

**강도조건을 고려한 강구조물 보강재의 다목적 근사최적설계**전은기<sup>a</sup>, 이종수<sup>a\*</sup>**Approximate Multi-Objective Optimization of Stiffener of Steel Structure Considering Strength Design Conditions**Eungi Jeon<sup>a</sup>, Jongsoo Lee<sup>a\*</sup><sup>a</sup> Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Yonsei University,  
50, Yonsei-ro, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea**ARTICLE INFO***Article history:*

Received	23	December	2014
Revised	4	March	2015
Accepted	9	March	2015

*Keywords:*

Stiffener  
Response surface methodology  
Central composite design  
D-Optimal  
Non-dominant sorting genetic algorithm (NSGA-II)

**ABSTRACT**

In many fields, the importance of reducing weight is increasing. A product should be designed such that it is profitable, by lowering costs and exhibiting better performance than other similar products. In this study, the mass and deflection of steel structures have to be reduced as objective functions under constraint conditions. To reduce computational analysis time, central composite design (CCD) and D-Optimal are used in design of experiments(DOE). The accuracy of approximate models is evaluated using the  $R^2$  value. In this study, the objective functions are multiple, so the non-dominant sorting genetic algorithm(NSGA-II), which is highly efficient, is used for such a problem. In order to verify the validity of Pareto solutions, CAE results and Pareto solutions are compared.

**1. 서론**

최근 선박, 해양구조물, 항공기, 자동차를 비롯한 강구조물(steel structure)의 설계에서 신뢰할 수 있는 안전성을 확보함과 동시에 경량화(weight lightening)를 추구하고 있으며<sup>[1]</sup>, 이에 대한 연구들이 다양한 접근방법으로 진행되고 있다.

외력을 받는 부재의 강성을 높이기 위하여 붙이는 판 또는 작은 부재를 보강재(stiffener)라 일컫는데, 다양한 강구조물에서 흔히 사용되고 있으며 구조적 취약성을 보완하는 기능을 갖고 있기 때문에 강도의 거동 특성에 대하여 구체적으로 분석해야 할 필요성이 있다. 과거에는 보강재 설계 기술은 설계자의 경험에 의존해왔

나, 최근에는 최적설계 기법을 이용하여 설계초기 단계에서부터 효율적인 보강재 설계를 시도하고 있다<sup>[2]</sup>.

본 연구에서 고려되고 있는 단순 기역자 강구조물은 외력을 충분히 지지하는 것을 주목적으로 설계 되었으며 원가 절감을 위한 질량 최소화, 성능 사양을 만족하기 위한 처짐(deflection) 값 최소화를 다중목적함수(multi-objective function)로 갖는다. 성능지수에 영향을 주는 적절한 설계 변수를 선정하고, 파라미터 분석(parameter analysis)을 실시하여 선정된 설계변수의 민감도(sensitivity)를 확인 한다. 이어서 중심합성계획법(CCD)과 D-최적계획법(D-optimal)을 통하여 실험계획을 세워 2차 다항식으로 표현되는 반응표면(response surface methodology)을 생성한

\* Corresponding author. Tel.: +82-2-2123-4474

Fax: +82-2-362-2736

E-mail address: jleej@yonsei.ac.kr (Jongsoo Lee).

후, 각 실험계획법을 통해 얻은 근사모델(approximation model)로 최적화 알고리즘인 NSGA-II를 사용하여 다중목적 근사최적설계를 수행한다<sup>[3]</sup>. 최적설계를 통하여 얻은 파레토 해집합에 대하여 유한요소해석 검증을 수행하였고, 중심합성계획법과 D-최적계획법을 비교 분석한다.

