

## 2D 주기적 패턴으로 구성된 격자 구조형 방향성 결합기의 모드 특성

### Modal Characteristics of Grating-Assisted Directional Coupler with 2D Periodic Patterns

호광춘\*

Kwang-Chun Ho \*

**요 약** 종방향 모드 전송선로 이론을 이용하여 실리콘 도파로에 기초한 플라즈마 격자 구조형 방향성 결합기 (P-GADC)의 1D & 2D 격자 패턴에 따른 전송 모드 특성을 정확하게 분석하였다. 정확한 해석적 수식과 기, 우 모드 사이의 간섭특성에 의존하는 중첩모드를 정의하여 각 격자 패턴에서 발생하는 TE 모드의 필드분포를 수치해석 하였다. 수치해석 결과, 최대 결합효율을 발생시키는 필드분포는 정사각형 격자 패턴으로 구성된 P-GADC에서 발생하였다. 즉, GADC의 전형적인 최대 결합효율 조건인 위상정합 조건과 다른 최소간격 조건인 격자주기  $d_{min} = 8.8 \mu m$ 에서 발생 하였다.

**Abstract** Longitudinal transmission-line modal theory is applied to analyze the guiding mode characteristics along 1D & 2D grating patterns of plasmonic grating-assisted directional couplers (P-GADC) based on silicon waveguide. By defining supermodes amenable to rigorous analytical solutions and interference between even and odd modes, the field distributions of TE modes for each grating patterns are evaluated. The numerical result reveals that the field distribution with maximum coupling efficiency occurs at P-GADC composed by square grating pattern. That is, it reveals at a minimum gap condition of grating period  $d_{min} = 8.8 \mu m$  different from conventional phase-matching condition of GADC.

**Key Words** : Plasmonic GADC, 2D Grating Patterns, Coupling Efficiency, Supermodes

## 1. 서 론

플라즈마 격자 구조형 방향성 결합기 (P-GADC)는 소형 파장 분할 다중화 (WDM) 망<sup>[1]</sup>에서 매우 중요한 광소자중의 하나이다. 이 광소자는 SOI (silicon-on-insulator) 도파로에 기초한 광 집적소자의 형태로 구현하는 것이 일반적인 흐름이다. 왜냐하면, 저렴한 가격과

높은 집적성으로 인하여 포토닉 집적소자를 구현하기 쉽기 때문이다<sup>[2]</sup>. 또한, 플라즈마 특성의 금속 층을 SOI 도파로와 결합하면 초소형의 포토닉 집적소자들을 구현할 수 있고, 낮은 방사 손실 (radiation loss)을 갖는 초강도의 전자기와 모드들을 전송할 수 있다<sup>[3]</sup>.

본 논문에서는 이와 같은 SOI 도파로와 금속 층의 장점들을 결합한 플라즈마 격자 구조형 방향성 결합기

\*중신회원, 한성대학교 정보통신공학과  
접수일자 2014년 9월 1일, 수정완료 2015년 7월 7일  
게재확정일자 2015년 8월 7일

Received: 1 September, 2014 / Revised: 7 July, 2015 /  
Accepted: 7 August, 2015

\*Corresponding Author: kwangho@hansung.ac.kr  
Dept. of ICs Engineering, Hansung University, Korea

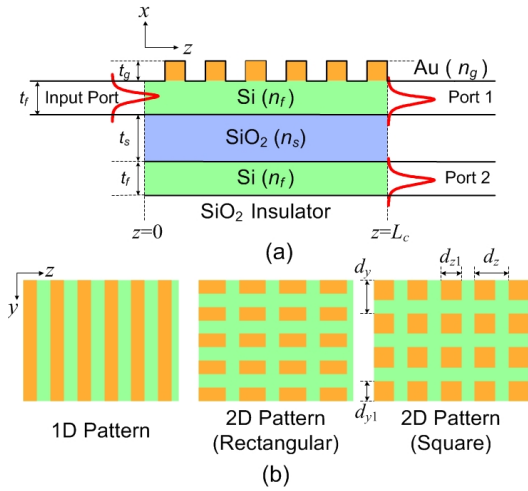


그림 1. SOI 기반의 P-GADC: (a) 기하학적 구조, (b) 1D 격자 패턴, 2D 직사각형 격자 패턴, 그리고 2D 정사각형 격자 패턴.

