있기 전, 초등학교 6학년 학생들의 수업에서 한 점에서 만나는 정육면체의 전개도를 그리고 정육면체를 구성한 사례가 있었다. 하지만 그 때는 변형전개도에서 정육면체를 구성하였다는 결과에만 사고의 초점이 놓여 있어 그러한 사실을 간과하고 있었다.



[그림 II-6] 학생 활동 예

(2012년 5월, 초등; 정영우 · 김부윤, 2014)

그런데 이 사례를 정육면체의 전개도에서 한 점에서 만나는 것을 인정하는 예로 소개하면서 의문이 생겼다. 원기둥의 전개도에서는 한 점에서 만나더라도 오류가 없으나, 정육면체 전개도의 경우는 회전방향에 따라 정육면체가 되는 경

우와 그렇지 않은 경우가 있다. [그림 5]의 사례는 되는 방향으로 회전하였기 때문에 가능했던 것으로 다른 방향으로 돌리면 정육면체가 만들어지지 않는다. 따라서 이 질문을 반영하여 <활동 4>를 다음과 같이 수정하였다.

<1차 수정된 활동 4>

① ‘모서리’나 ‘한 장’이란 추가 조건을 넣어 전개도를 다루는 이유는 무엇일까?

② 원은 한 점에서 만나는 경우를 인정하지만, 각기둥의 경우는 이를 인정하지 않는다. 그 이유는 무엇일까?

이에 대해 소수의 학생만이 올바른 답을 하였다.

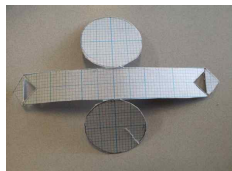
만약 정육면체의 전개도에서 정오각만 있는 경우 있다고 생각해 보자

 이 경우 정오각만 있는 경우 있다면 이렇게 되는 경우가 있다. 그러면 정오각을 정육면체의 전개도가 되어야 하는데 이 경우 정육면체가 될 수 없는 경우이다. 이렇게 한 점만 만나는 경우를 인정하지 않는 이유는 정육면체의 전개도에서 정오각만 있는 경우를 정육면체의 전개도라고 할 수 없는 것이 아닐까.

[그림 II-7] 학생 답안 예
(2013년 7월, 중등; 정영우·김부윤, 2014)

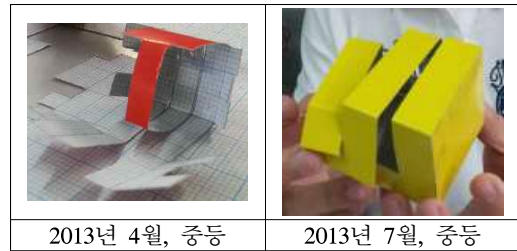
<질문상황과 질문 3; 2012년 5월>

동기유발을 위해 학생들의 전개도와 구성된 입체도형을 사진으로 찍어 다른 수업에서 자료로 보여주었다. 이때도 초등학교 6학년을 대상으로 전개도 구성활동과 사진 찍기를 하고 있었다. 한 학생이 산출물로 다음을 제시하였다.



(정영우·김부윤, 2014)

이것은 끼워서 원기둥을 구성할 수 있으므로 원기둥의 전개도가 될 수 없다고 판정했지만 해당학생이 이의를 제기하여 전체 토론이 이루어졌다. 일반적으로 전개도로 입체도형을 구성할 때는 자연스럽게 모아서 처음으로 마주치는 점이나 변을 붙이거나, 한 방향으로 돌려가며 접어서 완성하게 된다.



[그림 II-8] 접는 예

하지만 이 경우는 끼운다는 개념이 필요하다. 더구나 같은 끼운다는 개념인 [그림 9]의 예와도 차이가 있다. [그림 9]의 예가 먼저 나왔음에도 인지하지 못했던 ‘접는 방법에 대한 문제’가 이 질문으로 인해 인지되었다.



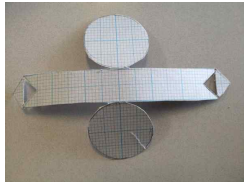
[그림 II-9] 학생 답안 예(정영우·김부윤, 2014)

이 토의는 지금껏 결론을 내리지 못하고 open question으로 다루어지고 있다. 이런 연유로 질문 2보다 먼저 나온 질문이었지만 수업에서는 늦게 다루어지게 되었다. <활동 4>는 다음과 같이 수정되었다.

