

# 가변적인 계산시간지연에 의한 햅틱 시스템에서의 안정성 영향 분석

이 경 노\*

한국교통대학교 에너지시스템공학과

## Analysis for the Stability of a Haptic System with the Computational Time-varying Delay

Kyungno Lee\*

Department of Energy System Engineering, Korea National University of Transportation,  
50 Daehak-ro, Chungju-si, Chungbuk 380-702, Korea

(Received 2015. 11. 03 / Accepted 2015. 11. 20)

**Abstract** : This paper presents the effects of the computational time-varying delay on the stability of the haptic system that includes a virtual wall and a first-order-hold method. The model of a haptic system includes a haptic device model with a mass and a damper, a virtual wall model, a first-order-hold model and a computational time-varying delay model. In this paper, the maximum of the computational time-varying delay is assumed to be as much as the sampling time. Using the simulation, it is analyzed how the sample-hold methods and the computational time-varying delay affect the maximum available stiffness. As the maximum of computational time-varying delay increases, the maximal available stiffness of a virtual wall model is reduced.

**Key words** : Haptic system (햅틱시스템), stability (안정성), computational time-varying delay (가변적인 계산시간지연), virtual wall model (가상벽모델), first-order-hold method (일차홀드 방식)

### 1. 서론

현실감이 높은 동역학적 모델링을 이용한 가상현실 시뮬레이터에서는 동역학 모델에 근거하여 반력모델을 생성하고 계산한다. 그러나 유한요소법과 같이 현실감 높은 동역학적 모델은 반력과 변형된 모델의 형상을 계산함에 있어 많은 계산시간이 소요되며, 이는 시간지연으로 작용하여 시스템을 불안정하게 만든다.

계산시간은 가상 환경에서 주어진 변위 입력과 가상환경 모델의 복잡도, 모델과의 접촉 여부판단, 접촉 위치 등에 따라서 매번 달라질 수 있다. 따라서 본 논문에서 계산시간지연이 샘플링시간이내에서 불규칙적으로 변할 때 햅틱 시스템의 안정성을 보장하는 가상 모델의 임피던스 영역을 분석하여, 가변적인 계산

시간이 시스템 안정성에 미치는 영향을 분석한다.

영차홀드 방식을 이용하여 시스템의 안정성을 해석한 기존 연구<sup>1)</sup>에서는 계산시간지연 또는 통신시간지연이 증가할 때 가상벽 모델의 안정성 영역이 반비례하여 감소한다는 관계를 제시했다. Diolati<sup>2)</sup>은 샘플-홀드, 계산시간지연 등을 포함한 시간지연이 시스템 안정성에 미치는 영향을 분석했다. 그렇지만, 이런 연구<sup>1-2)</sup>에서는 시간지연이 일정하다는 전제조건에서 해석된 결과이므로 불규칙한 시간지연이 발생하는 경우에는 적용하기 어렵다.

최근에는 샘플-홀드 방식 중 일차홀드 방식을 이용하여 가상 임피던스의 안정성 영역을 증가시키는 방법에 관한 연구들이 진행 중이다. 일차홀드 방식을 이용하여 가상 임피던스의 안정성 영역을 확장시킬 수 있음을 보였으며, 햅틱장치의 물성치와 인간모델에

\*Corresponding author, E-mail: klee@ut.ac.kr

의한 영향을 분석했다.<sup>3-6)</sup> 그리고 일정한 크기의 계산 시간지연을 갖는 시스템에 대한 안정성 영역이 분석되었으며, 햅틱 장치의 물성치에 의한 영향도 함께 분석되었다.<sup>7)</sup> 그렇지만 가변적인 계산시간지연이 시스템 안정성에 미치는 영향에 대한 분석은 거의 없었다.