Fig. 1. P-GADC based on SOI: (a) Geometric structure, (b) 1D grating pattern, 2D grating with rectangular pattern, and 2D grating with square pattern.

(P-GADC)의 모드 특성을 분석하였다. 즉, SOI 기반에 격자 구조형태의 금속 층인 Au를 코팅한 P-GADC를 설계하였고, 격자 구조가 1D, 2D인 패턴으로 설계되었을 때 전파하는 모드들의 특성을 분석하였다. 그림 1(a)에서 보듯이, 우선 Si를 사용하여 두 개의 동기화된 평면 도파로를 구성하였다. 구성된 각 도파로는 오직 하나의 모드만을 전파하며, 서로 약한 결합특성 때문에 결합모드인 중첩모드 (supermodes)를 형성하기 어렵다. 그때 두 도파로에서 전파하는 모드들을 강하게 결합시키기 위하여 도파로들 사이에 격자 구조 (grating)를 설치한다. 이와 같이 두 개의 평면 도파로와 격자로 구성된 소자를 GADC라 한다.

지금 까지 GADC를 모드 특성을 분석하기 위하여 결합 모드이론 (coupled mode theory: CMT)이 널리 사용되어 왔다<sup>[4]</sup>. 또한, CMT와 함께 전달 행렬 해석법 (transfer matrix method: TMM)이 GADC의 전력결합과 분산특성을 분석하기 위하여 모드 정합기술 (mode-matching technique)에 기초하여 사용되어 왔다<sup>[5]</sup>. 이들 해석법들은 주기적인 섭동 (perturbation)이 약하거나 결합되는 도파로들의 전파특성이 유사할 때 정확한 수치해석 결과를 제공한다. 반면에, 그림 1(b)에서 보

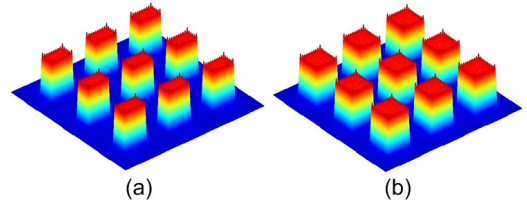


그림 2. 2D 격자구조의 Fourier expansion: (a) 직사각형 격자 패턴, (b) 정사각형 격자 패턴.

Fig. 2. Fourier expansion of 2D grating structure with (a) rectangular pattern, and (b) square pattern.

듯이 격자 섭동이 강하거나 2D 패턴의 금속 층과 같이 삽입손실 (insertion loss)이 큰 물질로 구성된 P-GADC를 수치 해석하기에는 정확성이 다소 떨어질 수 있다. 특히, 본 논문에서 제시한 P-GADC와 같이 누설 (leaky) 특성이 강한 소자의 모드 특성을 분석하는 것은 매우 어렵다.

이를 위하여 본 논문에서는 2D 격자구조의 Fourier 확장법 (expansion)에 기초한 종방향 모드 전송선로 이론 (longitudinal modal transmission-line theory; L-MTLT)<sup>[6]</sup>을 사용하여 제안한 2D 패턴의 격자 구조로 구성된 P-GADC의 모드 특성들을 정확하고 쉽게 분석하였다. 먼저, 2장에서 2D 격자구조의 Fourier 확장법 (expansion)에 대하여 논의하였으며, 3장에서는 격자 주기에 따른 최적의 결합효율을 결정하기 위한 모드 특성들을 수치 해석하였고 그 결과를 제시하였다.

