

펄프 · 제지 산업에서의 프랙탈 기하 원리 및 그 응용

고영찬[†] · 박종문¹ · 신수정¹

접수일(2015년 8월 13일), 수정일(2015년 8월 20일), 채택일(2015년 8월 22일)

The Principles of Fractal Geometry and Its Applications for Pulp & Paper Industry

Young Chan Ko[†], Jong-Moon Park¹ and Soo-Jung Shin¹

Received August 13, 2015; Received in revised form August 20, 2015; Accepted August 22, 2015

ABSTRACT

Until Mandelbrot introduced the concept of fractal geometry and fractal dimension in early 1970s, it has been generally considered that the geometry of nature should be too complex and irregular to describe analytically or mathematically. Here fractal dimension indicates a non-integer number such as 0.5, 1.5, or 2.5 instead of only integers used in the traditional Euclidean geometry, i.e., 0 for point, 1 for line, 2 for area, and 3 for volume. Since his pioneering work on fractal geometry, the geometry of nature has been found fractal. Mandelbrot introduced the concept of fractal geometry. For example, fractal geometry has been found in mountains, coastlines, clouds, lightning, earthquakes, turbulence, trees and plants. Even human organs are found to be fractal. This suggests that the fractal geometry should be the law for Nature rather than the exception.

Fractal geometry has a hierarchical structure consisting of the elements having the same shape, but the different sizes from the largest to the smallest. Thus, fractal geometry can be characterized by the similarity and hierarchical structure. A process requires driving energy to proceed. Otherwise, the process would stop. A hierarchical structure is considered ideal to generate such driving force. This explains why natural process or phenomena such as lightning, thunderstorm, earth quakes, and turbulence has fractal geometry. It would not be surprising to find that even the human organs such as the brain, the lung, and the circulatory system have fractal geometry.

Until now, a normal frequency distribution (or Gaussian frequency distribution) has been commonly used to describe frequencies of an object. However, a log-normal frequency

• SCAP-Tech Consulting(Apkujung-ro 11 Gil 17, Kangnam-ku, Seoul, 06000, Republic of Korea)

1 충북대학교 임산공학과(Departments of Forest Product & Engineering, College of Agriculture, Life & Environment Sciences, Chungbuk National University, Cheongju, Chungbuk, 28644, Republic of Korea)

† 교신저자(Corresponding Author): E-mail: youngko2004@hanmail.net

distribution has been most frequently found in natural phenomena and chemical processes such as corrosion and coagulation. It can be mathematically shown that if an object has a log-normal frequency distribution, it has fractal geometry. In other words, these two go hand in hand.

Lastly, applying fractal principles is discussed, focusing on pulp and paper industry. The principles should be applicable to characterizing surface roughness, particle size distributions, and formation. They should be also applicable to wet-end chemistry for ideal mixing, felt and fabric design for papermaking process, dewatering, drying, creping, and post-converting such as laminating, embossing, and printing.

Keywords: Fractal geometry, fractal dimension, principles, application, pulp, paper, nature

1. 서론

자연에 존재하는 물체나 현상들은 그 모양이 매우 다양하고 복잡하여, 전통적인 유클리드 기하학을 사용하여 나타내기는 거의 불가능한 것으로 인식되어 왔다. 여기서 자연에 존재하는 물체들은 생물, 무생물을 둘 다 포함하며, 그 예로 나무나 농작물, 산, 해변 등을 들 수 있으며, 자연 현상으로는 구름, 번개, 폭풍, 지진, 난류(turbulent flow) 등을 들 수 있다. 넓은 의미에서 인간도 자연 물체에 포함할 수 있다.

유클리드 기하의 특성은 정수(integer)와 차원(dimension)으로 물체를 나타내는 데, 점(point)을 0차원으로 시작하여, 선은 1차원, 면적은 2차원, 부피는 3차원으로 표시한다.

1980년 초에 Mandelbrot는 위와 같은 정수만을 사용하는 차원 대신에, 프랙탈 차원(fractal dimension, FD)을 사용하면, 지금까지 유클리드 기하만으로 정의하지 못했던, 위에서 언급한 자연에 존재하는 물체들을 나타낼 수 있다고 주장하였다.¹⁾

Mandelbrot의 선구적인 프랙탈 기하학(geometry)에 관한 연구 이후, 자연에 존재하는 물체들을 프랙탈 차원을 사용하여 나타내려는 연구가 진행되어 왔는데, 그 결과 산, 해변, 구름, 번개, 지진, 격류, 산불, 나무, 사람 기관 등의 모양은 프랙탈 기하학 특성을 가진다는 것을 발견하였다.²⁻⁹⁾ 이는 자연이 프랙탈 기하학 특성을 지니고 있는 것은 우연이나 예외가 아닌, 어떤 정해진 법칙



Fig. 1. Cantor set (or Cantor dusts).

에 의하여 움직이고 있다는 것을 의미한다.

본 논문은 프랙탈 기하학이 가지고 있는 그 근본 원리를 규명한 후, 이 원리를 실제로 어떻게 응용할 수 있는지를, 펄프와 제지 산업을 중심으로 제시하고자 한다.

