論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 43(4), 304-310(2015) DOI:http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2015.43.4.304 ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

1-D 시뮬레이션을 활용한 핀틀추력기의 성능해석 - I : 정상상태 특성

Performance Analysis of the Pintle Thruster Using 1-D Simulation - I : Steady State Characteristics

Jihong Kim*, Seonghyeon Noh* and Hwanil Huh**

Department of Aerospace Engineering, Graduate School at Chungnam National University* Department of Aerospace Engineering, Chungnam National University**

ABSTRACT

Pintle thrusters use pintle stroke to change nozzle throat area, and this controls thrust. Using MATLAB, one-dimensional simulation has been investigated and the results are compared to those of cold flow tests and computational fluid dynamics for the pintle thruster of Chungnam National University. The prediction based on one-dimensional flow theory shows good agreement with measurements for chamber pressure, but deviates for thrust, partly because of nozzle wall separation. Computational results show that nozzle wall separation occurs at an early stage of nozzle expansion, near the design nozzle throat, for the course of pintle strokes. Empirical thrust prediction incorporates nozzle wall separation, and thus 1-D simulation using empirical thrust prediction showed good results for an early stage of pintle stroke.

초 록

핀틀추력기는 추력조절을 위해 노즐목면적을 조절하는 핀틀 스트로크 개념을 사용한다. 충남대학교에서 수행한 공압시험용 핀틀추력기에 대해 MATLAB을 사용하여 1-D 시뮬레 이션 성능예측 기법을 연구하였고 전산수치해석과 1-D 시뮬레이션을 수행하여 결과를 비 교하였다. 일차원 유동이론에 근거한 성능예측결과는 챔버압력에 대해 경향성 뿐만 아니 라 계산값까지 유사한 것을 확인하였지만, 노즐벽면의 박리로 인해 추력에 대해서는 오차 가 존재하였다. 수치해석 결과로 모든 핀틀 스트로크 구간에서 노즐의 확장부 부분의 설 계 노즐목 부근에서 유동박리가 발생하는 것을 확인하였다. 엠피리컬(Empirical) 추력예측 법은 노즐벽면의 박리를 포함하며, 1-D 엠피리컬 시뮬레이션은 초기 핀틀 스트로크 구간 에서 추력을 잘 예측하였다.

Key Words : Pintle Nozzle(핀들 노즐), One-dimensional Simulation(1-D 시뮬레이션), Steady State(정상상태), MATLAB(매틀랩), CFD(전산수치해석)

^{*} Received : March 6, 2015 Revised : March 19, 2015 Accepted : March 19, 2015

^{**} Corresponding author, E-mail : hwanil@cnu.ac.kr

Ⅰ.서 론

고체 추진기관은 비교적 구조가 단순하고 짧 은 시간에 큰 추력을 발생하기 때문에 미사일 등 의 고속 비행체에 적합하다. 하지만 추력조절이 불가능하다는 단점을 가지고 있기 때문에 최근 이러한 단점을 보완하기 위한 방법 중 핀틀 노즐 기술 연구가 활발히 진행되고 있다.

Figure 1은 핀틀 구동기가 있는 노즐의 작동방 식에 대한 개략도이다. Fig. 1의 (a)와 (b)는 각각 핀틀의 전진과 후진에 대한 그림이고, 핀틀의 전·후진에 따라 노즐목의 크기가 변하게 되어 연 소관 내부 압력을 조절 할 수 있다. 핀틀 노즐은 이러한 챔버압력의 변화에 상응하여 추력이 변하 는 노즐이다[1].

핀틀에 대한 연구가 국외에서는 이미 많이 진 행되어 있고, 실전에 적용할 수 있는 수준의 연 구가 지속적으로 수행되고 있다. 미국의 Aerojet 에서는 핀틀 추력기 설계 개발 및 각종 연소시험 을 하였고, 추력 조절이 가능한 메인 엔진 및 자 세제어용 시스템에 대해 연구하였다[2]. 프랑스의 SNECMA에서는 궤도천이 및 자세제어 시스템 (DACS)에의 적용을 위한 궤도천이용 추력기 및 자세제어용 추력기 설계방법을 개발하였고 시험 을 통해 평가하였다[3]. 국내에서는 핀틀-노즐이 적용된 고체추진기관의 지상연소시험을 수행하여 내탄도 성능해석과 비교를 국방과학연구소에서 수행하였다[4]. 항공대에서는 관통형 핀틀 노즐의 핀틀 형상 및 핀틀 위치에 따른 추력계수 경향을 수치해석을 통해 분석하였고, 과팽창조건에서 발 생하는 박리유동이 추력에 미치는 영향을 확인하 였다[5].

