韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
http://dx.doi.org/10.7468/jksmee.2015.29.3.391
제 29집 제 3호, 2015. 9. 391-421

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 29, No. 3, Sep. 2015. 391-421

2009 개정 수학교육과정과 IBDP 수학과 교육과정에서의 교과서 비교 연구
- 고등학교 대수 영역을 중심으로 -

양 현 주 (성균관대학교)
좌 준 수 (성균관대학교)
최 승 현 (이화여자대학교)

과학기술의 급격한 발달과 인터넷의 활성화 등을 통해 전 세계가 활발한 상호 교류를 하게 되었으며 이러한 사회 변화의 결과 세계화라는 새로운 패러다임이 떠오르고 있다. 이와 같은 사회적 흐름에 따라 시대가 요구하는 인재상도 달라지고 있으며 우리의 교육도 국제교육 즉, 글로벌 교육에 많은 관심을 갖게 되었다. 수학교육의 측면에서도 우리나라의 인재들이 경쟁력을 갖추어야 하는 것은 중요한 과제로 떠오르게 되었다. 이에 본고에서는 우리나라 고등학교 교육과정 체제 안에서 교육과정의 국제화를 현실화하는 방안의 하나인 국제 공인 교육과정 IBDP(International Baccalaureate Diploma Program: 이하 IBDP로 표기)와 우리나라 고등학교 교육과정 중 중요한 부분인 대수 영역을 중심으로 비교 및 분석하였다. 특히, 우리나라 교육과정과 IBDP에 의해 개발된 교과서 중 수학 상급과정(Mathematics Higher Level: 이하 HL로 표기)단계를 선택하였으며 각 교과서에서 다루는 대수영역에 관한 내용의 범위 및 깊이, 문제의 수준 그리고 개념을 설명하는 방식이나 문제의 유형 및 교수-학습 방법 등을 분석하여 단원별 논의점을 제시하였다.

Ⅰ. 서론

21세기에 접어들어 과학 기술의 발달과 인터넷의 활성화 등을 통해 전 세계가 활발한 상호 교류를 하게 되었으며 이러한 사회 변화의 결과 세계화와 정보화가 새로운 패러다임으로 떠오르고 있다. 세계화란 여러 나라의 사람들이 밀접한 상호 관계를 맺고 삶의 터전을 전 세계로 확대해 가는 현상을 의미하며 이에 알맞은 인재를 양성하기 위해 교육에도 변화가 필요하다. 이러한 요구에 따라 우리나라는 2010년 8월 '글로벌 교육서비스 활성화 방안'을 수립하여 우수 외국교육기관 유치, E-learning 세계화, 외국인 유학생 유치 확대 및 질 제고, 국내대학 해외진출 지원 등의 전략을 추진하고 있다(권난주 외, 2012). 따라서 국제수준의 교육과정을 준비하고 나아가 적용방안을 모색하는 것이 수학교육의 측면에서도 중요한 과제로 떠오르게 되었다. 수학이라는 학문은 미래 사회에서 구성원들이 갖추어야 하는 창의적 사고능력, 문제해결 능력, 정보처리 능력, 의사소통 능력 등을 수학적 과정을 통해 향상 시키는 역할을 한다. 또한 이러한 과정을 통해 길러진 역량은 개인의 전문적 능력을 증진시키며 창의 • 인성 중심의 21세기 지식 기반 사회에 필요한 소양과 경쟁력을 갖추는데 토대가 된다(교육과학 기술부, 2011). 이러한 맥락에서 글로벌 시대에 맞춰 세계와 소통할 수 있는 시민이라는 인간상을 추구하기 위해 우선 IB(International Baccalaureate: 이하 IB로 표기) 교육과정과 같은 국제 교육과정을 분석하여 세계의 교육정

* 접수일(2015년 5월 20일), 심사(수정)일(1차: 2015년 7월 7일, 2차: 2015년 8월 11일), 게재확정일(2015년 8월 12일)
* ZDM 분류 : D40
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : IBDP, 국제 공인 교육과정, 수학 교육, 대수 영역, IB 교육과정

책의 동향을 알아보고 교육정책의 방향을 분석하는 것은 매우 필요하다. 우리나라에서 현재 진행 중인 2009 개정 교육과정 또한 그 기본 취지를 글로벌 창의 인재 육성에 두고 있으며 이는 국가적 차원에서도 세계화 시대에 필수적인 글로벌 교육의 중요성을 인식하고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 우리나라 2009 개정 교육과정과 IBDP의 수학과 교육과정을 비교 분석하는 것은 매우 의미 있는 일이다. 특히, 대수는 수학과 함께 시작이 되었다고 하여도 과언이 아닐 정도로 수학이라는 학문을 학습하는데 있어 중요한 영역에 해당한다. 학교에서 학습하게 되는 대수는 문자의 도입으로 부터 문제 해결과 관련된 일련의 조작과 함께 구조의 학습을 위한 기초를 학생들에게 제공한다. 또한 학생들은 대수 학습을 통하여 여러 가지 상황을 수식으로 표현하고 해결하는 능력을 기를 수 있으며, 양 사이의 관계를 탐구할 줄 알고, 문제를 형식화 하거나 일반화 하는 능력과 문제를 구조적 관점에서 다룰 수 있는 능력을 가질 수 있게 된다. 또한 대수 학습에서 가장 기초가 되는 문자와 식은 수학적 의사소통에 필수적일 뿐만 아니라 추상화의 단계에서 개념을 조작하고 적용할 수 있는 수단이 되고 있다(2011, 김남희 외).

한편 대수는 그 자체가 학문으로 발전하였을 뿐만 아니라 수학의 다른 분야인 해석학, 기하학 등의 기초적인 구실을 한다. 즉, 학교 수학에서 대수를 학습하는 것은 대수 자체의 내용을 학습하는 것뿐만 아니라 수학의 여러 분야를 이해하기 위한 기초학습의 제공이라는 측면에서도 중요한 의의를 가진다고 볼 수 있다. 이와 같은 관점에서 보았을 때, 학생들이 수학을 학습하는데 있어 대수 영역은 매우 큰 역할을 한다는 것을 알 수 있으며 우리나라와 IBDP HL 교과서의 대수 영역에 관한 비교 연구를 통해 시사점을 도출하는 것은 가치가 있다고 사료된다.

Ⅱ. International Baccalaureate Diploma Program 과정

1. IBDP의 구성과 특징

IB 교육과정은 1968년 스위스 제네바에 기반을 두고 설립된 비영리 교육재단인 IBO(International Baccalaureate Organization: 이하 IBO로 표기함)가 해외에 거주하는 근로자의 자녀들을 위해 만든 프로그램이다(Lodewijk, 2008). IB 프로그램은 고등학교 과정으로 볼 수 있는 IBDP를 시작으로 1994년에 중학교(Middle Yearrs Programme)과 1997년에 초등학교(Primary Years Programmar)단계의 교육과정까지 도입하게 되었다. 1970년에 첫 IB 디플로마를 취득하게 되었으며 이후 세계 많은 국제학교들이 이 교육과정에 관심을 갖게 되었고 IB 교육과정은 급격한 성장을 하게 되었으며(Barry, 2004) 현재 IB인증을 받은 학교는 전 세계 145개국 3669여개로 증가하였다(정혜준, 2013)

IBDP 과정은 학생들의 학습 능력을 평가하는 국제 표준 프로그램으로 대학 진학을 준비하는 학생들에게 대학수학 능력을 갖추도록 하기 위한 프로그램이며, 이 과정을 이수한 학생들을 대학 입학에 있어 세계 어느 지역에서 공부하든지 동일한 기준으로 평가받을 수 있다. IB 디플로마를 취득하기 위해서는 2년 동안 6개 분야의 필수 선택과목과 핵심과정에 대한 이수가 필요하며 모든 과정을 성공적으로 이수했는지 확인하기 위하여 엄격한 평가 시험에 통과해야 한다. 핵심과정은 통합교육 과정인 지식이론(TOK, Theory of Knowledge)과 소논문(EE, Extended Essay) 그리고 특별활동과 봉사활동(CAS, Creativity, Action, Service)으로 구성되어 있고 지식이론과 소논문은 외부 평가기관을 통해 에세이의 형식으로 평가된다. 필수 선택과목은 6개 과목군으로 구성되어 있으며 이 중 3과목은 반드시 상위 레벨이어야 하고, 나머지는 표준 레벨을 선택해야 한다. 상위 레벨의 과목은 2년 동안 집중적인 학습이 요구되고 최소 240시간을 이수해야 하며 표준 레벨은 상위 레벨보다 전문적인 지식이 덜 요구되고 최소 150시간을 이수해야 한다. IB 디플로마 시험은 대부분이 에세이 형식으로 되어 있으며, 약 3주간

의 기간 동안 시험을 보게 되고 평가에는 수행평가 형식인 교내평가(Internal Assessment)와 최종 시험인 외부평가(External Assessment)로 나누어진다(강익수, 2009). <표Ⅱ-1>은 IBDP 과목군에 관한 설명이다.

