한국음향학회지 제34권 제3호 pp. 219~226 (2015)
The Journal of the Acoustical Society of Korea Vol.34, No.3 (2015)
http://dx.doi.org/10.7776/ASK.2015.34.3.219
pISSN : 1225-4428
eISSN : 2287-3775

임피던스 튜브 내에 설치된 평판의 음파투과해석

An Analysis of the Sound Transmission through a Plate Installed inside an Impedance Tube

김현실,† 김봉기, 김상렬, 이성현

(Hyun-Sil Kim, Bong-Ki Kim, Sang-Ryul Kim, and Seong-Hyun Lee†)

한국기계연구원 음향소음팀

(Received January 13, 2015; accepted April 3, 2015)

초 록: 본 논문은 단면이 정사각형인 임피던스 튜브 내에 고정된 평판의 STL(Sound Transmission Loss)을 해석적으로 구하는 방법을 다루었다. 평판의 진동과 튜브 내의 음장의 연성거동(coupled motion)을 고려하였는데 평판의 진동과 튜브 음장을 무한 급수의 합으로 전개하였으며 평면파 가정을 이용하여 처음 몇 개의 모드만 고려하여도 충분히 정확한 결과를 얻음을 보였다. 평판은 클램프(clamp) 지지로 가정하였는데 진동 모드는 단면의 가로 및 세로방향 보(beam) 진동 모드의 곱으로 전개하였고 고유진동수는 Rayleigh-Ritz 방법을 이용하여 구하였다. 평판의 STL은 가장 낮은 고유진동수에서 골(dip)을 가지며 주파수가 이보다 작아지면 STL은 커짐을 보였다. 기존 논문의 측정 및 FEM(Finite Element Method) 해석결과와 비교한 결과 잘 일치함을 확인하였다.
핵심용어: 임피던스 튜브, 음향투과손실(STL), 평판의 고유진동수

ABSTRACT: In this paper, derivation of the STL (Sound Transmission Loss) of a square plate installed in an impedance tube is discussed using an analytic method. Coupled motion of the plate vibration and acoustic field is considered. Vibration of the plate and pressure field inside the tube are expressed in terms of the infinite series of modal functions. Under the plane wave assumption, it is shown that consideration of the first few modes yields sufficiently accurate results. When the boundary of the plate is clamped, vibration mode is assumed as a multiplication of the beam modes corresponding to the crosswise directions. The natural frequencies of the clamped plate are calculated using the Rayleigh-Ritz method. It is found that the STL shows a dip at the lowest natural frequency of the plate, and increases as the frequency decreases below the natural frequency. Comparison of the result in this paper with the STL obtained by measurements and FE computations in the reference shows an excellent agreement.
Keywords: Impedance tube, STL, natural frequency of a plate
PACS numbers: 43.40.Dx, 43.55.Rg

I. 서 론

음향투과손실(Sound Transmission Loss: STL)은 차음재의 음파차단성능을 평가하는 척도로 널리 사용되는데 건축용 차음재는 100 Hz부터 4 kHz까지의 중・고주파수대역이 관심의 대상인 반면, 중량바닥충격음, 변압기소음, 통풍계통(HVAC) 소음 등은 주로 100 Hz에서 200 Hz 이하의 저주파수대역이 중요하다. 판의 STL을 예측하는 간편한 공식으로 질량법칙[1]이 있는데 이는 판의 크기가 무한하다는 가정에서 유도된 것으로 만일 판의 크기가 작으면 저주파수영역은 판의 강성과 경계조건에 지배된다.[2] Kim *et al.*[3]은 격자 간격이 200 mm에서 300 mm 범위인 격자형 판넬의 STL을 시편 크기가 1.2 × 1.0 m인 미니 챔버를 이용하여 측정하였다. Osipov *et al.*[4]은 유한한 판의 STL을 저주파수대역에 대해 연구하였는데 시편의 모달 거동이 큰 영향을 미침을 보였다. Lee *et al.*[5]은 무한 판에 등간격으로 라인 보강재가 설치되