국방과학연구소에서는 핀틀 노즐의 1차원 이 론에 의한 성능예측 결과를 공압시험 및 수치해 석 결과와 비교를 통해, 정상상태 및 비정상상태 에서 1차원 이론 성능예측이 시험결과를 잘 예측 하는 것을 확인하였다[6,7]. 1차원 성능예측은 One-dimensional Analysis 혹은 1-D simulation



Fig. 1. Pintle nozzle operation

이라고 표현한다. 1-D simulation은 어떤 실험이 나 수치해석을 수행하기 전에 간단한 계산과정을 통해 대략적인 성능예측이 가능하고, 실험결과와 수치해석 결과의 비교뿐만 아니라 1-D해석 결과 비교를 통해 연구의 신뢰성을 향상 시킬 수 있 다.

이에 따라 본 논문에서는 1차원 성능예측 기 법을 확보하기 위해 충남대학교에서 수행한 핀틀 노즐의 실험[8]에 대해 1-D 시뮬레이션을 수행하 였고, 수치해석을 통해 결과를 비교하였다. 그리 고 1-D 시뮬레이션 계산과정은 MATLAB을 사용 하여 코딩을 확보하였고, 추후 듀얼벨 노즐(dualbell nozzle)등 핀틀 구동기가 있는 노즐의 다양 한 형상에 활용을 위해 사용할 것이다.

Ⅱ.본 론

2.1 핀틀 형상 및 노즐목면적 계산

2.1.1 핀틀 스트로크(stroke) 정의

본 연구에서는 핀틀 끝단이 설계 노즐목에서 부터 이동한 위치를 핀틀 스트로크라 정의하였 고, 핀틀 끝단이 설계 노즐목 위치에 있을 때를 0 mm 스트로크 혹은 스트로크가 0 mm 위치에 있다고 표현하였다. Fig. 2의 (a)는 스트로크가 0 mm 위치에 있을 때 핀틀 노즐형상이며, Fig. 2 의 (b)는 스트로크가 6 mm 위치에 있을 때 핀틀 노즐 형상이다. Fig. 2에 설계 노즐목면적 (A_{Ref}^*) 과 노즐출구면적(A_E), 스트로크의 위치에 따른 노즐목면적(A^*)을 표현하였다.

2.1.2 노즐목면적 계산

Figure 3은 충남대학교에서 수행한 실험[8]에 서 사용한 핀틀 노즐형상이다. 노즐목면적 계산 을 위해 핀틀벽은 ①, ②, ③ 3개의 구간으로 나 누고 노즐벽은 ④, ⑤ 두 개의 구간으로 나누어 각각 평면좌표(x,y)의 점으로 표현하였다. 이때 설계 노즐목으로부터 가장 먼 위치 즉, 핀틀이



Fig. 2. Definition of pintle stroke



Fig. 3. Pintle nozzle contour



Fig. 4. Pintle nozzle contour and the position of nozzle throat using MATLAB (Stroke=0 mm)





시작하는 위치를 평면좌표의 원점(0,0)으로 정하 였고, 핀틀과 노즐이 축대칭이 되게 하는 축을 x 축으로 정하였다.

핀틀벽과 노즐벽에서 점의 간격은 x좌표 0.01 mm 마다 변화하는 y좌표로 나타내었다. 이에 따라 핀틀벽은 4352 개의 점으로 구성되고, 노즐 벽은 1793 개의 점으로 구성된다. 핀틀벽과 노즐 벽으로 형성되는 3차원 면적의 경우의 수는 4352 × 1793 개가 있으며 이 중 최소값이 목면적이 된다. 만약 0.001 mm 간격으로 노즐목면적을 계 산할 경우 면적의 경우의 수는 43520 × 17930 이 된다. 두 가지 경우에 계산결과로 나타나는 최소면적의 오차는 0.01% 이하의 차이이며, 시간 과 비용적인 측면을 감안하면 0.01 mm 간격으로 노즐목을 계산하여도 충분히 정확하다고 판단하 였다.