<표Ⅱ-1> IBDP 과목군

그룹 과목군	필수 항목
▶그룹1: 언어A1, 학생의 모국어 ▶그룹2: 제2외국어 A2, B, ab initio로 세 가지의 레벨이 제공 ▶그룹3: 사회과학, 비즈니스, 경제학, 지리학, 역사. 정보과학, 철학, 심리학, 인류학, 종교학 ▶그룹4: 자연과학, 화학, 생물, 물리, 환경과학, 디자인 기술 ▶그룹5: 수학, Mathematics Studies 표준과정(Standard Level), Mathematics 상급과정(Higher Level)과 Further Mathematics 심화과정(Higher Level) ▶그룹6: 예술음악, 연극, 미술, 촬영, 무용 (그룹 6의 과정에 관심이 없는 학생들은 1-5그룹군의 과목 중 한 과목을 선택할 수 있다)	▶Theory of Knowledge(TOK): 철학, 도덕, 논술 등을 포함하여 10가지 주어진 주제 중 하나를 선택하여(2013년 이수자부터는 6가지 주제 중 택1) 100시간의 수업을 이수하고, 1200-1600 단어의 에세이 및 프레젠테이션을 준비해야 한다. ▶Extended Essay(EE): 독자적인 연구를 통해 4000단어 미만의 에세이를 쓰는 것으로 각자 좋아하는 주제를 선택하여 수행할 수 있다. ▶Creativity, Action & Service(CAS): 교과과정에 포함되지 않은 새로운 것을 배우는 Creativity 50시간, 물리적 운동을 하는 Action 50시간, 그리고 봉사활동인 Service 50시간을 2년에 거쳐 수행해야 한다.

2. IBDP의 수학과 교육과정

IBDP에서 수학 과목은 그룹5 과정에 해당하며 학습 목표는 먼저 수학학습을 통해 논리적이고 비판적이며 창의적인 사고를 할 수 있도록 하고 문제를 해결하는데 있어 인내심과 참을성을 기르게 하며 추상화하고 일반화하는 힘을 키우도록 하는 것을 목표로 하고 있다. 그리고 다양한 문화와 역사적인 관점에 대한 인식을 통해 수학의 국제적인 차원을 이해하도록 하는 것이다. 이 과정에서 각각의 학생들이 서로 다른 수준의 수학 능력을 가지고 있다는 점을 수용하고 효과적인 교육과정 수립을 위하여 수학을 수학학업 표준과정(Mathematical Studies Standard Level), 수학 표준과정(Mathematics Standard Level), 수학 상급과정(Mathematics Higher Level), 수학 심화과정(Further Mathematics Higher Level)의 네 개의 프로그램으로 나누어 제공하고 있다. 학생의 수학 수준에 대한 부분은 수학교사 및 상담 교사와 학생이 충분한 상담을 한 후 성취할 수 있는 수학과정과 수학과목에 대한 능력, 대학에서 공부하고자 하는 전공 분야의 관점에서 미래 학업 계획 등을 고려하여 결정하게 된다(IBO, 2012, 장기영, 2013).

수학학업 표준과정은 디플로마 이후 수학을 필요로 하지 않는 전공을 선택하는 학생들에게 적합하며 가장 기초적인 수학적 지식을 지도하고 수학적 이해와 논리를 장려하기 위한 단계이다. 대학에서 영어, 역사, 지리, 언어, 법, 정치, 국제 관계학 등을 전공으로 선택하고자 하는 학생들을 대상으로 한다. 수학 표준과정은 기본적인 수학의 개념을 가지고 있으며 그것을 적절하게 적용할 수 있는 능력을 가진 학생들을 위한 과정으로 수학적 개념을 필요로 하는 학과인 화학, 경제학 또는 심리학이나 경영학 등과 같은 경우에 적합하다. 수학 상급과정은 깊이 있는 수학적 지식을 가지고 있으며 수학에 대한 흥미가 높고 수학적 재능이 있는 학생들에게 제공되는 과정이다. 수학, 물리학, 엔지니어링, 경제 등과 같이 향후 전공에 수학에 대한 원리가 필수적으로 포함되는 학문을

연구하고 싶은 학생들에게 알맞은 과정이다. 수학 심화과정은 수학 상급과정을 무리 없이 소화할 수 있는 수학적 능력을 보유하고 있어야 한다. 또한 수학에 대한 관심 및 호기심과 더불어 학문적인 이론과 기술을 잘 알고 응용할 수 있고 새로운 문제의 도전에 흥미를 느끼며 수행할 수 있는 학생들에게 적합하며 수학 수준 최상위 단계이다. 4가지 단계에 해당하는 IBDP의 수학 교육과정의 핵심주제는 <표 Ⅱ-2>과 같다(IBO, 2012, 장기영, 2013).

<표 Ⅱ-2> IB 디플로마 프로그램의 수학 교육과정의 핵심주제

IB 디플로마 프로그램	주제	이수 시간
수학학업 표준과정 (Mathematical Studies Standard Level)	Topic 1. 수와 대수 (Number and algebra)	150
	Topic 2. 기술 통계학 (Descriptive and statistics)	
	Topic 3. 논리학, 집합과 확률 (Logic, sets and probability)	
	Topic 4. 통계적 응용 (Statistical applications)	
	Topic 5. 기하학과 삼각비 (Geometry and trigonometry)	
	Topic 6. 수학적 모델 (Mathematical models)	
	Topic 7. 미분학 입문 (Introduction to differential calculus)	
수학 표준과정 (Mathematics Stand Level)	Topic 1. 대수 (Algebra)	150
	Topic 2. 함수와 방정식 (Functions and Equations)	
	Topic 3. 삼각함수와 삼각법(Circular functions and trigonometry)	
	Topic 4. 벡터 (Vector)	
	Topic 5. 통계와 확률 (Statistics and probability)	
	Topic 6. 미분과 적분 (Calculus)	
	수학적 탐구: 지필 작업을 통한 수학 분야의 연구를 포함함	
수학 상급과정 (Mathematics Higher Level)	Topic 1. 대수 (Algebra)	30
	Topic 2. 함수와 방정식 (Functions and Equations)	22
	Topic 3. 삼각함수와 삼각법 (Circular functions and trigonometry)	22
	Topic 4. 벡터 (Vector)	24
	Topic 5. 통계와 확률 (Statistics and probability)	36
	Topic 6. 미분과 적분 (Calculus)	48
	선택 주제 Topic 7. 통계와 확률 (Statistics and probability) Topic 8. 집합, 관계와 군 (Set, relations and groups) Topic 9. 미분과 적분 (Calculus) Topic 10. 이산수학 (Discrete mathematics)	48
	수학적 탐구: 심화 수학에서 내부평가는 수학적 탐구이며 수학에 관하여 연구한 후 지필로 수행함	10
수학 심화과정 (Further Mathematics Higher Level)	Topic 1. 유클리드 기하학	240
	Topic 2. 통계와 확률	
	Topic 3. 집합, 관계와 군	
	Topic 4. 수열과 미분 방정식	
	Topic 5. 이산 수학 위의 주제에 대한 전반적인 공통 맥락의 형식에 대한 증명, 모순과 귀납법에 의해 대치되는 증명이 있으며, 선택 주제는 없음	

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

본 연구는 우리나라의 수학과 교육과정과 국제 공인 교육과정인 IBDP의 수학과 교육과정에 대한 비교 연구로써 두 교육과정의 유사점과 차이점을 알아보고 내용을 다루는 깊이와 개념을 설명하는 방법, 문제를 제시하는 방식 등을 분석하여 교육적인 시사점을 도출하고자 한다. 이를 위해 우리나라의 중등 교육과정에 해당하는 고등학교 과정 중 수학Ⅰ과 수학Ⅱ 부분의 대수 영역을 중심으로 분석하였다. 연구를 위한 비교 대상으로, IBDP에서 우리나라 교육과정의 대수 영역과 비슷한 주제 및 내용을 다루고 있는 HL과정을 채택하였다.