†**Corresponding author:** Hyun-Sil Kim (hskim@kimm.re.kr)
156 Gajeongbuk-Ro, Yuseong-Gu, Daejeon 305-343, Republic of Korea
(Tel: 82-42-868-7461, Fax: 82-42-868-7440)

어 있는 경우에 대해 하모닉 전개방법을 사용하여 STL을 구하였는데 보강재의 존재로 인해 낮은 주파수에서 STL은 골(dip)을 보임을 확인하였다. Osipov *et al.*[4]과 Lee *et al.*[5]의 연구는 공통적으로 작은 크기의 판의 STL은 가장 작은 공진주파수에서 골을 보이나 주파수가 공진주파수보다 작아질수록 커지는 결과를 보였다.

임피던스 튜브를 이용한 판의 STL 계측은 크기가 작은 판의 중·저주파수 대역의 STL 연구에 유용하게 사용된다. Varanasi *et al.*[6]은 임피던스 튜브 내에 고정된 정사각형 판의 STL을 계측과 FEM 해석을 이용하여 구하였는데 판의 가장 낮은 모드에 해당하는 공진주파수에서 STL이 골을 보임을 확인하였다. 또한 이들은 질량법칙을 크게 뛰어넘는 높은 STL을 보이는 피크 주파수가 존재하며, 이 주파수에서 유효질량이 공진현상을 보임을 확인하였는데, 이는 Mei *et al.*[7]의 결과와 일치한다. Piscoya *et al.*[8]은 임피던스 관내에 설치된 알루미늄 판의 STL을 수치해석 및 측정으로 구하였다. 이들은 판의 진동은 Rayleigh-Ritz 방법[9]을, 음장은 경계요소법(BEM)을 이용하여 해석하였는데 판의 진동과 음장은 서로 연성되지 않는다고 가정하였다.

본 논문에서는 임피던스 튜브 내에 설치된 정사각형 판의 저주파수 대역의 STL을 해석적인 방법으로 구하였는데 판과 음장의 연성거동(coupled motion)을 고려하였다. 구조-음향 연성된 지배방정식의 해를 해석적인 방법으로 구하는 것은 일반적으로 불가능하나 본 논문에서는 튜브내의 음파는 중·저주파수 대역에서 평면파라는 점을 이용하여 근사적인 해를 구하였고 기존 논문에 발표된 측정 및 FEM 해석결과와 비교하여 본 논문에서 얻은 방법의 정확성을 검증하였다.

II. STL 이론해석

Fig. 1과 같이 임피던스 튜브 중간에 고정된 평판에 음파가 입사하는 경우를 고려한다. 튜브 단면은 크기가 $L \times L$인 정사각형이고 (x, y)는 단면의 좌표, z는 튜브 길이방향의 좌표로 정의한다. 왼쪽에서 평면파 $Ae^{i(\omega t - kz)}$가 입사할 때 평판 오른쪽에 발생하

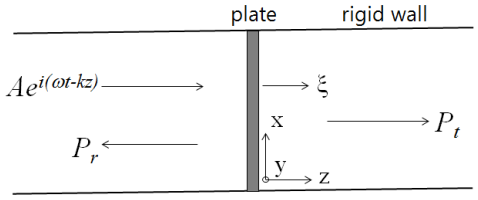

Fig. 1. Incidence of a plane wave into a duct with a plate inside.

