

강도 조건을 고려한 동력 전달 드라이브 샤프트의 근사최적설계소해룡^a, 이종수^{b*}**Approximate Optimization of the Power Transmission Drive Shaft Considering Strength Design Condition**Hailong Shao^a, Jongsoo Lee^{b*}^a Graduate School of Mechanical Engineering, Yonsei University, 50, Yonsei-ro, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea^b Department of Mechanical Engineering, Yonsei University, 50, Yonsei-ro, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea**ARTICLE INFO***Article history:*Received 23 December 2014
Revised 1 February 2015
Accepted 26 February 2015*Keywords:*Approximation optimization
Response surface methodology (RSM)
Parameter study
Central composite design (CCD)
D-Optimal design**ABSTRACT**

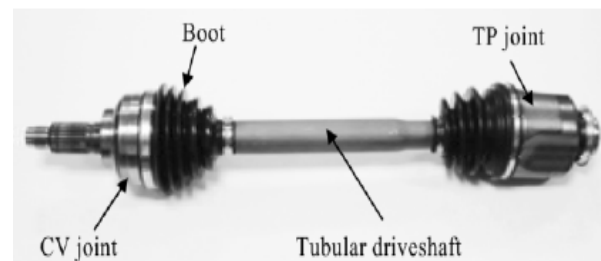
Presently, rapidly changing and unstable global economic environments demand engineers. Products should be designed to increase profits by lowering costs and provide distinguished performance compared with competitors. This study aims to optimize the design of the power-transmission drive shaft. The mass is reduced as an objective function, and the stress is constrained under a constant value. To reduce the number of experiments, CCD (central composite design) and D-Optimal are used for the experimental design. RSM (response surface methodology) is employed to construct a regression model for the objective functions and constraint function. In this problem, there is only one objective function for the mass. The other objective function gives 1; thus, NSGA-II is used.

1. 서론

최근 자동차분야에서 연비향상과 환경보호 차원에서 구조 경량화 및 엔진성능을 향상시키기 위한 많은 연구가 진행되고 있다.

드라이브 샤프트는 동력전달의 고효율화를 얻기 위하여 엔진에서 발생한 회전력을 바퀴에 직접 전달하는 동시에 조향 기능을 수행하는 자동차의 중요한 부품이다. 이러한 드라이브 샤프트는 Fig. 1과 같이 트리포드 조인트부(tripod joint)와 등속 조인트부(constant velocity joint)로 구성된다^[1,2]. 보통 고 질량강(steel SM45)으로 드라이브 샤프트의 재료를 많이 사용하고 있다. 구조 경량화로 설계목적의 정의를하여 드라이브 샤프트에 대한 근사최적화를 하였다. 본 연구에서는 중심합성계획(CCD)과 D-최적계획법

(D-optimal)을 통해 실험계획을 세운 후, 2차 다항식으로 표현되는 반응표면모델을 생성한다. 비 지배 분류 유전알고리즘(NSGA-II)을 사용하여 최적 값을 구한 후, 두 가지 실험계획법의 결과를 비교하여 적절한 해를 선택한다^[3].

**Fig. 1 Assembly of automotive tubular driver shaft**

* Corresponding author. Tel.: +82-2-2123-4474

Fax: +82-2-362-2736

E-mail address: jleej@yonsei.ac.kr (Jongsoo Lee).

2. 기초모델, 설계목표 및 제한조건

2.1 기초모델

제어할 수 있는 설계 파라미터는 3개이다. x_1, x_2, x_3 은 드라이브 샤프트의 외경, 내경 및 길이이고 Fig. 2에 나타내었다. 초기 설계 파라미터는 참고문헌과 설계기준에 따라 다음과 같이 설정하였다^[4].

$$[x_1, x_2, x_3] = [56, 44, 800] [mm]$$

$$\text{Set } x_1 = D, x_2 = d, x_3 = l$$

2.2 설계 목표 및 제한 조건

본 연구에서 고질량강(steel SM45)를 이용하여 드라이브 샤프트에 대한 질량 최소화를 진행하였다. 물성치는 Table 1과 같다.