<2차 수정된 활동 4>

① ‘모서리’나 ‘한 장’이란 추가 조건을 넣어 전개도를 다루는 이유는 무엇일까?

- ② 원은 한 점에서 만나는 경우를 인정하지만, 각기둥의 경우는 이를 인정하지 않는다. 그 이유는 무엇일까?
- ③ 전개도와 관련한 수업에서 학생이 낸 산출물에 다음과 같은 것들이 있었다. 이 전개도는 원기둥의 전개도일까?



<도입과 정리>

초기 프로그램의 도입문제를 생략하고, <활동 1> 이후 전개도에 관한 한국과 일본 교과서 내용을 소재로 갈등상황을 만들었다. <정리> 단계에서는 초기 프로그램의 도입문제를 풀게 하고, <2차 수정된 활동 4>의 답안을 공유하였다.

<도입문제>의 경우, 도입단계에서만 다루어지거나 도입과 정리 단계, 정리 단계에서만 다루어지는 등 상황에 따라 조정되었으며, 이론적 고찰이 이루어진 후에는 평가문제로 활용되었다.

이러한 과정들은 수업에서 소개되었으며, 학생들에 의해 프로그램의 내용이 개선되어 왔음을 강조하였다. 그리하여 학생들은 자신들을 프로그램 개발의 참여자로 생각하였으며, 더 나은 답안의 내기 위해 매진하는 모습을 보였다.

<표 II-2> 연도별 적용 프로그램

2006	2009	2010	2011	2012	2013	2014
초기프로그램			1차	2차	최종프로그램	

- 4) 이 논의는 전개도가 반드시 한 장의 그림이 아니어도 되므로 학문적으로는 가치가 없을 수 있다. 하지만 예와 같이 한 장의 전개도인 경우, 접는 방법에 대한 논의는 유의미하다.
- 5) 전개도의 정의와 관점, 한국과 일본의 교과서 분석 등 전개도에 관한 이론적 고찰은 정영우·김부윤(2014)을 참고하시오.

라. 최종 프로그램 분석

이러한 과정을 거쳐 완성된 본 교육 프로그램의 <활동>이 가지는 의도는 다음과 같다.

1. 정육면체의 전개도를 그려 봅시다.
2. 전개도의 정의를 적어 봅시다.
3. 원의 전개도를 그려봅시다.

의도. 정육면체의 전개도 예시와 전개도 정의 그리고 원의 전개도와 비교를 통해 인지적 불균형을 초래하고, 향후 활동을 안내한다.

학생들이 가진 전개도 정의의 개념이미지는 ‘모서리를 따라’ 자른다는 것이지만 원기둥의 경우, 모선을 잘라야 하므로 잘못된 이해임을 인식시키고, 교과서의 정의들을 확인함으로써 개념이미지를 수정한다. 이 권고는 전개도 정의에 관한 수학적 지식을 수정하면서 동시에 비본질적 요소인 ‘모서리를 따라’ 자른다는 변형하여 창의성을 발현시킬 동기를 준다.

4. 반드시 지켜야 할 조건과 추가적인 조건을 구별해 보자.

의도. 수학적 다양성을 위한 활동을 준비한다. 본질적 요소와 비본질적 요소를 구별하고 ‘모서리를 따라’ 자른다는 다른 표현들을 찾아봄으로써 변형전개도를 찾아내는 방법을 안내한다.

5. 변형전개도를 그려보자.

의도. 발산적 사고를 촉진한다.

많은 종류의 변형전개도를 얻기 위해 가능한 사고와 행동을 억압하지 않는다. 수업 중에 게임을 한다거나 교실을 돌아다니는 것 등이 허용된다. 그들은 다른 학생들의 산출물이 주목 받자 그 수준을 뛰어 넘기 위해 더욱 집중하였다. 따

라서 아이디어마다 많은 칭찬과 격려가 주어진다.

6. 변형전개도를 만들어 보자.

의도. 수렴적 사고를 위한 활동과 발견활동을 한다.

그려진 변형전개도는 엄밀하지 못하며, 독창성이 뛰어난 변형전개도는 의도한 입체도형이 되는지 판단이 쉽지 않다. 따라서 자신의 변형전개도가 목적에 맞는지 확인하고 반성하는 계기를 준다. 그리고 그 과정에서 당연하게 수용하였던 사실들이나 활동이 가지는 의미를 인식하게 한다.

