

수직하중을 고려한 자전거 프레임의 다중목적 최적설계채윤식^a, 이종수^{b*}**Approximate Multi-Objective Optimization of
Bike Frame Considering Normal Load**Yunsik Chae^a, Jongsoo Lee^{b*}^a Department of Mechanical Engineering, Graduate school of Yonsei University,
50, Yonsei-ro, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea^b School of Mechanical Engineering, Yonsei University,
50, Yonsei-ro, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea**ARTICLE INFO***Article history:*Received 23 December 2014
Revised 6 February 2015
Accepted 26 February 2015*Keywords:*Approximation optimization
Response surface methodology
Bike frame
Central composite design
D-optimal design
Non-dominant sorting genetic algorithm
(NSGA-II)**ABSTRACT**

Recently, because of the growth in the leisure industry and interest in health, the demand for bicycles has increased. In this research, considering the vertical load on a bike frame under static state conditions, the deflection and mass of the bike frame were minimized by satisfying the service condition and performing optimization. The thickness of the bicycle-frame tube was set to a design variable, and its sensitivity was confirmed by an analysis of means (ANOM). To optimize the solution, a response-surface-method (RSM) model was constructed using D-Optimal and central composite design(CCD). The optimization was performed using a non-dominant sorting genetic algorithm (NSGA- II), and the optimal solution was verified by finite-element analysis.

1. 서론

최근 레저 산업과 건강에 대한 관심이 증가하여 자전거의 수요가 증가하였으며, 다양한 연령층과 여성이용자의 증가로 가볍고 튼튼한 자전거를 생산하기 위해 복합재료 및 알루미늄 등의 재료가 이용되고 있다^{1,2}. 자전거 프레임은 자전거구성품에서 가장 중요한 역할을 하고 있으며, 용도에 따라 다양한 조건하에 연구가 이루어져왔다. 경량화된 자전거 프레임은 안전성과 내구성이 결여되는 문제가 생길 수 있으므로 설계 된 자전거 프레임에 대한 검증은 위해

구조해석을 하는 것이 중요하다³. 따라서 본 연구에서는 탑 튜브, 시트튜브, 체인 스테이, 시트 스테이의 두께에 따른 운전자 하중을 고려한 구조해석을 통해 최적화를 진행하였으며 알루미늄 합금으로 된 자전거 프레임 모델을 이용하였다.

본 대상물은 원가절감 및 경량화를 위해 무게를 최소화하는 동시에 사양을 만족하기 위해 치짐 값 또한 최소화할 수 있는 다중목적 함수 문제이다. 설계 변수에 대해서는 평균분석을 통해 특정 성능에 대한 민감도를 파악하였으며, 중심합성계획법(CCD)과 D-최적계획법(D-optimal)을 통해 실험계획을 세운 후, 2차 다항식으로 표현

* Corresponding author. Tel.: +82-2-2123-4474

Fax: +82-2-362-2736

E-mail address: jleej@yonsei.ac.kr (Jongsoo Lee).

되는 반응표면모델을 생성하였다. 또한 무게와 처짐의 최소화라는 다중목적함수의 문제이므로 비 지배 분류 유전알고리즘 (NSGA-II)을 사용하여 최적화한 후, 해석을 통한 검증이 이루어진다. 검증에는 상용프로그램인 아바쿠스를 사용하여 수행하였으며 두 가지 실험계획법을 통한 해를 비교한 후 적절한 해를 선택하도록 한다.

2. 설계목표, 제한조건 및 모델링

2.1 CATIA 모델링

자전거 프레임의 기초 모델은 Fig. 1에 나타나 있으며 CATIA를 이용하여 설계를 하였다. 자전거의 튜브는 헤드튜브, 시트튜브, 탑 튜브, 다운튜브, 바텀 브래킷, 시트 스테이, 체인 스테이 등 총 7개 부분으로 나뉘어 있으며, 본 실험에서는 수직하중에 관련된 4개의 프레임을 파라미터로 구성하였다. 각각 파라미터 x_1, x_2, x_3, x_4 는 시트 스테이, 체인스테이, 시트튜브, 탑 튜브의 두께이다. 초기 파라미터는 다음과 같다.