2. 프랙탈 기하학의 특성

프랙탈 기하학의 특성을 이해하기 위해서는 이를 만드는 데 사용되는 몇 개의 기본 집합(set)에 관하여 언급할 필요가 있다.

2.1 칸토 세트(Cantor set)

Fig. 1은 칸토 세트로 불리는 프랙탈 기하학 중 가장 간단한 모양을 만드는 것을 보여준다.

칸토 세트는 일정한 길이의 선(line)에서 출발하는 데,

이를 initiator라고 부른다. 이 initiator를 3등분한 후, 가운데 부분을 제거하면, 처음 길이의 1/3에 해당하는 2개의 짧은 선(segment)을 얻을 수 있게 되는 데, 이를 첫 generator(n=1)라고 불린다. 같은 방법으로 각 generator를 3등분한 후, 가운데 부분을 제거하고, 두 번째 generator(n=2)를 얻고, 이와 같은 방법을 무수히 반복하면, 결국은 무한히 짧은 길이를 갖는 무한히 많은 generators를 만들 수 있다는 것을 보여 준다.

이를 수학적으로 표시하면,

$$N = 2^n \quad [1]$$

$$l = (1/3)^n \quad [2]$$

여기서, n 은 n번째 generator를, N은 이에 해당하는 generator의 수를, l은 각 segment의 길이를 표시한다.

Mandelbrot는 이렇게 만든 칸토 세트의 프랙탈 차원(FD)은 다음 식에 의하여 계산할 수 있다고 하였다.¹⁾

$$FD = \ln 2 / \ln 3 = 0.63 \quad [3]$$

칸토 세트는 비록 그 만드는 방법은 간단하나, 프랙탈 기하학적 특성을 이해하는데 다음과 같은 중요한 점을 보여준다. 칸토 세트는 generator n이 증가할수록, 그 해당하는 길이 l이 짧아져서, n이 무한히 커지면, 그 길이는 무한히 짧아지나, 그 전체 길이 (즉 $L = n \times l$)는 일정한 값을 갖는다는 점이다. 이는 어떤 generator도 그 다음 generator의 집합(aggregate)으로 구성되어 있다는 것을 의미하여, 이를 강조하기 위해, 칸토 세트 또는 Cantor dust(입자)라고 불리는 이유이다.

칸토 세트는 무한히 작은 dust로 구성될 수 있으나, 그 크기는 결코 0이 될 수 없다. 유클리드 기하학에서는 점(point)을 실제 길이가 없다는 개념으로 0차원을 갖는 것으로 정의해 왔으나, 프랙탈 기하학에서는 Cantor dust는 0이 아닌 $FD=0.63$ 을 가짐을 알 수 있다.

칸토 세트에서 보여준 프랙탈 기하학의 특성은 통신(tele-communication)이나 디지털을 사용한 컴퓨터, 인터넷에 지대한 영향을 주어 왔다. 아인슈타인은 빛은 파동(wave)과 입자(particle)의 성질 둘 다 갖고 있다고 하였는데, 이는 칸토 세트의 generator의 길이가 길면 analog로써 파장같이 행동하고, 짧으면 입자(digital) 같이 행동하는 것으로 설명할 수 있다고 본다. 파장은 analog

로써 매우 균일하고 연속적인 것 같이 보이나, 실은 칸토 세트와 같이, digital 특성을 가진 많은 짧은 비연속적인 입자들로 구성되어 있음을 알 수 있다.

다시 말하면, 빛은 analog와 digital의 두 가지 물성을 모두 가지며, telecommunication에서 transmission line에서 발생하는 소음은 입자(generator)의 간섭(interference)에 의해 기인되며, 그 크기가 작아질수록, 소음도 감소함을 알 수 있다.²⁾

2.2 Koch 눈송이

다음 프랙탈 기하학의 한 예로, Koch의 눈송이(snowflake)를 논하려 한다. Fig. 2는 Koch의 눈송이를 보여 준다.

Koch 눈송이는 정삼각형을 initiator로 시작하여, 각 변을 3등분한 후, 가운데 부분에 등분된 길이의 정삼각형으로 만든 후, 밑변의 선을 제거하여, generator를 만든다. 이 과정을 반복해 나가면, 눈송이 모양의 프랙탈 기하를 얻을 수 있다.

Koch 눈송이의 프랙탈 차원(FD)은 다음 식에 의하여 구할 수 있다.

$$FD = \ln (N) / \ln (l/l) \quad [4]$$

여기서, N = 각 변의 조각(segments) 수이고, l = 각 변에 대한 각 조각의 길이의 비율이다.

여기서 N = 4, l = 1/3을 대입하면, Koch 눈송이의 FD = 1.26임을 알 수 있다. 그 다음 generator를 만들 때 마다, 전체 길이(contour)는 4/3배씩 증가하여, 결국에는 그 길이가 무한히 길어질 수 있음을 보여 준다. 그러나, 눈송이의 넓이는 한정되어 있음을 알 수 있다. 즉, Koch

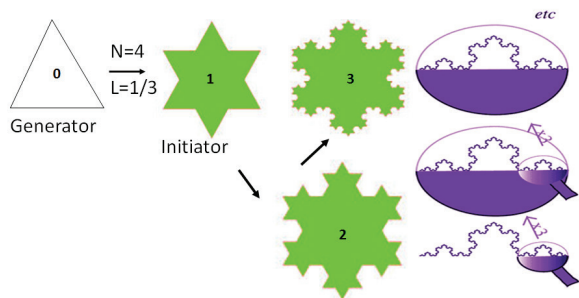


Fig. 2. Koch snowflake.¹⁾

눈송이는 한정된 넓이에 가장 긴 길이를 만들어 내는 프랙탈 기하임을 보여준다. Koch 눈송이에서도 프랙탈 기하학적 특성인 유사성(similarity)과 계층적(hierarchical) 구조를 잘 보여주고 있다.