본 논문에서는 가상벽 모델의 안정성을 보장하는 임피던스의 영역이 가변적인 계산시간지연에 의해서 어떻게 변하는지를 시뮬레이션을 통해 분석한다. 그리고 가변적인 계산시간지연이 포함된 가상벽 모델의 안정성 영역이 샘플-홀드 방식에 의해서 어떤 영향을 받는지를 비교, 분석한다.

## 2. 가변적인 계산시간지연을 포함한 햅틱시스템 모델링

가변적인 계산시간지연이 햅틱시스템의 안정성에 미치는 영향을 분석하기 위해서는 시뮬레이션 환경 구축을 위한 시스템 모델이 필요하며, Fig. 1과 같이 구성된다. 가변적인 계산시간지연을 포함한 햅틱 시스템은 햅틱장치 모델, 샘플링 모델, 반력계산을 위한 가상환경 그리고 샘플-홀드로 구성된다.

햅틱장치 모델은 햅틱장치의 질량 (Md)과 댐핑상수 (Bd)로 모델화된다. 가상환경모델은 계산시간지연의 크기를 자유롭게 조절하여 시뮬레이션 할 수 있도록 반력모델을 가상스프링모델 (Kw)로 단순화시키고, 여기에 가변적인 계산시간지연모델을 포함시켰다. 이를 통해 반력을 계산하는 과정에서 발생할 수 있는 가변적인 계산시간지연 환경을 구현했다. 그리고 샘플-홀드는 영차 또는 일차홀드 방식을 이용한다. 여기서 일차홀드 모델에 대한 전달함수모델은 (1)과 같다. 또한 본 논문에서는 보수적으로 가상벽 임피던스의 안

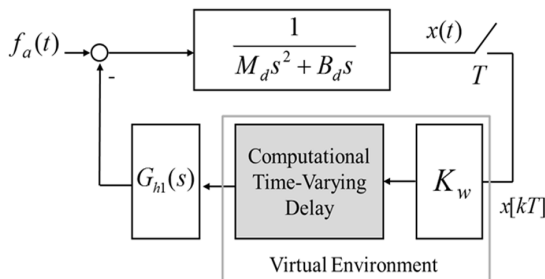


Fig. 1 Block diagram of haptic system with a computational time-varying delay and a first-order-hold

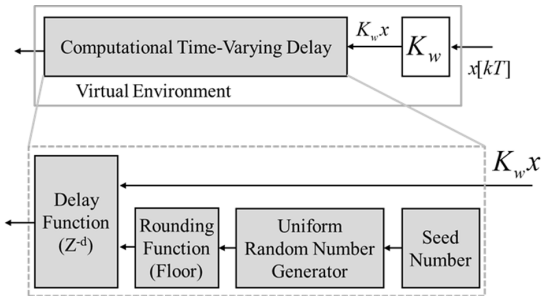


Fig. 2 Block diagram for the computational time-varying delay model

정성 영역을 계산하기 위해서 인간모델은 고려하지 않는다.

$$G_{h1}(s) = \left( \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right)^2 \frac{Ts + 1}{T} \quad (1)^4$$

시뮬레이션을 위해서 가변적인 계산시간지연 모델은 Fig. 2의 하단모델과 같이 균등난수 발생기 (uniform random number generator), 이를 정수화하기 위한 소수 점자리 버림함수와 시간지연 모델로 구성된다. 이것은 불규칙하고 가변적인 계산시간을 구현을 위한 모델이다. 일정 주기 (T)로 샘플링된 입력값은 가상스프링상수 (Kw)와 연산되어 반력이 계산되지만, 가변적인 계산시간지연 모델에서 계산된 불규칙한 시간만큼 지연되어 사용자에게 전달되게 된다.

균등난수발생기 (uniform random number generator)는 씨드 (seed) 숫자에 따라 발생하는 난수가 결정되므로, 다양한 가변시간지연에 대한 시스템의 안정성을 분석하기 위해서는 여러 개의 씨드 (seed) 숫자에 대해서 난수를 발생시켜야 한다. 시뮬레이션에서는 씨드 (seed) 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 사용된다.

