

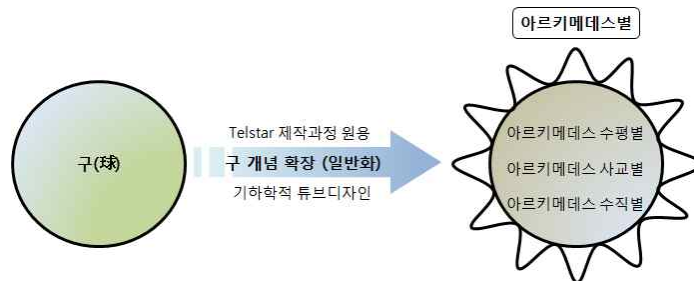
## 기하학적 튜브디자인과 아르키메데스 수평별 입문

황 홍 택 (금오공과대학교)

기하학적 튜브디자인을 통한 아르키메데스별 창작과 관련된 체계적인 연구개발이, 최근 수년간 브리지컨퍼런스 수학 예술 갤러리에 선정된 모델을 중심으로, 진행되어 왔다. 본 연구는 창의적 실험수학교육에 유용한 소스로, 아르키메데스 별 창작활동에 관한 이론적 배경 그리고 아르키메데스 수평별 체계적인 분류 및 그에 따른 시작단계 수준의 개발 성과를 소개한다.

### I. 서론

아르키메데스별은 구 개념을 확장한 것으로 축구공 Telstar의 제작과정을 원용한 수학적 상상에서 비롯된 것이다. 이 수학적 상상의 모델인 아르키메데스별을 창출하는 수단으로 기하학적 튜브디자인[정의2, 정의3]을 소개한다. 실제로 기하학적 튜브디자인 통하여 다양하게 구현한 아르키메데스별 모델을 Bridges Conference Mathematical Art Gallery 에서 확인할 수 있다[2-10, 12].



[그림 1-1] 아르키메데스별 개념도

본 연구는 아르키메데스 별 시리즈 창작과정에서 활용되어온 다양한 소재들 가운데 창의적 실험수학교육의 소스로 유용한 짝은 정이십면체 정배열 선전개도, 선을 대신 표현하는 도구적 실험수단인 기하학적 튜브디자인 그리고 기하학적 튜브디자인을 통한 아르키메데스 별 정의과정 등을 소개한다. 나아가 아르키메데스 수평별 및 구면패턴에 관한 분류 그리고 그 분류에 따른 단계별(도입단계, 발전단계, 심화단계) 개발 사례 등을 소개한다.

Telstar 제작과정을 아르키메데스 별 제작과정에 원용하기 위해, 그 기하학적 모델인 짝은 정이십면체를 구성하는 핵심요소와 핵심요소 배열규칙이 잘 나타난 전개도 제작을 다음과 같이 소개한다.

\* 접수일(2015년 1월 6일), 심사(수정)일(2015년 3월 13일), 게재 확정일(2015년 4월 30일)

\* ZDM분류 : M80, U60

\* MSC2000분류 : 97M80, 97U60

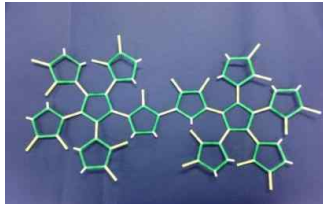
\* 주제어: 기하학적 튜브디자인, 아르키메데스별

\* 이 연구는 금오공과대학교학술연구비에 의하여 지원된 논문임

### 1. 깎은 정이십면체 정배열 선 전개도

수학적 대상의 본질은 그 수학적 대상을 구성하고 있는 핵심요소를 지배하는 규칙에 있다[1]. 그러므로 그 규칙을 명확하게 파악하고 규칙에 손상을 주지 않는 범위 내에서 핵심요소 및 그 관련사항들에게 참신하게 변화를 일으켜 활용하는 아이디어를 내는 것은 창의성 발현이다. 수학적 대상의 핵심요소를 지배하는 규칙은 (i) 핵심요소들 사이의 관계 또는 관계를 규정하는 규칙, 이를 떼면 핵심요소 배열에 요체가 되는 규칙 (ii) 핵심요소 자체의 정체성을 지배하는 규칙 등으로 구분된다.