핀틀과 노즐의 형상 그리고 3차원 면적의 최 소면적 계산과 위치 계산을 MATLAB을 사용하 여 수행하였다. 수행결과는 Fig. 4를 통해 확인할 수 있는데, 핀틀과 노즐의 형상을 (x,y)로 코딩 하면 추후에 듀얼벨 노즐과 같은 고도보정노즐 형상에도 쉽게 기하학적 최소면적의 값과 위치를 계산 할 수 있다.

Figure 5는 앞서 수행한 노즐목면적의 값을 스 트로크 위치에 따른 목면적비와 팽창비로 나타낸 그래프이다. 목면적비는 스트로크가 0 mm 에서 부터 2 mm 씩 진행할 때 마다 비선형적으로 47%까지 감소한다. 목면적비와 팽창비가 비선형 적으로 변하는 이유는 핀틀 스트로크 진행에 따 른 노즐목위치 변화가 선형적이지 않기 때문이 다.

2.1.3 CATIA를 이용한 목면적 계산검증

앞서 계산한 노즐목면적을 검증하기 위해 CATIA로 형상을 만들어 MATLAB 계산결과와 비교하였다. Table 1은 핀틀 스트로크 위치가 0 mm 부터 2 mm 씩 6 mm 까지 증가할 때 나타 나는 목면적과 두 계산방법의 오차(CATIA -MATLAB)를 정리한 표이다.

전반적으로 오차가 거의 없지만, 오차가 있는 경우에 가장 큰 오차는 0.003 mm² 이다. 이것은 MATLAB의 특성상 유효숫자 없이 소수점 5~6째 자리까지 계산하기 때문에 존재하는 것으로, 허 용 할 수 있는 오차의 범위로 판단하였다.

Table 1. Geometric nozzle throat

Stroke [mm]	CATIA [mm ²]	MATLAB [mm ²]	Error $[mm^2]$
0	78.54	78.54	0
2	72.256	72.253	0.003
4	75.823	57.821	0.002
6	37.008	37.008	0

2.2 일차원 해석

2.2.1 일차원 해석 조건

충남대학교에서 수행한 공압시험은 질소를 사용하였다. 일차원 이론계에서 질소의 상태량은 표준온도와 표준대기압 조건의 완전기체 상태량 인 몰질량(*M_W*) 28.02, 특정기체상수(R) 0.296 kJ/kg·K, 비열비(γ) 1.4를 사용하였다. 노즐에서 의 *C_D*는 0.99로 사용하였다[9]. 모든 계산과정은 마찰과 열손실이 거의 없다고 가정하여 등엔트로 피(Isentropic) 과정으로 계산하였다.

2.2.2 일차원 해석 과정

질량유량 계산은 질식 유량 공식인 식(1)을 사용하였으며, 노즐에 적용하여 MATLAB으로 계 산한 기하학적 목면적, 측정된 챔버압력을 사용 하여 계산하였다.

$$\begin{split} m_{actual} &= C_D m_{isen} \\ &= C_D A^* P_0 \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \end{split} \tag{1}$$

계산한 질량유량과 기하학적 목면적, 팽창비로 식(2), 식(3), 식(4) 를 통해 스트로크 위치에 따른 추력과 챔버압력을 계산하였다.

$$\varepsilon = \frac{A_E}{A^*} = \frac{1}{M_E} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_E^2 \right) \right]^{\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)}$$
(2)

$$\frac{P_0}{P_E} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_E^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \tag{3}$$

$$F = (C_F)_{isentropic} P_0 A^*$$

$$= P_0 A^* \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma - 1} \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \left[1 - \left(\frac{P_E}{P_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]}$$

$$+ (P_E - P_A) A_E$$
(4)