Table 1 Average and standard deviation of data according to the seed number of a uniform random number generator

Seed number	Average	Standard Deviation
1	4.40	2.58
2	5.27	3.04
3	4.20	2.44
4	5.73	2.78
5	5.60	2.92

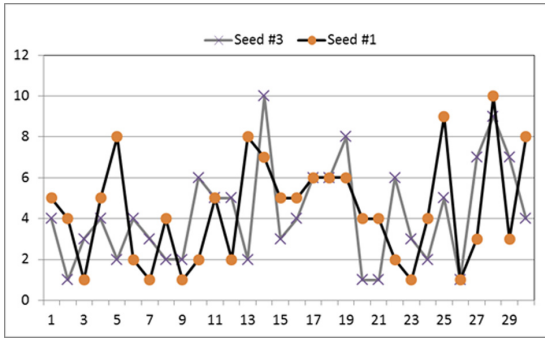


Fig. 3 Example: random number generation using uniform random number generator and rounding function. (mark 'x': seed #3, 'o': seed #1)

씨드 (seed) 숫자별로 발생되는 난수의 특성을 살펴 보기 위해서 최소 1, 최대 10을 갖는 난수 30개 데이터에 대한 평균값과 표준편차를 구했으며, 그 결과는 Table 1과 같다. 씨드 (seed) 숫자 1일 때는 평균이 4.4, 표준편차가 2.58이고, 씨드 (seed) 숫자가 3일 때는 평균이 4.2, 표준편차가 2.44이다. Fig. 3은 3장의 시뮬레이션에 사용된 씨드 (seed) 숫자 1, 3과 이에 따라 생성되는, 최소 1, 최대 10까지의 분포를 갖는 난수 30개 데이터의 분포도이다.

### 3. 가변적인 계산시간지연에 의한 햅틱 시스템의 안정성 분석

일반적으로 햅틱 시스템의 안정성에 영향을 미치는 요인은 샘플링시간, 햅틱장치의 물성치, 샘플-홀드 방법, 그리고 시간지연 등인데, 본 논문에서는 특히 가변적인 계산시간지연과 일차홀드 방식이 햅틱시스템의 안정성에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통해 분석한다. 시뮬레이션에서 시스템이 안정하다고 판단하는 기준은 시뮬레이션 시간으로 500 초 동안 계단 입력에 대한 출력이 시간에 따라 감소하거나 증가하지 않는 경우이다. 반면에 출력이 커지고 작아지는 것이 반복되는 경우는 불안정하다고 판단했다. 이를 통해 시스템을 안정화시킬 수 있는 최대 임피던스의 범위를 산출하고, 가변적인 계산시간지연의 안정성에 대한 영향을 분석했다.

시뮬레이션 환경에서 햅틱 장치의 질량 (Md)는 0.1 kg, 댐핑상수 (Bd)는 0.5 Ns/m로 설정했다. 특히 댐핑상수는 보통의 햅틱 장치의 물성치보다는 비교적 큰

값이다. 이 값을 크게 설정한 이유는 시간지연이 증가함에 따라 시스템 안정성 영역이 급격하게 감소하므로, 안정성 영역을 비교적 크게 설정해서 시간지연 증가에 따른 조기 수렴을 방지하고 시간지연에 따른 안정성영향을 분석하기 위함이다.

#### 3.1 샘플링 주기와 가변적인 계산시간지연에 따른 햅틱 시스템의 안정성 영역 분석

가상현실에서 반력의 현실감을 높이려면 동역학적 모델이 정확해야 하며, 이를 토대로 접촉위치 및 형태, 삽입깊이 등을 고려하여 반력을 계산해야 한다. 이 과정은 매우 복잡한 수학적 해석을 포함할 수 있으며, 이 때문에 계산시간지연이 발생한다. 특히 계산복잡도 등에 따라서 계산시간지연의 크기는 샘플링주기마다 달라질 수 있다.

