

자동차용 휠의 응력을 고려한 근사 최적 설계

이현석^a, 이종수^{b*}

Approximate Optimization Design Considering Automotive Wheel Stress

Hyunseok Lee^a, Jongsoo Lee^{b*}^a Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Yonsei University,
50, yonsei-ro, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea^b School of Mechanical Engineering, Yonsei University,
50, yonsei-ro, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea

ARTICLE INFO

Article history:

Received 23 December 2014
Revised 24 February 2015
Accepted 11 May 2015

Keywords:

Response surface method (RSM)
Approximate model
NSGA-II
D-Optimal
Central composite design (CCD)

ABSTRACT

The automobile is an important means of transportation. For this reason, the automotive wheel is also an important component in the automotive industry because it acts as a load support and is closely related to safety. Thus, the wheel design is a very important safety aspect. In this paper, an optimal design for minimizing automotive wheel stress and increasing wheel safety is described. To study the optimal design, a central composite design (CCD) and D-optimal design theory are applied, and the approximate function using the response surface method (RSM) is generated. The optimal solutions using the non-dominant sorting genetic algorithm (NSGA-II) are then derived. Comparing CCD and D-optimal solution accuracy and verified the CCD can deduce more accuracy optimal solutions.

1. 서론

현재 이동수단의 대상으로 자동차의 수요가 증가하고 있다. 이에 따라 자동차의 안정성 및 내구성의 중요성이 증가하고 있고 그에 따른 자동차 휠은 차량과 타이어를 지지하는 대상으로서 차량의 무게를 지지할 수 있어야 한다. 또한 반복 회전운동을 통해 차량을 앞으로 나아가게 하는 역할을 한다. 이에 따라 많은 하중이 걸리게 되고 이를 막기 위해 자동차 휠은 강도 및 내구성을 높여 갑작스런 파손을 방지하여 탑승자의 안전을 책임져야 한다. 그 결과, 안전과 밀접한 부품이므로 파손을 막기 위해 휠에 받는 응력을 최소화 하는 설계를 해야 한다. 그래서 이를 위한 많은 관련 연구가 진행되고

있다. 현재 Han 등^[1]은 자동차의 휠에 종류별에 따른 피로분석을 하였다. 그러나 모델의 경우가 3가지로 한정되어 있는 점과, 하나의 모델에 대한 다양한 형상이 구현되지 않아 대표성을 가질 수 없다는 단점이 있다. Kim 등^[2]은 유한요소해석(CAE) 이용하여 휠에서 응력과 밀접한 관련이 있는 스포크 및 허브 부분에 대하여 피로수명을 예측하였다. Kim 등^[3]은 유한요소해석과 하중을 자유 낙하시키는 방법을 적용하여 휠이 받은 충격 해석 연구를 동적 하중에 대한 연구를 수행하였다. 또한, Ahn 등^[4]은 일반 알루미늄 휠이 아닌 위급상황에 쓰는 템포러리 스틸휠에 대한 구조해석을 통해 위급상황에 쓰는 휠의 대한 응력을 수행하였다. Meghashyam 등^[5]은 기존의 자동차용 휠에 적용되는 다양한 재질 중, 자주 사용

* Corresponding author. Tel.: +82-2-2123-4474

Fax: +82-2-362-2736

E-mail address: jleej@yonsei.ac.kr (Jongsoo Lee).

되는 스틸과 알루미늄을 적용한 휠의 응력과 변위를 예측하였다. 그러나 자동차의 무게와 회전 속도는 고려하지 않은 단점이 있다. Chakrawarti^[6]은 자동차용 휠이 회전하였을 때의 나타나는 진동에 대해 예측하였다.