$$[x_1, x_2, x_3, x_4] = [2, 3, 1, 2][mm]$$

2.2 설계 목표 및 제한 조건

설계 목표 및 제한조건 그리고 설계 파라미터의 범위에 대해 정식화하여 나타내면 아래와 같다. 무게와 처짐은 목적함수로서 최소화 하며 응력은 66 MPa 이하로 설계되어야 하는 제한 조건을 갖는다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F_{mass} \\ & \text{Minimize } F_{deflection} \\ & \text{Subject to } G_{stress}(x_i) \leq 66\text{Mpa} \quad i = 1, 2, 3, 4 \\ & \quad \quad \quad 1 \leq x_i \leq 5 \quad i = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

2.3 하중 조건 및 해석 조건

자전거에 가해지는 하중은 시트 로드 1,500 N으로 충분한 크기를 고려하였으며, 해석 조건으로는 Fig. 1에 표시된 부분에 대하여 x, y, z 방향으로의 이동에 대해 구속해 주었다.

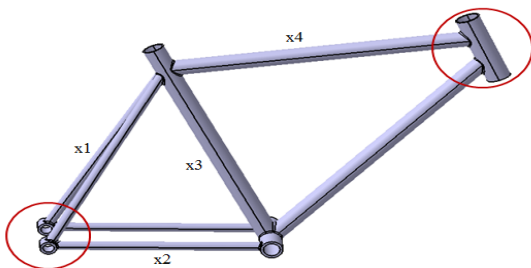


Fig. 1 Bike frame model

3. 민감도 분석

3.1 실험계획

직교배열표를 이용하여 실험계획을 수립한다^{4,5}. 각 설계 파라미터의 수준별 값은 설계조건 범위에 따라 Table 1과 같이 설정하였으며 실험에 대한 결과는 무게, 응력, 처짐으로 설정하였으며 Table 2에 그 결과를 나타내었다.

3.2 평균분석

설계 파라미터의 민감도를 평가하기 위해 평균분석(ANOM)을 수행하였고⁶, 결과는 Fig. 2에 나타내었다. 그래프의 기울기가 클수록 민감한 파라미터이며, 이를 통해 설계 변수 x_3 인 시트튜브 부분이 stress와 deflection에 가장 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있었다. 만약 설계 변수가 많은 경우라면 영향이 적은 파라미터에 대해 고려하지 않아도 된다.

4. 근사 모델

4.1 중심합성계획법(CCD)

중심합성계획법을 사용하여 근사모델을 생성하였다⁷. 총 실험 횟수는 설계변수 k 개인 문제에 대하여 다음과 같은 값을 가진다.

$$n = 2^k + 2k + n_0 \quad (1)$$

Table 1 Level of each design parameter

Lev.	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1	1	1	1
2	3	3	3	3
3	5	5	5	5

Table 2 L9 orthogonal array

Run	x_1	x_2	x_3	x_4	Mass [kg]	Stress [MPa]	Deflection [mm]
1	1	1	1	1	1.14	64.48	0.2536
2	1	2	2	2	1.57	19.27	0.1390
3	1	3	3	3	1.95	15.21	0.1066
4	2	1	2	3	1.72	18.93	0.1036
5	2	2	3	1	1.94	14.52	0.0791
6	2	3	1	2	1.64	66.31	0.1700
7	3	1	3	2	1.86	12.63	0.0727
8	3	2	1	3	1.80	42.60	0.1252
9	3	3	2	1	1.78	18.48	0.0861