는 압력 p_t는 임피던스 튜브가 강체라고 하면 표면 $x=0, L$과 $y=0, L$에서는 속도가 제로가 되어야 하기 때문에 (x, y)에 대해서는 cosine 함수이며 z방향으로는 평면파의 합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_t = \sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} b_{rs}\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right)e^{i(\omega t - k_z z)}, \quad (1)$$

여기서 ω, k는 각속도, 파수(wavenumber), b_{rs}는 미지수 계수이며, k_z는 다음 관계식을 만족한다.

$$\frac{\pi^2}{L^2}(r^2+s^2)+k_z^2=k^2. \quad (2)$$

Eq.(1)에서 급수의 한계값 N_r, N_s는 Eq.(2)의 k_z가 허수가 되지 않는 범위로 정해진다. 평판의 왼쪽에서는 반사파가 다음과 같이 발생한다.

$$p_r = Ae^{i(\omega t + kz)} - \sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} b_{rs}\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right)e^{i(\omega t + k_z z)}. \quad (3)$$

판에 가해지는 힘은 다음과 같다.

$$F_{total} = Ae^{i\omega t} + p_r(z=0^-) - p_t(z=0^+). \quad (4)$$

공통항 $e^{i\omega t}$을 생략하면 $z=0$에서 평판의 변위 ξ에 대한 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$D\nabla^4\xi - M\omega^2\xi = 2A - 2\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} b_{rs}\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right). \quad (5)$$

단, $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$, $M = \rho_p h$,

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \tag{6}$$

E, h, ν, ρ_p는 평판의 탄성계수, 두께, Poisson 비, 밀도이며 M은 판의 면적밀도를 나타낸다. Eq.(5)에서 $2A$는 블록 압력(blocked pressure)을 나타내며 우변의 오른쪽 항은 판의 진동으로 인한 음파의 발생을 나타낸다. 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \omega^2 \xi, \text{ at } z = 0. \tag{7}$$

구조물의 고유 모드가 엄밀해(closed solution)로 주어지는 경우는 봉(rod), 보(beam) 등 매우 단순한 형상에만 가능하며 복잡한 구조물은 FEM 등 수치해석 방법을 사용하여야 한다. 판의 진동모드는 단순지지(simply supported)인 경우에는 sine 함수로 표할 수 있지만 이외의 경계조건에 대해서는 엄밀해를 구할 수 없는데 Reference [10]에 의하면 근사식으로 판의 모드를 다음과 같이 x, y 방향의 보 모드의 곱으로 전개할 수 있다.

$$\xi = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}\psi_m(x)\psi_n(y). \tag{8}$$

여기서 $\psi_m(x), \psi_n(y)$는 각각 x, y 방향으로의 보 모드이다. 클램프(clamp) 지지면 보 모드는 다음과 같이 주어지며

$$\begin{aligned}\psi_m(x) &= \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) \\ &- \sigma_m\left[\sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right)\right],\end{aligned} \tag{9}$$

변수 λ_m, σ_m은 Table 1과 같이 주어진다.

Eq.(8)을 이용하여 Eq.(5)는 다음과 같이 고유진동수 ω_{mn}를 포함하는 급수로 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned}&\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} M a_{mn}(\omega_{mn}^2 - w^2)\psi_m(x)\psi_n(y) \\ &= 2A - 2\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} b_{rs}\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right).\end{aligned} \tag{10}$$

Table 1. Parameters for natural frequency and mode of the clamped beam[10] in Eq. (9).

m	λ_m	σ_m
1	4.73004074	0.982502215
2	7.85320462	1.000777312
3	10.9956079	0.999966450
4	14.1371655	1.000001450

Eq.(10)의 양변에 $\psi_{m'}(x)\psi_{n'}(y)$를 곱하고 판의 표면에 대해 적분하면 모드의 직교성을 이용하여 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}&MY_m Y_n(\omega_{mn}^2 - \omega^2)a_{mn} \\ &= 2A J_{0m} J_{0n} - 2\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} b_{rs} J J_{sn},\end{aligned} \tag{11}$$

여기서

$$Y_m = \frac{1}{L}\int_0^L \psi_m^2(x)dx, \tag{12}$$

$$J_{rm} = \frac{1}{L}\int_0^L \cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\psi_m(x)dx. \tag{13}$$