2.3 Sierpinski의 카펫

Fig. 3은 Sierpinski's 카펫이라고 불리는 프랙탈 기하학 set이다. 정사각형을 initiator로 사용하여, 각 변을 균일하게 3등분하여, 9개의 작은 정사각형을 만든 후, 가운데 것을 제거하여 첫 generator(C1)를 만든다. 다음은 이 generator (C1)를 사용하여, 8개의 남은 작은 정사각형을 각각 9등분하여, 가운데 부분을 제거하여 다음 generator(C2)를 만든다. 이와 같은 과정을 계속 반복해 나가면, Sierpinski의 카펫이라 불리는 카펫 모양의 프랙탈 기하가 얻어진다. Sierpinski의 카펫에서도 프랙탈 기하학적 특징인 유사성과 계층적 구조를 가지고 있으며, 프랙탈 차원(FD)은 1.89임을 보여 준다.

$$N = 8, L = 1/3 \quad [5]$$

$$FD = \log 8 / \log 3 = 1.89 \quad [6]$$

2.4 Menger 스폰지

Fig. 4는 Menger 스폰지(sponge)라고 불리는 프랙탈 기하학 set를 보여준다. 육면체를 initiator로 하여, 각 변을 3등분씩 분할하여, 총 27개의 작은 육면체를 만든 후, 중앙에 차지하는 8개의 육면체를 제거한 20개의 작은 육면체로 구성된 첫 generator(G1)를 만든다. 이 G1을 가지고 같은 방법으로, 27개의 더 작은 육면체를 만든 후, 중앙의 8개를 제거하여, 다음 generator, G2를 만

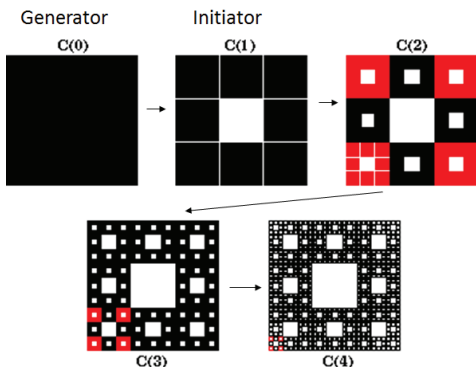


Fig. 3. Sierpinski's carpet.¹⁾

든다. 이러한 과정을 계속 반복해 가면, Fig. 4에서 보여주는 것과 같은 Menger 스폰지라는 프랙탈 기하를 얻을 수 있는데, 그 FD는 2.73으로, 이는 유클리드 차원의 2(넓이)와 3(부피) 사이에 위치함을 알 수 있다.

지금까지 보여준 프랙탈 기하는 유사성(similarity)을 갖고 있으며, 처음 initiator에서 generator를 만드는 과정을 반복할수록 그 크기는 점차적으로 작아지는 계층적 구조를 가짐을 알 수 있다. 이 유사성과 계층적 구조는 프랙탈 기하학의 가장 중요한 특성으로, 다음에서 자세히 논하기로 한다.

Mandelbrot가 프랙탈 기하학의 개념을 소개한 이후, 이에 관한 많은 연구가 진행되어 오고 있다. 프랙탈 차원을 정하는 데 있어서도, 지금까지 언급한 방법 이외에도, Richardson plot 방법, fast Fourier transform/power spectrum density 방법, Variogram 방법, 컴퓨터 시뮬레이션, wavelet 분석 방법 등을 들 수 있다.^{4-7,9-14)} 이러한 방법 중, Richardson 방법은 가장 간단하여, 보편적으로 사용되고 있으며, 프랙탈 기하학의 기본 원리를 이해하는 데 도움이 되어, 여기에 기술하고자 한다.¹¹⁾

2.5 Richardson plot (box counting method)

1961년에 Richardson은 “영국 해변의 길이는 얼마인가?” 하는 문제를 처음으로 다루었다.^{11,15)} 그의 결론에 의하면, 그 해답은 사용하는 측정 자(ruler)의 측정 단위(measuring unit), 즉 해상도(resolution)에 달려 있다고 하였다. 즉, 사용하는 측정자의 눈금이 세분화 되면 될수록, 해변 길이는 길어져서, 눈금이 거의 0으로 가면, 그 측정 길이는 무한대로 길어진다는 것을 주장하였다. 이는 앞서 언급한 프랙탈 기하학의 특성을 암시하고