또한 엠피리컬(Empirical) 추력예측법은 Kalt 와 Badal[10]에 의해서 정리된 추력예측법으로 과대팽창노즐에서 유동박리가 발생할 경우에 사용 이 가능하다. 유동박리가 발생하는 조건은 Summerfield 에 의해 과대팽창노즐에서 벽압력과 대기압의 비가 0.3인 구간에서 유동박리가 일어 나는 것을 확인하였으며[11], 국내에서도 과대팽 창 핀틀노즐에서 벽압력과 대기압의 비가 0.3인 구간에서 유동박리가 일어난다는 결론을 얻은바 있다[9]. 엠피리컬 추력예측법은 식(5~10)과 같다.

$$F = [(C_F)_{upstream of separation} + (C_F)_{downstream of separation}]P_0A^*$$
(5)

$$(C_F)_{isentropic} = (C_F)_{upstream of separation}$$

$$= \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma - 1} \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{(\gamma + 1)/(\gamma - 1)} \left[1 - \left(\frac{P_E}{P_0}\right)^{(\gamma - 1)/\gamma}\right]} + \frac{P_E - P_A}{P_0} \varepsilon_E$$

$$(6)$$

$$(C_F)_{downstream of separation} = 0.55 \left[\frac{P_I + P_{0.95}}{P_0} \right] [\varepsilon_{0.95} - \varepsilon_I] + 0.975 \frac{P_A}{P_0} [\varepsilon_E - \varepsilon_{0.95}]$$
(7)

$$P_{I} = \frac{2}{3} P_{A} \left(\frac{P_{A}}{P_{0}}\right)^{0.2}$$
(8)

$$\varepsilon_{0.95} = \varepsilon_I + \frac{\varepsilon_E - \varepsilon_I}{1.45} \quad (\textcircled{t}, \ \varepsilon_I \ge \frac{\varepsilon_E}{1.604} + 0.377) \quad (9)$$

$$\varepsilon_{0.95} = \varepsilon_I + \frac{\varepsilon_I - 1}{2.4}$$
 (E, $\epsilon_I \le \frac{\epsilon_E}{1.604} + 0.377$) (10)

2.3 수치해석

2.3.1 수치해석 조건

수치해석은 상용 프로그램인 FLUENT 15.0을 이용하였다. 해석조건을 Table 2와 같이 정의하 여 해석을 진행하였다. 난류모델은 핀틀 노즐에 대해 실험값과 가장 근접한 해석결과가 나타나는 선행연구결과[9]를 참고하여 Spalart-Allmaras를 사용하였다. Fig. 6은 수치해석에 사용된 격자구 성에 대한 그림이다. 그리고 벽면에서의 격자는 Y^+ 를 5 이하로 생성하였다.

Table 2. CFD conditions

Solver	Fluent 15.0	
Working fluid	Dry nitrogen(Calorically perfect gas)	
System configuration	Axisymmetric	
Inlet condition	Mass flow inlet	
Turbulent model	Spalart-Allmaras	
Farfield	x/d _e =150, y/d _e =23	
distance	(de:Nozzle Exit diameter)	
Number of grids	50,000 ~ 70,000	







Fig. 7. Mach number contour

2.3.2 수치해석 결과

마하수 분포를 나타내는 Fig. 7 해석 결과를 통해 확인한 것은 유동이 흐르게 되면서 마하수 가 1이 되는 위치, 즉 노즐목의 위치가 기하학적 목면적 위치보다 후류에서 형성이 되어 해석 노 즐목의 면적이 기하학적 노즐목의 면적보다 크다 는 것이다. 다만, 스트로크가 증가하여 핀틀이 노 즐로 많이 삽입 될수록 기하학적 노즐목 위치와 해석결과의 노즐목 위치가 유사한 것을 알 수 있 다. 노즐목이 작아질 경우, 노즐목이 큰 경우보다 해석노즐목의 위치가 유동의 후류로 밀리는 현상 이 점차 줄어들기 때문에 이러한 결과가 나타난 것으로 판단한다.

또한 모든 스트로크 구간의 노즐의 확장부에 서 노즐 벽면의 설계 노즐목 부분에서부터 유동 의 박리가 발생한 것을 알 수 있다. 이러한 유동 현상은 해수면 대기압조건에서 노즐출구 압력이 대기압 보다 낮기 때문에 ($P_E < P_A$) 발생하는 과 대팽창 현상이 원인이다. 유동박리의 발생 원인 은 모든 스트로크 구간에서 대기압과 노즐 확장 부의 정압비가 0.3 이하로 나타났기 때문에 박리 가 발생한 것으로 판단된다.