본 연구에서는 시중에서 쉽게 구할 수 있는 자동차용 알루미늄 휠이 받는 응력을 분석하여 응력 최소화를 통해 내구성을 향상시키는 근사 최적 설계를 수행하였다. 수행방법으로는 Choi^[7] 수행한 중심합성계획법(CCD)와 D-최적계획법(D-optimal)을 이용한 실험계획법을 적용 하였고, 자동차 디스크와 휠이 체결하는 홀, 스포크 개수, 두께를 변수로 설정하였다. 이는 자동차 휠을 설계할 때 중요하게 고려되는 변수로서 응력 최소화를 위한 대표 설계 변수로 적당한 것으로 판단된다. 그리고 휠이 받는 응력을 최소화 하는 근사함수를 생성한 후, 비지배분류 유전알고리즘(NSGA-II)를 통해 최적해를 선택하였다. 이를 통해 중심합성계획법과 D-최적계획법 간의 정확도를 알아보고 휠의 응력을 최소화 하는 설계를 수행하고자 한다. 모델링을 하기 위한 상용프로그램으로는 CATIA를 사용하였고 유한요소해석(CAE)을 위한 상용프로그램은 ANSYS15.0을 사용하였다.

2. 본 론

2.1 기초모델

모델의 형상은 Fig. 1에 나타내었으며 해당 설계 변수는 x_1 은 자동차 디스크에 체결하는 홀 개수, x_2 는 스포크 개수, x_3 은 해당 스포크의 두께이다. 설계 변수의 초기 값은 다음과 같으며 Table 1은 알루미늄의 물성치와 초기 조건을 나타낸다. 파라미터 값 선정은 범용적으로 중형 승용차에 적용되고 있는 휠의 홀의 개수, 스포크 개수 및 두께의 최소 최대를 기준으로 선정하였다. 하중은 휠의 림(rim) 부분에 분포하중을 주었고 회전속도는 휠 전체에 주었다. 이때 따른 휠이 받는 응력 값을 기준으로 삼았다.

$$[x_1, x_2, x_3] = [4, 5, 30] \text{ [개수, 개수, mm]}$$

Table 1 Material of aluminum & load condition

Young's modulus	71,000	MPa
Density	2,270	kg/m ³
Poisson ratio	0.33	-
Tensile yield strength	280	MPa
Compressive yield strength	280	MPa
Tensile ultimate strength	310	MPa
Load	4,900	N
Rotational velocity	125	rad/s

2.2 설계목표 및 제한조건

목적함수, 구속조건 및 설계 파라미터 범위에 대해 정식화하여 나타내면 다음과 같다

$$\text{Minimize } \sigma(x_i) = 1, 2, 3$$

$$\text{Subject to } g(x_i) < m_{\text{wheel}} (16 \text{ kg})$$

$$x_{1L} \leq x_1 \leq x_{1U}$$

$$x_{2L} \leq x_2 \leq x_{2U}$$

$$x_{3L} \leq x_3 \leq x_{3U}$$

응력은 목적함수로서 최소화시켜야 하며 질량은 16 kg 이하로 설계되어야 하는 제한 조건을 갖는다. 질량은 시중에 출시되어 있는 중형차에 적용되는 휠 무게를 기준으로 하였다.

3. 설계 파라미터 분석

3.1 실험계획

직교 배열표를 이용하여 3수준 3인자의 실험계획을 수립하였다. 설계 범위에 따라 Table 2와 같이 파라미터별 수준을 설정하였으며 유한요소 해석을 통해 얻는 결과는 질량, 최대 응력으로 설정하였고 Table 3에 나타내었다.

3.2 평균분석

직교 배열표를 이용하여 각 설계 파라미터별 민감도를 평균분석을 통해 수행하였고 Fig. 2에 나타내었다. 그래프의 기울기가 클수록 설계변수에 민감하게 반응한다는 것을 나타낸다. 이는 x_2 인 스