## 2. 설계목표, 제한조건 및 경계조건

### 2.1 기초모델

본 연구에서 고려한 초기 모델을 Fig. 1에 나타내었으며, 제어할 수 있는 설계 변수는 3개이다.  $x_1$ 은 보강재의 반경,  $x_2$ 는 보강재의 두께,  $x_3$ 은 구조물에 보강된 보강재의 개수이다. 초기 변수는 다음과 같다.

$$x_1 = 150 \text{ mm}, x_2 = 6 \text{ mm}, x_3 = 6 \text{ EA}$$

초기 변수 외에 기역자 구조물의 길이는 200 mm, 두께는 10 mm로 설계하였다. 구조물과 보강재는 구조용강(structural steel) 재료를 사용하였으며, 재료 물성치는 Table 1에 나타내었다.

### 2.2 설계 목표 및 제한 조건

설계 목표 및 제한조건 그리고 설계 변수의 범위에 대해 수학적으로 정식화하여 아래에 나타내었다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f_{mass} \\ & \text{Minimize } f_{deflection} \\ & \text{Subject to } g_{stress}(x_i) \leq 250\text{MPa} \quad i = 1, 2, 3 \\ & \quad 125 \leq x_1 \leq 175, \quad 2 \leq x_2 \leq 10, \quad 4 \leq x_3 \leq 8 \end{aligned}$$

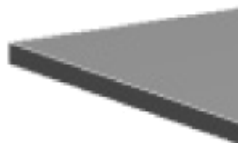


Fig. 1 Stiffener of steel structure

Table 1 Material properties

	Value
Density	$7.85 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$
Young's Modulus	$2 \times 10^5 \text{ MPa}$
Poisson's Ratio	0.3

### 2.3 경계조건

기역자 구조물의 옆면은 고정되어 있으며, 윗면에서 30,000 N의 등분포 수직하중을 받고 있다. 보강재는 기역자 구조물에 완전히 접착되어있는 것으로 간주하였다.

## 3. 파라미터 분석

### 3.1 기초모델

선정된  $x_1, x_2, x_3$  설계 파라미터의 변동에 따른 목적함수, 제한조건 함수의 경향성과 민감도를 확인한다.

### 3.2 실험 계획

하나의 설계 파라미터만 변동하는 경우의 민감도 확인을 위한 실험계획을 수립한다. 각 설계 파라미터의 수준별 값은 설계조건 범위에 따라 Table 2와 같이 설정 하였으며 실험에 대한 결과는 질량, 응력, 처짐으로 설정 하였다. 실험계획에 따른 결과는 Table 3에 나타내었다.

### 3.3 파라미터 분석

각 설계 파라미터의 민감도를 평가하여 Fig. 2에 그 결과를 나타내었다. 그래프에서 수준의 증감에 따른 결과 값의 증감을 확인하며, 선의 기울기가 클수록 더욱 민감한 파라미터이다. 질량, 응력, 처짐에 따른 민감도를 확인하여 3개의 설계 파라미터가 적절하게 선정되었음을 알 수 있다.

Table 2 Level of each design parameter

Level	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	125	2	4
2	150	6	6
3	175	10	8

Table 3 Table of DOE and results

	Design Variables			Mass [kg]	Stress [MPa]	Deflection [mm]
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
1	125	6	6	31.56	181.4	0.516
2	150	6	6	31.98	135.9	0.351
3	170	6	6	32.47	97.78	0.240
4	150	2	6	31.07	260.2	0.538
5	150	10	6	32.89	98.88	0.284
6	150	6	4	31.52	191.4	0.675
7	150	6	8	32.43	102.7	0.251