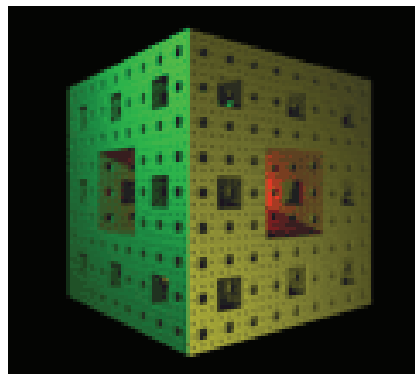


Fig. 4. Menger sponge.¹⁾

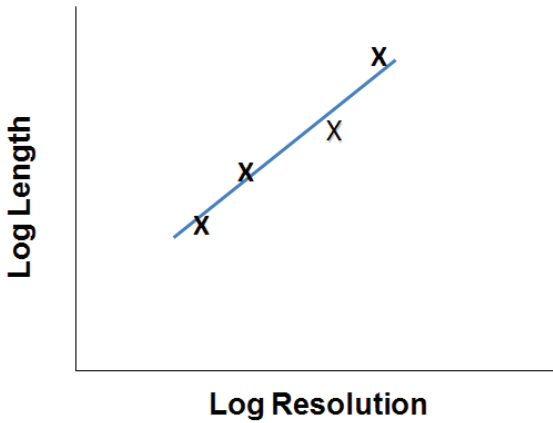


Fig. 5. Richardson plot.

있다. Koch의 눈송이에서 보여 준 것처럼, 그 해변 길이는 무한히 늘어나나, 영국의 넓이는 늘어나지 않고 있음을 주목할 필요가 있다.

Richardson은 만약 해변 길이를 측정하는 자의 해상도와 길이를 각각 로그값을 구하여 Fig. 5에 그래프로 그렸다. 즉 가로축에는 해상도의 로그값을, 세로축에는 길이(length)의 로그값을 나타내었다. 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$L = C \times M^a \quad [7]$$

여기서, C = 상수, a = 기울기, L = 측정된 길이, M = 해상도이다.

Fig. 5에서 높은 값의 해상도는 측정에 사용하는 자의 기본 단위가 더 작은 것을 나타낸다. 후에, Mandelbrot는 Richardson 문제를 다시 연구하여, 영국해변은 프랙탈 기하학적 특성을 가지고 있음을 제안하였다.¹⁰⁾ 한편, 영국해안의 프랙탈 차원은 아래 식을 이용하여 구할 수 있다고 하였다.

$$\text{Fractal dimension (FD)} = 1 + |a| \quad [8]$$

여기서, a = 기울기이다.

위 식을 이용하여, Mandelbrot는 영국 해변의 프랙탈 차원은 1.26임을 계산하였는데, 흥미롭게도 이 값은 Koch 눈송이의 FD 값과 일치한다.

이와 같이 사용하는 방법이 간단하여, Richardson plot방법은 표면의 윤곽 즉 표면 프로파일(surface

profile)이나 표면 거칠음도(surface roughness)를 측정하는 데 널리 사용되고 있다. 예를 들면, Richardson plot 소프트웨어는 box counting 방법이라고도 하여, 현미경, 화상 분석기나 surface profilometer에 장착되어 사용된다.

그러나, 여기서 주의할 점은 측정 길이는 해상도에 좌우되므로, 측정 결과를 잘못 판단하지 않기 위해서는 측정된 조건(specification)을 분명히 살펴야 할 필요가 있다. 같은 물체라도 측정 방법과 조건에 의해 결과가 달라질 수 있으므로, 측정된 값을 의미 있게 비교하려면, 같은 조건에서 측정함이 요구된다.

3. 자연과 프랙탈 기하학

위에서 언급한 프랙탈 기하학 차원 분석방법을 사용하여, 자연에 존재하는 물체는 프랙탈 기하학적 특성을 갖고 있다는 것을 발견하였다. 특히, 나무, 번개, 사람의 혈관 등 서로 완전히 다른 물체도 비슷한 프랙탈 기하학적 특성을 가짐을 발견하였다.⁴⁾

3.1 자연 현상(phenomena)과 과정의 프랙탈 특성

지금까지 자연에 존재하는 물체나 과정(process)은 프랙탈 기하학적 특성을 갖는다는 것을 보여주었다. 프랙탈 기하학의 특성은 유사성과 계층적 구조에 있음을 강조하였다. 이는 자연의 물체는 그 모양이 겉으로 보기에 복잡하고, 불규칙하고, 임의대로 만들어진 것 같으나, 실은 반대로, 우연이 아닌, 디자인에 의하여 이루어지고 있음을 암시하고 있다. 또한 이러한 물체들의 빈도(frequency)도 통계에서 보편적으로 사용하는 주사위나 동전을 계속 던져서 얻어지는 정규 분포(Gaussian distribution 또는 random distribution)는 자연에서는 일어나지 않는다는 것을 알 수 있다.