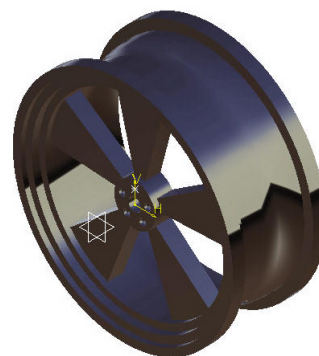


Fig. 1 Aluminum wheel

Table 2 Level of each design parameter

	x_1	x_2	x_3
1	3	3	25
2	4	5	30
3	5	7	35

Table 3 L9 Orthogonal array

Lv.	x_1	x_2	x_3	Stress [MPa]	Mass [kg]
1	3	3	25	36.835	13.344
2	3	5	30	21.873	14.923
3	3	7	35	15.493	16.922
4	4	3	30	31.788	13.654
5	4	5	35	21.655	15.442
6	4	7	25	19.211	15.087
7	5	3	35	31.9	13.962
8	5	5	25	24.97	14.383
9	5	7	30	18.203	16.172

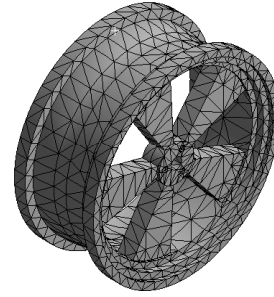


Fig. 3 Mesh structure of wheel

Table 4 Result of CCD

Design variables			Stress [MPa]	Mass [kg]
x_1	x_2	x_3		
2	4	27.5	28.621	14.088
2	4	32.5	25.932	14.509
2	6	27.5	21.282	15.246
2	6	32.5	17.575	15.877
4	4	27.5	27.800	14.074
4	4	32.5	23.037	14.495
4	6	27.5	19.747	15.232
4	6	32.5	17.645	15.863
1	5	30	23.119	14.937
5	5	30	21.48	14.909
3	3	30	32.69	13.66
3	7	30	18.098	16.186
3	5	25	22.718	14.397
3	5	35	17.683	15.449
3	5	30	21.873	14.923

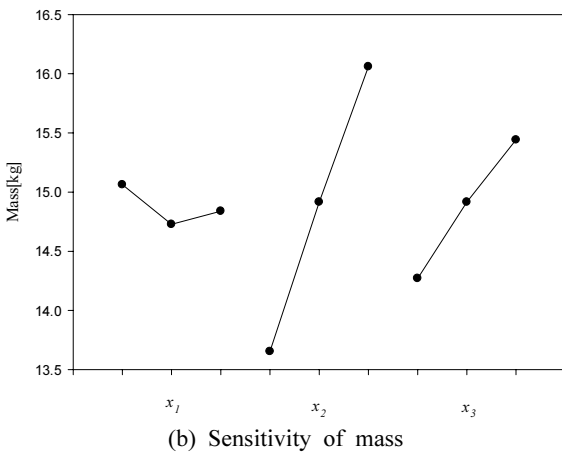
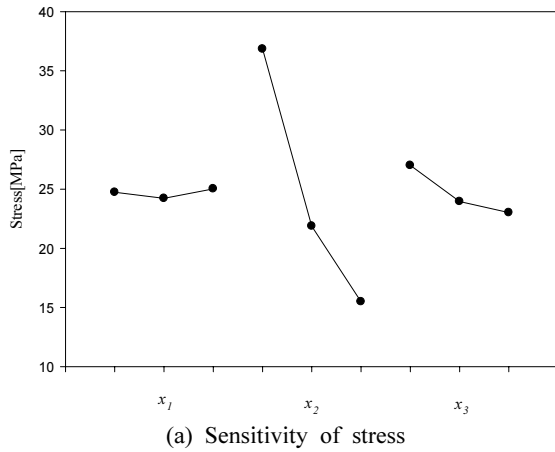


Fig. 2 ANOM of design parameter

포크 개수가 응력 및 질량에 민감하게 반응한다는 것을 나타낸다.