깎은 정이십면체와 관련된 내용을 잘 파악하기 위해 그 수학적 본질이 잘 반영된 전개도를 제작한다. 정오각형 12개와 정육각형 20개로만 구성된 깎은 정이십면체 형성에 핵심역할을 하는 요소로 정오각형을 일단 추정한다. 깎은 정이십면체를 구성하는 두 가지 요소 중, 정오각형만으로 입체 구성이 가능하나 정육각형만으로는 입체구성 자체가 불가능하기 때문이다. 깎은 정이십면체 내에 정오각형들이 규칙적으로 배열된 회전대칭 이동이 있음을 면전개도를 통하여 관찰 확인한다.[14] 이 면전개도에서 중복이 되는 선들을 합리적으로 제거, 정오각형들의 배열 규칙인 회전대칭과 함께 전체적인 대칭성까지 한 눈에 들어오도록 간명하게 표현되는 평면상의 선전개도 [그림 1-2]를 도출한다. [그림 1-2]에서처럼 하나의 정오각형을 중심으로, 일정한 거리를 두고 주기( $2\pi/5$ )적으로 회전하며 나타나는 정오각형들의 배열을 정배열이라고 한다. [그림 1-2]를 「깎은 정이십면체 정배열 선 전개도」 그리고 약칭을 「깎은 정이십면체 선 전개도」라고 한다.



[그림 1-2] 깎은 정이십면체 정배열 선 전개도([1], Hwang 2011)

[그림 1-2]의 주목할 만한 특징은, 깎은 정이십면체를 구성하는 정육각형 20개가 이 전개도에 나타나지 않는 것이다. 정육각형 20개는 이미 투입한 정오각형들의 변과 이들 정오각형들을 연결하면서 사용한 선들이 완전히 결합된 이후에야 비로소 따라 나타나는 동반현상의 결과이기 때문이다. 그러므로 깎은 정이십면체 형성에 정오각형만이 주도적인 역할을 하는 구성요소임을 분명하게 확인할 수 있다. 이러한 의미에서 정오각형을 깎은 정이십면체의 주 구성요소(principal component) 정육각형을 깎은 정이십면체의 동반구성요소(companion component)라고 한다[18].

결론적으로 「깎은 정이십면체 정배열 선전개도」는 다음 (1), (2)로 구성되어 있다.

- (1) 주 구성요소(정오각형) 12개
- (2) 주 구성요소들을 정배열하고 연결하는 규칙

### 2. 기하학적 튜브디자인

선으로 구성된 기하학적 모델은 면으로 구성한 것에 비해 기능상 유리한 점이 매우 많다[1]. 전자는 후자에 비해 시각적 또는 공간적 장애요인이 적어 창의적 조작활동이나 구성요소간의 상호관계 파악 등에 매우 용이하

기 때문이다. 면은 스스로 시각적 또는 공간적으로 장애물 역할을 할 수 밖에 없는 자폐적 한계가 있다. 한편 선으로 구성된 기하학적 모델에서는, 전체적인 윤곽선에 따른 가상적인 곡면 구성이 가능하다. 이 가상적인 곡면의 안팎을 실체인 선이 자유롭게 넘나들 수가 있다[2-6]. 창의적 조작성에서 선은 면에 비해 비교가 되지 않을 정도로 변화무쌍하다. 같은 면 안에서도 다양한 패턴을 주어 경이로운 변화를 창출하는 순발력 역시 선은 면을 압도한다[19].

선으로 구성된 기하학적 모델을 표현하기 위한 도구적 기본수단으로 탄성을 자체 내장한 튜브를 소개한다. 전문적인 표현과 논의를 위해 관련 용어 및 정의를 소개한다.

가. 용어정리[18]

(1) 튜브(Tube, 연결봉) : 가늘고 길게 구멍이 뚫린 원주형 형태(a hollow cylindrical shape)이며 가죽류 정도의 탄성을 내장한 것으로, 선 표현이 목적인 도구

(2) 발(Connector, 연결대) : 정해진 사이 각을 유지하면서 튜브를 선처럼 연결이 목적인 도구

정의2.(기하학적 튜브디자인)[Hwang, Hongtaek(2012)] 튜브로 구성된 기하학적 도형으로 표현을 하는 디자인을 기하학적 튜브디자인(Geometric Tube Design: GTD)이라고 한다.

공간상에서 선을 대신하여 표현하고자 그 도구로 사용하는 튜브를 연결하는 방식에 관한 기본적인 유형을 다음과 같이 분류하여 소개한다.

정의3(기하학적 튜브디자인의 기본전개)[Hwang, Hongtaek(2012) <표 II-1>]

- 1) 튜브를 동일한 평면 내에서 연결하는 튜브 연결방식을 기하학적 튜브디자인의 수평전개라고 한다.
- 2) 현재 단계의 튜브를 포함하는 평면과 바로 다음 단계의 튜브를 포함하는 평면이 서로 수직이 되도록 튜브를 연결하는 방식을 기하학적 튜브디자인의 수직전개라고 한다.
- 3) 현재 단계의 튜브를 포함하는 평면과 다음 단계의 튜브를 포함하는 평면의 사이 각이 사각  $\theta(0 < \theta < \pi/2)$ 이 되도록 튜브를 연결하는 방식을 기하학적 튜브디자인의 사교전개라고 한다.
- 4) 수평전개, 수직전개 및 사교전개를 통틀어 기하학적 튜브디자인의 기본전개(the basic expansions of geometric tube design)라고 한다.