우리나라의 교과서는 인정교과서로써 교육과학기술부에서 제시한 교육과정과 동일하게 구성되었고 각 교과서의 단원명이나 내용에 있어서 큰 차이를 보이지 않았다. 따라서 시장 점유율이 상위권에 속해 있는 3종을 선택하였고 대수영역에서 다루는 내용의 범위와 그 구성을 비교하였다.[2)]

본 연구를 위해 IBDP HL 교과서와 개념 설명과 내용 구성이 비슷한 ㈜ 해법 천재교과서에서 발행된 수학Ⅰ(이준열 외, 2014), 수학Ⅱ(류희찬 외, 2014)를 선정하였다. 우리나라 교육과정에서 수학Ⅰ과 수학Ⅱ는 공통과정이지만 IBDP의 HL은 우리나라 학제에서 자연계열에 해당한다고 볼 수 있다. 따라서 IBDP 중 우리나라 공통수학과 비슷한 과정을 찾기 위해 HL의 아래 단계인 수학 학업 표준과정(Mathematical Studies Standard Level)과 수학 표준과정(Mathematical Standard Level: 이하 SL로 표기)을 확인하였으나 이 단계에서는 대수 영역에 관하여 간단하게 다루고 주로 통계에 초점을 맞추고 있으며 우리나라에서 다루는 대수 영역의 주제들을 거의 포함하고 있지 않았다. 따라서 IBDP의 HL 과정이 다루는 주제나 학습내용의 측면에서 우리나라 과정과 가장 비슷하였으며 개념을 설명하는 방식에서도 차이를 보이고 있지 않아서 HL을 비교 대상으로 선택하였다. IBDP의 수학과 교육과정은 네 단계로 구성되어 있으며 그 중에서 미래에 선택할 진로와의 관련성에 따라 한 과정을 선택하여 학습할 수 있는데 각 단계별로 다루는 주제들이 상당한 차이를 보이고 있었다. 우리나라의 경우 고등학교 1학년 과정은 공통과정이며 인정 교과서를 이용하여 학습하기 때문에 거의 동일한 과정을 학습하는 반면 IBDP 수업은 정해진 규범이 없이 매우 자유롭게 수업이 진행되며 교사의 재량에 따라 수업이 운영되고 있다. 우리나라와 IBDP 수학과 교육과정을 비교하기 위해 먼저 각각의 교육과정에서의 학습목표, 형식적 체제, 내용 체제 등을 중심으로 살펴보았다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 대수영역의 학습내용 요소 비교

2009 개정 교육과정에서 대수영역은 수학Ⅰ의 1단원 다항식과 2단원 방정식과 부등식 그리고 수학Ⅱ의 3단원 수열과 4단원 지수와 로그에 해당한다. 수학Ⅰ의 방정식과 부등식 단원에 포함되는 소단원인 ‘방정식과 함수의 관계’에서 함수의 내용이 포함되어 있는 부분은 대수영역으로 포함하여 분석하였다. IBDP 교육과정에서 대수영역은 지수와 로그, 다항식, 대수적 구조(방정식과 부등식의 해를 구하는 내용 포함), 수열과 합, 복소수, 수학적

2) 3종 교과서는 이준열 외(2014) 고등학교 수학Ⅰ, 류희찬 외(2014) 고등학교 수학Ⅱ, 김원경 외(2014) 고등학교 수학Ⅰ,Ⅱ, 황선옥 외(2014) 고등학교 수학Ⅰ,Ⅱ로, 다항식 단원은 소단원의 제목을 표기하는데 있어 다소 차이가 있으나 방정식과 부등식, 수열, 지수와 로그 단원은 소단원이 거의 비슷하다. 3종 교과서 모두 대단원에 관해서는 교육과정에 제시된 단원과 동일한 제목을 사용하고 있었으며 전체적으로 3종 교과서에서 다루는 내용의 양이나 그 범위, 예제의 수준에 큰 차이가 없었다, 또한 교과서 3종의 내용, 단원의 구성과 개념을 설명하는 방식 등을 비교해 보았을 때, 특별한 차이점을 보이지 않아 교과서 3종 중 1종을 비교 대상으로 선택하였다.

귀납법에 해당한다. 두 과정의 대수영역에서 각각의 대단원과 그에 따른 소단원의 내용을 간단하게 <표 Ⅳ-1>와 <표 Ⅳ-2>으로 정리하였다.

<표 Ⅳ-1> 우리나라 교육과정의 연구대상 교과서에서 대수영역 단원의 내용구성

수학Ⅰ		
Ⅰ. 다항식	1, 다항식의 연산	01. 다항식의 덧셈과 뺄셈
		02. 다항식의 곱셈과 나눗셈
	2. 나머지 정리와 인수분해	01. 항등식
		02. 나머지 정리
		03. 인수분해
Ⅱ. 방정식과 부등식	1. 복소수와 이차방정식	01. 복소수
		02. 이차방정식과 판별식
		03. 이차방정식의 근과 계수와의 관계
	2. 이차방정식과 이차함수	01. 이차함수와 이차방정식의 관계
		02. 이차함수와 최대 최소
	3. 여러 가지 방정식	01. 삼차방정식과 사차방정식
		02. 연립방정식
	4. 여러 가지 부등식	01. 부등식의 성질
		02. 이차부등식과 연립이차부등식
수학Ⅱ		
Ⅲ. 수열	1. 등차수열과 등비수열	01. 수열의 뜻
		02. 등차수열
		03. 등비수열
	2. 수열의 합	01. 합의 기호
		02. 여러 가지 수열의 합
	3. 수학적 귀납법	01. 수열의 귀납적 정의
		02. 수학적 귀납법
Ⅳ. 지수와 로그	1. 지수	01. 거듭제곱과 거듭제곱근
		02. 지수의 확장과 지수법칙
	2. 로그	01. 로그의 뜻과 성질
		02. 상용로그

2. 대수영역 단원 구성 체제 비교

우리나라와 IBDP 교과서의 단원 구성 체제를 비교해본 결과 전체적인 형식은 비슷하였지만 단원의 구성 요소에 있어서는 약간의 차이를 보이고 있다.

우리나라 교과서는 수학을 학습하는데 있어 학생들의 흥미를 높이고 수학적 사고력을 증진시키기 위해 다양한 자료를 제시해 주고 있으며 수학의 가치 이해 및 수학에 대한 긍정적인 태도를 함양하기 위해 학생들 스스로 참여할 수 있는 여러 가지 활동을 소개하고 있다. 본문을 학습하는 과정에서 쉽고 재미있는 실생활 내용이나 배운 내용을 중심으로 소재를 구성하여 학생 스스로 수학적 개념, 원리, 법칙을 발견할 수 있도록 하였으며 마무리 학습에서 주변의 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 수 있도록 문제해결력, 수학적 추론, 의사소통 문제를 제시하고 있다. 마지막으로 수학적 활동을 통해 교과서에서 배운 개념과 친숙해질 수 있도록 알아보기, 직접 해보기, 확인하기 등 여러 가지 요소로 구성하였다. 이와 같은 우리나라 교

<표 Ⅳ-2> IBDP 교육과정의 연구대상 교과서에서 대수영역 단원의 내용구성

Topic		Contents
$\boxed{2}$ 대수함수와 방정식	2. 지수와 로그	2A. 지수법칙
		2B. 지수함수
		2C. e의 값
		2D. 로그의 소개
		2E. 로그의 법칙
		2F. 로그의 그래프
		2G. 지수방정식의 풀이
	3. 다항식	3A. 다항식의 연산
		3B. 나머지와 인수정리
		3C. 다항함수의 그래프
		3D. 근의 공식와 판별식
	4. 대수적 구조	4A. 인수분해를 이용한 방정식의 풀이
		4B. 치환을 이용한 방정식의 풀이
		4C. 그래프의 형태
		4D. 방정식 풀이를 위한 그래픽 계산기 이용
		4E. 치환을 이용한 연립방정식의 풀이
		4F. 연립 일차 방정식
		4G. 부등식의 풀이
		4H. 항등식
	7. 수열과 급수	7A. 일반적인 수열
		7B. 일반적인 급수와 시그마 기호
		7C. 등차수열
		7D. 등차수열의 합
		7E. 등비수열
		7F. 등비수열의 합
		7G. 유한등비 수열
		7H. 혼합형 문제
$\boxed{4}$ 대수	15. 복소수	15A. i의 정의
		15B. 기하학적 이해
		15C. 켤레복소수의 성질
		15D. 복소수의 해를 포함한 정방정식
		15E. 정방정식의 해의 합과 곱
		15F. 극형식의 연산
		15G. 일반지수법칙
		15H. 복소수의 해
		15I. 삼각비를 유도하기 위한 복소수의 사용
$\boxed{7}$ 대수	25. 수학적 귀납법	25A. 수학적 귀납법의 원리
		25B. 귀납법과 급수
		25C. 귀납법과 수열

		25D. 귀납법과 미분
		25E. 귀납법과 나눗셈
		25F. 귀납법과 부등식

과서의 구성은 학생들이 수학에 대한 자신감을 가질 수 있고 흥미를 높일 수 있도록 하기 위한 노력의 일환으로 볼 수 있다.