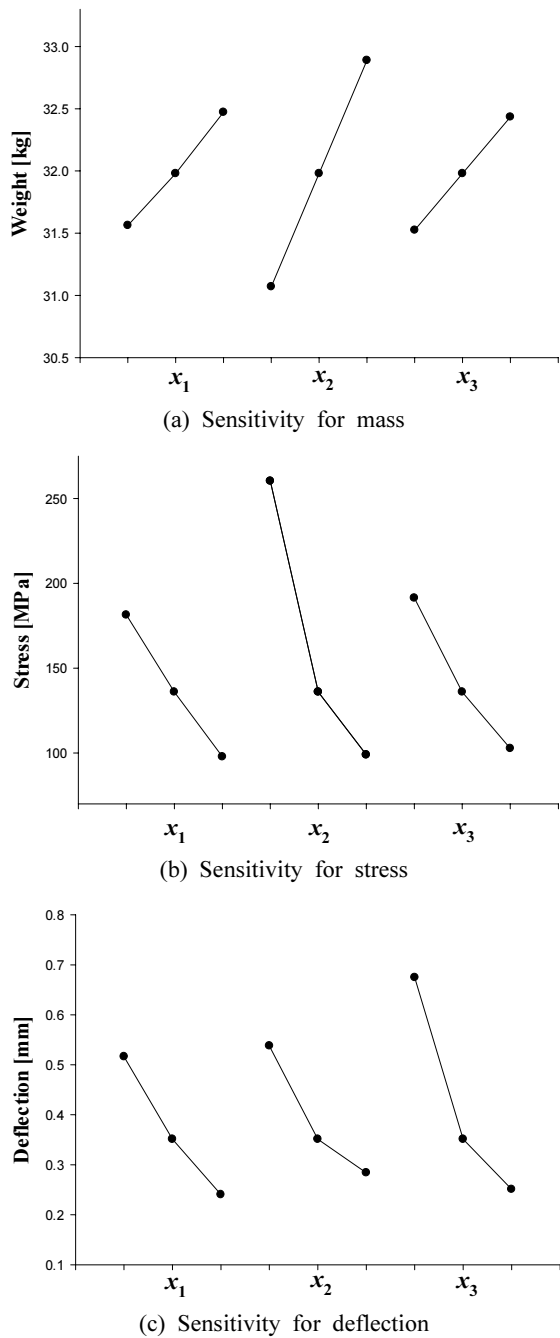


Fig. 2 Parameter analysis

#### 4. 근사 모델

##### 4.1 중심합성계획법(CCD)

중심합성계획법은 실험계획법의 하나로 Box & Wilson 에 의해 제안된 방법이다<sup>[4]</sup>. 총 실험 횟수는 설계변수가  $k$ 개인 문제에 대하여 다음과 같다.

$$N = 2^k + 2k + n_0 \quad (1)$$

Table 4 CCD & results

	Design Variables			Mass [kg]	Stress [MPa]	Deflection [mm]
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
1	125	4	5	31.14	257.0	0.707
2	125	4	7	31.35	199.8	0.516
3	125	8	5	31.67	180.0	0.583
4	125	8	7	32.09	135.6	0.400
5	162.5	4	5	31.50	177.7	0.456
6	162.5	4	7	31.86	128.5	0.279
7	162.5	8	5	32.39	116.2	0.360
8	162.5	8	7	33.17	81.86	0.201
9	150	6	6	31.98	135.9	0.351
10	175	6	6	32.47	97.78	0.240
11	125	6	6	31.56	181.4	0.516
12	150	10	6	32.89	98.88	0.284
13	150	2	6	31.07	260.3	0.538
14	150	6	8	32.43	102.7	0.251
15	150	6	4	31.52	191.4	0.675

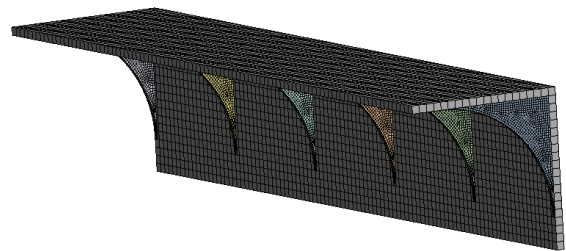


Fig. 3 Mesh structure of stiffener steel structure

위 식에서  $2^k$ 는  $2^k$  요인 배치법의 실험개수,  $2k$ 는 축 점의 실험개수,  $n_0$ 는 중심점의 수이다. 중심합성계획법을 수립한 후 그에 따른 반응 값, 즉 유한요소해석으로 해석한 결과값을 Table 4에 나타내었다. 유한요소해석은 ANSYS를 사용하였으며 격자 요소(mesh element)의 형상은 사면체(tetrahedrons)이고, 요소(element)의 개수는 11,820개, 절점(node)은 76,292개가 사용되었다. 생성된 격자는 Fig. 3에 나타내었다.