설계 목표 및 제한조건 그리고 설계 파라미터의 범위에 대해 정식화하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F_{mass} \\ & \text{Subject to } g_{stress}(x_i) \leq 370 \text{MPa} \quad i=1,2,3 \\ & \frac{(x_1 - x_2)}{2} \geq 3 \text{mm} \\ & 52 \leq x_1 \leq 56 \\ & 40 \leq x_2 \leq 48 \\ & 790 \leq x_3 \leq 810 \end{aligned}$$

질량은 목적함수로서 최소화시켜야 하며 응력은 370 MPa 이하로 설계되어야 하고 안정성을 고려하기 위하여 두께는 3 mm 이상으로 설계되어야 하는 제한 조건을 갖는다^[5,6].

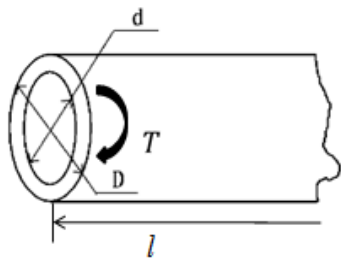


Fig. 2 Design parameter

Table 1 Material properties of steel SM 45

Material Properties	Symbol	Units	Steel SM45
Young's modulus	E	GPa	207.0
Poisson's ratio	ν	-----	0.3
Density	ρ	Kg/m ³	7600
Sheel modulus	G	GPa	80.0
Yield Strength	S _y	MPa	370

3. 파라미터 분석

3.1 기초 모델

자동차의 설계가 변경되면 기존 제품의 형상이나 치수 또한 변경되어야 하며 설계 변경 시 어떤 방향으로 변경 되어야 성능특성에 악영향을 주지 않는가를 미리 예측하는 것이 필요하다^[1]. 각 파라미터가 변했을 때, 목적함수와 제한조건에 어떠한 영향을 미치는지에 대해서 파라미터 분석을 시행하였다. 파라미터 분석을 하기 위해 Table 2와 같이 실험계획을 통해 얻은 해석 값을 이용하였다.

3.2 실험계획

설계 파라미터 중 하나만 변하고 나머지 초기 설계 파라미터로 정하는 실험계획을 수립하였다. 설계범위는 자주 쓰이는 부품의 수치를 기준으로 설정하였다. 각 설계 파라미터의 3수준별 값은 설계 조건의 범위에 따라 Table 2와 같이 설정하였다. Abaqus를 이용하여 모델 양단에서 참고 점을 만들어 한 쪽에서 x, y, z방향 이동과 회전을 모두 구속하였으며, 다른 쪽에서 y, z방향 이동을 구속하고 x방향에서 1170 N·m 회전조건을 주었다. 실험에 대한 결과는 질량과 응력으로 설정하였다. Table 3에 그 결과를 나타내었으며 설계 파라미터 분석 결과는 Fig. 3에 나타내었다.

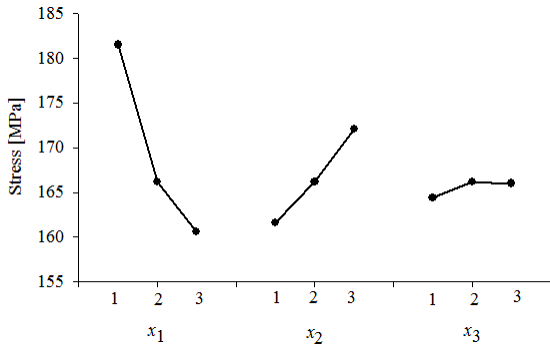
길이보다 외경과 내경 즉 x_1, x_2 의 민감도가 높은 것을 볼 수 있다. 외경이 감소하고 내경이 증가하면 모델의 두께가 얇기 때문에 응력을 많이 받는 현상이 발생하는 것을 Table 3의 첫 번째 실험에서 알 수 있었다.