## II. 2D 격자구조의 Fourier Expansion

2D 패턴의 격자 구조로 구성된 P-GADC의 모드 특성을 분석하기 위하여 2D 패턴에 대한 Fourier 확장 (expansion) 특성을 정의해야 한다. 그림 1(b)에서 보듯이, 굴절률  $n_g$ 인 Au와  $n_a = 1$ 인 air로 구성된 2D 격자구조의 굴절률은 아래와 같이 2D Fourier 급수로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_r(y, z) = \sum_u \sum_v \epsilon_{u,v} e^{i \left( \frac{2u\pi}{d_y} y + \frac{2v\pi}{d_z} z \right)} \quad (1)$$

여기서, Fourier 계수  $\epsilon_{u,v}$ 는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{u,v} &= \frac{1}{d_y d_z} \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \int_{-d_z/2}^{d_z/2} \Delta\varepsilon e^{-i\left(\frac{2u\pi}{d_y}y + \frac{2v\pi}{d_z}z\right)} dydz \\ &= \Delta\varepsilon \left[ \frac{1}{u\pi} \sin\left(\frac{u\pi d_{y1}}{d_y}\right) \right] \left[ \frac{1}{v\pi} \sin\left(\frac{v\pi d_{z1}}{d_z}\right) \right] \quad (2)\end{aligned}$$

위의 식에서  $\Delta\varepsilon = (n_g)^2 - 1$  이고 0-번째 Fourier 계수  $\varepsilon_{0,0}$  는

$$\begin{aligned}\varepsilon_{0,0} &= \frac{1}{d_y d_z} \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \int_{-d_z/2}^{d_z/2} \varepsilon_r(y, z) dydz \\ &= \left[ D_y (n_g^2 - 1) + 1 \right] \left[ D_z (n_g^2 - 1) + 1 \right] \quad (3)\end{aligned}$$

와 같이 정의된다. 식 (3)에서  $D(y, z) = d_{(y,z)1}/d$  은  $y$  와  $z$  축을 따라 구성된 격자구조의 Duty Cycle을 나타낸다.

결국, 식 (1)에 정의되고 그림 2에 도시된 2D 패턴의 격자구조에 대한 Fourier 급수를 사용하여 L-MTLT의 고유치 문제 (eigenvalue problem)로부터  $z$ -축을 따라 전파하는 모드들의 전파상수를 결정할 수 있으며, 그 모드들의 특성을 분석할 수 있다.

### III. 2D P-GADC의 모드특성

2D 패턴의 금속 격자구조로 설계된 P-GADC와 같은 전송구조로 형성된 방향성 결합기는 도파로의 높이와 전송 도파로의 폭에 따라 전송 굴절률이 변화하며 이에 의존하여 전송 모드들 사이의 결합효율이 증가하거나 감소한다. 이러한 변수들에 의존하는 P-GADC가 그림 1에 자세하게 도시되어 있다.

그림 1(a)에 도시된 P-GADC는 두께  $t_f = 200\text{ nm}$ , 굴절률  $n_f = 3.455$ 인 Si, 두께  $t_s = 300\text{ nm}$ , 굴절률  $n_s = 1.445$ 인  $\text{SiO}_2$ , 두께  $t_g = 50\text{ nm}$ , 굴절률  $n_g = 0.1453 + 11.3587i$ 인 Au로 구성된 도파로 형태의 구조로 설계하였다. Gold의 굴절률은 Drude 모델<sup>[7]</sup>을 사용하여 계산하였으며, 실질적인 실험 데이터인  $\omega_p = 1.37 \times 10^{16}$  rad/s의 플라즈마 주파수를 적용하여 산출하였다.