##### 4.2 D-최적계획법(D-Optimal)

D-최적계획법은 실험 영역이 불규칙적인 경우에도 적용 가능하며 실험횟수를 설계자가 임의로 선택할 수 있기 때문에 중심합성계획법에 비하여 시험 점을 줄일 수 있는 장점이 있다<sup>[5]</sup>.

유한요소해석으로 해석한 결과값을 Table 5에 나타내었으며, 유한요소해석에 대한 정보는 중심합성계획법과 동일하다.

Table 5 D-Optimal & results

	Design Variables			Mass [kg]	Stress [MPa]	Deflection [mm]
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
1	163.9	9.50	4	32.34	124.5	0.537
2	170.6	6.82	4	31.96	140.5	0.557
3	138.2	6.47	7	32.07	130.3	0.345
4	174.2	2.95	8	31.82	118.4	0.232
5	171.9	6.15	7	32.76	85.05	0.193
6	133.7	5.24	7	31.72	154.9	0.403
7	165.1	9.83	6	33.32	80.82	0.224
8	126.0	9.76	7	32.44	119.3	0.364
9	159.0	8.77	7	33.23	81.06	0.205
10	144.1	7.89	4	31.72	175.1	0.666
11	160.2	2.00	4	30.96	317.3	0.791
12	127.0	2.09	7	31.01	278.8	0.634
13	159.3	4.34	8	32.09	111.6	0.247
14	127.8	5.44	6	31.52	185.0	0.510
15	163.2	8.10	4	32.07	139.3	0.566

4.3 반응표면모델(RSM)

반응표면법은 반응변수와 두 개 이상의 요인들 간의 관계를 파악 하는데 사용된다. 본 연구에서는 전산 해석을 통하여 얻은 데이터를 기반으로 통계 프로그램 SAS 9.4<sup>[6]</sup>를 이용하여 이차 다항식 모델을 사용하였다<sup>[7]</sup>.

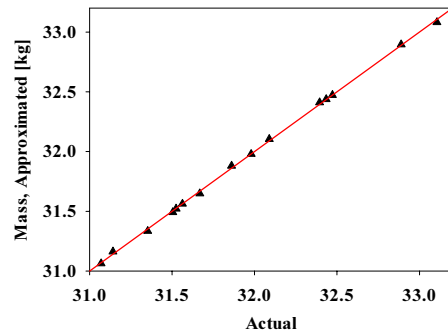
4.4 반응표면모델(RSM) 생성

중심합성계획법과 D-최적계획법을 통해 얻은 질량, 응력, 처짐 관련 데이터를 이용하여 반응표면을 생성 하였다. 중심합성계획법을 통하여 생성한 반응표면 결과는 아래 식과 같다.

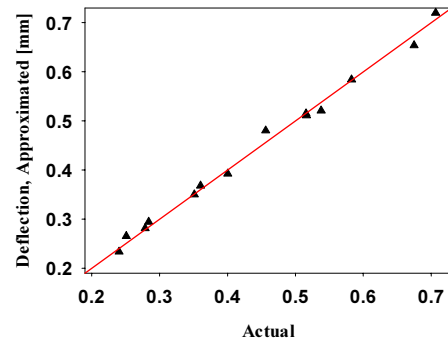
$$f_{mass} = 34.325358 - 0.034553x_1 - 0.415407x_2 - 0.415407x_3 + 0.000060646x_1^2 - 1.61 \cdot 10^{-10}x_2^2 + 6.07 \cdot 10^{-10}x_3^2 + 0.002879x_1x_2 + 0.002879x_1x_3 + 0.035403x_2x_3 \quad (R^2 = 99.9\%) \quad (2)$$

$$f_{deflection} = 4.128139 - 0.017675x_1 - 0.105067x_2 - 0.448206x_3 + 0.000035587x_1^2 + 0.003596x_2^2 + 0.027371x_3^2 + 0.000157x_1x_2 + 0.000084243x_1x_3 + 0.001669x_2x_3 \quad (R^2 = 99.3\%) \quad (3)$$