Eq.(7)의 경계조건에 Eqs.(1)과 (10)을 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}&\left(-\frac{i}{\rho}\right)\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s} k_z b_{rs}\cos\left(\frac{\pi r x}{L}\right)\cos\left(\frac{\pi s y}{L}\right) \\ &= \omega^2\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}\psi_m(x)\psi_n(y).\end{aligned} \tag{14}$$

Eq.(14)의 양변에 $\cos(\pi r' x/L)\cos(\pi s' y/L)$를 곱하고 판의 표면에 대해 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$k_z b_{rs} I_r I_s = i\rho\omega^2\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} J_{rm} J_{sn}, \tag{15}$$

여기서

$$I_r = \frac{1}{L}\int_0^L \cos^2\left(\frac{\pi r x}{L}\right)dx = \begin{cases}\frac{1}{2} & \text{when } r \geq 1, \\ 1 & \text{when } r = 0.\end{cases} \tag{16}$$

Eqs.(11)과 (15)는 $[a_{mn}]$과 $[b_{rs}]$에 관한 매트릭스 식이 된다.

음향파워는 음향 인텐시티를 단면에 대해 적분하며 다음과 같이 주어진다.

$$W=\frac{1}{2}\int_0^L\int_0^L \mathrm{Re}(pv^*)dxdy, \tag{17}$$

여기서 v^*는 v의 켤레복소수(complex conjugate)를 나타낸다. 입력파워는 다음과 같다.

$$W_1=\frac{|A|^2L^2}{2\rho c}. \tag{18}$$

판의 진동으로 인해 방사되는 파워 W_2는 판의 표면 $z=0^+$에서 적분하며 다음과 같이 주어진다.

$$W_2=\frac{1}{2}\int_0^L\int_0^L \frac{k_z}{\rho\omega}|p_t^2|dxdy. \tag{19}$$

Eq.(19)에 Eq.(1)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$W_2=\frac{L^2}{2\rho\omega}\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s}k_zI_rI_s|b_{rs}|^2. \tag{20}$$

음향투과율 τ는 입력된 파워와 투과된 음향파워의 비이며

$$\tau=\frac{W_2}{W_1}=\frac{1}{k|A|^2}\sum_{r=0}^{N_r}\sum_{s=0}^{N_s}k_zI_rI_s|b_{rs}|^2. \tag{21}$$

STL은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathrm{STL}=10\log(1/\tau). \tag{22}$$

III. 저주파수대역 근사식

Eq.(2)에서 평면파가 성립하는 주파수 상한은 단면의 크기에 의해 주어지는데 다음 절의 예제에서

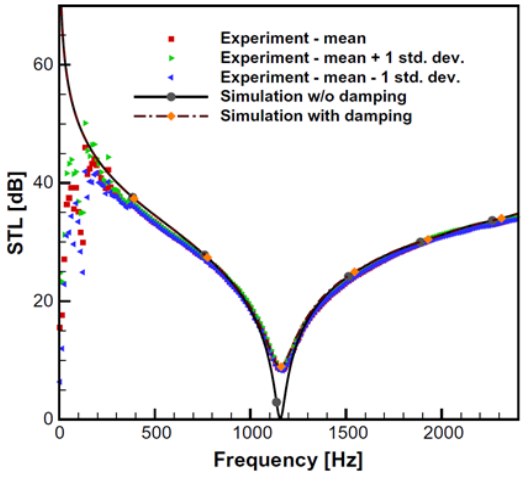

Fig. 2. STL of a plate in an impedance tube done by measurement and FEM.[6]