4. 근사모델

4.1 중심합성계획법(CCD)에 의한 반응표면모델(RSM)

중심합성계획법은 실험계획법의 여러 종류 중 하나의 방법으로

설계변수가 k 인 문제에 대하여 다음과 같다^[7].

$$n = 2^k + 2k + n_0$$

위 식에서 2^k 는 요인 배치법의 실험개수 $2k$ 는 축점의 실험개수 n_0 은 중심점의 수이다. Table 4는 중심합성계획법을 수립한 후, 그에 따른 실험값을 유한요소해석으로 해석한 결과값으로 나타내었다. 중심합성계획법을 적용할 경우 x_1 이 소수로 나올 수 있다. 그러나 모델의 특성상 x_1, x_2 은 소수점으로 나타낼 수 없기에 x_1 의 범위를 1에서 5까지로 변경하였다. 결과값을 통해 설계변수의 변화에 따른 관계를 파악하는 함수인 반응표면법을 사용하였다. 본 연구에 선 이차 다항식 모델을 사용하였다. ANSYS를 이용하여 격자 처리한 모델의 형상을 Fig. 3에 나타내었다.

중심합성계획법을 통해 얻은 질량, 응력에 관련한 데이터를 이용하여 반응표면법을 생성하여 얻은 이차 다항식 결과는 다음

과 같다.

$$f_{stress} = 31.40224 - 1.6964x_1 - 15.46408x_2 + 3.37099x_3 + 0.07739x_1^2 + 0.85101x_2^2 - 0.07158x_3^2 + 0.28138x_1x_2 - 0.02345x_1x_3 + 0.08215x_2x_3$$

R-Square: 99.01%

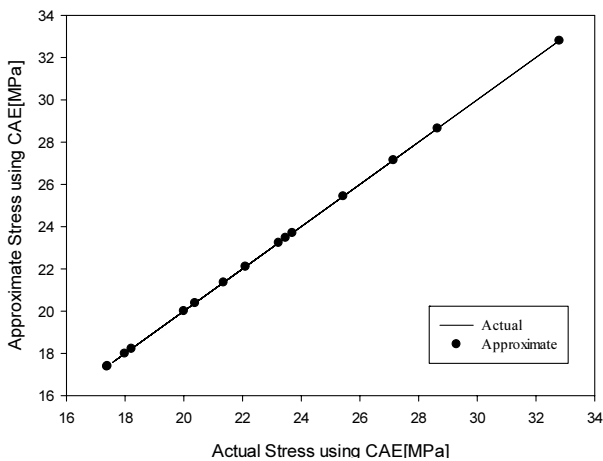
$$g_{mass} = 11.7805 - 0.007x_1 + 0.0015x_2 + 0.0002x_3 - 4.0757E - 13x_1^2 - 3.152E - 13x_2^2 - 9.4451E - 14x_3^2 - 1.4211E - 14x_1x_2 - 3.1903E - 14x_1x_3 + 0.021x_2x_3$$

R-Square: 100%

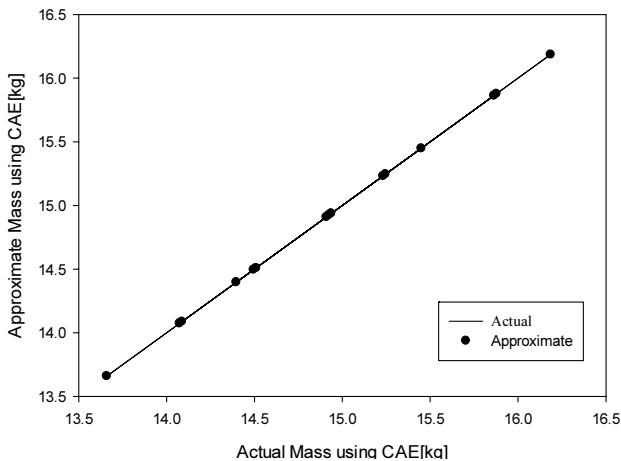
위의 근사 방정식의 정확도를 위해 중심합성계획법에서 수행한 실험값 즉 설계 파라미터를 근사방정식에 대입하여 얻은 값과 실제 유한요소해석 결과값과 비교하였으며 Fig. 4에 나타내었다.