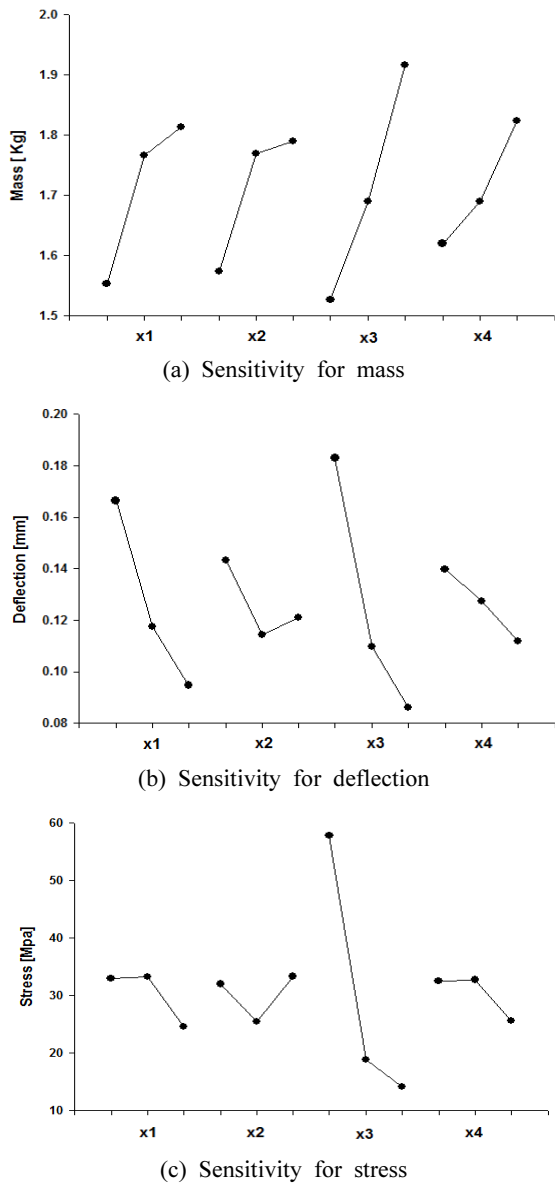


Fig. 2 ANOM of design parameters

유한요소 해석은 아바쿠스를 사용하였으며 격자요소(mesh element)의 형상은 tetramesh이고, 요소(element)의 개수는 241,545개, 절점(nodes)은 1,068개가 사용되었다. 물성치는 알루미늄을 사용하였으며 격자(mesh) 처리 후의 형상은 Fig. 3에 해석 결과는 Table 3에 나타내었다.

4.2 D-최적계획법(D-optimal)

반응표면을 형성하기 위한 실험계획에 있어 D-최적계획법^[8]을 사용하면 시험 점을 더 줄일 수 있다. $X^T X$ 의 행렬식(determinant)을 최대로 하는 실험점 조합 행렬 X 를 찾는 것 이며, 실험 횟수를 줄여 효율적인 연구를 진행 할 수 있으나 불연속적인 부분이 발생하는 단점이 있다. 하지만 본 실험에서는 중심합성계획법

Table 3 CCD & result

Design Variables [mm]				Mass [kg]	Stress [MPa]	Deflection [mm]
x_1	x_2	x_3	x_4			
2	2	2	2	55.86	1.42	0.213
2	2	2	4	54.16	1.57	0.205
2	2	4	2	24.19	1.58	0.157
2	2	4	4	23.78	1.72	0.152
2	4	2	2	54.94	1.53	0.208
2	4	2	4	53.09	1.67	0.199
2	4	4	2	23.23	1.69	0.150
2	4	4	4	22.70	1.83	0.144
4	2	2	2	57.25	1.55	0.177
4	2	2	4	55.58	1.70	0.170
4	2	4	2	23.40	1.71	0.126
4	2	4	4	22.68	1.85	0.120
4	4	2	2	58.13	1.66	0.174
4	4	2	4	56.16	1.80	0.166
4	4	4	2	23.05	1.81	0.121
4	4	4	4	21.48	1.96	0.117
1	3	3	3	28.90	1.57	0.208
5	3	3	3	42.12	1.82	0.131
3	1	3	3	29.12	1.58	0.160
3	5	3	3	39.85	1.79	0.150
3	3	1	3	96.54	1.53	0.256
3	3	5	3	18.17	1.85	0.119
3	3	3	1	31.16	1.55	0.157
3	3	3	5	27.56	1.83	0.145
3	3	3	3	29.92	1.69	0.150

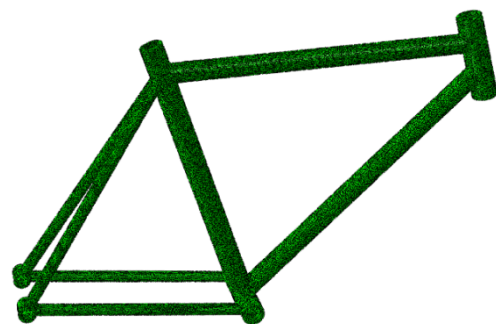


Fig. 3 Mesh Structure of bike frame

과 D-최적계획법 중 어떠한 실험 계획법이 정확한 반응표면을 만들어 최적 해를 도출하는 것을 알기 위해 실험 횟수를 동등하게 하여 수행하였다. 이에 대한 해석 결과값은 Table 4에 나타내었다.