7. 전개도의 작성과 제작 과정에서 생긴 의문을 해결해 보자.

의도. 수렴적 사고와 의사소통능력의 신장을 꾀한다.

활동 과정에서 가졌던 의문들을 수학적으로 유의미하게 해석하고, 해결하며, 이를 정당화하게 함으로써 자신들의 활동에 대한 가치와 성취감을 느끼게 한다.

8. 교사의 발문과 관찰 그리고 의사소통을 위한 노력

의도. 정의적 태도를 자극한다.
명문화·형식화 될 수 없는 창의적 태도의 발현을 위해 행동의 자유와 함께 그것을 수용하고 가치를 부여하는 교실문화를 통해 경쟁심, 성취감, 자존감, 개방성 등을 높여준다.

이렇게 개선된 프로그램은 수학적 창의성 교육 프로그램의 요소를 반영하고 있다.

<표 II-3> 프로그램 요소 분석

수학적 창의성 교육 프로그램의 요소	개선 프로그램에서의 구체화
수학적 지식	전개도의 정의와 관점, 논의 주제

발산적 사고	변형전개도 그리기
수렴적 사고	변형전개도의 구성과 반성 활동, 주어진 문제의 해결
수학적 의사소통	발표와 논의(정당화)
교실문화	학생 상호간의 자발적 경쟁, 학생 활동의 피드백, 산출물에 대한 평가권 부여, 자유로운 교실 분위기 등

III. 연구결과

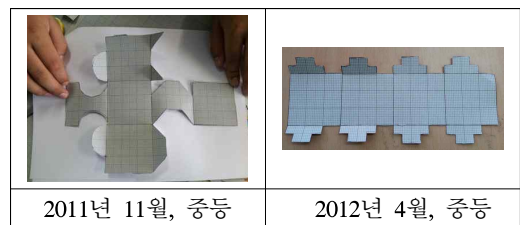
본 프로그램에서 수학적 창의성의 발현은 변형전개도에 관한 산출물과 수업 과정에서의 행동반응에 나타난다.

가. 변형전개도에 관한 산출물

다음은 입체도형의 구성활동에 의해 확인된 변형전개도를 분류한 것이다. 각 유형에 관한 독창성 평가 여부 역시 학생들에 의해 이루어졌다. 아이디어를 내기 위해 인고한 학생들이 그 가치를 가장 잘 판단할 수 있기 때문이며, 참여의식을 가지게 하려는 의도도 있었다.

<유형 1> 표준전개도의 일부를 변형한 것으로 정육면체나 원기둥의 전개도임을 바로 판별할 수 있다. 이 경우 가상의 선에 의해 표준전개도가 얻어진다.

다음은 학생 답안의 예시인데, 가장 많이 나온 유형이다. 학생들은 창의적이기는 하지만 독창적이라고 할 수는 없다고 평가하였다.



2012년 5월, 초등	2012년 5월, 초등
2012년 5월, 초등	2012년 5월, 초등
2012년 5월, 초등	2012년 5월, 초등
2012년 5월, 초등	2013년 4월, 중등

[그림 III-1] 학생 답안 예

<유형 2> 정육면체나 원기둥이 되는지 즉각적으로 판별할 수는 없지만, 가상의 사고구성으로 가능한 경우이다. 이 경우는 표준전개도를 이미 지하기 쉽지 않다.

학생들은 이 유형부터 독창적이라고 평가하였다.

2012년 5월, 초등	2012년 6월, 중등

2013년 5월, 중등	2013년 7월, 중등
2013년 7월, 중등	2013년 7월, 중등

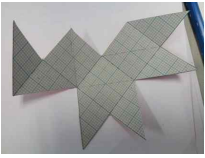
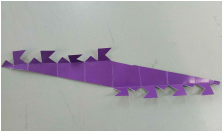
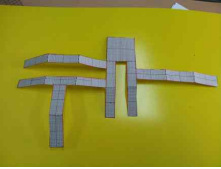
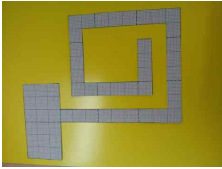
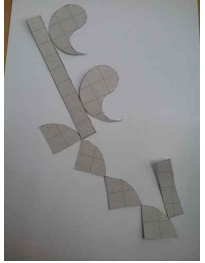
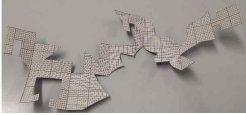
[그림 III-2] 학생 답안 예

<유형 3> 기본전개도에서 완전히 벗어나 있어 직접 만들어 보지 않으면 정육면체나 원기둥이 되는지 판단할 수 없다.