4.2 D-최적계획법(D-optimal)에 의한 반응표면모델(RSM)

D-최적계획법을 사용하면 중심합성계획법에 비해 실험점을 줄



(a) Accuracy of RSM-stress



(b) Accuracy of RSM-mass

Fig. 4 Accuracy of RSM about stress and mass by CCD

일 수 있는 방법으로서 실험점의 개수가 많아 수행하기 어려운 경우 D-최적계획법을 사용한다 D-최적계획법의 경우 x_1, x_2 가 개수이므로 정수로 표현해야 하기 때문에 반올림을 이용하여 정수로 표현한 다음 15개의 실험점을 사용하였다. Table 5는 D-최적계획법을 이용하여 실험점을 설정하였고 유한요소해석의 결과이다.

D-최적계획법을 이용하여 생성한 반응표면모델(RSM) 결과는 다음과 같다.

$$f_{stress} = -33.2435 - 3.023x_1 - 8.56549x_2 + 6.13049x_3 + 1.22204x_1^2 + 0.76159x_2^2 - 0.08751x_3^2 + 0.0698x_1x_2 - 0.20883x_1x_3 - 0.07222x_2x_3$$

R-Square: 98.05%

$$g_{mass} = 11.92662 - 0.01771x_1 + 0.00173x_2 - 0.00809x_3 - 0.00002104x_1^2 + 0.00080516x_2^2 + 0.00013118x_3^2 - 0.00046116x_1x_2 + 0.00041005x_1x_3 + 0.02076x_2x_3$$

R-Square: 100%

근사 방정식의 정확도를 위해 D-최적계획법에서 수행한 실험값을 근사방정식에 대입하여 얻은 값과 실제 유한요소해석 결과값을 비교하였으며 Fig. 5에 나타내었다.

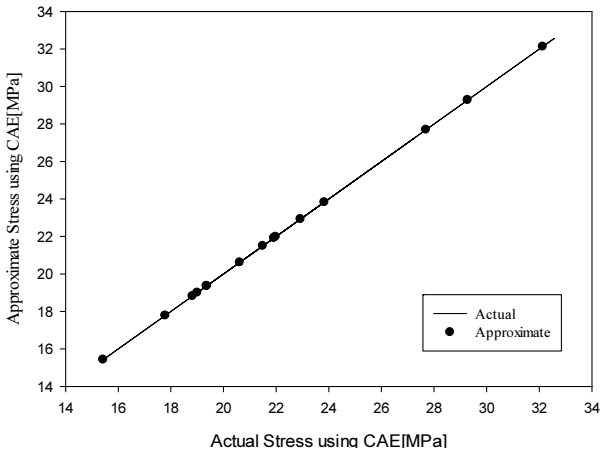
5. 근사모델 최적화

5.1 근사 최적설계

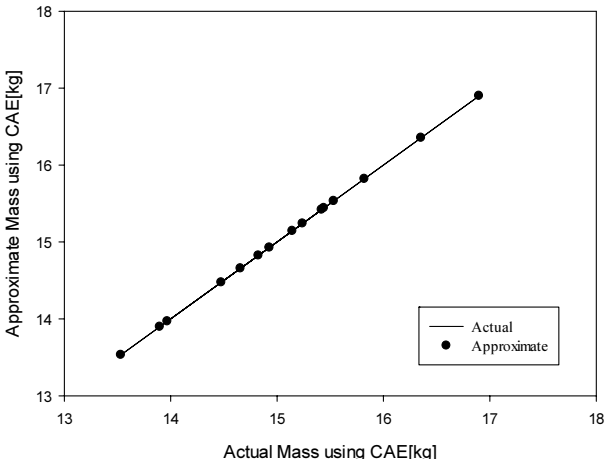
이차다항식 함수의 최적화를 위해 비지배분류 유전알고리즘을

Table 5 Result of D-optimal

Design variables			Stress [MPa]	Mass [kg]
x_1	x_2	x_3		
5	7	25.6528	22.818	15.531
5	5	25.9075	23.663	14.478
3	5	34.925	18.777	15.441
5	3	34.9534	27.247	13.973
5	5	33.1545	20.351	15.241
3	5	34.7301	19.443	15.421
4	7	31.1938	16.794	16.355
3	7	34.8465	15.549	16.9
5	6	32.2412	19.787	15.823
4	6	26.7983	20.361	15.143
5	3	28.1961	32.566	13.532
3	3	33.6896	29.148	13.898
5	4	34.4488	23.39	14.652
3	5	29.0814	21.14	14.826
5	6	25.1568	20.685	14.929