최근 쟁점이 되고 있는 이슈 중 하나가 우리나라 학생들이 수학에 대한 학업 성취도는 높은 반면에 자아 효능감이나 흥미 등과 같은 정의적 영역에 있어서 낮은 결과를 보여주고 있다는 점이다. 2009 개정 교육과정에서 제시하는 목표 또한 이러한 점을 보완하기 위해 학생들이 수학에 대한 흥미를 갖는데 초점을 맞추고 있으며 우리나라 교과서는 교육과정에서 제시하는 목표에 맞게 학습을 효과적으로 전달하기 위해 여러 가지 자료와 활동에 많은 비중을 두고 있음을 알 수 있다. 그러나 현재 학교 현장에서 주어진 시간 안에 이러한 다양한 활동이 활용될 수 있기 위해서는 알맞은 환경이 조성 되어야 하며 교사들 또한 많은 노력이 필요할 것으로 보인다. 현실적으로 보았을 때, 우리나라 고등학교 교육과정은 입시에 초점이 맞춰져 있기 때문에 현재 수업 진도를 나가기에도 바쁘며 이와 같은 학습 시간을 고려한다면 시간이 많이 부족할 것으로 보인다. 교사들이 알맞은 계획을 세워 적절하게 시간을 활용하여 학생들이 수업시간에 이러한 활동을 할 수 있다면 수학에 대한 흥미나 자신감이 상승할 것으로 보인다.

IBDP 교과서의 경우는 중단원과 대단원의 구분이 없으며 각 단원이 새로 학습할 수학적 개념이나 내용에 초점을 맞추고, 수학적 지식의 학습 이외에 수학적 활동 등은 포함하고 있지 않았다. 각 단원은 개념에 관하여 소개하고 학습 내용과 관련된 예제와 다양한 문제가 포함된 연습문제를 제시해주고 있다. 이와 같이 IBDP 교과서는 우리나라 교과서에 비해 단원이 다소 간단하며 수학적 지식을 소개하고 이와 관련된 다양한 문제를 제시하는데 비중을 두고 있음을 알 수 있다. 교과서의 디자인과 편집에 있어서도 간결하고 깔끔하며 시각적인 삽화나 읽을 자료 등은 거의 없다. IBDP 교육과정을 이수하기 위해서는 HL의 경우 20%의 내부평가와 80%의 외부평가 즉 파이널 테스트가 통과되어야 하기 때문에 학생들에게 있어 시험이 상당히 중요한 요소이다. 따라서 IBDP 교과서에서는 기본적인 개념 설명과 수학적 지식의 전달 뿐만 아니라 시험에 관련된 문제의 유형을 단계별로 제시해 주고 있으며 시험에 관한 힌트나 주의점에 관하여 강조하고 있다. 이에 비추어 보았을 때, IBDP 교과서는 교육과정의 학습목표에 맞게 구성이 잘 이루어져 있다고 볼 수 있다. HL 과정을 선택한 학생들은 과정의 특성상 교과서가 다소 딱딱하고 어렵더라고 흥미를 가지고 수업을 할 수 있을 것으로 보이지만 다만, 그럼에도 불구하고 어려운 문제를 바로 해결하지 못하는 학생들을 위해 같은 유형의 난이도가 낮은 보조 문제를 제시해 주는 것도 필요하다. 두 교과서를 전체적으로 비교 및 분석한 내용을 <표 Ⅳ-3>으로 요약하였다.

<표 Ⅳ-3> 우리나라 교과서와 IBDP 교과서에서 대수 영역에 대한 비교 및 분석

	우리나라	IBDP
단원 구성 체제 비교	• 학생들의 흥미를 높이고 수학적 사고력을 향상시키기 위해 교과서에 다양한 자료 제시 • 수학의 가치 이해 및 수학에 대한 긍정적 태도 함양하기 위해 학생들 스스로 참여할 수 있도록 교과서에 여러 가지 활동 소개 • 본문 학습 과정에서 쉽고 재미있는 실생활 내용을 수록하여 학생들 스스로 수학적 개념, 원리, 법칙을 발견할 수 있도록 함 • 마무리 학습에서 주변의 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 수 있도록 문제해결력, 수학적 추론, 의사소통 문제를 제시하고 있음 • 우리나라 교과서의 구성은 학생들이 수학에 대한 자신감 가질 수 있고 흥미를 높이기 위해 다양한 자료와 활동에 비중을 두고 있음 • 2009 개정 교육과정의 목표에 맞도록 교과서를 구성하고 있음	• 중단원과 대단원의 구분이 없으며 각 단원마다 그 단원에서 학습할 수학적 개념이나 내용적 측면을 강조하고 있음 • 수학적 지식의 학습에 초점을 맞추고 있으며 수학적 활동 등은 포함하고 있지 않음 • 단원이 다소 간단하며 수학적 지식을 소개하고 이와 관련된 다양한 문제를 제시하는데 비중을 두고 있음 • 교과서의 디자인과 편집에 있어서도 간단하고 깔끔하며 시각적인 삽화나 읽을 자료 등이 거의 없음 • 실제 IB 시험에 도움이 될 수 있도록 시험에 관계된 문제의 유형을 분석하여 단계별로 제시해 주고 있음 • IBDP HL의 학습목표에 맞게 잘 구성되어 있음
문제점	• 우리나라 고등학교 교육과정은 입시에 초점이 맞춰져 있기 때문에 수업 진도를 나가기에도 바쁨 • 현재 학교 현장에서 주어진 시간 안에 이러한 활동을 모두 활용하기에는 현실적으로 시간이 부족함	• 교과서가 다소 딱딱하고 어렵게 느껴질 수 있음
대안	• 이와 같은 수업이 진행될 수 있도록 환경의 조성이 필요함 • 알맞게 계획을 세워 시간을 적절하게 이용하여 이와 같은 다양한 활동을 활용하기 위해서는 교사들의 많은 노력이 필요함	• 교과서를 어렵게 느끼는 학생들을 위해 비슷한 유형의 난이도가 낮은 보조문제를 부록으로 제시해 주면 더욱 실용적일 것으로 보임

3. 대수 영역의 단원 별 내용 비교

(1) 다항식

우리나라와 IBDP교과서의 다항식 단원에 대한 내용의 구성요소와 학습목표에 해당하는 내용을 간단하게 요약하면 <표 Ⅳ-4>과 같다.

<표 Ⅳ-4> 우리나라와 IBDP 교과서의 다항식 단원에 대한 내용요소와 학습목표 비교

<table>
<tr><th colspan="2">우리나라</th><th>IBDP</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1. 다항식의 연산</td><td>01. 다항식의 덧셈과 뺄셈
• 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</td><td rowspan="2">3A. Working with polynomials
(다항식의 연산)
• 다항식의 정의를 배운다.
• 다항식의 연산을 배운다.</td></tr>
<tr><td>02. 다항식의 곱셈과 나눗셈
• 다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2. 나머지 정리와 인수분해</td><td>01. 항등식
• 항등식의 의미를 이해한다.</td><td>4H. Working with identities
(항등식의 연산)
• 항등식에 관한 연산과 증명하는 방법을 배운다.</td></tr>
<tr><td>02. 나머지 정리
• 나머지 정리의 의미를 이해하고 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</td><td>3B. Remainder and factor theorems
(나머지 정리와 인수정리)
• 다항식을 인수분해 하고 나머지를 찾는 방법을 배운다.</td></tr>
<tr><td>03. 인수분해
• 다항식의 인수분해를 할 수 있다.</td><td>4A. Solving equations by factorising
(인수분해에 의한 방정식의 풀이)</td></tr>
</table>