학생들은 이 수준을 아주 독창적이라 평가하였다. 실제로 이와 같은 답안은 소수로, 공간조작능력이 매우 뛰어나다고 할 수 있다.


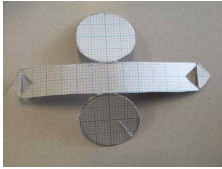
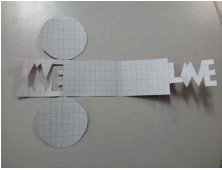
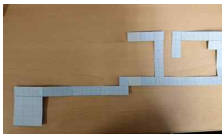
① 모으거나 돌리기로 구성되는 경우

2012년 3월, 중등	2012년 5월, 초등
2012년 5월, 초등 (수업 이후 제출)	2013년 3월, 중등
2013년 3월, 중등	2013년 4월, 중등

	
2013년 5월, 중등	2013년 6월, 중등
	
2013년 7월, 중등	2013년 7월, 중등
	
2013년 7월, 중등	2014년 7월, 중등

[그림 III-3] 학생 답안 예

② 비틀거나 끼워 맞추어서 구성되는 경우

	
2012년 3월, 중등	2012년 5월, 초등
	
2013년 3월, 중등	2013년 5월, 중등 (수업 이후 제출)

[그림 III-4] 학생 답안 예

나. 행동반응

학생들은 특별한 인지적 장애 없이 수용되었던 전개도의 정의가 자신들이 갖고 있던 개념 이미지와 다르며, 정육면체의 전개도와 원기둥의 전개도가 다른 관점이라는 것을 통해 인지적 갈등과 흥미를 가졌다. 그리고 잘못된 지식의 수정을 위한 이론적 학습만이 아니라, 잘못된 이미지를 발전 지향적으로 활용하여 다양한 변형전개도를 찾는 창의적 활동에 적극 호응하였다. 그들은 끊임없이 자신들이 낸 아이디어의 가치를 확인받고자 하였으며, 다른 학생들보다 더 나은 아이디어임을 증명해 보이고자 노력하였다. 학생들은 이전 학생들의 산출물에서 자극을 받았으며 자신들의 산출물도 그렇게 활용될 수 있기를 바랐다. 주어진 시간이 끝나고도 완성작품을 확인받고 싶어 했으며, 스스로 과제를 하여 메일로 보내오기도 하였다. 어떤 보상도 주어지지 않음에도 그들은 단지 자신들의 성취감을 위해 이러한 행동을 하였다. 학생 산출물의 <유형 1>과 <유형 2>는 비교적 많은 답안 유형으로, 초기 프로그램의 기대수준이었다. 한정된 시간에 독창적인 산출물을 얻기 위하여 이들 답안은 낮은 수준부터 하나하나씩 학생들의 요구에 따라 힌트로 주어졌으며, 학생들에게는 그 이상 수준의 산출물이 요구되었다. 대부분의 경우 <유형 1>을 다 보기 전에 부담감을 느껴 더 보기를 거부하였다. 또한 <유형 3>의 아이디어를 내는 학생들을 부러워하며 유사 산출물이라도 만들려고 하였다.

의도된 창의적 산출물인 변형전개도를 찾는 것만이 아니라, 그들은 자신들의 질문이 프로그램의 질적 발전을 가져왔으며, 논의 주제를 발견했고, 그에 대한 창의적 답안을 모색하고 있다는 것에 가치를 부여하였다. 많은 질문을 하려 했으며, 논의 과정에서 자신의 의견을 정당화하고 이해시키려 시도하였다. 특히 <활동 4>의 주제들은 학생들의 창의적 산물이며, 동시에 수렴적 사

고를 자극하는 소재였다.

프로그램의 적용 결과, 학생들은 전개도에 관한 새로운 이해관점을 가지게 되었으며, 창의적인 산출물을 얻었다. 이러한 결과물들은 수학적 창의성 교육 요소와 이 프로그램의 타당성과 함께 수학적 창의성 교육 프로그램의 지향점을 시사한다.