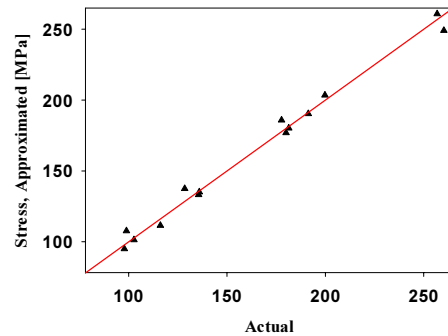
$$g_{stress} = 1141.164718 - 3.986704x_1 - 70.165225x_2 - 82.995743x_3 + 0.003869x_1^2 + 2.701473x_2^2 + 2.674151x_3^2 + 0.065026x_1x_2 + 0.122151x_1x_3 + 1.719966x_2x_3 \quad (R^2 = 98.9\%) \quad (4)$$



(a) Accuracy of RSM-mass



(b) Accuracy of RSM-deflection



(c) Accuracy of RSM-stress

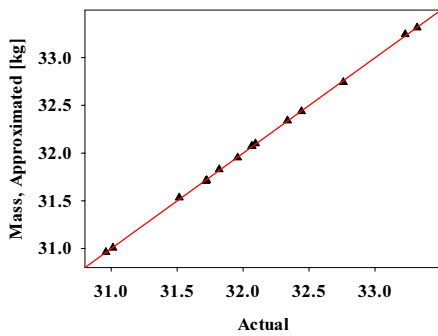
Fig. 4 Accuracy of CCD RSM about mass, deflection and stress

D-최적계획법을 통하여 생성한 반응표면 결과는 아래 식과 같다.

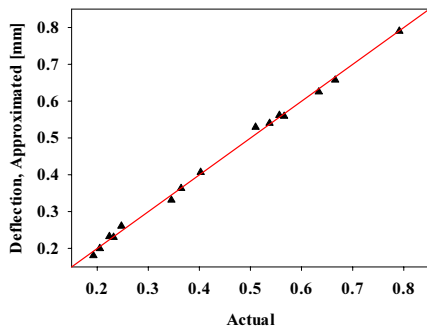
$$f_{mass} = 37.208751 - 0.050436x_1 - 0.610374x_2 - 0.762495x_3 + 0.000075906x_1^2 - 0.000512x_2^2 + 0.012277x_3^2 + 0.003734x_1x_2 + 0.003718x_1x_3 + 0.047569x_2x_3 \quad (R^2 = 99.9\%) \quad (5)$$

$$f_{deflection} = 6.670791 - 0.039806x_1 - 0.187636x_2 - 0.653627x_3 + 0.000092775x_1^2 + 0.002918x_2^2 + 0.038903x_3^2 + 0.000622x_1x_2 + 0.000355x_1x_3 + 0.00555x_2x_3 \quad (R^2 = 99.7\%) \quad (6)$$

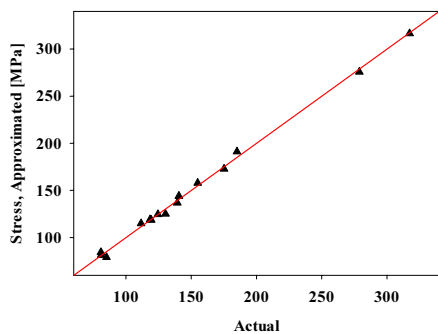
$$g_{stress} = 1722.880077 - 7.728095x_1 - 105.325285x_2 - 142.82906x_3 + 0.011276x_1^2 + 2.642678x_2^2 + 5.693569x_3^2 + 0.221813x_1x_2 + 0.191754x_1x_3 + 3.594499x_2x_3 \quad (R^2 = 99.7\%) \quad (7)$$