2.4 해석결과 비교 - 정상상태 특성

핀틀 추력기의 정상상태 특성에 대해서 스트 로크 0 mm 부터 2 mm 씩 증가시켜서 6 mm 까지 1-D 시뮬레이션을 수행하여 실험과 수치해 석 결과를 비교하였다.

2.4.1 챔버압력

Figure 8은 1-D 시뮬레이션의 챔버압력 결과 와 수치해석 챔버압력 결과를 측정된 챔버압력과 비교한 그래프이다. 스트로크의 변화에 따라 챔 버압력의 변화가 경향성이 동일 할 뿐만 아니라 값까지 유사한 것을 확인 할 수 있다.

2.4.2 추력

Figure 9는 1-D 시뮬레이션의 추력결과와 수 치해석 추력결과를 측정된 추력결과에 대해 비교 한 그래프이다. 1-D 등엔트로피(Isentropic) 추력 값은 측정된 실험결과에 비해 모든 스트로크 구 간에서 추력이 작게 나타나고, 수치해석 추력결 과는 실 험과 비교하여 오차가 작게는 0.39 N, 크게는 1.21 N 으로 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 1-D 등엔트로피 계산과정은 수치해석에 비 해 박리나 충격파와 같은 복잡한 유동 현상을 고 려하지 않은 계산임에도 불구하고 실험과 수치해 석 의 오차와 유사한 구간도 있다. 하지만 오차



Fig. 8. Comparison of chamber pressure with measurement, 1-D simulation, and CFD



Fig. 9. Comparison of thrust with measurement, 1-D isentropic simulation, and CFD

의 크기가 유사하다고 하여 1-D 등엔트로피 결 과가 CFD결과와 유사하다고 판단할 수는 없다. 그 이유는 1-D 등엔트로피 계산에서는 유동의 박리가 발생하지 않았지만, 수치해석은 큰 박리 가 일어난 유동의 해석결과이기 때문이다. 수치 해석이 실험결과와 오차가 나는 원인은 해석을 진행할 때 축대칭 조건으로 수행한 것에 반하여 실제유동은 비대칭적인 유동이 되었을 가능성과 노즐 확장부에서의 큰 박리영역이 넓은 구간에서 나타났기 때문으로 판단한다.

이에 따라 박리효과를 고려할 수 있는 엠피리컬 (Empirical) 추력예측법을 통해 추가적으로 1-D 시뮬레이션을 수행하였고, 엠피리컬 추력계산 결 과는 Fig. 10에 나타나있다. 1-D 엠피리컬 추력결 과는 스트로크 0 mm 와 2 mm 구간과 같이 추 력값이 개선되어 실험값과 유사하게 나타나는 구 간도 있지만, 4 mm 와 6 mm 구간과 같이 오차 가 더 크게 나타나는 구간도 있는 것으로 확인된 다. 수치해석의 결과를 통해 핀틀 스트로크 4 mm 와 6 mm 구간에서의 유동은 상대적으로 0



Fig. 10. Comparison of thrust with measurement, 1-D isentropic simulation, 1-D empirical simulation, and CFD

mm 와 2 mm 구간에서의 유동에 비해 충격파의 구조가 복잡한 것을 알 수 있다. 박리효과가 고 려되었지만 복합적인 충격파의 영향을 고려할 수 없기 때문에 스트로크 4 mm 와 6 mm 에서는 실험결과와 더 큰 오차가 나타났지만, 상대적으 로 충격파의 효과가 작은 초기 핀틀 스트로크 구 간에서는 박리효과의 고려만으로도 1-D 엠피리 컬 결과가 실험과 유사한 것으로 확인된다.