먼저, 식 (1)에 주어진 2D Fourier 급수형태의 격자분포를 분석하였다. 그림 2에서 보듯이,  $u, v$ 항을 20개로 제

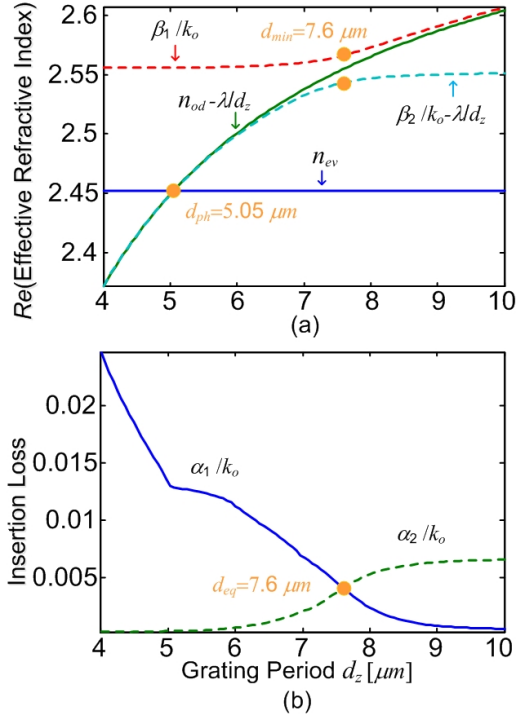


그림 3. 1D P-GADC의 모드 특성: 격자 주기에 따른 (a) 누설파 (점선)와 표면파 (실선)에 대한 분산 곡선과 (b) 삽입 손실.

Fig. 3. Modal characteristics of 1D P-GADC: (a) dispersion curves for rigorous leaky-wave (dashed-lines) and surface-wave (solid-lines) modes, and (b) insertion loss as a function of grating period.

한하여 도시한 2D Fourier 굴절률 분포도는 각 모서리에 Gibb 현상을 나타내는 피크가 발생함을 보여 주고 있다. 이 현상은 식 (1)을 사용하여 고유치를 결정할 때 오류를 발생시키는 원인이 되나, 전형적인 Hanning 또는 Hamming window를 사용하여 간단하게 제거할 수 있다. 이에 대한 구체적인 설명은 본 논문의 범위를 벗어나기 때문에 생략하기로 한다.

다음으로, 제안한 2D P-GADC의 최적 결합조건을 분석하기 위하여 설계된 소자에서 전파하는 모드들의 분산 특성 (dispersion curves)을 고려하였다. 주기적인 격자를 포함하고 있는 P-GADC에서 분산특성을 나타내는 전파상수  $k_{zn}$ 는 주기적인 격자로 인하여 발생하는 공간 조파 (Space harmonics)들로 구성되며, 다음과 같은 복소수 형태로 표현된다.

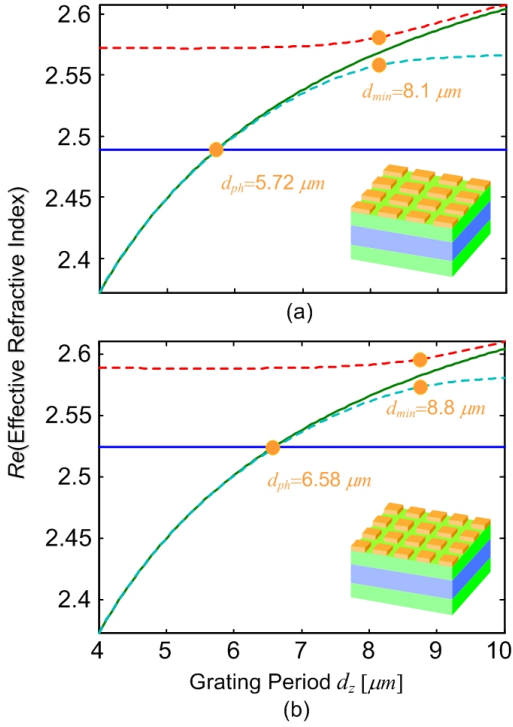


그림 4. 격자 주기에 따른 2D P-GADC의 분산 곡선: (a) 직사각형 격자 패턴, (b) 정사각형 격자 패턴.  
Fig. 4. Dispersion Curves of 2D P-GADC along grating period: (a) rectangular pattern, and (b) square pattern.