1) 다항식의 연산

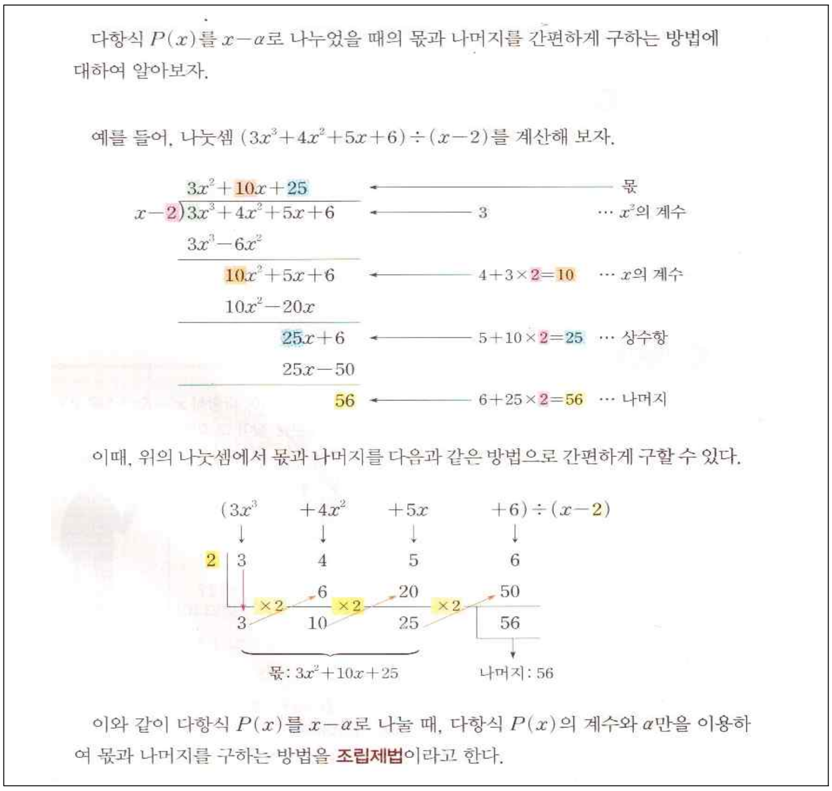
다항식의 연산에 관한 내용을 비교했을 때, 두 과정이 다루는 내용은 비슷하지만 우리나라의 경우 문제를 해결하는데 이용되는 방법이 IBDP보다 다양하다. 이는 여러 가지 풀이법에 관하여 생각함으로써 수학적 사고력을 기를 수 있는 장점이 있으나 학업성취도가 낮은 학생에게는 오히려 혼란을 줄 수 있기 때문에 교사들이 적절한 조절이 필요하다.

IBDP 교과서는 다항식의 기본적인 연산이 선수학습이므로 그에 대한 언급이 없으며 특히 곱셈 공식과 같은 내용은 전혀 다루지 않는다. 우리나라는 다항식의 연산 단원을 학습하는데 기본 성질인 교환법칙이나 결합법칙에 관하여 설명하고 곱셈에 관한 이론은 증명을 통해 일반화된 공식을 이끌어내고 있다. 따라서 우리나라는 이러한 공식을 이용하는 반면 IBDP 교과서에서는 공식을 다루지 않고 전개를 이용하여 문제를 해결하고 있다.

우리나라 교과서는 새로운 단원을 학습할 때, 선수학습이 되어 있더라도 단원과 관련된 부분을 다시 살펴보는 반면에 IBDP 교과서는 선수학습은 생략하고 예제에서 사차 이상의 고차식을 다루고 있으며 지수와 로그 그

리고 유리식까지 확장된 문제를 바로 제시하고 있다.

다항식의 나눗셈에 관한 내용의 경우 우리나라는 A라는 식을 B식으로 나눌 때, 나눗셈에 관한 식을 $A = BQ + R$와 같이 나머지가 존재하는 경우까지 포함하고 있지만, IBDP 교과서에서는 나눗셈에 관한 식을 $\dfrac{x^4+3x^2+2x-6}{x-1} = x^3+x^2+4x+6$의 예시처럼 나머지가 0인 경우에 국한시켜 분수꼴로 나타내고 있다. IBDP에서는 이와 같은 내용을 'Finding the remaining factor(남은 인수 찾기)'라고 표현하며 남은 인수를 찾는 방법이 식을 나누는 또 다른 방법이라고 설명하고 있다. 내용에 있어서 눈에 띄는 차이점은 우리나라의 경우 직접 나누는 방법을 이용하여 조립제법에 관한 개념을 설명하고 있으며 이를 통해 몫과 나머지를 간편하게 구하고 있지만 IBDP의 경우 조립제법에 관한 설명이 빠져 있었다. [그림 Ⅳ-1]은 우리나라 교과서에서 다루는 식에 관한 나눗셈과 조립제법에 대한 개념 설명이다.


다항식 $P(x)$를 $x-a$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 간편하게 구하는 방법에 대하여 알아보자.

예를 들어, 나눗셈 $(3x^3+4x^2+5x+6)\div(x-2)$를 계산해 보자.

이때, 위의 나눗셈에서 몫과 나머지를 다음과 같은 방법으로 간편하게 구할 수 있다.

이와 같이 다항식 $P(x)$를 $x-a$로 나눌 때, 다항식 $P(x)$의 계수와 a만을 이용하여 몫과 나머지를 구하는 방법을 **조립제법**이라고 한다.

[그림 Ⅳ-1] 우리나라 교과서의 조립제법에 관한 설명(이준열 외, 2014)

2) 나머지 정리와 인수분해

항등식과 나머지 정리의 경우 학습하는 내용 및 범위, 개념을 설명하는 방식이나 기본 문제의 난이도에 있어서도 차이가 없었다. 단지 IBDP에서는 나머지 정리의 개념에 관한 문제만 다루는 반면 우리나라는 이차식으로

나누었을 때 나머지를 구하는 문제까지 확장함으로써 응용의 폭이 크다는 것을 알 수 있다. 인수정리는 개념을 설명하는 방식과 문제의 수준이 양쪽 모두 거의 비슷하였으며 삼차 및 사차식에 관한 문제에서 인수분해가 필요한 경우 두 과정 모두 인수정리를 이용하였다. 단지 차이점은 우리나라의 경우 조립제법을 이용하는 반면 IBDP 과정에서는 계수를 비교함으로써 인수분해를 하고 있다.

전반적으로 IBDP는 계수 비교법 한 가지만을 이용하지만 우리나라는 계수 비교법뿐만 아니라 직접 나누는 방법이나 조립제법 등 공식과 방법을 다양하게 이용하고 있다. 차이점 중의 하나는 우리나라의 경우 인수분해 공식과 그에 따른 변형식을 기본적으로 학습하고 인수분해 공식이 적용되지 않는 경우 인수정리를 이용하여 인수분해를 하고 있지만 IBDP는 인수분해 단원을 선수학습으로 다루었기 때문에 개념에 관한 설명은 없고 방정식의 풀이에서 인수분해를 이용해서 해결해야 하는 문제를 제시해 주고 있다. 또한 다루는 범위에 있어서도 차이가 있는데 IBDP 교과서의 경우 「$e^x(\ln(x)-1)(2x-1)=0$의 방정식을 풀어라」까지 확장하고 있다.

3) 다항식에서의 논의

우리나라는 다항식의 학습과정에서 기본적인 전개식이나 인수분해 공식과 항등식의 개념 등을 중학교 과정에서 학습하게 된다. 고등학교 과정에서는 이를 바탕으로 조금 더 복잡하고 높은 차수에 대한 다항식의 덧셈과 뺄셈 그리고 곱셈과 나눗셈의 기본연산을 다루고 다음으로 나머지 정리와 인수분해를 학습하는 순서로 구성되어 있다. 반면에 IBDP 교과서에는 다항식의 기본 공식들은 생략하고 나머지 정리와 인수정리에 관한 개념만 다루며 식 또한 사차 이상의 고차식이고 지수와 로그 그리고 유리식까지 확장된 문제를 바로 제시함으로써 난이도를 상당히 높이고 있다.

우리나라에서 학습하게 되는 다항식은 자연계열에 해당하는 IBDP의 HL과 학습내용의 양적인 측면에서 거의 비슷하였으나 다루어지는 문제의 수준에서 상당한 차이를 보이고 있었다. 이는 우리나라 교육과정에서 다항식에 관하여 상당히 많은 양을 학습한다는 것을 알 수 있다.

(2) 방정식과 부등식

우리나라와 IBDP 교과서에서의 방정식과 부등식 단원에서 학습하는 내용요소와 학습목표를 간단하게 요약하면 <표 Ⅳ-5> 와 같다.