4.3 반응표면모델(RSM)

반응표면법은 반응변수와 두 개 이상의 요인들 간의 관계를 파악 하는데 사용된다. 본 연구에선 이차 다항식 모델을 사용하였다^[9]. 중심합성계획법을 통해 얻은 질량, 응력, 처짐에 관련된 데이터를 이용하여 반응표면을 생성하여 얻은 결과는 다음과 같다.

$$F_{mass} = 0.911375 + 0.051042x_1 + 0.058375x_2 + 0.077708x_3 + 0.066542x_4 + 0.001583x_1x_1 - 0.0005x_1x_2 - 0.00092x_2x_2 + 0.000125x_1x_3 + 0.000125x_2x_3 + 0.000333x_3x_3 + 0.00125x_1x_4 + 0.00025x_2x_4 - 0.00063x_3x_4 + 0.000333x_4x_4$$

(R-Sq = 99.97%)

$$F_{deflection} = 0.45325 - 0.04971x_1 + 0.00828x_2 - 0.08758x_3 - 0.00459x_4 + 0.004376x_1x_1 + 0.000706x_1x_2 + 0.000726x_2x_2 + 0.001269x_1x_3 - 0.00022x_2x_3 + 0.008889x_3x_3 + 0.000119x_1x_4 - 0.000219x_2x_4 + 0.000644x_3x_4 - 0.00012x_4x_4$$

(R-Sq = 98.61%)

$$G_{stress} = 156.6463 - 5.37125x_1 - 6.20125x_2 - 56.7529x_3 - 0.27792x_4 + 1.427083x_1x_1 + 0.24625x_1x_2 + 1.170833x_2x_2 - 0.7725x_1x_3 - 0.19125x_2x_3 + 6.888333x_3x_3 - 0.09x_1x_4 - 0.08875x_2x_4 + 0.2475x_3x_4 - 0.11042x_4x_4$$

(R-Sq = 98.22%)

D-최적계획법을 통해 얻은 질량, 응력, 처짐에 관련된 데이터를 이용하여 반응표면을 생성하여 얻은 결과는 다음과 같다.

$$F_{mass} = 0.824924 + 0.075217x_1 + 0.064648x_2 + 0.088316x_3 + 0.086482x_4 - 0.00179x_1x_1 - 0.00004701x_1x_2 - 0.00141x_2x_2 - 0.00016x_1x_3 - 0.00051x_2x_3 - 0.00091x_3x_3 - 0.00038x_1x_4 - 0.00046x_2x_4 - 0.0004x_3x_4 - 0.00176x_4x_4$$

(R-Sq = 100%)

$$F_{deflection} = 0.522491 - 0.05972x_1 - 0.01533x_2 - 0.09694x_3 - 0.02335x_4 + 0.005598x_1x_1 - 0.000060494x_1x_2 + 0.001854x_2x_2 + 0.001494x_1x_3 - 0.00037x_2x_3 + 0.009734x_3x_3 + 0.000654x_1x_4 + 0.000735x_2x_4 + 0.001207x_3x_4 + 0.001861x_4x_4$$

(R-Sq = 98.54%)

$$G_{stress} = 221.727509 + 9.415739x_1 - 20.208008x_2 - 70.390682x_3 - 28.621101x_4 - 1.40932x_1x_1 + 0.765825x_1x_2 + 1.236971x_2x_2 - 1.934871x_1x_3 + 2.294277x_2x_3 + 7.37659x_3x_3 + 1.075692x_1x_4 + 1.142815x_2x_4 + 2.648194x_3x_4 + 2.025167x_4x_4$$