[그림 1-3] 기하학적 튜브디자인 기본전개 예시

## II. 수학적 상상의 실체, 아르키메데스 별

Telstar 제작과정[18]에 어떤 창의적인 변화를 주면(주 구성요소를 일반화하고 그 일반화 한 범위 내에서 창의적인 변화를 준다. 이들 결과물을 정배열 결합한 후 동반구성요소를 합리적으로 디자인하면), Telstar를 대체

하는 창의적 결과물이 산출될 것이라는 상상이 가능하다. 좀 더 구체적으로, 짙은 정이십면체의 주 구성요소인 정오각형에 창의적인 변화를 주고 이를 Telstar 제작과정에 준용하면(즉, 변화된 이 도형을 정배열하고 이를 합리적 결합을 한 후 동반구성요소를 합리적으로 디자인하면), Telstar를 대체하는 창의적 결과물이 구현될 것이라는 수학적 상상이 가능하다. 이 수학적 상상에 대한 실체를 기하학적 튜브디자인이라는 도구적 수단을 통하여 실증적으로 구현한다.

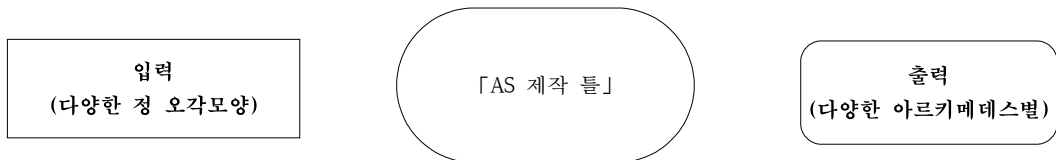
**1. 정 오각모양 과 아르키메데스 별**

짙은 정이십면체의 주 구성요소인 정오각형에 대한 창의적인 변화는, 정오각형의 본질적 특성인 “정오각형의 형태를 정하는 규칙”에 있다. 본질인 규칙 자체는 지키면서 본질이 허용하는 범위 내에서 최대한 다양하게 참신한 변화를 준다. 정오각형의 본질적 특성을 지닌 도형들을 정오각모양이라 하고 다음과 같이 정의한다[1].

정의1.  $2\pi/n$ 를 주기로 회전불변 대칭인 도형을 정n각모양(RnPS: Regular n-th Polygonal Shape)이라고 한다.

주어진 정오각모양에 Telstar 제작과정[14]을 준용하면, 창의적 실체를 구현할 수 있으리라는 상상이 가능하다. 이 준용과정을 아래 1단계-3단계로 정하고 “아르키메데스 별 제작과정”이라고 한다. 특히 2단계를 아르키메데스 별 제작틀(Composition Scheme of Archimedean Star[CSAS]: AS제작틀)이라고 한다. 실제로 다양한 유형의 정오각모양에 아르키메데스 별 제작틀인 2단계를 적용한 결과 다양한 산출물을 성공적으로 구현할 수 있다 [2-8, 10, 13, 15, 16 <표 II-4>-<표 II-7>].


아르키메데스 별(AS : Archimedean Star) 제작과정[1] : 주어진 모든 도형이 기하학적 튜브디자인(GTD)에 의한 것임을 전제로 한다.



[그림 II-1] 아르키메데스별 제작과정

- 1단계 - 주 구성요소     디자인 및 입력
- 2단계 - 주 구성요소     정배열 및 합리적 결합
  - 동반구성요소     합리적 디자인
- 3단계 - 아르키메데스별     완성도 제고 및 출력

<표 II-1> 아르키메데스 별 기본유형 [4, 5, 12]

구분	주 구성요소		아르키메데스별 완성형	동반 구성요소
	이름	정오각모양		
깎은 정이십면체	정오각형			
축구공 Telstar	정오각면			
아르키메데스 수평별	수평전개 정오각모양			
아르키메데스 사교별	사교전개 정오각모양			
아르키메데스 수직별	수직전개 정오각모양			

○ 아르키메데스 별(AS : Archimedean Star) 제작과정의 2단계 주 구성요소의 “합리적 결합”이란, 정배열한 주 구성요소 사이를 연결하는 과정에서 인접하는 세 개의 정오각모양을 가장 간결하면서 자연스런 형태로 연결을 하고 그 결과 형성된 모든 침 점들 그리고 그 침 점들에 인접하는 부분들이 외접구 또는 내접구에 일치하도록 결합하는 것을 의미한다[9]. 실험 결과의 기대치는 외접구에 일치하는 회전 대칭이동이다.