(a) Accuracy of RSM-mass



(b) Accuracy of RSM-deflection



(c) Accuracy of RSM-stress

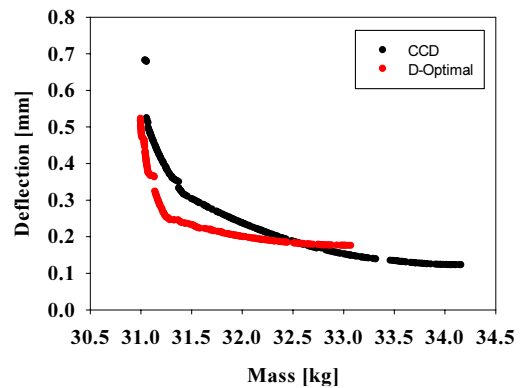
**Fig. 5 Accuracy of D-Optimal RSM about mass, deflection and stress**

위의 근사 방정식의 정확도를 확인하기 위해 중심합성 계획법과 D-최적계획법에서 수행한 각 실험값, 즉 설계 파라미터를 위의 근사 방정식에 재 대입하여 유한요소해석 결과 값과 비교하였으며 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. 여기서 삼각포인트는 각각의 실험 점을 의미하며, 붉은 선에 일치할수록 근사 방정식이 유한요소해석 값에 정확하게 일치하여 신뢰할 수 있음을 알 수 있다.

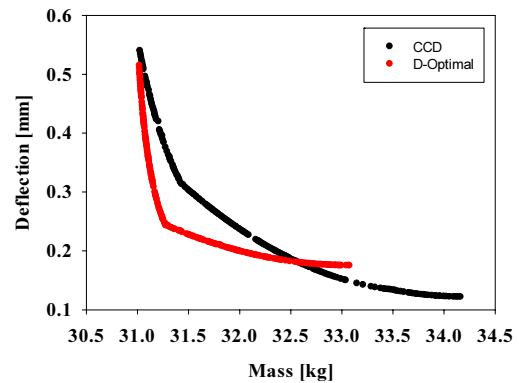
## 5. 최적화

### 5.1 비 지배 분류 유전알고리즘(NSGA-II)

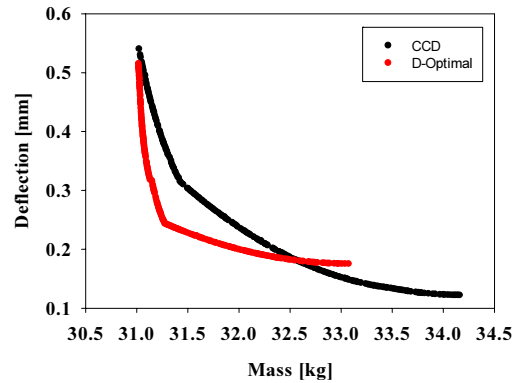
다목적 함수의 최적화를 위해 NSGA-II를 적용하여 최적화를 수



(a) Pareto solutions – Generation 50



(b) Pareto solutions – Generation 100



(c) Pareto solutions – Generation 500

**Fig. 6 Pareto solutions of NSGA-II**

행한다<sup>[8]</sup>. 제한 조건함수에 대한 외부 벌칙 함수(exterior penalty function)를 적용하여 최적화를 수행하였으며, 인구수는 200, 세대 수는 50, 100, 500으로 증가시키면서 수행 하였다.