Table 4 D-optimal & result

Design Variables [mm]				Mass [kg]	Stress [MPa]	Deflection [mm]
x ₁	x ₂	x ₃	x ₄			
1.14	1.13	4.93	1.44	1.506	27.18	0.193
1.12	3.40	3.58	1.33	1.514	28.60	0.196
2.40	1.38	1.87	3.57	1.519	59.62	0.207
2.65	1.47	1.70	4.90	1.619	65.33	0.207
1.86	2.76	4.71	3.63	1.790	24.40	0.143
1.91	1.00	4.81	1.78	1.568	27.17	0.161
4.49	4.93	3.83	1.06	1.807	26.66	0.123
2.67	4.83	1.01	2.22	1.552	99.68	0.266
4.60	4.93	1.09	4.99	1.873	96.19	0.218
4.95	3.99	5.00	1.00	1.871	19.80	0.108
1.01	3.11	1.70	3.91	1.533	46.05	0.261
1.00	3.75	3.88	4.92	1.807	26.42	0.180
1.10	5.00	4.42	1.84	1.699	24.51	0.172
2.32	4.88	1.22	4.55	1.714	62.77	0.238
1.10	4.95	3.88	3.44	1.771	24.84	0.175
5.00	4.42	1.68	1.29	1.657	70.43	0.186
4.95	1.10	3.28	5.00	1.868	26.37	0.127
3.70	1.00	4.40	2.15	1.678	20.63	0.130
5.00	1.06	1.06	3.92	1.615	98.91	0.225
4.94	4.82	2.15	1.12	1.698	56.20	0.164
5.00	4.72	1.08	4.98	1.885	94.50	0.214
3.51	3.03	5.00	1.02	1.740	18.95	0.119
2.43	4.65	1.69	1.98	1.567	64.03	0.214
3.71	1.01	4.52	4.83	1.877	21.62	0.121
5.00	3.90	4.90	3.56	2.049	18.73	0.101

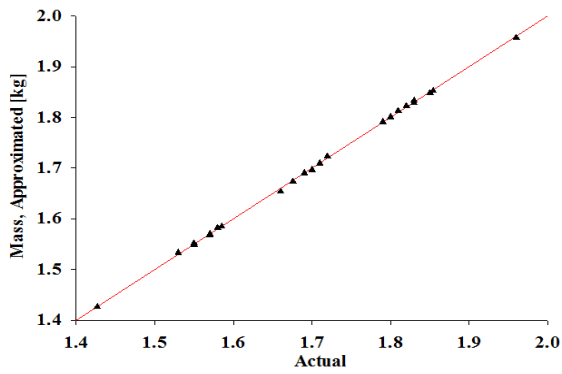
(R-Sq = 98.46%)

위의 근사 방정식의 정확도를 확인하기 위해 중심합성계획법에서 수행한 각 실험값, 즉 설계 파라미터를 위의 근사 방정식에 재 대입하여 실제 CAE 결과값과 비교하였으며 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다.

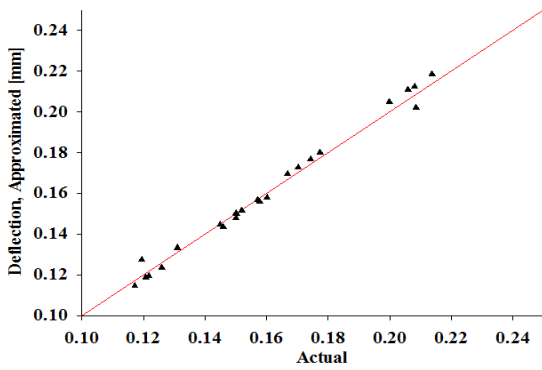
5. 최적화

5.1 비 지배 분류 유전알고리즘(NSGA-II)

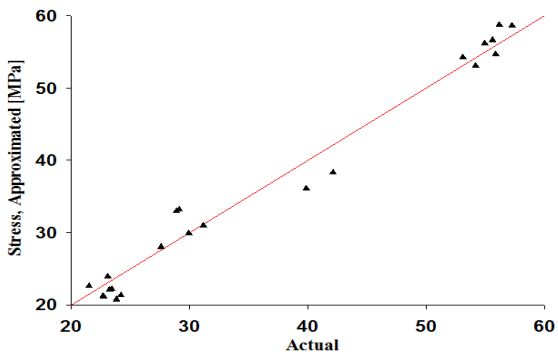
다목적 함수의 최적화를 위해 비 지배 분류 유전알고리즘을 적용하여 최적화를 수행한다^[10]. 인구수는 300, 세대수는 50, 100, 150으로 증가시키면서 수행하였다.