고려하는 L=0.065 m인 경우 $k_z=0$를 대입하면 평면파 가정의 상한선은 $m=1$, $n=0$ 또는 $m=0$, $n=1$인 경우로 $k=\pi/L$ 또는 f=2677 Hz에 해당한다. Fig. 2처럼 본 연구에서 관심있는 주파수 대역인 2400 Hz 이하는 평면파 영역이며 Eq.(2)에서 $r=s=0$만 해당한다. 따라서 Eq.(1)에서 $N_r=N_s=0$이며 Eqs.(2)와 (15)에서 $k_z=k$, $I_0=1$이 된다. Eqs.(11), (15)와 (21)은 각각 다음과 같이 된다.

$$\frac{MY_mY_n(\omega_{mn}^2-\omega^2)}{2J_{0m}J_{0n}}a_{mn}=A-b_{00}, \tag{23}$$

$$b_{00}=iA\rho c\omega\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}a_{mn}J_{0m}J_{0n}, \tag{24}$$

$$\tau=|b_{00}|^2/|A|^2. \tag{25}$$

Eq.(24)의 J_{0m}는 모드가 대칭인 경우에는 적분 값 J_{0m}이 제로가 된다. 따라서 m, n은 홀수 값만 남게 된다. Eq.(24)를 Eq.(23)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 a_{mn}에 대한 연립방정식을 얻게 된다.

$$C_{mn}a_{mn}+\sum_{m'=1}^{\infty}\sum_{n'=1}^{\infty}D_{m'n'}a_{m'n'}=A, \tag{26}$$

여기서

$$C_{mn} = \frac{MY_m Y_n(\omega_{mn}^2 - \omega^2)}{2J_{0m}J_{0n}}, \quad (27)$$

$$D_{mn} = i\rho c\omega J_{0m}J_{0n}. \quad (28)$$

Eq.(26)에서 저주파수 대역인 경우에는 처음 몇 개의 모드만 고려해도 충분히 정확한 결과를 얻을 수 있다. m, n이 홀수인 경우만 고려하며 판이 정사각형이므로 $a_{mn} = a_{nm}$을 이용하면 Eq.(24)는 다음과 같이 된다.

$$b_{00} = i\rho c\omega[J_{01}^2 a_{11} + 2J_{01}J_{03}a_{13} + J_{03}^2 a_{33} + \cdots]. \quad (29)$$

Eq.(26)에서 1개의 모드 a_{11}만 고려하면 다음과 같이 되며

$$(C_{11} + D_{11})a_{11} = A, \quad (30)$$

2개의 모드 a_{11}, a_{13}만 고려하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} C_{11}+D_{11} & 2D_{13} \\ D_{11} & C_{13}+2D_{13} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{13} \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (31)$$

1개의 모드만 고려하면 a_{11}, $b_{00,}$ STL은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$a_{11} = \frac{2AJ_{01}^2}{Y_1^2 M(\omega_{11}^2 - \omega^2) + 2i\rho c\omega J_{01}^4}, \quad (32)$$

$$b_{00} = \frac{A}{1 + Y_1^2 M(\omega_{11}^2 - \omega^2)/2i\rho c\omega J_{01}^4}, \quad (33)$$

$$\mathrm{STL} = 20\log\left|1 + Y_1^2 M(\omega_{11}^2 - \omega^2)/2i\rho c\omega J_{01}^4\right|. \quad (34)$$

Eq.(34)에서 STL은 첫 번째 고유진동수 ω_{11}에서 STL = 0가 되는 골을 보이며 주파수가 골보다 작거나 커지면 STL은 점점 커지는 경향을 보이는데 이는 Figs. 2와 3에서 확인된다.