(a) Accuracy of RSM-stress



(b) Accuracy of RSM-mass

Fig. 5 Accuracy of RSM about stress and mass by D-optimal

적용하여 최적화를 수행한다. 응력에 대한 근사 방정식의 경우에는 외부 벌칙 함수(exterior penalty function)를 사용하여 외부인자를 제거하였다. 중심합성계획법(CCD) 및 D-최적계획법에 의해 생성된 근사함수를 비지배분류 유전알고리즘을 적용하여 최적화를 수행한 결과로 나온 최적 해의 집합을 각각 Table 6 및 Table 7에 나타내었다. 이 때, 비지배 유전 알고리즘의 세대수는 20, 인구는 200을 적용하였다.

5.2 유한요소해석(CAE) 검증

중심합성계획법 및 D-최적계획법의 해를 실제 유한요소해석과 비교해보았다. 최적 해의 경우 값이 소수점으로 나와 실제 해석하는데 무리가 있으므로, 최적 해가 아니지만 임의로 설계변수로 정수 값을 넣어 비교해보았다. Table 8은 결과를 나타낸다.

CAE를 통해 도출한 값과 중심합성계획법 및 D-최적계획법을 통해 얻는 최적해를 비교한 결과 중심합성계획법을 통해 도출한 값이 더 정확한 값을 정확 나타내는 것을 알 수 있었다. Table 9는

Table 6 Optimal solution of NSGA-II using CCD

x_1	x_2	x_3	Stress
4.4207209	5.8937383	34.202671	15.741381
4.4207212	5.8937364	34.202672	15.741382
4.4207210	5.8937362	34.202672	15.741382
4.4207207	5.8937358	34.202672	15.741383
4.4206934	5.8937200	34.202691	15.741387
4.4206935	5.8936969	34.202693	15.741417
4.4207165	5.8937094	34.202669	15.741424
4.4207162	5.8937090	34.202669	15.741425
4.4207162	5.8937091	34.202669	15.741425
4.4207160	5.8937088	34.202669	15.741425
4.4206930	5.8936994	34.202680	15.741429
4.4206928	5.8936994	34.202680	15.741429
4.4206932	5.8936995	34.202679	15.741429
4.4206930	5.8936993	34.202677	15.741432
4.4207075	5.8937075	34.202659	15.741439
4.4207073	5.8937074	34.202659	15.741439
4.4207071	5.8937074	34.202659	15.741439
4.4207073	5.8937074	34.202659	15.741439
4.4207073	5.8937074	34.202659	15.741439
4.4207073	5.8937074	34.202659	15.741439

Table 7 Optimal solution of NSGA-II using D-optimal

x_1	x_2	x_3	Stress
3.8088877	6.1588275	32.710168	17.073553
3.8088741	6.1588279	32.710132	17.073584
3.8088955	6.1588278	32.710115	17.073596
3.8089131	6.1588276	32.710106	17.073602
3.8088630	6.1588275	32.710108	17.073606
3.8088576	6.1588275	32.710108	17.073607
3.8089369	6.1588275	32.710068	17.073631
3.8088845	6.1588275	32.710072	17.073633
3.8076459	6.1588283	32.709584	17.074183
3.8075917	6.1588327	32.709574	17.074192
3.8075868	6.1588333	32.709560	17.074204
3.8075814	6.1588333	32.709560	17.074205
3.8075794	6.1588334	32.709558	17.074206
3.8075314	6.1588332	32.709562	17.074209
3.8075892	6.1588327	32.709541	17.074220
3.8075703	6.1588330	32.709536	17.074226
3.8085650	6.1588237	32.709227	17.074380
3.8073873	6.1588251	32.709313	17.074445
3.8074835	6.1588255	32.709293	17.074449
3.8074858	6.1588250	32.709274	17.074465