(a) Accuracy of RSM-mass



(b) Accuracy of RSM-deflection



(c) Accuracy of RSM-stress

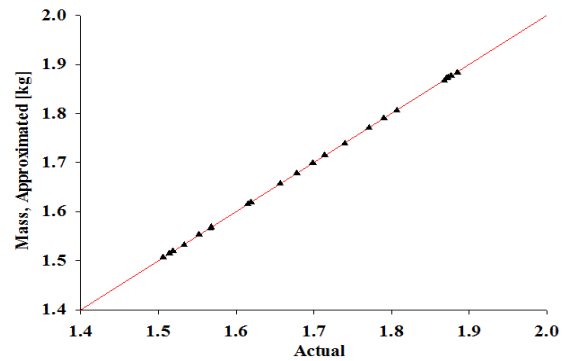
Fig. 4 Accuracy of RSM about mass, deflection, and stress (CCD)

5.2 최적화 결과

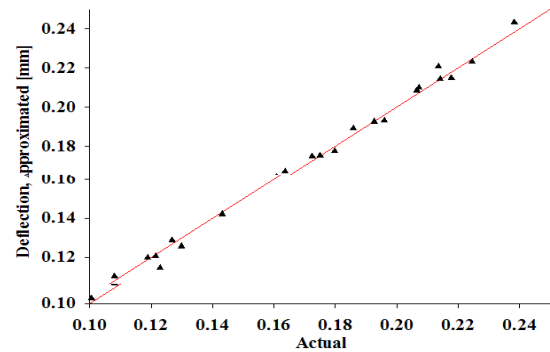
비 지배 분류 유전알고리즘을 적용하여 최적화를 수행한 결과로 나온 파레토 해의 집합을 Fig. 6에 나타내었다.

5.3 CAE 검증

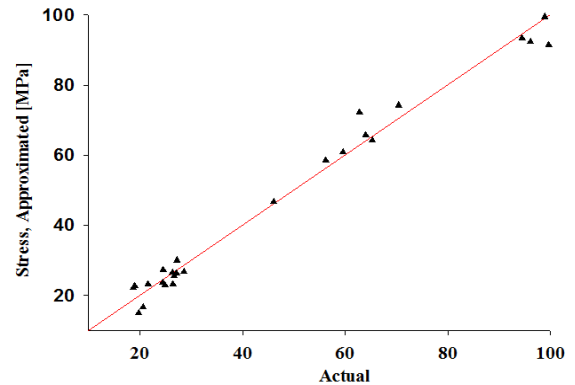
파레토 해와 실제 CAE 결과를 비교해 보았으며, 파레토 해 집합 중 처짐 기준으로 최고, 중간, 최하에 해당하는 경우의 설계 파라미터들을 취하여 CAE 해석을 수행하였다. Table 5와 Table 6은 중심합성계획법과 D-최적계획법에 대한 결과를 나타낸다. 두 결과를 비교하였을 때 오차 범위는 10% 이내로 유사한 결과를 도출할 수



(a) Accuracy of RSM-mass



(b) Accuracy of RSM-deflection



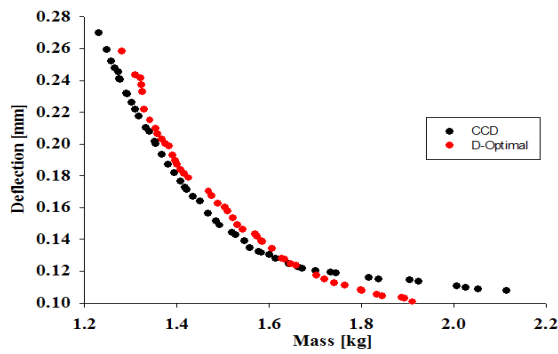
(c) Accuracy of RSM-stress

Fig. 5 Accuracy of RSM about mass, deflection, and stress (D-optimal)

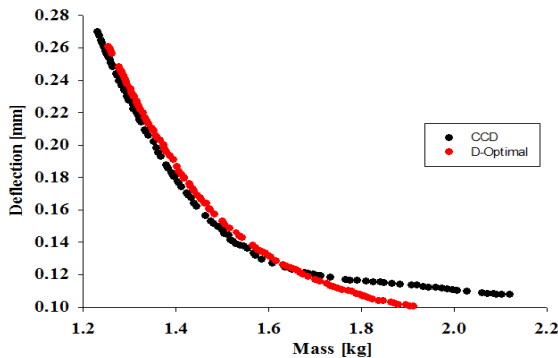
있음을 확인하였다. 또한 결과 값에 대한 응력 값 검증을 위해 아바쿠스 해석을 통해 21.86, 34.63, 46.25, 22.12, 29.66, 36.16이라는 응력 값을 얻어 제약조건을 만족하는 것을 확인했다.