○아르키메데스 별(AS : Archimedean Star) 제작과정의 2단계 동반구성요소 “합리적 디자인”에 관한 의미는 다음과 같다. 주 구성요소를 완전히 결합한 상태에서, 인접 정오각모양 세 개 사이마다에 있는 빈 공간이 바로 동반구성요소의 위치이다. 바로 이 위치의 동반구성요소를 자연스럽게 합리적으로 디자인하는 것을 의미한다. 여기서 “합리적 디자인”이란

가. 동반구성요소 위치의 조건(주 구성요소를 합리적으로 결합한 결과에 따라 결정된 조건)에 부합하도록, 튜브를 무리함이 없이 자연스럽게 연결하면서 나타나는 패턴으로 디자인하고

나. 그 결과에 따라서 형성이 된 모든 침 점과 그 침 점들에 인접하는 부분들이 주 구성요소 결합과정에서 이미 형성된 외접구에 일치하도록 하는 것을 의미한다[9]. 실험 결과의 기대치는 외접구에 일치하는 회전 대칭이 동이다.

정의4(아르키메데스 별)[1] 기하학적 튜브디자인(GTD)에 의한 모든 도형에 대하여

1) 주어진 정오각모양 RPS\*에 대해 「AS제작 틀」을 적용하여 구현한 실체를 『RPS\*에 관한 아르키메데스 별(Archimedean Star with respect to the RPS\*)』이라고 한다.

2) 수평전개, 수직전개 및 사교전개 정오각모양에 관한 아르키메데스 별들을 각각 아르키메데스 수평별, 수직별 및 사교별이라고 한다[<표 II-1>].

아르키메데스 별의 구성요소, 디자인 유형 및 산출범위는 <표 II-2>와 같이 비교 분석할 수 있다.

<표 II-2> 아르키메데스 별 구성요소, 유형 및 산출 범위[1]

구분		Truncated Icosahedron	Telstar	Archimedean Star
구성요소	수학적 구성요소	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 정오각형</li> <li>• 정육각형</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 구면 정오각형</li> <li>• 구면 정육각형</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 주 구성요소(정오각모양) : 디자인 무한</li> <li>• 동반 구성요소 : 주 구성요소에 따라 결정</li> </ul>
	수학외적 구성요소	없음	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 가죽: 면 표현도구</li> <li>• 공기: 탄성</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 튜브: 탄성 내장한 선 표현 도구</li> <li>• 연결대: 튜브 사이 각 유지 &amp; 연결 도구</li> </ul>
디자인 유형		유한개 평면도형 조합으로 표현된 다면체, 단 하나	유한개 곡면도형의 조합으로 표현된 구모양 입체, 단 하나	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수평별: 선 패턴 구모양 입체 수평전개 디자인 무한히 다양</li> <li>• 사교별: 선 패턴 십이각모양 곡면 사교전개 디자인 무한히 다양</li> <li>• 수직별: 선으로 구성된 십이각모양 다수</li> </ul>
산출 범위		재현만 가능	재현만 가능	실험자 아이디어 반영, 창의적 디자인에 따른 창조적 산출물 다양하게 무한 발생

## 2 아르키메데스 수평별

가. 구면패턴 분류

정의4-2)에 따라, 아르키메데스 수평별(AHS: Archimedean Horizontal Star)의 디자인은 수평전개 정오각모양에 관한 패턴을 어떻게 선택하느냐에 결정이 된다. 아르키메데스 수평별(AHS)의 형태가 구이므로, 주어진 아르키메데스 수평별(AHS)의 패턴은 바로 하나의 구면패턴이다. 그러므로 아르키메데스 수평별과 구면패턴에 관한 분류는 수평전개 정오각모양 패턴에 관한 분류와 모두 동일하고 분류표 역시 동일한 분류표를 사용할 수 있다.

발(연결대, connector)과 튜브는 4d frame으로 한다. 발의 공통적 특징은 정n각(n=2, 3, 4, 5, 6, 8) 방사형이란 점이다. 발을 평면의 부분으로 간주할 수 있으므로, 5발의 가지에 튜브를 하나씩 연결하면, [그림 II-2]가 된다.

이 [그림 II-2]를 “방사형 수평전개 정오각모양 기본”(이하 “방수평정 기본”으로 약칭)이라고 한다. 그러므로 모든 방수평정은 이 방수평정 기본에 어떤 발과 튜브를 어떻게 연결하느냐 하는 경우의 수에 따라 결정된다.



[그림 II-2] 5발, 방사형 수평전개 정오각모양(방수평정) 기본

따라서 이러한 경우의 수를 반영한 것이 다음 분류표 <표 II-3>에서 방사형에 관한 사항이다. 모든 방사형 아르키메데스 수평별 역시 정의4-2)에 의거 방수평정에 의해 결정이 되므로, <표 II-3>는 방사형 아르키메데스 수평별에 관한 모든 분류를 포함한다.