그러면, 왜 자연이나 사람은 프랙탈 기하학적 특성을 갖는가? 이 질문에 대한 대답은 번개 같은 자연 현상, 식물이나 사람 같은 생명체의 성장은 이를 추진할 에너지가 필요하다는 이론으로부터 시작할 수 있다고 여겨진다. 여기서 필요한 에너지를 구동 에너지(driving energy)로 정의할 수 있는데, 이는 양(positive) 에너지와 음(negative) 에너지의 차이를 말하며, 이를 gradient라

Table 1. Examples of log-normal distributions

Area	Phenomena
Health	Survival time after cancer diagnosis Age of marriage for women in Denmark
Biology	Abundance of species in a plant or large communities
Literature	Numbers of words per sentence for writers
Food	Size of crystals in ice cream Size of oil drops in mayonnaise Size of holes in cocoa press cake
Industry	Size of manufacturing firms in USA
Pulp & paper industry	Pore size distribution within wood pulp Contact angle distributions along the single wood fiber Pore size distribution in paper

고 부르기도 한다. 즉, 구동 에너지(ΔE) = gradient = positive energy - negative energy 이다.

구동 에너지 즉 gradient가 클수록, 공정은 더 빠르게 진행되며, 감소할수록, 공정은 느려져서, 구동 에너지가 0이 되면, 그 공정은 멈추게 될 것이다. 한편, 구동 에너지가 양이 되기 위해서는 계층적 구조가 바람직하다.

번개는 축적된 에너지를 순식간에 방전시킬 기능이 요구되며, 나무는 뿌리에서 흡수한 물을 줄기, 가지를 거쳐 운반하기 위해서는 긴 통로(path)를 가진 모세관(capillary) 구조가 요구된다. 마찬가지로 혈관은 심장에서 몸 전체 구석구석까지 피를 운반시켜야 하는 데, 이를 위해서는 긴 통로를 가진 모세관 구조가 요구된다. 여기서 모세관 구조는 계층적 구조를 가짐을 이해할 수 있다.

폐는 공기 중의 산소를 최대한 받아들인 후, 이산화탄소를 배출시켜야 하는 기능이 요구되는 데, 이는 한정된 부피에서 가능한 한 많은 표면적을 가져야 하는 데, 이를 위해서는 프랙탈 기하학적 특성을 가져야 한다는 것을 이해할 수 있다.

3.2 프랙탈 기하학과 대수 정규 빈도 분포

서두에 언급하기를 자연에 존재하는 물체나 현상은 복잡하고, 불규칙하여, 마치 우연히(random chance) 형성되어, 그 빈도 분포 모양도 마치 동전이나 주사위를 반복하여 던져 얻는 정규 빈도 분포(normal frequency distribution) 특성을 가지는 것으로 흔히 가정하였다.

그러나, Richardson의 box counting 방법(Eq. 2)은 지수 법칙(power-law)특성을 보여 주고 있으며, 이는 대수 정규 분포(log-normal distribution) 특성과 연계

됨을 보일 수 있다. 만약 어떤 공정이나 현상이 대수 정규 분포 모양을 보이면, 이는 프랙탈 기하학적 특성을 갖는다고 가정하여도 무방하다고 판단된다.⁵⁾

자연(nature)이 프랙탈 기하학적 특성을 갖고 있는 것처럼, 일상에서 목격하는 많은 현상들이 대수 정규 분포를 가지고 있음을 관찰하였는데, Table 1은 그 예를 보여주고 있다.⁵⁾

앞에서 언급한 Richardson 방법(Eq. 1)은 지수법칙(power-law)을 보여주고 있으며, 지수법칙은 대수 정규 분포와 연계되어 있음을 보일 수 있다. 만약 어떤 공정이나 현상이 대수 정규 분포 현상 즉 패턴을 보이면, 이는 프랙탈 기하학적 특성을 갖는다고 가정하여도 무방하다.

Table 1에서 펄프나 제지 산업에 직접 관련이 되는, 펄프 안의 기공(pore)이나 종이 안의 기공 분포도 이와 같이 대수 정규 빈도 분포(log-normal frequency distribution) 특성을 가짐에 주목할 만하다. 대수 정규 분포는 전형적인 DLVO 이론인 양(positive) 에너지와 음(negative) 에너지가 결합된 결과라는 이론이 대두되었는데⁶⁾, 이는 앞에서 나무가 양의 구동 에너지를 갖기 위하여, 계층적 구조를 가진다는 이론과 같은 맥락이라고 여겨진다.

여기서 19세기 미국의 유명한 수필가인 Emerson의 다음 구절을 인용하고자 한다.¹⁷⁾ “자연은 최소한의 행동(action)을 통해 움직이며, 낮은 에너지 상태가 높은 에너지 상태보다 더 안정된 상태이므로, 이를 더 선호한다. 따라서 모든 자연 발생적인 반응은 자발적이며, 열을 생성하는 발열반응인데 반하여, 대부분의 인위적 반응은 열을 필요로 하는 흡열 반응이다”라고 하였다. 이

Table 2. Potential some applications of fractal geometry principles for pulp and paper industry

Area	Details
Dewatering & absorbency	Productivity
Powders and particles characterization	Additives, pigments, etc.
Felt & fabric design for papermaking	Efficiency
Surface roughness	Printability, wettability, adsorption, (surface) softness
Process optimization	Forming, dewatering, drying, creping, calendering, laminating, embossing, printing, etc.
On-line formation control	Quality
Product design	Quality
Packaging	Efficiency

와 같이, Emerson은 자연의 프랙탈 기하학적 특성을 잘 표현하였다고 판단된다.