Table 2 Level of each design parameter

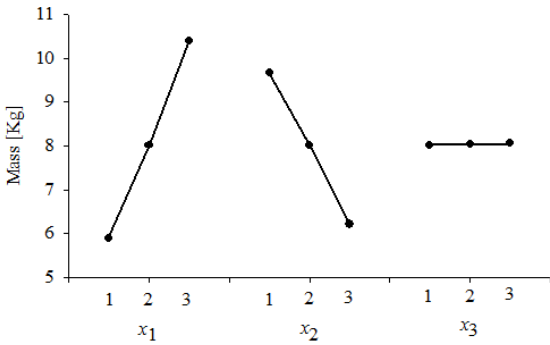
Lev.	x_1 [mm]	x_2 [mm]	x_3 [mm]
1	52	40	790
2	56	44	800
3	60	48	810

Table 3 L9 test array

Run	x_1 [mm]	x_2 [mm]	x_3 [mm]	Stress [MPa]	Mass [kg]
1	52	44	800	181.5	5.8975
2	56	44	800	166.2	8.0115
3	60	44	800	160.6	10.3902
4	56	40	800	161.6	9.6617
5	56	44	800	166.2	8.0115
6	56	48	800	172.1	6.2112
7	56	44	790	164.4	8.0145
8	56	44	800	166.2	8.0315
9	56	44	810	166.0	8.0645



(a) Sensitivity of stress



(b) Sensitivity of mass

Fig. 3 Analysis of design parameter

4. 중심합성계획법을 이용한 근사 모델

4.1 중심합성계획법(CCD)

중심합성계획법은 실험계획법의 하나로 Box & Wilson에 의해 제안된 방법이다^[7]. 총 실험 횟수는 설계변수가 k 개인 문제에 대하여 다음과 같다.

$$n = 2^k + 2k + n_0 \quad (1)$$

위 식에서 2^k 는 2^k 요인 배치법의 실험개수, $2k$ 는 축점의 실험개수, n_0 는 중심점의 수이다. 여기서 n_0 는 1로 설정하였다. Table 4은 중심합성계획법을 수립한 후 그에 따른 반응 값, 즉 CAE로 해석한 결과값을 나타내었다. CATIA에서 모델링하고 Hypermesh에서 격자요소를 생성하였다. 그 다음에 생성된 imp파일을 수정하고 ABAQUS를 사용해서 해석을 하였다. 격자요소의 형상은 Tetrahedron 이고, 요소의 개수는 202,729개, 절점은 16,821개가 사용되었다. Fig. 4은 격자 처리 후의 형상을 나타내었다.

4.2 반응표면모델(RSM)

반응표면법은 반응변수와 두 개 이상의 요인들 간의 관계를 파악하는데 사용된다. 본 연구에선 이차 다항식 모델을 사용하였다^[8].

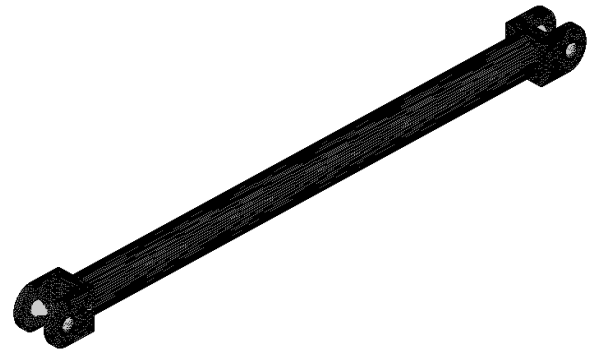


Fig. 4 Mesh structure of steel drive shaft

Table 4 CCD & result

Design Variables [mm]			Stress [MPa]	Mass [kg]
x_1	x_2	x_3		
54	42	795	165.4	7.7791
54	42	805	165.9	7.7792
54	46	795	177.0	6.0546
54	46	805	177.5	6.0543
58	42	795	160.3	9.9746
58	42	805	161.1	9.9746
58	46	795	163.4	8.2494
58	46	805	162.4	8.2498
56	44	800	166.2	8.0145
52	44	800	187.6	5.8996
60	44	800	160.6	10.2902
56	40	800	160.0	9.6615
56	48	800	163.7	6.2112
56	44	790	164.4	8.0145
56	44	810	166.0	8.0145

4.3 반응표면모델(RSM) 생성

중심합성계획법을 통해 얻은 질량, 응력에 관련된 데이터를 이용하여 반응표면을 생성하여 얻은 결과는 아래와 같다.