$$k_{zn} = (\beta + i\alpha) + \frac{2n\pi}{d_z} \quad (4)$$

여기서,  $n$ 은  $n$ -번째 공간 고조파를 나타내며,  $d_z$ 는  $z$ -축에서의 격자주기를 나타낸다. 그때, 이 식을 구성하는 0-번째 공간 고조파의 전파상수  $\beta + i\alpha$ 를 결정하기 위하여 아래와 같은 L-MTLT의 횡방향 공진조건 (transverse resonance condition: TRC) [6]을 적용하여 P-GADC에서 전파하는 정확한 모드들의 전파상수와 그 감쇄상수를 결정할 수 있다.

$$|\mathbf{Y}_{up}(k_{zn}) + \mathbf{Y}_{dn}(k_{zn})| = 0 \quad (5)$$

여기서,  $\mathbf{Y}_{up}$ 과  $\mathbf{Y}_{dn}$ 은 그림 1(a)를 등가화한 전송선로의 임피던스의 위치에서 위와 아래로 들여다본 입력 어드미턴스 (Admittance) 행렬을 의미한다. 또한, 2D P-GADC에 식 (5)의 TRC를 적용하여 모드가 진행하는 전파상수

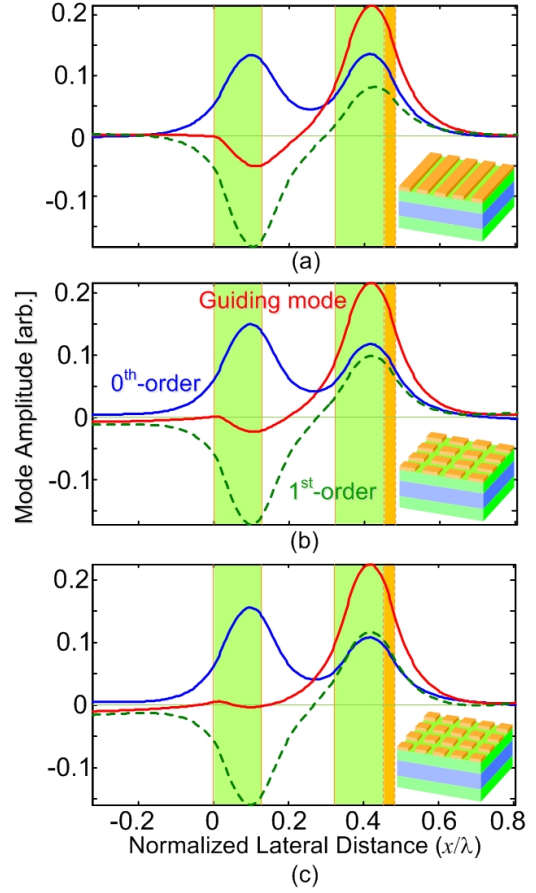


그림 5. P-GADC의 필드 분포: (a) 1D 패턴, (b) 2D 직사각형 격자 패턴, (c) 2D 정사각형 격자 패턴.  
Fig. 5. Dispersion Curves of 2D P-GADC along grating period: (a) rectangular pattern, and (b) square pattern.

$k_{zn}$ 을 결정할 때 lateral과 transverse 방향에서의 전파상수는 아래와 같은 관계를 갖는다.

$$k_{ym} = k_{y0} + \frac{2m\pi}{d_y},$$

$$k_{xn,j} = \sqrt{(k_o n_j)^2 - (k_{ym}^2 + k_{zn}^2)} \quad (6)$$

결국, 식 (6)의 TRC으로부터 미지수인 고유치  $k_{zn}$ 을 구할 수 있으며, 이 값을 이용하여 P-GADC 내에서 전파하는 정확한 모드들의 그 분산특성뿐만 아니라 P-GADC에서 전파하는 전계나 자계의 분포특성을 평가할 수 있다.