다. 프로그램 표준절차

수학적 창의성 프로그램은 대상 학생, 교육환경 등에 의해 재구성되어 활용될 수 있으나, 3단위 수업을 위한 표준적인 절차는 다음과 같다.

수업 단계	활동내용
1 (20~30분)	‘정육면체의 전개도는 11개이다’는 자료를 활용하여 전개도의 정의와 개념 이미지 사이의 갈등을 조성한다. 이때, 앞에서 소개된 문제(도입문제), 한국과 일본의 교과서 분석 자료(정영우·김부윤, 2014), 인터넷 검색 활동 등을 활용할 수 있다. 이 단계에서는 전개도에 관한 ‘인지적 불균형’을 초래하는 것이 중요하다.
2 (80~90분)	정육면체와 원기둥의 변형전개도 그리기와 만들기를 한다. 창의성 발현을 위해 행동의 규제를 최소화하며, 유의미한 결과물은 사진으로 찍어 줌으로써 격려와 다른 학생들의 참여를 유도한다. 변형전개도는 반드시 하나 이상 만들어 입체도형이 되는지 확인하도록 한다. 학생들은 전개도를 처음부터 엄밀하게 그리지 않으며, <유형2>나 <유형 3>은 구성활동 없이 판단이 어렵기 때문이다. 더불어 그린 전개도의 타당성을 추측하게 하고, 되지 않는 것은

	수정하게 하며, 주의점 등을 적게 한다. (3단위의 수업에서는 정육면체와 원기둥의 변형전개도를 동시에 진행하나 주어진 시간에 따라서는 정육면체를 먼저 진행하고 원기둥의 전개도에 관한 분석 후 원기둥의 변형전개도를 진행한다.) 별도의 휴식시간은 주어지지 않으며, 최소한의 규제만 한다.
3 (25분)	주변 정리를 마친 후 <2차 수정된 활동 4>의 의문들에 대한 의견을 적고 논의 한다. 이때 반드시 만들기 활동을 종료시켜야 집중도가 높아진다.
정리	단계 3에 대한 의견을 정리하고, 수업을 마무리한다.

❖ 이전 학생들의 활동과 산출물들을 수업 전에 걸쳐 다룬다.

IV. 결론

본 연구에서는 수학적 창의성 교육 프로그램의 요소를 수학적 지식, 발산적 사고, 수렴적 사고, 수학적 의사소통능력, 교실문화로 범주화하였다. 그리고 이들 요소를 고려한 수학적 창의성 영재교육 프로그램을 설계하고, 2006년과 2009년부터 2014년에 걸쳐 시행하고 수정·보완하였다. 이 과정에서 학생들의 산출물 및 행동반응은 프로그램 개선에 중요한 역할을 하였다.

정영우·김부윤(2014)의 연구에 따르면 본 프로그램의 소재인 전개도는 입체도형의 성질을 다루는 수단으로써 뿐만 아니라, 전개도에 관한 다양한 관점과 변형전개도의 구성 등을 통해 수학적 창의성의 발현과 수학적 안목의 신장을 돕는 수학적 소재이다. 또한 전개도에 관한 변형전개도를 찾는 open-ended 문제는 답안이 무한하며 구성활동에 의해 바로 피드백을 받을 수 있다는

장점이 있다. 하지만 여기서 주목해야 할 사실은 수업 과정에서 학생들이 도출한 의문과 답안이다. 2009 개정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 학교수준에서의 수학적 창의성을 의미하기 때문에, 학습자가 수학적 추론과 통찰을 활용하여 기존의 지식과 경험을 유의미한 방법으로 분석·연결·통합하는 과정에서 창의성이 발현된다고 본다(황혜정 외, 2012). 그러므로 프로그램 개발 과정에서 보여준 학생들의 분석과 통찰에 의한 의문 그리고 발전적이고 탐구적인 의문에 대한 답안은 학교수준에서 유의미하고 가치 있는 수학적 창의성의 발현이라 할 수 있다.

따라서 수학적 개념의 창의적 해석에 의한 갈등상황, 갈등상황의 발산적 아이디어로의 발전적 활용 그리고 수렴적 사고가 필요한 정당화 활동, 자기 주도적이고 가치지향적인 수용적 교실문화는 창의성 교육을 위한 프로그램의 가장 기본적인 요소라 할 수 있다. 또한 이러한 요소를 적용한 프로그램의 개선 과정은 수학적 창의성 교육 프로그램이 교사의 인내와 민감성 그리고 개방성과 유연성을 필요로 하며, 독창적인 학생 산출물과 행동반응을 적극적으로 수업에 활용해야 한다는 것을 보여준다.