<표 II-3> 아르키메데스 수평별(구면 패턴) 분류

구분	수평전개		사교전개	수직전개
주 구성요소	수평전개 정오각모양		사교전개 정오각모양	수직전개 정오각모양
아르키메데스 별 분류	아르키메데스 수평별		아르키메데스 사교별	아르키메데스 수직별
	방사형	i 단계 (i=1, 2, 3, ...)		
		n발 (n=2, 3, 4, 5, 6, 8)		
	비방사형	변형 s (s=1, 2, 3, ...)		
비변형 t (t=1, 2, 3, ...)				
전체적인 형태	구		12각별	수평별 지지구조
2차원 투영 이미지	원		오각별	five folding

- 1) i: 중심에서부터 정오각모양을 구성하는 튜브의 마디 수
- 2) n: 선택한 발의 가지 수
- 3) 사교별, 수직별 분류는 별도

나. 방사형 아르키메데스 수평별 1단계(도입단계)


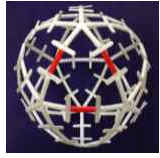
<표 II-3> 아르키메데스 수평별 분류에 따라, 방수평정 기본(1단계)에 각 종류의 발을 연결할 때 마다, 만들어진 모든 방수평정에 대해 아르키메데스별 제작틀을 각각 적용한다. 각 경우에 해당하는 방사형 아르키메데스 수평별에 관한 구현을 <표 II-4>과 <표 II-5>에서 확인한다.

방수평정 기본에 2발, 4발, 6발 8발 연결하고, 구현결과(<표 II-4>)를 관찰하면, 모든 경우 동일하게 구 모양으로 나타나며 발을 제외하고는 구성이 모두 동일하다. 즉, 구현결과(<표 II-4>)에서 2발의 역할과 4발, 6발 8발의 역할이 모두 동일하다. 다만 6발을 선택한 경우, 동반요소 디자인이 완전한 형태의 육각형모양으로 나타난다. 6발 이외의 2발 4발, 8발이 연결된 경우에는, 동반요소의 디자인이 불완전하게 나타난다. 4발 과 8발의 경우, 노출된 발의 가지들끼리는 방향이 서로 엇갈려 가지를 튜브로 합리적인 연결이 곤란해, 외접구에 자연스



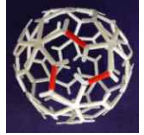

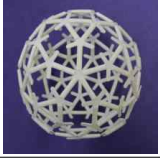

럽게 일치하는 도형 구성이 어렵다. 가상적으로 빨강색 부분을 포함한 육각형이 형성됨을 알 수가 있다.

3발을 연결한 경우, 동반요소 위치에 빈공간은 세 개의 가지가 끝에서 한 변의 길이가 1cm 근처에서 정 삼각모양이 형성된다. 4d frame 조건에서는 변의 길이는 최소 2cm이상 이어야 하므로 동반요소 구성이 불가능하다. 따라서 이 경우, 완전한 아르키메데스 수평별 구현이 불가능하다.

<표 II-4> 방사형 아르키메데스 수평별 1단계(도입단계) A

이음매	주 구성요소	구면패턴	동반 구성요소
2발			
4발			
6발			
8발			

<표 II-5> 방사형 아르키메데스 수평별 1단계(도입단계) B

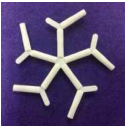


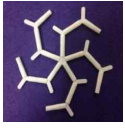
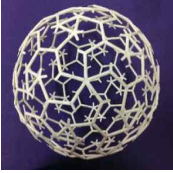
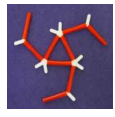
이음매	주 구성요소 (정 오각모양)	구면패턴 (방사형 아르키메데스 수평별)	동반 구성요소
3발			
5발			



5발을 연결한 경우, 동반요소 위치에 정삼각모양이 형성된다. 이 정삼각모양이 구면 위의 패턴이므로 한 내각의 크기가 60도 이상이어야 한다. 선택이 유일하게 가능한 경우는 5발을 이용한, 내각이 72도인 정삼각모양이다. 실제 실험을 통하여 완벽한 구현을 확인할 수가 있다(<표 II-5>). 하나의 각과 하나의 변만을 조합하여 구현한, 가장 단순하면서도 완벽한 방사형 아르키메데스 수평별이다.