<표 IV-5> 우리나라와 IBDP 교과서에서 방정식과 부등식 단원에 대한 내용요소와 학습목표 비교

우리나라		IBDP
1. 복소수와 이차방정식	01. 복소수 • 복소수의 뜻을 알고 그 성질을 이해하고 사칙계산을 할 수 있다.	15A. Definition and basic arithmetic of i(i의 정의와 연산) • 음수의 제곱근인 복소수의 개념을 배운다. • 복소수의 연산을 배운다. 15C. Properties of complex conjugate(복소수의 성질) • 정방정식을 풀 때 켤레 복소수의 유용성에 관하여 배운다. 15D. Complex solutions to polynomial equations(다항 방정식의 복소수 해) • 복소수의 해를 구하는 방법을 배운다.
	02. 이차방정식의 판별식 • 이차방정식에서 판별식의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다.	3D. The quadratic formula and the discriminant(근의 공식과 판별식) • 이차방정식의 해의 개수를 확인하는 방법을 배운다.
	03. 이차방정식의 근과 계수와의 관계 • 이차방정식에서 근과 계수와의 관계를 이해한다.	15E. Sum and products of roots of polynomials(다항식의 해의 합과 곱) • 해를 직접 구하지 않고 방정식의 모든 해의 곱과 합을 찾을 수 있는 방법을 배운다.
2. 이차방정식과 이차함수	01. 이차함수와 이차방정식의 관계 • 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다. • 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다.	
	02. 이차함수의 최대, 최소 • 이차함수의 최대, 최소를 이해하고 이를 활용할 수 있다.	
3. 여러 가지 방정식	01. 삼차방정식과 사차방정식 • 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다.	4A. Solving equations by factorizing (인수분해에 의한 방정식의 해) 4B. Solving equations by substitution (치환을 이용한 방정식의 해) • 방정식의 해를 구하기 위한 표준화된 대수적인 몇 가지 방법을 배운다.

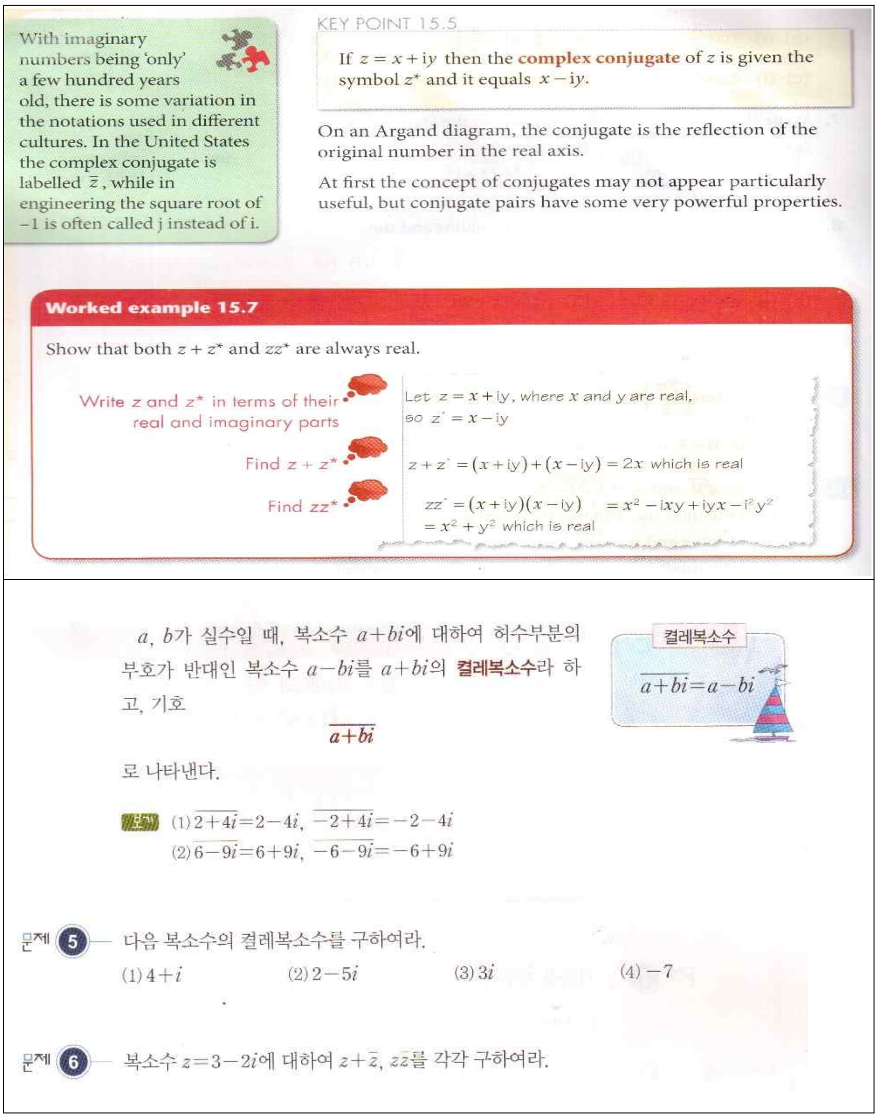
	02. 연립방정식 • 미지수가 3개인 연립일차방정식과 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다.	4E. Solving simultaneous equations by substitution (치환을 이용한 연립방정식의 해) 4F. Systems of linear equations (일차 연립 방정식) • 삼원 일차 연립방정식의 해를 구 하는 방법을 배운다.
4. 여러 가지 부등식	01. 부등식의 성질 • 부등식의 성질을 이해하고 절댓값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다. 02. 이차부등식과 연립이차부등식 • 이차함수와 이차부등식의 관계를 이해하고 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.	4G. Solving inequalities(부등식의 해) • 부등식의 해를 구하기 위한 대 수적인 방법과 그래프를 이용한 방법을 배운다.

1) 복소수와 이차방정식

IBDP 교과서에서 복소수는 4단원 전체에 해당하며 우리나라보다 더 많은 양의 내용을 다루고 있다. 우리나라는 복소수의 정의와 간단한 사칙연산, 복소수의 상등, 켤레 복소수의 내용을 다루지만 IBDP에서는 이를 포함한 내용과 함께 복소평면, 복소수의 극형식, 드 므아브르의 정리, 복소수를 근으로 갖는 방정식 등을 제시하고 있다. 이 중 우리나라 교과서의 복소수 내용에 해당하는 단원인 15A.i의 정의 및 연산, 15C.켤레 복소수의 성질, 15D.방정식의 복소수의 해 단원에 초점을 맞춰 비교 하였다. 먼저 두 과정 모두 i를 도입하는 방법이나 개념 설명은 같았고, 복소수의 사칙연산에 관한 내용과 문제의 수준에 있어 차이를 보이지 않았다. 단지, 우리나라의 경우는 복소수의 해를 갖는 방정식에 대한 내용을 방정식 단원에서 다루고 있지만 IBDP 교과서는 복소수 단원에서 다루고 있다는 점에서 차이가 있었다.

복소수의 상등은 우리나라와 IBDP 교육과정 모두 개념을 도입하는 과정이나 설명에서는 차이를 보이지 않았지만 제시하는 예제의 난이도에서 차이가 있었다. 우리나라는 복소수의 상등에 관한 개념을 학습한 후 좌우를 비교하여 간단하게 답을 구하도록 한다. 반면에 IBDP 교과서에서는 간단하게 비교하여 문제를 해결하는 경우를 벗어나 z대신 $x+yi$를 대입하여 풀어야 하는 문제를 제시하고 있다. 이를 통해 IBDP 교과서가 풀이과정 중에서 학생들에게 사고력을 더욱 요구하는 문제를 다루고 있다는 것을 알 수 있다.

켤레복소수의 개념에 관한 설명은 두 과정이 같았지만 표기하는 방법에서 차이를 보이고 있는데 우리나라에서는 z에 대한 켤레복소수를 $\overline{z}$로 IBDP는 z^*로 표시하고 있다. 또 다른 차이점은 IBDP 교과서에서는 복소수의 절대값에 관하여 개념 및 문제를 중요하게 다루는데 반해 우리나라는 절대값 부분에 관한 언급이 전혀 없다. [그림 Ⅳ-2]은 IBDP 교과서와 우리나라 교과서에서 다루는 켤레복소수에 대한 정의 및 예제이다.



With imaginary numbers being 'only' a few hundred years old, there is some variation in the notations used in different cultures. In the United States the complex conjugate is labelled $\bar{z}$, while in engineering the square root of -1 is often called j instead of i.

KEY POINT 15.5

If $z = x + iy$ then the **complex conjugate** of z is given the symbol z^* and it equals $x - iy$.

On an Argand diagram, the conjugate is the reflection of the original number in the real axis.

At first the concept of conjugates may not appear particularly useful, but conjugate pairs have some very powerful properties.