2개 모드만 고려하는 경우를 살펴보면 Eq.(31)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$a_{11} = \frac{A}{\triangle}C_{13}, \; a_{13} = \frac{A}{\triangle}C_{11}, \quad (35)$$

여기서

$$\triangle = C_{11}C_{13} + C_{13}D_{11} + 2C_{11}D_{13}. \quad (36)$$

Eq.(35)를 Eq.(29)에 대입하고 정리하면 b_{00}는 다음과 같이 주어진다.

$$b_{00} = \frac{iA\rho c\omega}{\triangle}\frac{Y_1 M}{2J_{01}J_{03}}(2J_{03}^2 Y_1 + J_{01}^2 Y_3)(\omega_p^2 - \omega^2), \quad (37)$$

여기서

$$\omega_p^2 = (J_{01}^2 Y_3\omega_{13}^2 + 2J_{03}^2 Y_1\omega_{11}^2)/(2J_{03}^2 Y_1 + J_{01}^2 Y_3). \quad (38)$$

$\omega = \omega_{11}$, ω_{13}에서는 Eqs.(35)와 (37)은 각각 다음과 같이 된다.

$$\text{At } \omega = \omega_{11}: \; a_{11} = A/D_{11}, \; a_{13} = 0, \; b_{00} = A, \quad (39)$$

$$\text{At } \omega = \omega_{13}: \; a_{11} = 0, \; a_{13} = A/2D_{13}, \; b_{00} = A. \quad (40)$$

Eqs.(39)와 (40)에서 고유진동수 ω_{11}와 ω_{13}에서 $\tau = 1$ 또는 STL = 0가 되는 골이 존재함을 알 수 있다. 여러 개의 모드를 고려하는 경우에는 Eq.(26)의 해를 수치적인 방법으로 구해야 하는데 Eq.(23)으로부터 모든 고유진동수 $\omega = \omega_{mn}$에서 $b_{00} = A$가 성립하며 이는 STL = 0이 되는 골이 존재함을 나타낸다. 2개의 모드만 고려하는 경우 Eq.(37)에서 STL은 $\omega = \omega_p$에서 피크를 보임을 알 수 있다.

IV. 예제해석

예제로 Reference [6]에 나오는 임피던스 튜브 문제를 고려하였는데 시편은 아크릴이며 크기와 물성치는 다음과 같다.

$$L = 63.5\ \mathrm{mm},\ h = 1.52\ \mathrm{mm},\ \rho_p = 1162\ \mathrm{kg/m^3},$$

$E = 3.2\ \mathrm{GPa},\ \nu = 0.43.$

제 III장에서 살펴본 것처럼 평면파 상한 주파수는 2677 Hz이며 본 본문에서는 Fig. 2처럼 2400 Hz 이하의 평면파 영역만 고려한다. 판의 경계조건은 클램프 고정으로 가정하였다. 제 II장과 III장의 전개과정은 단순지지 또는 클램프지지 여부와 관계없이 성립한다. 판이 클램프 고정인 경우 고유진동수는 수치해석적인 방법으로 구하여야 하는데 본 연구에서는 Rayleigh-Ritz 방법[10]을 이용하여 구하였다. 고유진동수 ω_{mn}은 다음과 같이 강성계수 K_{mn}와 질량계수 M_{mn}의 비로 구할 수 있다.

$$\omega_{mn}^2 = \frac{K_{mn}}{M_{mn}}, \tag{41}$$

여기서

$$K_{mn} = D\int_0^L\int_0^L \psi_m(x)\psi_n(y)\nabla^4[\psi_m(x)\psi_n(y)]dxdy, \tag{42}$$

$$M_{mn} = \rho_p h\int_0^L\int_0^L \psi_m^2(x)\psi_n^2(y)dxdy. \tag{43}$$

$\psi_m(x)$의 2번 미분을 다음과 같이 정의하면

$$\psi_m''(x) = \left(\frac{\lambda_m}{L}\right)^2 \overline{\psi}_m(x), \tag{44}$$

여기서

$$\overline{\psi}_m(x) = \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) + \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sigma_m\left\{\sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) + \sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right)\right\}. \tag{45}$$