전개도에 관한 open-ended 문제는 답이 무한하며, 따라서 본 연구에서 소개된 이외의 유형이 있을 수 있다. 그러므로 보다 많은 창의적 산출물의 축적과 분석이 필요하다. 그리고 본 연구는 프로그램의 개발을 목적으로 하고 있으므로, 학생 산출물에 대한 유연성, 유창성, 독창성 등의 창의성 평가 요소에 대한 통계적 처리가 이루어지지 않았다. 이에 대한 창의성 평가 기준 설정과 학생들의 수학적 창의성 능력 평가 관점의 연구가 필요하다. 그리고 open question에 관한 연구 역시 필요하다.

참고문헌

- 교육과학기술부(2008). **중학교 교육과정해설 III 수학**, 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**, <http://ncic.re.kr>.
- 교육부(1992). **제6차 수학과 교육과정**, <http://ncic.re.kr>.
- 교육부(1997). **제7차 수학과 교육과정**, 서울: 대한교과서주식회사.
- 김수환·박성택·신준식·이대현·이의원·이종영·임문규·정은실(2010). **초등학교 수학과 교재연구**, 서울: 동명사.
- 송상헌(1998). **수학에 관한 영재성 측정과 판별에 관한 연구**, 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 이종희·김선희(1998). 수학 교수 학습에서 의사소통에 관한 연구, **대한수학교육학회논문집, 제8권** 제2호, pp.691-708.
- 정영우(2007a). 韓國の英才教育機關の入試に關する研究 (I) **日韓數學教育セミナー2007**, 日本鳴門: 鳴門教育大學, pp.13-42.
- 정영우(2007b). 韓國の英才教育機關の入試に關する研究 (II) **日韓數學教育セミナー2007**, 日本鳴門: 鳴門教育大學, pp.73-97.
- 정영우·김부운(2014). 전개도에 관한 교수학적 고찰, **대한수학교육학회지 <학교수학>, 제16권** 제2호, pp.285-301.
- 최병훈·방정숙(2012). 수학적 창의성 교육에 관한 연구 동향 분석, **영재교육연구, 제22권** 제1호, pp.197-215.
- 하수현·이관호·성창근(2013). 창의성의 본질적 관점에서 본 수학적 창의성 교육의 국내 연구 동향, **대한수학교육학회지 <학교수학>, 제15권** 제3호, pp.551-568.
- 황혜정·나귀수·최승현·박경미·임재훈·서동엽(2012). **수학교육학신론**, 서울: 문음사.
- Ervynck, G. (1991). *Mathematical Creativity*, In Tall, D.(ed.) *Advanced Mathematical Thinking*,

- Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp.42-53.
- Haylock, D. W.(1987). A Framework for Assessing Mathematical Creativity in Schoolchildren, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 18, pp.59-74.
- 恩田彰(1971). 講座 創造性の教育 2 創造性の開発と評価、東京: 明治図書.
- 鄭英佑(2002). 数学教育における創造性に関する研究—中学2年生の数学的創造性と人格特性—, 鳴門教育大学大学院 修士学位論文.

Development and Practice of Gifted and Talented Education Programs for the Mathematical Creativity

Chung, Young Woo (Kyungsung University)

In this study, we will develop and apply the education program for mathematical creativity, with the open-ended problems about development figure. The purpose of this study is to categorize the elements of the mathematical creativity in consideration of the real class, and is to design a education program that reflects this. To do this, from 2006 through 2014, by targeting 205 gifted students in the sixth grade until eighth grade of Busan, Gyeongnam, Gyeongbuk were carried out in

class. Also in this study, we will examine the process and the results of its application. As a result, students' outcomes and behavioral reactions brought about a qualitative development of the program, and students became aware of the participants in the development of the program. These results suggest the aim of developing a education program for mathematical creativity, as well as the effectiveness of this education program.

* Key Words : The Gifted and Talented Education Program for Mathematical Creativity(수학적 창의성 영재교육 프로그램), Development Figure(전개도)

논문접수 : 2015. 2. 5

논문수정 : 2015. 2. 26

심사완료 : 2015. 3. 17