본 논문에서는 계산시간지연의 최대값을 샘플링주기로 제한하고, 샘플링 주기 이내에서는 1 ms 단위의 분해능으로 불규칙하게 계산시간지연이 발생한다고 가정하였다. 즉, 샘플링주기가 10 ms인 경우에는 계산시간지연이 최소 1ms에서 최대 10 ms까지 불규칙적으로 발생할 수 있다고 가정했다.

실제 상황에서 시스템내의 계산시간지연의 최대값을 정확히 추정하는 것은 어렵다. Table 2의 시뮬레이션 환경처럼 샘플링주기보다 가변적인 계산시간지연의 최대값이 작을 수 있으며, 이 경우에 대한 시스템 안정성 영역에 대한 분석결과가 Table 2이다. Table 2에서는 계산지연시간의 최소값은 1 ms, 최대값은 10 ms로 범위를 한정하고, 씨드 (seed) 번호 1 ~ 5를 사용한 난수로 불규칙한 계산시간지연을 발생시켰을 때, 샘플링주기를 증가함에 따른 가상 스프링 상수 (Kw)

Table 2 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) with FOH according to sampling time when the computational time-varying delay is min. 1ms ~ max. 10ms.

Sampling time (sec)	Seed #1	Seed #2	Seed #3	Seed #4	Seed #5	Avg.
	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)
0.01	50	50	50	50	50	50
0.02	33	33	33	33	33	33
0.03	25	25	25	25	25	25
0.04	20	20	20	20	20	20
0.05	17	17	17	17	17	17

Table 3 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) with FOH according to sampling time when the computational time delay is sampling time. <sup>7)</sup>

Sampling time (sec)	Computational time delay (sec)	Max. Kw (N/m)
0.01	0.01	48
0.02	0.02	23
0.03	0.03	15
0.04	0.04	11
0.05	0.05	9

Table 4 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) with FOH according to sampling time when the computational time-varying delay is min. 1ms ~ max. sampling time.

Sampling time (sec)	Seed #1	Seed #2	Seed #3	Seed #4	Seed #5	Avg.
	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)
0.01	50	50	50	50	50	50
0.02	25	25	25	25	25	25
0.03	17	17	17	17	17	17
0.04	13	13	13	13	13	13
0.05	10	10	10	10	10	10

의 안정적인 영역을 시뮬레이션을 통해 분석했다. 이때 샘플-홀드 방식은 일차홀드 방식을 사용했으며, 계산시간지연의 분해능이 1 ms이기 때문에 샘플-홀드 방식의 샘플링 주기(T)를 1 ms로 가정했다. Table 2의 결과를 보면, 씨드(seed) 번호가 달라지더라도 결과는 동일하다. 이는 난수의 대동소이한 변화는 결과에 영향주지 않음을 의미한다.

Table 3은 샘플링주기크기의 일정한 계산시간지연이 발생하는 경우에 대한 시뮬레이션 결과이다.<sup>7)</sup> 이때 샘플-홀드 방식은 일차홀드 방식이다. Table 2의 결과와 비교해보면, 샘플링주기가 증가할수록 샘플링 주기에 대한 계산시간지연 최대값(10 ms)의 비율이 감소하고, 가상스프링의 안정성 영역이 상대적으로 커지는 것을 알 수 있다. 샘플링주기가 50 ms인 경우에는 약 1.9배 정도 영역이 커지는 것을 알 수 있다.

Table 4는 Table 3의 시뮬레이션 환경과 동일한 조건에서 계산시간 최대값만을 샘플링주기만큼 증가시킨 경우이다. 따라서 가변적인 계산시간지연은 최소 1ms에서 최대 샘플링주기까지 변할 수 있다. Table 3

Table 5 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) with ZOH according to sampling time when the computational time-varying delay is min. 1ms ~ max. 10ms.