Eqs.(42)와 (43)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_{mn} = \frac{D}{L^2}\left[(\lambda_m^4 + \lambda_n^4)Y_m Y_n + 2\lambda_m^2\lambda_n^2 Z_m Z_n\right], \tag{46}$$

$$M_{mn} = \rho_p h L^2 Y_m Y_n, \tag{47}$$

여기서

$$Z_m = \frac{1}{L}\int_0^L \psi_m(x)\overline{\psi}_m(x)dx. \tag{48}$$

Eq.(41)의 고유진동수는 Eqs.(46)과 (47)을 이용하여 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_{mn} = \frac{\lambda_{mn}^2 h}{L^2}\sqrt{\frac{E}{12\rho_p(1-\nu^2)}}, \tag{49}$$

여기서

$$\lambda_{mn}^2 = \sqrt{[(\lambda_m^4 + \lambda_n^4)Y_m Y_n + 2\lambda_m^2\lambda_n^2 Z_m Z_n]/Y_n Y_m}. \tag{50}$$

여러 가지 모드 (m,n)에 대해 Eq.(50)을 계산하였으며 Table 2에 수록하였다. Eq.(49)에서 본 연구에서는 댐핑을 고려하기 위해 복소수 탄성계수 $E(1+i\eta)$를 가정하였는데 손실계수 η는 0.001을 가정하였다. Table 2를 이용하여 Eq.(49)의 고유진동수와 Eq.(38)의 피크 주파수는 다음과 같이 주어진다.

$$f_{11} = 1149.4\ \mathrm{Hz},\ f_{13} = 4217.0\ \mathrm{Hz},\ f_{peak} = 3636.0\ \mathrm{Hz}.$$

Reference [6]에서는 단위 셀을 임피던스 튜브에 설치하고 FEM 해석 및 측정을 통해 STL을 구하였는데 200 Hz 이하의 저주파수에서는 측정과 FEM이 큰 차이를 보인다. 본 연구에서는 Eq.(25)를 이용하여 STL을 예측하였으며 다음 식과 같이 3개 이하의 모드만 고려하였다.

Table 2. Constant for natural frequency of the rectangular clamped plate in Eq. (50).

m	n	λ_{mn}^2
1	1	36.11
1	2	73.74
2	2	108.9
1	3	132.5
2	3	165.9
3	3	220.9

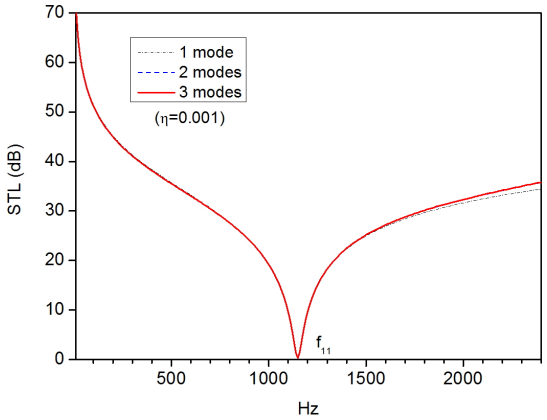

Fig. 3. STL of a plate in an impedance tube using an analytic solution in Eq. (25).

$$\xi = a_{11}\psi_1(x)\psi_1(y) + 2a_{13}\psi_1(x)\psi_3(y) + a_{33}\psi_3(x)\psi_3(y). \tag{51}$$

Fig. 2는 Reference [6]에 제시된 STL이고 Fig. 3은 본 연구에서 예측한 STL이며, Fig. 2의 FEM 결과와 완벽하게 서로 일치함을 알 수 있다. Fig. 3에서 첫 번째 모드만 고려하여도 STL은 충분한 정확도로 주어지며 두 번째 및 세 번째 모드를 고려한 결과는 구별되지 않을 정도로 일치함을 알 수 있다.