다. 방사형 아르키메데스 수평별 2, 3 단계(발전, 심화단계)

<표 II-6> 방사형 기본 + 3발 2, 3 단계

이름	주 구성요소 (정 오각모양)	구면패턴 (방사형 아르키메데스 수평별)	동반 구성요소
3발 2단계 (발전단계)			
3발 3단계 (심화단계)			

방사형 아르키메데스 수평별 도입 1단계에서, 방사형 수평전개 정오각모양(방수평정) 기본 + 3발의 경우, 동반요소 공간 협소로 방사형 아르키메데스 수평별을 구현할 수가 없다. 그 다음단계를 확인한다.

2단계(발전단계): 방수평정 기본 + 3발 + 튜브

3단계(심화단계) : 방수평정 기본 + 3발 + 튜브 + 3발 + 튜브





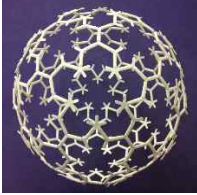
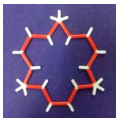
로 주어지는 정오각모양에 관하여 방사형 아르키메데스 수평별 구현을 시도한다.[<표 II-6>]

2단계의 경우, 주구성요소 정배열 후, 3개의 주구성요소 사이의 빈 공간, 즉 동반구성요소 위치에 정삼각형 형성된다. 이 삼각형이 구면위에 있으므로 앞 1단계 5발 경우에서 개발한 정삼각모양 적용을 고려할 수 있다. 실제 적용결과 자연스럽게 연결되어 아르키메데스 별(AS) 구현이 정상적으로 수행됨을 확인할 수 있다.

3단계의 경우, 주구성요소 정배열 후, 튜브 끝마디들 끼리 바로 연결은 합리적인 결합이 아니다. 가능한 한 단순하고 자연스런 결합이란 원칙에 맞지 않기 때문이다. 끝마디 바로 위에 있는 빈 가지들 사이를 튜브로 연결하여 합리적인 결합을 구할 수 있다. 이후, 3개 주구성요소 사이의 동반구성요소자리에 위치한 공간의 각 빈 가지마다 단위 튜브를 하나씩 연결하면서 그 공간을 자연스럽게 좁혀 가면, 앞 단계에서 구한 정삼각모양의 공간이 형성된다. 3단계 주구성요소의 튜브 끝 마디의 방향이 2단계 주구성요소 튜브 끝마디의 방향보다. 동일하게 오른쪽으로 회전된 상태라는 것을 감안할 필요가 있다. 이 점을 감안하면, 2단계의 정삼각모양의 노출된 세 가지마다 제일 오른쪽 가지에 튜브를 연결하여 새로운 동반구성요소가 완성될 것이라는 상상도 가능하나 실제 결과는 이러한 상상을 한 단계 더 벗어나 <표 II-6> 3발 3단계 맨 오른쪽 그림의 동반구성요소디자인으로 나타난다. 주구성요소간의 결합 방식이 2단계와 다르기 때문이다.

라. 비방사형 아르키메데스 수평별

<표 II-7> 아르키메데스 수평별 E1, E2

구분	주 구성요소	구면 선 패턴	동반 구성요소
E1			
E2			

E1 : No.1 of Edged Type, E2 : No.2 of Edged Type

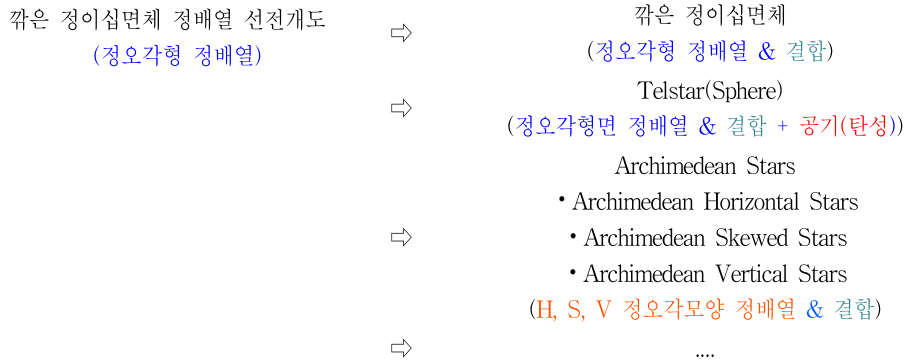
비방사형 아르키메데스 수평별의 대표적인 유형으로는 변형 아르키메데스 수평별이 있다,

가. E1, E2 는 변으로 구성된 패턴이다. E1의 경우, 동일한 변과 동일한 각(72도, 5발)만을 조합하여 구현한, 단순하면서 완벽한 별이다. 주구성요소에 대응하는 동반구성요소의 형태가 의외로 정9각모양이다. E2의 동반구성요소는 두 개의 패턴이 복합된 복합형 정3각모양이다. 한편, 두 수평별 E1, E2의 주구성요소가 외견상 상당히 공통점이 있어 보이나, 동반하는 구성요소 패턴은 의외로 서로 판이하다. 단순해서 아름다운 두 별, 구면패턴이 아름답다.