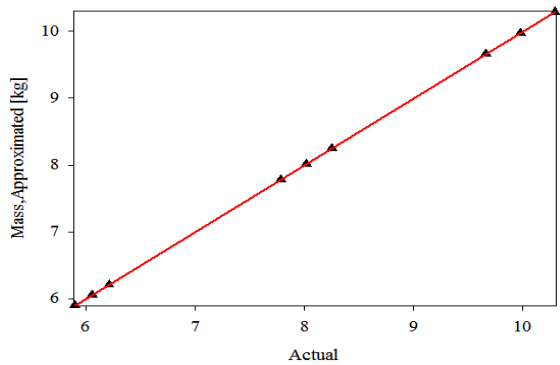
$$F_{mass} = 4.673322 - 0.021056x_1 - 0.001872x_2 - 0.004773x_3 + 0.005042x_1^2 - 0.00001875x_1x_2 - 0.004867x_2^2 + 0.0000075x_1x_3 + 0.000002722x_3^2$$

(R-Square = 1)

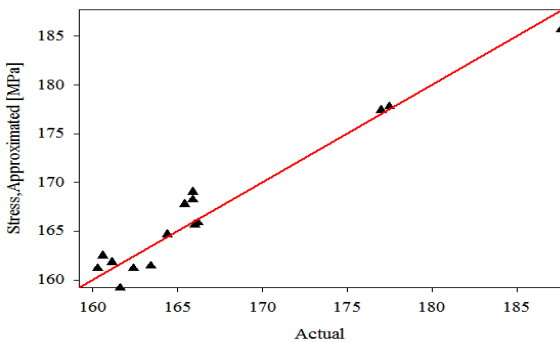
$$g_{stress} = -5769.37 - 22.4826x_1 + 63.82569x_2 + 12.99111x_3 + 0.512847x_1^2 - 0.5875x_1x_2 - 0.13403x_2^2 - 0.015x_1x_3 - 0.0225x_2x_3 - 0.00694x_3^2$$

(R-Square = 0.9521)

위의 근사 방정식의 정확도를 확인하기 위해 중심합성계획법에



(a) Accuracy of RSM-mass



(b) Accuracy of RSM-stress

Fig. 5 Accuracy of RSM about mass and stress

서 수행한 각 실험값, 즉 설계 파라미터를 위의 근사 방정식에 재 대입하여 실제 CAE 결과값과 비교하였으며 Fig. 5에 나타내었다.

5. D-최적계획법을 이용한 근사 모델

5.1 D-최적계획법(D-optimal)

반응표면을 형성하기 위한 실험계획에 있어 D-최적계획법^[9]을 사용하면 시험 점을 더 줄일 수 있다. D-최적계획법은 $X^T X$ 를 최대화 하고자 하는 것이 일반적인 기준이다. M 은 n 개의 실험을 포함하는 최적의 설계 매트릭스를 의미하며 ($X^T X$)를 극대화 할 수 있다. 다시 말해 n 은 실험영역에서 가장 큰 값을 갖는 조건을 의미하게 된다.

$$Max |M| = \frac{|X^T X|}{n} \text{ or } |M| = X^T X \quad (2)$$

본 연구에서는 중심합성계획법과 D-최적계획법을 비교하기 위해 비 지배 분류 유전알고리즘을 이용하여 $X^T X$ 의 행렬식이 최대가 되는 15개의 실험조합을 추출하여 전산실험을 수행하였다.