6. 결론

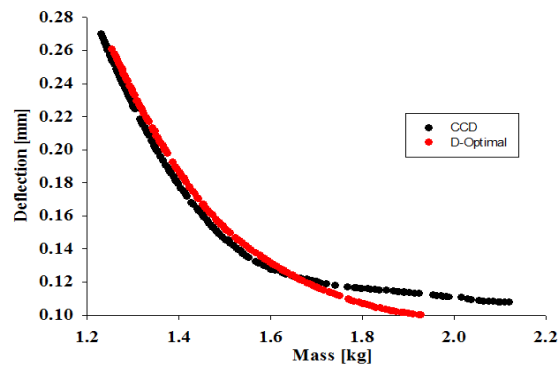
본 연구를 통해 다목적 함수를 가진 자전거 프레임의 최적설계를 수행하였다. 민감도 분석을 통해 영향 인자를 판별하고 중심합성계획법과 D-최적계획법을 이용하여 수립한 실험계획을 기반으로 반응표면 모델을 생성하였다. 중심합성계획법은 다른 실험계획법과 달리 요인 배치법에 있어 중심점과 축 점을 추가하여 적은 횟수로



(a) Pareto solution-generation 50



(b) Pareto solution-generation 100



(c) Pareto solution-generation 150

Fig. 6 Pareto solution of NSGA-II

Table 5 Comparison of some case NSGA-II and CAE

	NSGA-II		CAE (CCD)	
	Mass [kg]	Deflection [mm]	Mass [kg]	Deflection [mm]
1	2.119723	0.1076863	2.10945	0.1049
2	1.404814	0.1765582	1.40245	0.1816
3	1.234318	0.2674771	1.21588	0.2948

회귀계수를 추정할 수 있었으며, D-최적계획법은 $X^T X$ 의 행렬식 (determinant)을 최대로 하는 실험 점 조합을 설계 변수 범위 내에서 불규칙 적으로 찾아 중심합성계획법에 비해 실험횟수를 줄일 수 있었다. 그 후 비 지배 분류 유전알고리즘을 적용하여 최적화를

Table 6 Comparison of some case NSGA-II and CAE

	NSGA-II		CAE (D-Optimal)	
	Mass [kg]	Deflection [mm]	Mass [kg]	Deflection [mm]
1	1.976822	0.0993434	1.97696	0.1080
2	1.443061	0.1702078	1.44945	0.1673
3	1.259534	0.2579242	1.26947	0.2591

진행하여 파레토 해집합을 얻을 수 있었다. 이러한 해집합은 설계자가 원하는 부분을 고려하여 해를 선택할 수 있도록 해준다. 두 가지 실험계획법을 이용하여 반응표면 모델에 대한 비교도 진행하였으며 D-최적계획법보다 중심합성계획법이 조금 더 넓은 범위의 해집합을 나타내는 것을 확인할 수 있었다.

References

- [1] Deetz, J., 2005, The Use of Wrought Magnesium in Bicycles, JOM, The Journal of the Minerals Metals and Materials Society, 57:5 50-53.
- [2] Lee, Y. S., Shin, K. H., Cheong, S. K., Choi, U. J., Kim, Y. K., Park, K. R., Kim, H. S., 2013, Utilization of Finite Element Analysis in Design and Performance Evaluation of CERP Bicycle Frames, Trans. Korean Society Mechanical Engineering(A), 37:1 121-127.
- [3] Cho, Y. S., Han, M. S., 2012, Structure Durability Analysis According to the Thickness of Bicycle Frame Tube, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, 11:3 122-129.
- [4] Nam, H., 2005, Six Sigma Robust Design of Composite Hand for LCD Glass Transfer Robot, KSME (A), 29:3 455-451.
- [5] Lee, J., Ahn, B., 2006, DOE Based Robust Optimization Considering Tolerance Bands of Design Parameters, JSME Series C, 49:4 1223-1231.
- [6] William, Y. F., 1995, Engineering Methods for Robust Product Design, Addison-Wesley, UK.
- [7] Park, S. H., 1995, Modern Design of Experiments, Minyongsa, Republic of Korea
- [8] Triefenbach, F., 2008, Design of Experiments: The D-optimal Approach and Its Implementation as a Computer Algorithm, A Thesis for a Bachelor Degree, Information and Communication Technology, Umea University, Sweden.
- [9] Yun, Y. W., Park, G. J., 2013, An Optimal Design of the Curtain Airbag System Using the Response Surface Method, Trans. Korean Society Mechanical Engineering (A), 37:1 129-135.
- [10] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T., 2002, A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6:2 182-197.