E1, E2는, 아르키메데스 수평별에서 주 구성요소 역할을 하는 패턴에 대한 디자인의 중요성을 보여주고 있다. 창조적 생산과 예술적 가치 구현에 역할을 하고 있기 때문이다[14, 17].

### III. 결론

「짧은 정이십면체 정배열 선진개도」에서 「아르키메데스 별」에 이르는 개념상의 진화과정을 아래와 같이 나열할 수 있다.



[그림 III-1] Archimedean Star 진화과정[1]

「짧은 정이십면체 정배열 선전개도」는 연구의 1차적 대상인 짧은 정이십면체를 근원적으로 분석 종합한 것이다. 본질에 초점을 둔 추상적 표현이며 Archimedean Star에 관한 이론적 배경의 시작점이다.

Archimedean Star Series의 성공적인 구현은 선 연결방식에 관한 분류 및 그 정의를 구체적으로 제시한 기하학적 튜브디자인의 역할이 결정적이다. 활동 중심의 창의적 조작활동이 긴요한 실험수학교육의 견인차로 기하학적 튜브디자인의 역할이 기대가 된다.

“주 구성요소 디자인에 새로운 아이디어가 나왔다!!!”고 외치는 창의성 발현에, 학생들 모두가 새로운 별을 구현하고 싶어 저절로 몰입한다. 실험수학의 현장에서 새로운 별과 구조물[9, 12, 13, 15, 16 등] 창작이 학생들의 노력으로 탄생하고 있는 것이다. 창의성을 보고 만지면서 구현하는 이러한 창작활동은 수업의 역동성은 물론 성취동기 강화에 더할 나위가 없는 활력소이다.

방사형 수평별 경우, 분류표에 따라 수학적 사고를 통한 체계적인 개발이 가능하다. 초보적인 단계에서부터 차 상위 단계로 나가는 개발 사례를 구체적으로 제시한 바, 추후 방사형 아르키메데스 수평별 개발에 유용한 단서가 될 것이다. 비방사형 수평별 경우, 일관성이 있는 분류는 곤란하지만 일정한 기준에 따라 자체 분류를 개발하는 것도 하나의 방안이 될 것이다.

Archimedean Star Series를 실험수업에 도입에는 섬세한 준비가 필요하다. 준비상태와 수업을 운영하는 방식에 따라 수업을 진행하는 속도에 큰 차이가 나기 때문이다. 강사가 별들의 분류에 관한 정보를 어느 정도 갖추는 것도 필요하다. 학생들의 질문 방향이나 수준을 어느 정도는 추정할 수 있어야 하기 때문이다.

도입 또는 초보단계 성과라고 가볍게 여기는 선입견을 벗어날 필요가 있다. 도입단계 아르키메데스 별 일지라도 체계적인 실험을 통하여 예기치 못한 중요한 성과[<표 II-5>]들이 산출되곤 한다. 성과물의 가치를 알아볼 줄 아는 노력과 안목 또한 중요하다.

Geometric Tube Design과 Archimedean Star 관련 체계적인 연구개발을 최초로 진행하고 있으며, 그 분류에 관한 순서에 따라 본 논문을 먼저 소개한다.