### 5.2 최적화 결과

NSGA-II를 적용하여 최적화를 수행한 결과로 나온 파레토 해의 집합을 Fig. 6에 그래프로 나타내었다. 세대 수가 50일 때는 불연속적으로 보이던 해의 집합이 세대 수가 늘어나면서 연속적으로 변화하는 것을 확인할 수 있다. 두 개의 목적함수가 상충관계에 있

**Table 6 Comparison of some case NSGA-II (CCD) and CAE**

	NSGA-II		CAE	
	Mass [kg]	Deflection [mm]	Mass [kg]	Deflection [mm]
1	31.019	0.515	31.057	0.562
2	33.075	0.175	33.086	0.173

**Table 7 Comparison of some case NSGA-II (D-Optimal) and CAE**

	NSGA-II		CAE	
	Mass [kg]	Deflection [mm]	Mass [kg]	Deflection [mm]
1	31.025	0.540	31.048	0.573
2	34.163	0.122	34.302	0.124

기 때문에 제한 조건을 만족하는 파레토 해 중 설계의 목적에 따라 적합한 해를 선택할 수 있으며, 초기 모델에 비해 목적함수가 감소한 것을 알 수 있다.

### 5.3 CAE 검증

파레토 해와 실제 유한요소해석 결과를 비교해 보았으며, 파레토 해집합 중 질량 기준으로 최고, 최하에 해당하는 경우의 설계 변수들을 취하여 유한요소해석을 수행하였다. 비교 결과를 Table 6, Table 7에 나타내었고, 최적해가 목적함수와 제한조건을 만족하는 것을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 연구를 통해 다목적 함수를 가진 강구조물 보강재의 최적 설계를 수행하였다. 실험계획법을 통하여 얻은 데이터 기반으로 근사 반응표면을 생성하였으며 NSGA-II 알고리즘을 적용하여 최적화를 진행하여 파레토 해집합을 얻을 수 있었다.

(1) 근사 반응표면을 얻기 위해 사용된 두 실험계획 중 D-최적 계획법에 비하여 중심합성계획법을 통해 얻은 최적 값이 비교적 적은 오차를 보이고 있음을 Table 6과 Table 7을 통하여 확인할 수 있는데, 이는 D-최적계획법이 적은 실험 횟수로 시간을 단축할

수 있는 장점이 있는 반면, 불규칙 한 실험 조합을 가지고 있기 때문임을 확인하였다.

(2) 본 연구를 통하여 기존 모델 대비 만족할 만한 최적 값을 얻었으나 유한요소해석 결과 값 자체에 대한 신뢰성은 단순한 전산 해석만으로는 보장하기 어렵기 때문에, 보다 신뢰할만한 최적 값을 얻기 위해서는 실험 및 검증이 동반되어야 한다.

## References

- [1] Oh, Y. C., Ko, J. Y., Oh, D. K., 2008, Effect of Stiffener's Web Height Against Axial Compression Ultimate Strength Considering Lateral Pressure Load, Journal of the Korean Society of Marine Environment & Safety, 14:1 89-93.
- [2] Wang, S. M., Moon, H. G., Ki, S. H., 1999, A Synthetic Procedure for Design of Reinforcement, KSAE Spring Conference Proceedings, 405-410.
- [3] Choi, H. Y., Lee, J. S., Park, J. O., 2012, Approximate Multi-objective Optimization of Robot Casting Considering Deflection and Weight, Korean Society of Manufacturing Technology Engineers, 21:6 954-960.
- [4] Park, S. H., 1995, Modern Design of Experiments, Minyongsa, Republic of Korea.
- [5] Triefenbach, F., 2008, Design of Experiments: The D-optimal Approach and Its Implementation as a Computer Algorithm, A Thesis for a Bachelor Degree, Umea University, Sweden.
- [6] SAS, 2013, SAS User's Manual Version 9.4, SAS Institute Cary, NC.
- [7] Hong, K. J., Jeon, K. K., Cho, Y. S., Choi, D. H., Lee, S. J., 2000, A Study on the Construction of Response Surface for Design Optimization, Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A., 24:6 1408-1418.
- [8] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T., 2002, A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6:2 182-197.
- [9] Jin, C., Jin, K. K., Ha, S. K., Seo, H. S., Yoon, I. S., 2012, Structure Analysis and Design Optimization of Stiffeners in LNG Tanks, Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A., 36:3 325-330.