결론적으로, 대수 정규 분포(log-normal distribution) 특성을 갖는 프랙탈 기하학은 자연에서 일어나는 현상들이 그 기능을 원만히 수행하기 위하여 필요한 자연의 보편 법칙(universal law)이라고 할 수 있다. 어떤 기능을 계속 수행하기 위해서는 구동 에너지 발란스(driving energy balance)가 양의 값을 갖게 하는 계층적 구조가 바람직하며, 그러기 위해서는 프랙탈 기하학적 특성을 가져야 한다는 것을 이해할 수 있다.

이제, 지금까지 언급한 프랙탈 기하학적 특성과 원리를 펄프와 제지 산업에 응용하는 방법에 관하여 논의하려 한다.

4. 펄프 · 제지산업에의 프랙탈 원리 응용

펄프 · 제지산업에 관련하여 프랙탈 원리를 적용한 많은 연구 결과가 발표되었다.¹⁸⁻²¹⁾ 이를 바탕으로 프랙탈 기하학의 원리를 펄프제지 산업에 응용할 가능성이 있는 곳을 Table 2에 열거하였다. Table 2에서 보듯이, 펄프제지 산업의 거의 모든 분야에서 응용할 가능성이 많다고 판단된다.

이들 중 펄프제지 제품의 성능에 가장 중요한 영향을

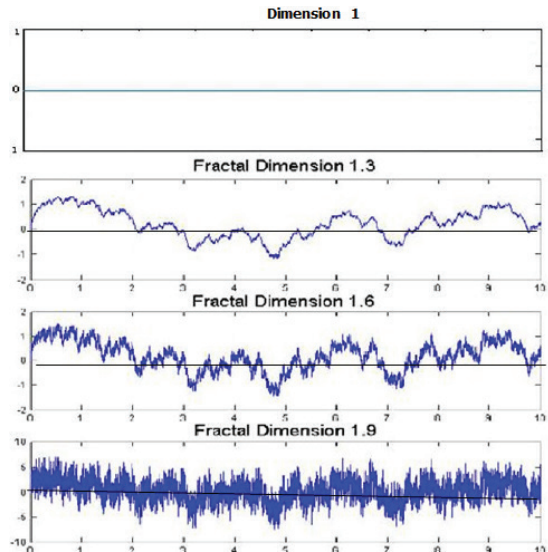


Fig. 6. Profile of paper surface coarseness depending on different fractal geometry dimension.

주는 물성의 하나인 표면 거칠음도를 예로 프랙탈 기하학의 응용에 관하여 언급하고자 한다.

4.1 종이의 표면 거칠음도

표면의 거칠음도는 일반적으로 사용하는 모든 종이 제품의 두께를 측정하는데, 막대한 영향을 주고 있다. 종이 제품의 주요 물성의 하나로 인장 강도를 흔히 사용하는데, 이를 위해서는 그 시료의 두께를 측정하여야 하는데, 표면 거칠음도가 그 결과에 커다란 영향을 미친다.

특히, 화장지 같은 저평량 제품은, 밀도가 낮고, 표면이 매우 불규칙하여, 두께를 정확히 측정하기가 매우 어렵고, 측정하는 하중조건에 따라 그 결과가 크게 좌우되나, 아직 서로 결과를 비교할 수 있는 표준 시험법이 없는 실정이거나, 있다 하더라도 불완전한 실정이다.²²⁾

또 다른 문제점은 이러한 제품의 두께를 측정하는데 있어, 주어진 하중 아래에서, 몇 개의 시료들의 두께를 측정하여 그 평균 값, 표준편차, 변동계수(COV, coefficient of variation)를 가지고 그 제품의 물성을 판단하는데, 이러한 관행은 자칫하면, 그릇된 판단을 할 수 있다는 것을, 아래 예로부터 볼 수 있다.

Fig. 6은 각기 같은 평균 값 = 0과 표준편차 = 1을 가지나, 프랙탈 차원 값이 서로 다른 표면 거칠음도 프로

파일을 컴퓨터 시뮬레이션 방법을 사용하여 만들어 낸 것이다.⁷⁾

그림에서 보여 주듯이, 표면 거칠음도는 같은 평균치와 표준편차를 가지더라도, 그 표면 거칠음도 프로파일은 FD 값에 따라 변하게 되어, FD 값이 넓이 차원인 2에 근접할수록, 그 윤곽이 모든 지면을 거의 채우는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 전통적으로 사용하는 평균치와 표준편차 측정으로는 구별할 수 없는 표면 거칠음도 프로파일도 프랙탈 기하학 차원(fractal geometry dimension) 측정을 통해 구별할 수 있다는 것을 보여준다.

4.2 제지 공정의 최적화

제지 산업에서는 펄프 슬러리로 부터 연속 지필을 만드는 지필형성, 탈수 및 건조 과정이 주요 제조 공정인데, 이 공정을 원활히 수행하기 위해서는 효율적으로 액체와 열을 이동시킬 수 있는 기능을 가지는 와이어, 펄트와 패브릭이 요구된다. 이들의 3차원 구조가 그 기능을 결정짓는 데 중요한 역할을 하게 된다. Thomson 등²³⁾은 FD를 이용하여, 이러한 구조의 기공성(porosity)와 투과성(permeability)을 구할 수 있다고 주장하였다.