V. 결 론

평면파 가정이 성립하는 저주파수영역에서는 본 논문에서 고려한 예제의 경우 처음 3개의 평판 진동 모드만 고려하여도 STL을 충분한 정밀도로 예측할 수 있음을 보였는데 특히 평판의 첫 번째 고유진동수 이하의 STL은 한 개의 모드만 사용하여도 예측이 가능하다. STL은 평판의 가장 낮은 고유진동수에서 골을 보이고 이보다 작은 주파수에서는 커지는 현상을 해석적으로 규명하였다. 본 논문에서 제시한 해석과정은 단순지지 등 다른 경계조건에 대해서도 적용할 수 있는 장점이 있다. 본 연구결과는 100 Hz ~ 200 Hz 이하의 저주파수 대역이 중요한 HVAC 소음 및 바닥충격음 저감을 위해 추가로 격자형 차음재를 설치하는 응용분야 등에 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 논문은 한국기계연구원의 연구과제인 “저주파 흡/차음용 극한 물성 시스템 융합기술 개발”과 주요 사업과제 “풍력발전시스템의 고장진단 및 예지보전 기술 개발”의 연구 결과 중 일부이다.

References

1. F. Fahy, *Sound and Structural Vibration* (Academic Press, San Diego, 1985), Chap. 4.
2. I. L. Ver, “Interaction of sound waves with solid structures,” in *Noise and Vibration Control Engineering*, edited by I. L. Ver and L. L. Beranek (John Wiley & Sons, New Jersey, 2006).
3. H. S. Kim, “*Development of the Floor Impact Noise Reduction Method for Multi-Dwelling Building*,” KIMM, Report No. UCK325-4273.M., 2014.
4. A. Osipov, P. Mees, and G. Vermeir, “Low-frequency airborne sound transmission through single partitions in buildings,” Appl. Acoust. **52**, 273-288 (1997).
5. J.-H. Lee and J. Kim, “Analysis of sound transmission through periodically stiffened panels by space-harmonic expansion method,” J. Sound Vib. **251**, 349-366 (2002).
6. S. Varanasi, J. S. Bolton, T. H. Siegmund, and R. J. Cipra, “The low frequency performance of metamaterial barriers based on cellular structures,” Appl. Acoust. **74**, 485-495 (2013).
7. J. Mei, G. Ma, M. Yang, and P. Sheng, “Dynamic mass density and acoustic metamaterials,” in *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals,* edited by P. A. Deymer (Springer, New York, 2013).
8. R. Piscoya and M. Ochmann, “Calculation of the transmission loss of thin plates in Kundt’s tube,” in Proc. Euronoise, 560-565 (2012).
9. L. Meirovitch, *Analytical Methods in Vibrations,* (The MacMillan Company, New York, 1967), Chapter 6-3.
10. R. D. Blevins, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, (Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979), pp. 261.

저자 약력

▸ 김 현 실 (Hyun-Sil Kim)

1980년: 서울대학교 기계공학과 학사
1982년: KAIST 기계공학과 석사
1989년: Georgia Tech 기계공학과 박사
1991년 ~ 현재: 한국기계연구원 책임연구원

▸ 김 봉 기 (Bong-Ki Kim)

1990년 2월: KAIST 기계공학과 학사
1992년 2월: KAIST 기계공학과 석사
1997년 2월: KAIST 기계공학과 박사
1997년 3월 ~ 2000년 2월: 삼성자동차
2000년 3월 ~ 현재: 한국기계연구원 책임연구원

▸ 김 상 렬 (Sang-Ryul Kim)

1993년 2월: 부산대학교 기계공학과 학사
1995년 2월: KAIST 기계공학과 석사
2006년 2월: KAIST 기계공학과 박사
1995년 3월 ~ 현재: 한국기계연구원 책임연구원

▸ 이 성 현 (Seong-Hyun Lee)

1999년 2월: KAIST 기계공학과 학사
2001년 2월: KAIST 기계공학과 석사
2006년 2월: KAIST 기계공학과 박사
2006년 3월 ~ 2009년 11월: 삼성물산 건설부문
2010년 1월 ~ 현재: 한국기계연구원 선임연구원