Sampling time (sec)	Seed #1	Seed #2	Seed #3	Seed #4	Seed #5	Avg.
	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)
0.01	48	48	48	48	48	48
0.02	32	32	32	32	32	32
0.03	24	24	24	24	24	24
0.04	20	20	20	20	20	20
0.05	16	16	16	16	16	16

Table 6 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) with ZOH according to sampling time when the computational time-varying delay is min. 1ms ~ max. sampling time.

Sampling time (sec)	Seed #1	Seed #2	Seed #3	Seed #4	Seed #5	Avg.
	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)
0.01	48	48	48	48	48	48
0.02	24	24	24	24	24	24
0.03	16	16	16	16	16	16
0.04	12	12	12	12	12	12
0.05	10	10	10	10	10	10

과 4의 결과를 비교해보면 안정적인 가상스프링의 영역이 거의 비슷한 것을 알 수 있다. Table 2와 3의 결과 비교와 Table 3과 4의 결과 비교를 보면, 햅틱 시스템을 설계할 때 가변적인 계산시간지연의 최대값으로 일정하게 시간지연된다고 가정하여 설계하면 좀더 보수적으로 시스템을 안정화시킬 수 있음을 알 수 있다.

Table 5와 Table 6은 샘플-홀드 방식이 영차홀드일 때 가변적인 계산시간지연 환경에서의 안정적인 가상스프링(Kw)의 영역을 시뮬레이션을 통해 분석한 것이다. 그리고 Table 7은 계산시간지연이 없을 때 샘플링 주기별, 샘플-홀드 방식별 가상스프링의 안정성 영역의 최대값을 시뮬레이션을 통해 분석한 결과이다. Table 7의 결과는 샘플-홀드에 의한 영향이 시간지연의 존재여부에 따라 어떻게 달라지는지를 분석하기 위해서 수행된 결과이며, 시간지연에 대한 조건을 제외하고는 다른 시뮬레이션과 동일한 조건에서 수행되었다.

Table 2와 5, Table 4와 6을 비교해보면 샘플링주기

별로 시스템의 안정성 영역이 샘플-홀드 방식에 상관 없이 비슷한 것을 알 수 있다. 그렇지만 Table 7의 결과를 보면, 계산시간지연이 없을 때에는 일차홀드 방식을 이용하는 경우가 영차홀드 방식을 이용하는 경우보다 1.7배~2.7배 더 큰 영역을 갖게 되는 것을 볼 수 있다. 그러므로 시간지연이 존재할 경우에는 영차홀드 대신 일차홀드 방식을 이용하더라도 안정성 영역 확장 효과는 거의 없다.

Table 8은 샘플링주기를 50 ms로 고정하고 계산시간지연의 최대값을 5 ms 에서부터 5 ms 간격으로 50 ms까지 증가시킬 때 가상스프링 상수의 안정성 영역의 최대값을 시뮬레이션을 통해 분석한 것이고, 이에 대한 추세선 분석 결과가 Fig. 4이다.

Table 8과 Fig. 4의 결과를 보면, 계산시간지연이 증

Table 7 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) according to sample-hold methods without the computational time delay.

Sampling time (sec)	FOH	ZOH	$\frac{K_w@FOH}{K_w@ZOH}$
	Kw (N/m)	Kw(N/m)	
0.01	374	100	3.7
0.02	131	50	2.6
0.03	71	34	2.1
0.04	46	25	1.8
0.05	33	20	1.7

Table 8 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) with FOH according to max. computational time delay when sampling time is 50ms.