챔버압력의 실험측정값과 수치해석 결과값 그 리고 1-D 시뮬레이션 결과값이 유사한 것으로 볼 때, 추력값 비교에서의 오차는 노즐 확장부에 서 나타나는 큰 박리유동에 의해 실제유동이 더 욱 복잡할 것으로 판단하게 한다. 이러한 상황을 고려할 때, 박리효과를 포함하는 엠피리컬 추력 계산 1-D 시뮬레이션은 노즐에서 일어나는 복합 적인 충격파를 고려하지 않았지만, 실험이나 수 치해석을 하기 전 대략적인 추력 예측의 가능성 을 보여준다. 추후 1-D시뮬레이션을 듀얼벨 노즐 과 같은 고도보정노즐 형상에 사용할 경우, 반드 시 수치해석과 병행하여 수행해야 할 것이다.

Ⅲ.결 론

일차원 성능예측 기법을 확보하기 위해 충남 대학교에서 수행한 공압시험에 대해 수치해석과 1-D 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 1-D 시뮬레 이션의 결과로 챔버압력에 대해서는 경향성 뿐만 아니라 계산값까지 유사한 것을 확인하였고, 추 력에 대한 계산값은 대략적인 예측이 가능할 것 으로 확인했다. 핀틀 노즐의 유동을 확인하기 위 해 수치해석을 수행해본 결과 모든 핀틀 스트로 크 구간에서 노즐벽면의 박리가 설계 노즐목 위 치에서부터 발생하였고, 노즐의 확장부에서 큰 박리영역이 발생한 것을 확인하였다. 1-D시뮬레 이션은 MATLAB으로 모든 계산과정을 코딩하였 기 때문에, 추후 새로운 형상의 핀틀추력기에 대 해 형상좌표(x,y)만 입력하면 간단하고 빠르게 대 략적인 성능예측을 할 수 있을 것이다. 하지만 듀얼벨 노즐과 같은 고도보정노즐 형상에 1-D시 뮬레이션을 사용할 경우, 정확한 성능예측을 위 해서는 수치해석이 병행되어야 할 것이다.

후 기

본 연구는 정부(교육부, 미래창조과학부)의 재 원으로 한국연구재단의 일반연구자지원사업(계약 번호 NRF-2013R1A1A2012553)과 우주핵심기술개 발사업(계약번호NRF-2014M1A3A3A02034776) 지 원을 받아 수행된 것임

References

1) Kim, J., and Park, J., "Thrust modulation performance analysis of pintle-nozzle motor", *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 37, No. 4, 2009, pp. 392~398

2) Napior, J., and Garmy, V., "Controllable Solid Propulsion for Launch Vehicle and Spacecraft Application", *The 57th International Astronautical Congress*, Spain Kovalam West, 2006.

3) P. Caubet, "Divert and Attitude Control System for Interceptors", *1st AAAF International Conference on Missile Defense*, 2003 4) Jin, J., Ha, D., and Oh, S., "Experimental Study and Performance Analysis of the Solid Rocket Motor with Pintle Nozzle", *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 18, No. 5, 2014, pp.19~28

5) Jeong, K., Heo, J., and Sung, H., "Thrust Characteristics of Through-type Pintle Nozzles with Large Scale Separation Flow", *2014 KSPE Spring Conference*, pp.32~38

6) Lee, J., Park, B., and Chang, H., "Analysis of the pintle nozzle characteristics - I : Steady state performance", *2012 KSPE Fall Conference*, pp.355~361

7) Ko, H., Lee, J., and Chang, H., "Analysis of the pintle nozzle characteristics – I : Unsteady performance", *2012 KSPE Fall Conference*, pp.362~366

8) Choi, J., and Huh, H., "Steady State Experimental Study of Pintle Shape for Modulatable Thruster Applications", 2011 KSPE Spring Conference, pp.153~156

9) Lee, J., "A Study on the Static and Dynamic Characteristics of Pintle-Perturbed Conical Nozzle Flows", Ph. D. Dissertation, Dept. of Mechanical Engineering, Yonsei University, South Korea, 2012.

10) Kalt S. and David L. Badal, "Conical Rocket Nozzle Performance under Flow-Separated Conditions", *Journal of Spacecraft and Rocket*, Vol. 2, No. 3, 1965

11) Summerfield, M., Foster, C., and Swan, W., "Flow Separation in Overexpanded Supersonic Exhaust Nozzles", *Jet Propulsion*, Vol. 24, No. 5, 1954, pp.319~321