Worked example 15.7

Show that both $z + z^*$ and zz^* are always real.

Write z and z^* in terms of their real and imaginary parts — Let $z = x + iy$, where x and y are real, so $z^* = x - iy$

Find $z + z^*$ — $z + z^* = (x + iy) + (x - iy) = 2x$ which is real

Find zz^* — $zz^* = (x + iy)(x - iy) = x^2 - ixy + iyx - i^2y^2 = x^2 + y^2$ which is real

a, b가 실수일 때, 복소수 $a+bi$에 대하여 허수부분의 부호가 반대인 복소수 $a-bi$를 $a+bi$의 **켤레복소수**라 하고, 기호

$$\overline{a+bi}$$

로 나타낸다.

켤레복소수

$\overline{a+bi}=a-bi$

보기 (1) $\overline{2+4i}=2-4i$, $\overline{-2+4i}=-2-4i$
(2) $\overline{6-9i}=6+9i$, $\overline{-6-9i}=-6+9i$

문제 5 다음 복소수의 켤레복소수를 구하여라.
(1) $4+i$ (2) $2-5i$ (3) $3i$ (4) -7

문제 6 복소수 $z=3-2i$에 대하여 $z+\bar{z}$, $z\bar{z}$를 각각 구하여라.

[그림 IV-2] IBDP 교과서(Paul Fannon et al,2012)와 우리나라 교과서(이준열 외, 2014)에서 켤레복소수의 정의 및 예제

이차방정식의 판별식에 관한 내용을 다룰 때, 두 과정 모두 근의 공식을 이용하여 판별식을 유도하고 있다. 우리나라는 판별식을 다루기 전에 먼저 실근과 허근의 뜻에 관하여 이해하는 것을 학습목표로 하고 있으며 $\sqrt{b^2-4ac}$ 에서 b^2-4ac의 부호에 따라 근의 종류를 판별하는 방법으로 개념 설명을 하고 있다. IBDP는 판별식에 대한 정의를 제시하고 그에 따라 근을 판별한 뒤 그래프의 형태와 판별한 근이 서로 일치하는지 보고 있다. IBDP 교과서에서는 근과 계수와의 관계에 관한 공식을 유도하기 위해 구체적인 예를 이용해서 근의 합과

곱에 관한 내용을 다루고 있는데 우리나라의 경우는 근의 공식을 이용하여 연역적인 방법으로 증명을 통해 식을 유도하고 있다. 우리나라 교과서에서 다루는 내용이 더 논리적이고 체계적이지만 IBDP 교과서에서 설명하는 방식이 학생들이 받아들이기에 더 쉽고 직관적으로 이해하는데 도움을 줄 수 있을 것으로 보인다. 개념을 설명하는 방식에 있어서 약간의 차이가 있지만, 다루는 내용의 범위나 문제의 유형과 난이도에 있어서는 두 과정이 매우 비슷하다. 하지만 IBDP 교과서에서는 n차방정식에서 근과 계수와의 관계에 관한 식을 제시해 주고 있는데 이를 통해 일반화된 식에서의 근과 계수와의 관계까지 다루고 있는 것을 알 수 있다. [그림 Ⅳ-3]는 IBDP 교과서에서 n차식의 근과 계수와의 관계식이다.

KEY POINT 15.13

For a polynomial equation $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$:

- the sum of the roots is $\frac{-a_{n-1}}{a_n}$.
- the product of the roots is $\frac{(-1)^n a_0}{a_n}$.

[그림Ⅳ-3] IBDP 교과서에서 n차식의 근과 계수와의 관계(Paul Fannon et al.,2012)

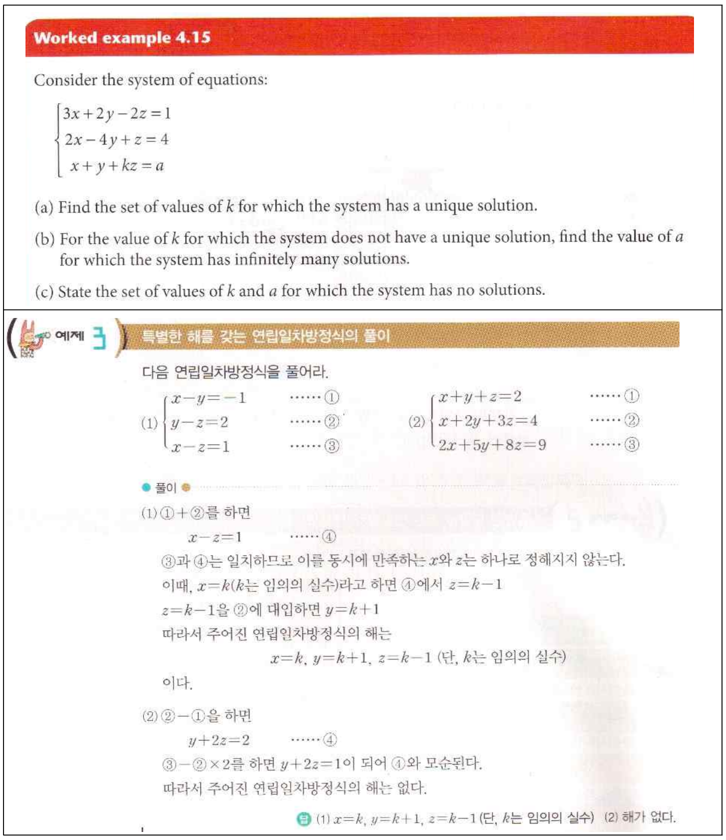
2) 이차방정식과 이차함수

우리나라 교육과정에서는 이차방정식과 이차함수의 관계에 관한 단원을 방정식과 부등식에 포함시켜 설명을 하고 있지만, 실제로 학습하게 되는 내용은 함수에 관한 것이므로 본 논문에서 자세히 다루지는 않았다. 하지만 위와 같은 단원을 학습함으로써 학생들은 수학의 영역들이 단독으로 구성된 것이 아니고 서로 연관성이 깊다는 것을 알 수 있으며 이런 단원들을 학습하는 것은 수학을 깊이 이해하는데 있어 매우 중요하다. 특히, 이 단원에서 설명하고 있는 이차함수와 직선의 위치관계를 알기 위해 판별식을 이용하는 내용 등과 같은 경우는 학생들이 복합적인 사고를 할 수 있도록 도와주기 때문에 매우 필요하다고 볼 수 있다.

3) 여러 가지 방정식

우리나라는 이차방정식의 풀이를 중학교에서 학습하였기 때문에 수학Ⅰ에서는 판별식이나 근과 계수와의 관계에 관한 내용을 학습한다. 그러나 고차방정식에 관한 내용은 고등학교 과정에서 처음 접하게 되므로 첫 번째 소단원에서는 삼차와 사차방정식의 해를 구하는데 목적을 두고 있으며 해를 구하기 위해 인수분해 공식을 이용하거나 인수정리를 이용하고 있다. 하지만 IBDP 교과서에서는 다항식뿐만 아니라 지수와 로그 방정식 및 무리방정식까지 다루고 있으며 방정식의 형태나 종류 보다는 방정식의 해를 구하는 방법에 초점을 맞추고 있다. 예를 들어 IBDP교과서에서는 인수분해를 이용한 방정식의 풀이, 치환에 의한 방정식의 풀이 또는 그래픽 계산기

를 이용한 방정식의 풀이라는 제목의 소단원으로 구성되어 있지만 우리나라는 삼차 방정식, 사차 방정식과 같은 제목으로 구성되어 있다는 점에서 그 차이를 알 수 있다. 연립방정식의 경우 우리나라는 미지수를 소거하여 해를 구하는 방향으로 문제를 해결하고 있는 반면에 IBDP 교과서에서는 먼저 그래프를 이용하여 연립방정식의 해에 대한 개념을 설명하고 있으며 미지수가 3개긴 일차연립방정식의 해를 구하는데 초점을 맞추고 있다. 우리나라에서 다루는 연립방정식 단원은 해를 구하는 문제부터 특수한 해를 갖는 연립방정식의 풀이에 관한 문제까지 확장되어 있고, IBDP 교과서에서 제시한 문제는 계수와 상수를 미지수로 두는 내용까지 다룬다. [그림 Ⅳ-4]는 IBDP 교과서와 우리나라 교과서의 연립방정식에 관한 예제이다.



Worked example 4.15

Consider the system of equations:

$$\begin{cases} 3x+2y-2z=1 \\ 2x-4y+z=4 \\ x+y+kz=a \end{cases}$$

(a) Find the set of values of k for which the system has a unique solution.