Max. Computational time delay (ms)	Seed #1	Seed #2	Seed #3	Seed #4	Seed #5	Avg. Kw (N/m)
	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	Kw (N/m)	
5	18	18	18	18	18	18
10	17	17	17	17	17	17
15	15	15	15	15	15	15
20	14	14	14	14	14	14
25	13	13	13	13	13	13
30	13	13	13	13	13	13
35	12	12	12	12	12	12
40	11	11	11	11	11	11
45	11	11	11	11	11	11
50	10	10	10	10	10	10

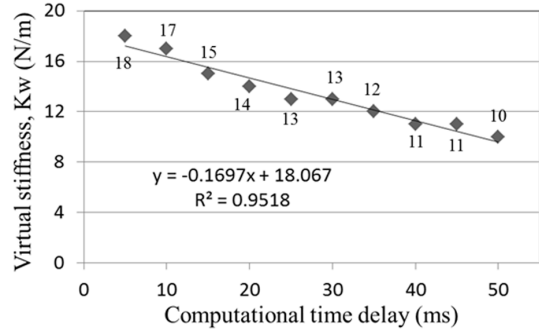


Fig. 4 Relation between computational time delay and the impedance of a virtual wall where Md=0.1 kg, Bd =0.5 Ns/m, data hold type=FOH, sampling time = 50ms.

가함에 따라 안정성 영역이 점점 감소되는 것을 볼 수 있으며, 발생된 난수의 불규칙성은 그 영향력이 없을 수 있다.

#### 4. 결론

가상현실의 그래픽모델 정확도와 복잡도에 따라 계산시간지연은 불규칙적으로 발생한다. 가변적인 계산시간지연과 샘플-홀드 방식에 따른 시스템 안정성 영역을 분석했다.

난수 발생의 씨드(seed)를 다양하게 변경하여 시뮬레이션했으나 시스템 안정성 영역에 대한 영향은 거의 없었고, 계산시간지연이 증가할수록 시스템의 안정성영역은 축소되었다. 즉, 가변적인 계산시간의 최대값으로 시간지연이 고정되었다고 가정하여 시스템의 안정성 영역 및 가상모델 임피던스의 최대값을 설계하면 계산시간이 불규칙적으로 변하더라도 시스템은 안정성을 유지할 수 있다.

계산시간지연이 없을 때, 가상스프링의 안정성 영역은 영차홀드를 이용할 때보다 일차홀드를 이용할 때 더 커지는 것을 볼 수 있다. 그렇지만 계산시간지연이 존재하면 그 효과는 거의 없어서 샘플-홀드 방식에 상관없이 거의 비슷한 안정성 영역을 갖게 된다.

#### Acknowledgement

2015년 한국교통대학교 지원을 받아 수행하였음.

This was supported by Korea National University of Transportation in 2015.

## References

- 1) J. J. Gil, E. Sanchez, T. Hulin, C. Preusche, and G. Hirzinger, "Stability boundary for haptic rendering: influence of damping and delay," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Roma, Italy, 10-14 April, 2007, pp.124-129.
- 2) N. Diolaiti, G. Niemeyer, F. Barbagli, and J. K. Salisbury, "Stability of haptic rendering: discretization, quantization, time delay, and coulomb effects," IEEE Trans. on Robotics, vol. 22, no. 2, pp. 256-268, Apr. 2006.
- 3) K. Lee, "Effect on data-hold methods on stability of haptic system," Journal of Institute of Convergence Technology, vol. 2, no. 2, pp. 35-39, 2012.
- 4) K. Lee, "Stability of haptic system with consideration for sample-and-hold methods and properties of haptic device," Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society, vol. 14, no. 11, pp. 5338-5343, 2013.
- 5) K. Lee, "Stability analysis of a haptic system with a first-order-hold method," Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 20, no. 4, pp. 389-394, 2014.
- 6) K. Lee, "Stability analysis of a haptic system with a human impedance model using the Routh-Hurwitz criterion," Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society, vol. 15, no. 4, pp. 1813-1818, 2014.
- 7) K. Lee, "Effects of the time delay on the stability of a virtual wall model with a first-order-hold method," Journal of Institute of Convergence Technology, vol. 4, no. 2, pp. 17-21, 2014.