그밖에, 제지공정에 있어서, 펄프 슬러리를 헤드박스를 통한 분배 및 2종 이상의 펄프를 사용하여 층(layer) 구조를 만드는 헤드박스 디자인 등에 프랙탈 기하학 원리를 이용하여 설비를 디자인할 수 있다. 미국의 Amalgamated Research LLC(ARi)가 프랙탈 기하학을 화학 공정에 필요한 장치에 응용한 일련의 특허들을 획득하였는데, 이들 또한 제지공정에 응용이 가능하다고 판단된다.²⁴⁻²⁶⁾ 이러한 프랙탈 장비는 이온 교환(ion-exchange), 흡착(adsorption), 흡수(absorption), 증류(distillation), 추출(extraction), 연소(combustion) 등과 여러 화학 공정에 적용할 수 있어서, FD장비는 기존의 전통적인 non-FD 장비에 비하여, 크기는 훨씬 줄어드나, 오히려 효율은 증가하여, 상당한 에너지 절약 및 운전과 정비 등에 비용을 절감할 수 있다고 주장하였다.²⁴⁻²⁶⁾

또, 프랙탈 장치를 사용하면, 액체나 열전달 중, 내부에서 발생하는 난류를 최소화할 수 있다고 주장하였는데, 이들의 위와 같은 주장은 2종 이상의 펄프를 사용하여, 다층(multi-layers)의 종이를 만드는 공정에 있어서, 프랙탈 장치를 사용하면, 각 층의 순도를 높이는 동시에, 지합도 향상시킬 수 있다는 것을 의미한다.

그밖에도, 매우 작은 나노 입자(nanoparticles) 또는

그 내부에 매우 작은 크기의 공극(micro-porosity)을 갖는 물체의 구조와 성질을 규명하기 위하여, FD 분석이 시도되었다. Armstrong 등은 레이저 같은 광학 센서를 사용하여 나노 입자로부터 나오는 신호를 얻은 후, 이를 프랙탈을 이용하여 분석할 수 있는 방법을 발명하였다.^{23,27)} Niermark 등은 나노 입자나 촉매 같이 내부에 기공(void)이 많은 입자의 표면적을 BET (Bruanae-ur-Emett-Teller) 가스 흡착법을 사용하여 구한 후, 표면적과 기공의 반경(pore radius)을 Richardson plot을 사용하여 그 기울기로부터 FD를 구하였다.²⁸⁻³²⁾

이들의 주장은 제지 공정에 사용되는 첨가제나 안료 같은 파우더나 입자들의 구조 및 성능을 측정하기 위하여, 프랙탈 기하학 원리를 사용할 수 있다는 것을 보여주는 예라고 하겠다.

5. 결론

자연의 모습은 언뜻 보기에는 매우 복잡하고 불규칙하여, 그 형태를 정량적으로 표현하기가 불가능한 것으로 인식되어 왔으나, Mendelbrot가 제안한 프랙탈 기하학과 프랙탈 차원의 개념에 의하여, 정량적이나 분석적인 표현이 가능하다.

자연에 존재하는 물체나 현상은 프랙탈 기하학적 디자인 특성을 가지고 있는 것을 발견하였는데, 프랙탈 기하학적 특성은 같은 모양의 그러나 크기는 다른 집합으로 구성되어 있다는 점이다. 즉, 유사성과 계층적 구조가 프랙탈 기하학의 핵심적인 특성이다.

생물이 성장하거나, 번개, 지진이 일어나고, 구름이 형성되는 등 자연 현상이 진행되기 위해서는 에너지가 소요되는데, 이 필요한 에너지를 구동 에너지 또는 energy gradient라고 부른다. 이 energy gradient가 크면 클수록 그 반응은 더욱 빠르게 진행되며, 감소하면 속도도 감소하여 그 값이 0에 접근하게 되면 반응 즉 성장은 멈추게 된다.

계층적 구조는 energy gradient를 생성하는 데 필요할 뿐만 아니라, 가장 효율적이라 판단된다. 이로써, 나무, 버섯, 등 생물과 인체 기관(예: 머리, 폐, 혈관), 구름, 번개, 지진, 산불 같은 자연 현상이 프랙탈 기하학적 특성을 가지는지 이해할 수 있다.

전통적으로 어떤 물체(또는 집합)의 빈도(frequency) 분포를 통계적으로 표현할 때, 정상 분포 즉 Gaussian

분포를 흔히 가정하여 왔다. 이는 자연 현상은 동전이나 주사위를 계속하여 던져서 얻을 수 있는 분포도와 같이, 우연한 기회(random chance)로 일어나는 것이지, 정해진 design으로 일어나는 것이 아니라는 것을 내포하고 있다. 그러나, 자연은 프랙탈 기하학적 특성을 가지고 있을 뿐만 아니라, 그 분포도 대수 정규 분포(log-normal distribution) 특성을 가지고 있음을 발견하였다. 프랙탈 기하학적 특성을 가진 물체의 분포는 대수 정규 분포이며, 역으로 대수 정규 분포 특성을 보이는 물체나 현상은 프랙탈 기하학적 특성을 갖고 있는 것을 알 수 있다. 한마디로 프랙탈 기하학적 특성과 대수 정규 분포 특성은 서로 떨어질 수 없는 밀접한 관계에 있다는 것을 알 수 있다.