Table 8 Comparison of CCD & D-optimal & CAE result

Design parameter	CAE		D-Optimal		CCD	
	Stress [MPa]	Mass [kg]	Stress [MPa]	Mass [kg]	Stress [MPa]	Mass [kg]
1	22.503	14.397	19.824	14.401	23.232	14.397
2	37.223	13.33	31.445	13.331	33.109	13.33
3	21.873	14.923	21.473	14.921	22.104	14.923

Table 9 Comparison of CCD & D-optimal & CAE accuracy

Design parameter	CAE	D-Optimal	CCD
	Stress [MPa]	Stress [MPa]	Stress [MPa]
1	22.503(100)	19.824(88.09)	23.232(96.8)
2	37.223(100)	31.445(84.4)	33.109(88.9)
3	21.873(100)	21.473(98.1)	22.104(98.9)

유한요소해석을 통해 얻은 응력값과 D-최적계획법 및 중심합성계획법을 통해 얻는 결과 값의 차이를 Index를 이용하여 표시하였다.

6. 결론

본 연구에서는 자동차용 휠의 근사최적화를 수행하기 위해 두 가지의 실험계획법을 이용하여 근사함수를 만든 뒤 ANSYS와 비지배분류 유전알고리즘을 통해 최적해를 도출할 수 있었다. 최적해를 통해 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

(1) 자동차용 휠의 응력과 질량은 스포크 두께보다는 개수에 가장 민감하게 반응하였으며 모든 모델들의 등가응력이 알루미늄의 항복응력보다 작은 것을 볼 수 있었다.

(2) 중심합성계획법 및 D-최적계획법을 통해 근사함수를 만들 수 있었으며 비지배분류 유전알고리즘을 통해 최적해를 도출한 결과 D-최적계획법보다는 중심합성계획법이 더 정확한 값을 나타내었다. 이는 D-최적계획법이 중심합성계획법에 비해 모든 영역을

탐색하지 못함에 따라 생긴 결과로 판단된다.

References

- [1] Han, M. S., Cho, J. E., 2014, Fatigue Durability Analysis due to the Classes of Automotive Wheel, Proceedings of KSAE, 22:6 68-74.
- [2] Kim, M. S., Ko, K. J., Kim, J. H., 2003, The Finite Element Analysis on Automotive Wheels for Fatigue Life Prediction, Proceedings of KSAE Spring and Autumn Conference, 1166-1172.
- [3] Kim, S., Kang, H. Y., Yang, S. M., 2005, Impact Analysis of Automotive Aluminum Wheels Using CAE, Proceedings of KSAE a Branch Conference, 30-35.
- [4] Ahn, K. C., Kim, B. H., Kang, H. D., Jung, D. S., 2013, Structure Analysis for Temporary Steel Type Automobile Wheel, Proceedings of KSAE a Branch Conference, 141-143.
- [5] Meghashyam, P., Naidu, S. G., Baba, N.S., 2013, Design and Analysis of Wheel Rim using CATIA & ANSYS, IJAIEEM. 2:8 14 -20.
- [6] Chakrawarti, J. K., 2014, Static And Modal Analysis Of Rotating Wheel Rim Using Ansys, IJESI. 3:9 18-23.
- [7] Choi, H.Y., Lee, J. S., Park, J. N., 2012, Approximate Multi-objective Optimization of Robot Casting Considering Deflection and Weight, The Journal of The Korea Society of Manufacturing Technology, 21:6 954-960.
- [8] Nam, H., 2005, Six Sigma Robust Design of Composite Hand for LCD Glass Transfer Robot, Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A, 29:3 455-461.
- [9] Kang, S. S., Lee, J. H., 2011, Evaluation of Fatigue Life and Structural Analysis for Dish-type and Spoke-type Automobile Wheels, Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A, 35:10 1315-1321.
- [10] Lee, S. Y., Kim, H. Y., Lee, K. T., Kwak, H. T., 2011, Finite Element Analysis for Biaxial Wheel Fatigue Test(SAE J2562), Proceedings of KSAE, 1585-1590.