첫 번째로 그림 1(b)에 도시된 1D 패턴의 격자구조로 구성된 P-GADC의 분산특성을 분석하였다. 이 때 식 (6)에 주어진 lateral 방향의 전파상수  $k_{ym}$ 은 무시된다. 즉,  $k_{ym} = 0$ 이다. 이에 대한 수치해석 결과가 그림 3에 잘 나타나 있다.

그림 3(a)의 실선에서 보듯이, 격자 층이 평균 굴절률을 갖는 균일 층으로 대체된 경우 P-GADC의 결합영역에서는 전파상수  $n_{ev}, n_{od}$ 를 갖는 두 개의 표면파 (surface waves) 모드가 발생하며, 이 모드들은 위상정합 조건 (phase-matching condition: PMC)을 나타내는 임의의 한 점에서 서로 일치하는 특성을 나타낸다. 본 논문에서 제안한 구조에서 위상정합 조건은 격자주기  $d_{ph} = 5.05 \mu\text{m}$ 에서 발생하였다. 이 조건은 광소자 특성 해석에서 널리 사용되고 있는 CMT에서 광 방향성 결합기의 최적 전력전송을 위한 조건으로 지금까지 널리 사용되어 왔다.

다음으로, 식 (5)에 주어진 L-MTLT의 TRC를 적용하여 주기적인 금속 격자 층으로 구성된 P-GADC에서 발생하는 정확한 누설파 (Leaky waves) 모드들의 전파상수  $\beta_1, \beta_2$ 를 분석하였다. 그림 3(a)의 점선에서 보듯이, 두 모드들은 격자주기  $d_{min} = 7.6 \mu\text{m}$ 에서 모드들 사이의 간격이 최소가 되었으며 (즉, 가장 유사한 전파특성을 나타냈으며) 이 최소간격 조건 (minimum gap condition: MGC)에서 최적 전력전송이 나타났다.

일반적으로 유전체 격자로 구성된 GADC에서는  $d_{ph}$ 와  $d_{min}$ 은 오차범위 1% 내에서 발생하는 반면, 본 논문에서 설계한 P-GADC는 두 조건 사이에 약 33.5%의 차이가 나타났다. 그러므로, 본 논문에서 설계한 P-GADC는 근사적인 해석법을 사용하여 분석할 수 없는 특성을 나타내었다.

또한, 그림 3(b)에서 보듯이 설계된 P-GADC는 격자주기  $d_{eq} = 7.6 \mu\text{m}$ 에서 두 누설파 모드들의 삽입손실이 일치하였으며, 최적 전력전송이 가능한 조건인 MGC의 격자주기  $d_{min}$ 과 일치함을 보였다.

두 번째로 2D 패턴의 격자구조로 구성된 P-GADC의 분산특성을 분석하였다. 그림 4에서 보듯이 격자구조의 패턴이 직사각형 패턴에서 정사각형 패턴으로 변환에 따라 PMC의  $d_{ph}$ 는  $5.72 \mu\text{m} \sim 6.58 \mu\text{m}$ 로 증가하였으며, MGC의  $d_{min}$ 은  $8.1 \mu\text{m} \sim 8.8 \mu\text{m}$ 로 점진적으로 증가함을 나타내었다. 이 때 직사각형 패턴 사용된 lateral과

transverse 방향의 Duty Cycle은 각각  $D_y = 0.2$ 와  $D_z = 0.5$ 로 선택하였다.

마지막으로, 그림 3과 4에서 분석한 MGC를 만족하는 격자주기  $d_{min}$ 에서 중첩모드들의 분포 특성을 분석하였다. 그림에서 5에서 보듯이, 본 논문에서 설계한 P-GADC는 우 함수 형태의 기본 모드 (0차 모드)와 기 함수 형태의 1차 모드가 발생하였다. 이와 같이 발생한 중첩모드들은 상호 결합하여 P-GADC를 통하여 전파하는 전송모드 (guiding mode)를 형성하며 결합기로 동작한다.