Table 5은 D-최적계획법을 수립한 후 그에 따른 반응 값, 즉 CAE로 해석한 결과값을 나타내었다. CATIA에서 모델링하고 Hypermesh에서 격자요소를 생성하였다. 그 다음에 생성된 inp파

Table 5 D-Optimal & result

Design Variables [mm]			Stress [MPa]	Mass [kg]
x_1	x_2	x_3		
53.10	44.47	798.67	166.5	6.2618
55.28	47.79	801.59	164.8	5.9176
59.98	43.78	798.47	162.5	10.3710
58.79	47.86	798.59	163.1	7.8474
52.00	40.06	805.83	164.5	7.5205
58.04	40.00	800.87	160.4	10.801
58.78	40.00	795.22	159.8	11.2258
59.22	41.11	807.58	161.3	11.0375
59.95	40.00	797.58	162.5	11.9055
53.84	45.03	791.86	168.5	6.4015
53.04	43.82	800.20	164.6	6.5111
54.19	45.06	791.16	166.8	6.5732
52.00	40.00	799.45	159.5	7.5439
56.22	47.60	799.14	163.6	6.5189
60.00	46.40	802.10	161.6	9.2276

일을 수정하고 ABAQUS를 사용해서 해석을 하였다.

5.2 반응표면모델(RSM)

반응표면법은 반응변수와 두 개 이상의 요인들 간의 관계를 파악 하는데 사용된다. 본 연구에선 이차 다항식 모델을 사용하였다^[8].

5.3 반응표면모델(RSM) 생성

D-최적계획법을 통해 얻은 질량, 응력에 관련된 데이터를 이용하여 반응표면 모델을 생성하여 얻은 결과는 아래와 같다.

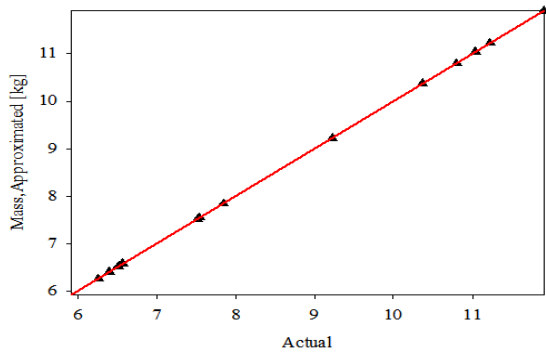
$$F_{mass} = 8.312951 + 0.006392x_1 - 0.06504x_2 - 0.01248x_3 + 0.004894x_1^2 + 0.000043991x_1x_2 - 0.004951x_2^2 - 0.00000942x_1x_3 + 0.000083881x_2x_3 + 0.000005922x_3^2$$

(R-Square = 1)

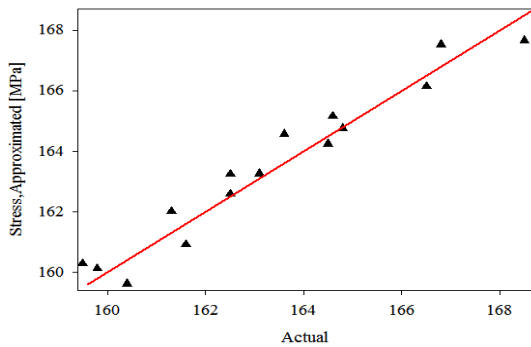
$$g_{stress} = 1734.352231 + 30.063273x_1 + 112.378573x_2 - 12.03457x_3 + 0.23788x_1^2 - 0.231918x_1x_2 - 0.009205x_2^2 - 0.058941x_1x_3 - 0.122172x_2x_3 + 0.012829x_3^2$$

(R-Square = 0.9485)

위의 근사 방정식의 정확도를 확인하기 위해 D-최적계획법에서 수행한 각 실험값, 즉 설계 파라미터를 위의 근사 방정식에



(a) Accuracy of RSM-mass



(b) Accuracy of RSM-stress

Fig. 6 Accuracy of RSM about mass and stress

제 대입하여 실제 CAE 결과값과 비교하였으며 Fig. 6에 나타내었다.

6. 근사최적화 및 결과

6.1 비 지배 분류 유전알고리즘(NSGA-II)

다목적 함수의 최적화를 위해 비 지배 분류 유전알고리즘을 적용하여 최적화를 수행한다^[10]. 본 연구에 있는 최적화문제상 질량에 대한 목적함수는 하나이기 때문에 비 지배 분류 유전알고리즘을 적용하기 위해 나머지 목적함수를 실수 1로 설정하였다. 목적함수에 제한 조건인 응력에 대한 근사 방정식의 경우에는 exterior penalty function을 사용하여 적용하였다. 인구수는 80, 세대수는 200으로 수행하였다. 그 후 비 지배 분류 유전알고리즘을 이용하여 파레토해를 도출하였다.