## 참 고 문 헌

- 권지연 (2011). 기하학적 튜브디자인 우주. 수학포럼(2)실험성과물, 금오공대응용수학과.
- Kweon, Jiyeoun (2011). *Universe on Geometric Tube Design(Korean)*. Math Forum(2) Reports, Dept of Applied Mathematics, K.I.T(Kumoh National Institute of Technology)
- 김형숙 (2013). 창의적 실험수학 : “구 모양 패턴디자인”의 시스템 구축에 관한 소고. 수학교육논총 제30집, 대한수학회, 73-78.
- Kim, Heung Sook. (2013). Creative Experimental Mathematics: A Survey on certain System Construction for the Design of Spherical Patterns(Korean). *Proceedings of the Symposium on Mathematics Education of K.M.S (Korean Mathematical Society)* ISSN 1225-1771. 73-78.
- 오솔 (2011). 수평전개수직전개 구모양 결합. 수학포럼(1)실험성과물, 금오공대응용수학과.
- Oh, Sol (2011). *Spherical combination of horizontal star and vertical star(Korean)*, Math Forum(1) Reports, Dept of Applied Mathematics, K. I. T
- 장창수 (2012). 투구와 별들의 만남. 수학포럼(1)실험성과물, 금오공대응용수학과.
- Chang, Changsoo.(2012). A meeting of head gear and star on geometric tube design(Korean). Math Forum(2) Reports, Dept of Applied Mathematics, K.I.T
- 조수남 (2013). 기하학적 입체모양의 교육적 예술적 활용에 대하여, 수학교육논총 제30집, 79-87.
- Cho, Soo Nam. (2013). On the educational artistic use of geometric line structures (Korean), *Proceedings of the symposium on mathematics education of the Korean Mathematical Society*. 79-87.
- 황흥택 (2013). 창의적 실험수학 : 구 모양 패턴디자인. 수학교육논총 제30집, 57-72.
- Hwang, Hongtaek. (2013). Creative Experimental Mathematics: Spherical Pattern Design(Korean). *Proceedings of the symposium on mathematics education of the Korean Mathematical Society*. pp 57-72.
- 황흥택 (2012). 다선체와 창의적 체험활동. Math Festival 프로시딩 제14집 2권, pp. 17-20
- Hwang, Hongtaek. (2012). Creative Hands-on Activities on Polyframes(Korean). *Proceedings of Math Festival, 14th Vol. 2, The Society of Korean Mathematics Teachers* pp. 17-20
- Hwang, Hongtaek. (to appear). *Archimedean Stars and it's Applications on Geometric Tube Design*.
- Hwang, Hongtaek. (2015A). *The Archimedean Star harmony of HSV 2012. Bridges Conference 2015 Mathematical Art Gallery*.
- Hwang, Hongtaek. (2015B). *An Extensive Star Harmony of Horizontality and Verticality*. Mathematical Art Gallery, 2015 Joint Mathematics Meeting of AMS & MAA.. Retrieved January 16, 2015, from <http://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2015-joint-mathematics-meetings/hongtaek-hwang>
- Hwang, Hongtaek. (2015C). *Google Images on the Mathematical Art of Hongtaek Hwang*. Retrieved January 16, 2015, from [https://www.google.co.kr/search?q=hongtaek+hwang&newwindow=1&hl=ko&rlz=1T4MXGB\\_koKR534KR540&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=CJe4VJb3BMyC8gWNIw&ved=0CC8Q7Ak&biw=1920&bih=869](https://www.google.co.kr/search?q=hongtaek+hwang&newwindow=1&hl=ko&rlz=1T4MXGB_koKR534KR540&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=CJe4VJb3BMyC8gWNIw&ved=0CC8Q7Ak&biw=1920&bih=869)
- Hwang, Hongtaek. (2014). *Archimedean Star Flower and Archimedean Star Box*, Art Exhibition Catalog, 2014, Bridges Seoul, 57.
- Hwang, Hongtaek & Woo, Kyungsoo. (2013). *Platonic Water of H-Fractal 5.3*, Art Exhibition Catalog 2013, Bridges Enschede, 75.
- Hwang, Hongtaek. (2012). *Lecture on Geometric Tube Design*. (2012. 22. Nov) of Annual Theme "Images, Scientific and Artistic" at Kias. Retrieved January 16, 2015, from

<http://conf.kias.re.kr/trans/2012-ias/10th-ias-weekly-seminar/>

- Hwang, Hongtaek. Oh, Sol & Park, Ho-gul(2012). *Spherical Harmony of Horizontality and Verticality*, the Catalog of Mathematical Art Gallery, Bridges Conference 2012, 51.
- Kim, Kibum. Hwang, Hongtaek. (2014). *Edged Archimedean Horizontal Star for Light Cap*, Art Exhibition Catalog 2014, Bridges Seoul, 67.
- Oh, Myungsun & Hwang, Hongtaek. (2014). *Rhythm on Octahedron*, Art Exhibition Catalog 2014, Bridges Seoul, 9.
- Pieter Hyubers (2013). *The Roundness of Polyhedra*. Symmetry Festival, 23-26.
- Oh, Sol. Oh, Hyunsook & Hwang, Hongtaek. (2014). *Archimedean Dome*. Art Exhibition Catalog 2014, Bridges Seoul, 96-97.

## Introduction to Archimedean Horizontal Stars on Geometric Tube Design

**Hongtaek Hwang**

Kumoh National Institute of Technology, 730-701, Gumi, South Korea  
hht51@kumoh.ac.kr

We have announced a series of Archimedean stars on the mathematical art galleries of Bridges conference since 2012. We are developing a systematic approach and methodology about the composition process of Archimedean stars on geometric tube design.

We will introduce the various information about the Archimedean horizontal stars under certain introductory level as well as the underlying information of Archimedean stars to provide them as useful sources for certain creative experimental mathematics education.

---

\* ZDM Classification : M80, U60

\* MSC2000 Subject Classification : 97M80, 97U60

\* Key Words : Geometric Tube Design, Archimedean Horizontal Star

\* This paper was supported by Research Fund, Kumoh National Institute of Technology”