결국, 가장 좋은 결합효율을 갖기 (즉, 상향 채널로부터 하향 채널로 최대의 전력을 전송하기) 위해서는 전송모드의 필드분포가 모두 상향 채널에 농축되어 있어야 한다. 만일 그림 5(a), (b)에서 보듯이 하향 채널에 상당한 양의 필드 에너지가 존재하면, 전송모드가 결합길이를 진행한 후에 상당한 양의 필드 에너지가 상향 채널로 결합되어 만나 있게 된다. 즉, 결합효율이 낮아진다.

결론적으로, 그림 5에서 보듯이 본 논문에서 설계한 P-GADC는 2D 패턴의 정사각형 격자구조로 구성된 결합기에서 가장 좋은 결합효율을 나타내었다.

## IV. 결론

SOI 도파로에 기초한 2D 패턴의 금속 격자구조로 구성된 P-GADC를 제안하였다. 제안한 P-GADC의 모드 특성에 의존하는 최대 결합효율을 갖는 최적 전력전송 특성을 정확하게 분석하기 위하여 2D Fourier 급수를 적용한 L-MTLT의 TRC를 이용하였다. 분석결과, P-GADC에서 최적 전력전송은 PMC의 격자주기  $d_{ph}$ 가 아닌 정확한 누설파 모드들에 의존하는 MGC의 격자주기  $d_{min}$ 에서 발생함을 보였다.

또한,  $d_{min}$ 은 두 누설파 모드들의 삽입손실이 같은 조건인  $d_{eq}$ 와 일치함을 보였다. 결국, 금속 층으로 구성된 P-GADC의 전파 및 결합특성은 금속의 삽입손실에 의해 좌우되며, 삽입손실이 서로 같은 모드들은 가장 좋은 결합효율과 가장 짧은 결합길이를 갖는 것으로 확인되었다.

## References

- [1] D. Duchesne, P. Cheben, R. Morandotti, B.

- Lamontagne, D. X. Xu, S. Janz, and D. Christodoulides, "Group-index birefringence and loss measurements in silicon-on-insulator photonic wire waveguides," *Opt. Eng.* 46, 104602, 2007.
- [2] G. R. Bhatt, R. Sharma, U. Karthik, and B.K. Das, "Dispersion-Free SOI Interleaver for DWDM Applications," *J. Lightwave Technol.*, vol. 30, pp. 140-146, 2012.
- [3] J. M. Senior and S. D. Cusworth, "Devices for wavelength multiplexing and demultiplexing," *Inst. Elec. Eng. Proc.*, vol. 136, Pt. J, no. 3, pp. 183-202, 1989.
- [4] D. Marcuse, "Directional couplers made of nonidentical asymmetrical slabs. Part II: Grating-assisted couplers," *J. Lightwave Technol.*, vol. LT-5, pp. 268-273, 1987.
- [5] W. P. Huang and J. Hong, "A transfer matrix approach based on local normal modes for coupled waveguides with periodic perturbations," *J. Lightwave Technol.*, vol. 10, pp. 1367-1375, Oct. 1992.
- [6] K. C. Ho, and K. Ho, "Longitudinal Modal Transmission-Line Theory (L-MTLT) of Multilayered Periodic Waveguides," *IEICE Trans. Electronics*, Vol. E88-C, No. 2, pp. 270-274, 2005.
- [7] C. Oubre, and P. Nordlander, "Optical properties of metalodielectric nanostructures calculated using the finite difference time domain method," *J. Phys. Chem.*, Vol. 108, pp. 17740-17747, 2004.
- [8] J. O. Park and W. K. Jang, "Optical metrology for resonant surface acoustic wave in RF device," *J. of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, vol. 11, pp. 3435-3440, 2010.

## 저자 소개

### 호 광 춘(중신회원)

- 제 10권 1호 참조
  - 현 한성대학교 정보통신공학과 교수
- <주관심분야: Optical Electromagnetics, Design and Analysis of Photonic Devices, Optical Biosensors and Bioelectronics>

※ 본 연구는 한성대학교 교내연구비 지원과제입니다.