6.2 CCD와D-최적계획법을 이용한 최적결과

비 지배 분류 유전알고리즘을 적용하여 중심합성계획법과 D-최적계획법에서 수행한 근사 최적 해의 결과를 Table 6에 나타내었다.

6.3 CAE 검증

파레토해와 실제 CAE 결과를 비교해 보았으며, 파레토 해 집

Table 6 Optimal results of CCD & D-optimal

	x_1 [mm]	x_2 [mm]	x_3 [mm]	Mass [kg]
CCD	52.72	46.72	804.79	5.06
D-Optimal	52.22	46.22	803.76	5.05

Table 7 Validations of NSGA-II and FEM

Approximate function	CCD		D-Optimal	
	NSGA-II	FEM	NSGA-II	FEM
Mass [kg]	5.06	5.06	5.05	5.03

합 중 하나의 설계 파라미터들을 취하여 CAE 해석을 수행하였다. Table 7은 그 결과를 나타낸다. 두 결과를 비교하였을 때 오차는 매우 작은 값으로 유사한 결과를 도출할 수 있음을 확인하였다.

7. 결론

본 연구를 통해 다목적 함수를 가진 동력 전달 드라이브샤프트 최적설계를 수행하였다. 중심합성계획법을 통해 수립한 실험계획을 기반으로 근사 반응표면을 생성하였으며 비 지배 분류 유전알고리즘을 적용하여 최적화를 진행하여 파레토 해집합을 얻을 수 있었다. 이러한 해의 집합은 주변 환경이나 필요조건들에 따라 설계자가 원하는 해를 선택하여 사용할 수 있도록 해준다. 중심합성계획법과는 다른 D-최적계획법에 의한 방법으로 생성된 근사 반응표면에 대한 비교도 함께 수행하였고 본 연구에서는 D-최적계획법에 의한 방법이 더 정확한 반응표면을 만들어 내는 것을 확인하였다.

References

- [1] Lim, S. J., Lee, N. K., Na, K. H., Lee, C. H., 2003, Performance Characteristics of the Automotive TDS(Tube Drive Shaft) by the Rotary Swaging Process, Trans. Mater. Process., 12:7 654-661.
- [2] Lim, S. J., Lee, N. K., Na, K. H., Lee, C. H., 2005, Vibration Mode and Durability Characteristics of Automotive TDS Using Rotary Swaging Process for Incremental Forming, KSAE, 13:5 127-133.
- [3] Choi, H. Y., Lee, J. S., Park, J., 2012, Approximate Multi-objective Optimization of Robot Casting Considering Strength Design Condition, KSMTE, 21:6 954-960.
- [4] Dana, n.d., viewed 5 December 2014, Drive Shafts for Industrial Applications <http://www.gwbriveshaft.com/images/Catalog_english.pdf>.

- [5] Patil, B., Kandagal, F., Vinoth M.A., 2014, Weight Optimization and FEA Analysis of Al-Si Metal Matrix Composite Drive Shaft, IJECS, 3 7713-7717.
- [6] Gopals Krishna, V., Subrahmanyam, B. V., Srinivasulu, R., 2013, Finite Element Analysis and Optimization of Automotive Composite Drive Shaft, IJETT, 5:7 346-35.
- [7] Park, S. H., 1995, Modern Design of Experiments, Minyongsa, Republic of Korea.
- [8] Hong, K. J., Jeon, K. K., Cho, Y. S., Choi, D. H., Lee, S. J., 2000, A Study on the Construction of Response Surface for Design Optimization, Trans. of the KSME(A), 24:6 1408-1418.
- [9] Triefenbach, F., 2008, Design of Experiment: The D-optimal Approach and Its Implementation As a Computer Algorithm, A Thesis for a Bachelor Degree, Information and Communication Technology, Umea University, Sweden.
- [10] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T., 2002, A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6:2 182-197.