끝으로, 자연이 프랙탈 기하학을 갖고 있다는 것은, 자연은 균일(uniform)하나, 그저 우연한 기회(chance)에 의하여 만들어지는 것이 아니고, 주어진 기능을 수행하기 위해 에너지 측면으로 가장 효율적인 구조나 시스템이라는 것을 가르친다.

따라서, 프랙탈 기하학적 특성을 잘 이해하고 활용하면, 펄프와 제지 산업을 비롯하여, 많은 다른 산업에서도 기술 개발에 크게 기여하리라 기대된다.

Literature Cited

- Mandelbrot, B. B., *Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Company, San Francisco (1982).
- Gleick, J., *Chaos: Making a New Science*, Viking Penguin Inc., New York (1987).
- Briggs, J., *Fractals: The Patterns of Chaos*, Simon & Schuster (1992).
- Barnsley, M. F., *Fractals Everywhere*, Mogan Kaufman, 2nd ed. (1993).
- Kaye, B. H., *A Random Walk Through Fractal Dimensions*, VCH (1989).
- Russ, J. C., *Fractal Surfaces*, Plenum Press, New York and London (1994).
- Falconer, K., *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, 2nd ed., Wiley (2003).
- Niemeyer, L., Pietronero, L., and Wiesmann, H. J., Fractal dimension of dielectric breakdown, *Phys. Rev. Lett.* 52(12):1033-1036 (1984).
- Bannon, T. J., *Fractals and transformations*, *Math. Teach.* 81(3):8-185 (1991).
- Schroeder, M., *Fractals, Chaos, Power Laws*, Dover Publications, Inc., New York (1991).
- Richardson, L., The problem of contiguity, *General Systems Yearbook for the Society for General Systems Research* 6:131-187 (1981).
- Kaiser, G., *A Friendly Guide to Wavelets*, Birkhauser (1994).
- Argoul, F., Arnéodo, A., Grasseau, G., Gagne, Y., Hopfinger, E. J., and Frisch, U., Wavelet analysis of turbulence reveals the multifractal nature of the Richardson cascade, *Nature* 338:51-53 (1989).
- Cody, M. A., *The Fast Wavelet Transform*, Dr. Dobb's J., pp. 16-28 (1992).
- Mandelbrot, B., How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractal dimension, *Science, New Series* 156(3775):636-638 (1967).
- Allan, G. G. and Ko, Y. C., The Microporosity of pulp: The forces influencing the intra and inter-fiber pore structure and pore size distribution in pulp and paper, *Cellulose Chem. Technol.* 29:479-485 (1995).
- Emerson, R. W., Nature in "Selected Writings of Ralph Waldo Emerson", A Signet Classic (1965).
- Schaefer, D. W., Polymers, fractals, and ceramic materials, *Science* 243(4894):1023-1027 (1989).
- Kaye, B. H., Characterizing the flowability of a powder using the concepts of fractal geometry and chaos theory, *Particle & Particle Systems Characterization* 14(2):53-66 (1997).
- Keller, J. B., Flow in random porous media, *Transport in Porous Media* 43:395-406 (2001).
- Rigby, S. P. and Gladden, L. F., The prediction

- of transport properties of porous media using fractal methods and NMR experimental techniques, *Chem. Eng. Sci.* 54:3503–3512 (1999).
22. Militky, J. and Bajzik, V., Surface roughness and fractal dimension, *J. Textile Institute* 92(3):91–113 (2001).
 23. Thompson, A. H., Katz, A. J., and Krohn, C. E., Method and means for determining physical properties from measurements of microstructure in porous media, US patent 4,628,468 (1986).
 24. Kearney, M. M., Petersen, K. R., Vervloet, T., and Mumm, M. W., Fluid transfer system with uniform fluid distributor, US patent 5,354,460 (1994).
 25. Kearney, M. M., Fractal cascade as an alternative to inter-fluid turbulence, US patent 5,938,333 (1999).
 26. Kearney, M. M., Fractal device for mixing and reactor applications, US patent 6,742,924 (2004).
 27. Armstrong, R. L., Shalaev, V. M., and Smith, H. V., Sensors employing nanoparticles and microcavities, US patent 6,781,690 (2004).
 28. Niemark, A. V. and Unger, K. K., *J. Colloid. Interf. Sci.* 158:412–419 (1993).
 29. Niemark, A. V., Determination of the surface fractal dimensionality from the results of an adsorption experiment, *Russ. J. Physical Chemistry* 64(10):1397–1403 (1990).
 30. Neimark, A. V., Ruetsch, S., Kornev, K. G., Ravikovitch, P. I., Poulin, P., Badaire, S., and Maugey, M., Hierarchical pore structure and wetting properties of single-wall carbon nanotube fibers, *NANO Letters* 3(3):419–423 (2003).
 31. Miller, B. and Tyomkin, I., Liquid porosimetry: New methodology and applications, *J. Colloid. Interf. Sci.* 162:163–170 (1994).
 32. Shinnar, M., Wavelet analysis of fractal systems, US patent 5,471,991 (1995).