(b) For the value of k for which the system does not have a unique solution, find the value of a for which the system has infinitely many solutions.

(c) State the set of values of k and a for which the system has no solutions.

예제 3 특별한 해를 갖는 연립일차방정식의 풀이

다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x-y=-1 & \cdots\cdots ① \\ y-z=2 & \cdots\cdots ② \\ x-z=1 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+y+z=2 & \cdots\cdots ① \\ x+2y+3z=4 & \cdots\cdots ② \\ 2x+5y+8z=9 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$

풀이

(1) ①+②를 하면

$x-z=1$ ······④

③과 ④는 일치하므로 이를 동시에 만족하는 x와 z는 하나로 정해지지 않는다.

이때, $x=k$(k는 임의의 실수)라고 하면 ④에서 $z=k-1$

$z=k-1$을 ②에 대입하면 $y=k+1$

따라서 주어진 연립일차방정식의 해는

$x=k,\ y=k+1,\ z=k-1$ (단, k는 임의의 실수)

이다.

(2) ②−①을 하면

$y+2z=2$ ······④

③−②×2를 하면 $y+2z=1$이 되어 ④와 모순된다.

따라서 주어진 연립일차방정식의 해는 없다.

답 (1) $x=k,\ y=k+1,\ z=k-1$ (단, k는 임의의 실수) (2) 해가 없다.

[그림 Ⅳ-4] IBDP 교과서(Paul Fannon et al, 2012)와
우리나라 교과서(이준열 외, 2014)의 연립방정식에 관한 예제

4) 여러 가지 부등식

여러 가지 부등식 단원을 학습하는데 두 교육과정 모두 부등식의 기본 개념과 연산 및 성질 등에 관하여 선수학습이 되어 있는 것으로 보고 새로운 내용을 학습하게 된다. 하지만 우리나라 교과서의 부등식 단원에서는 부등식에 관한 기초 개념을 복습한 후 절댓값을 포함한 일차부등식과 이차부등식 및 연립이차부등식을 다루게

된다. 이에 반해 IBDP 교과서에서 부등식 단원인 4G.부등식의 풀이는 기본 개념의 복습 없이 삼차부등식이나 지수부등식을 다루며 그래프와 연산을 이용하여 해를 구하고 있다. IBDP 과정에서 부등식에 관한 내용은 이론적인 개념에 초점을 맞추기 보다는 상당히 수준이 높은 문제를 제시해 주고 있으며 학생들이 이와 같은 문제를 해결하기 위해서는 부등식의 단원뿐만 아니라 고차식의 그래프나 지수그래프에도 익숙해야 함을 알 수 있다. 따라서 IBDP의 HL에서 학습하는 부등식의 내용의 양이나 깊이에 있어 우리나라 자연계열 학생들이 다루는 수준 그 이상을 학습하고 있다. 우리나라는 삼차와 사차 함수에 관한 내용을 미분 단원에서 학습을 하기 때문에 삼차와 사차부등식 또한 미적분Ⅰ과 미적분Ⅱ 에서 다루며 수학Ⅰ에서는 이차부등식에 초점을 맞추게 된다. 우리나라에서는 이차부등식의 해를 구하는 방법에 관한 이론을 그래프를 이용하여 설명하고 있으며 판별식의 부호 즉, $D > 0$, $D = 0$, $D < 0$ 각각의 경우에 부등식의 해를 구하는 방법에 관하여 보여준 뒤 이를 표로 정리하여 제시하고 있다.

5) 방정식과 부등식에 대한 논의

함수에 관한 개념과 그래프의 개형을 알지 못한 상태에서 방정식과 부등식을 하나의 독립된 단원으로 학습하여 내용을 깊이 있게 이해하는 것은 어려운 일이다. 우리나라의 경우 중학교 과정에서 일차함수와 이차함수까지 학습하기 때문에 수학Ⅰ에서 다루게 되는 방정식과 부등식 역시 이차방정식과 이차부등식까지이다.

전반적으로 두 교육과정을 비교해 보았을 때, IBDP 교육과정의 경우는 함수와 방정식을 함께 다루고 있으며 방정식의 해를 구하기 위해 기본적으로 인수분해나 근의 공식뿐만 아니라 그래프 또는 그래픽 계산기 등 다양한 방법을 이용하여 해를 구하고 있다. 우리나라는 방정식의 해를 구하는 문제에서 인수분해나 근의 공식 또는 인수정리를 이용하는 등 대수적인 관점으로 문제에 접근하고 있으며 해를 구하는 것에 목적을 두고 있다. 그래프를 이용하여 방정식의 해를 구하는 경우도 다루고 있지만 이는 개념을 설명하는 방식이 아닌 응용문제를 제시해 주고 이를 해결하는 과정에서 학생들이 스스로 사고하여 문제에 적용시켜 해결하도록 하고 있다.

우리나라 교과서의 방정식과 부등식의 첫 번째 소단원은 복소수 단원이며 복소수의 개념과 연산, 상등, 켤레복소수 등과 같은 기본적인 내용을 초점을 맞추고 있다. 하지만 IBDP 교과서의 경우는 우리나라의 교육과정처럼 기본적인 내용들을 학습한 후, 극좌표 형태인 $z = r(\cos\theta + i\sin\theta) r\, cis\, \theta = re^{i\theta}$ 과 복소평면, 드므아브르 정리와 같은 난이도가 높은 내용까지 다루고 있다. IBDP HL 학습지도서에 의하면 이는 HL을 선택하는 학생들이 일반적으로 대학에서 물리나 엔지니어링 및 테크놀로지와 같은 전공을 선택하기 때문에 이와 같은 내용은 전공 수업을 받기 위한 기초가 될 수 있다고 명시되어 있다.

(3) 수열

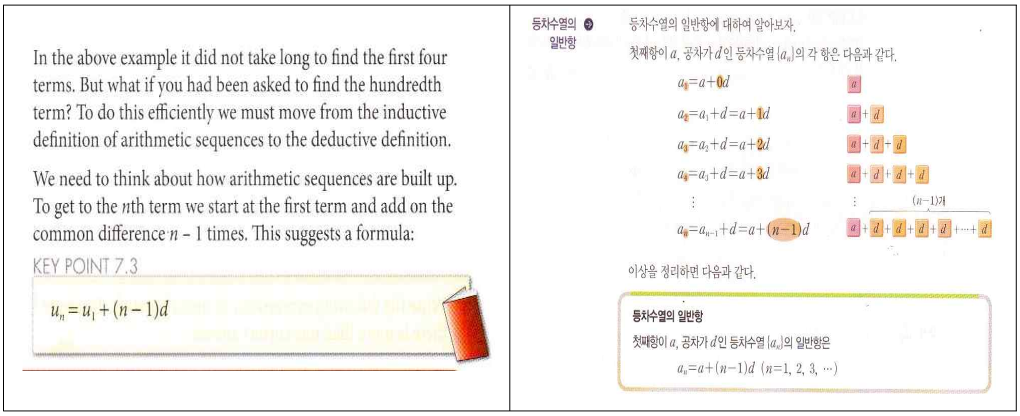
우리나라 교과서와 IBDP HL교과서의 수열 단원에 대한 내용의 구성요소와 학습목표에 해당하는 내용을 간단하게 요약하면 <표 Ⅳ-6>과 같다.

<표 Ⅳ-6> 우리나라와 IBDP 교과서에서 수열 단원에 대한 내용요소와 학습목표 비교

우리나라		IBDP
1.등차 수열과 등비 수열	01. 수열의 뜻 • 수열의 뜻을 안다.	7A. General sequences(일반적인 수열) • 수학적으로 수열을 표현하는 방법을 배운다.
	02. 등차수열 • 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다.	7C. Arithmetic sequences(등차수열) • 항들 사이의 차이가 일정한 상수를 갖는 수열에 관하여 배운다. 7D. Arithmetic series(등차수열의 합) • 항들 사이의 차이가 일정한 상수를 갖는 수열의 유한합에 관하여 배운다.
	03. 등비수열 • 등비수열의 뜻을 알고 일반항, 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다.	7E. Geometric sequences(등비수열) • 항들 사이의 비율이 일정한 상수인 수열에 관하여 배운다. 7F. Geometric series(등비수열의 합) • 항들 사이의 비율이 일정한 상수를 갖는 수열의 유한합에 관하여 배운다. 7G. Infinite geometric series(무한등비수열의 합) • 항들 사이에 비율이 일정한 상수를 갖는 수열의 무한합에 관하여 배운다.
2.수열의 합	01. 합의 기호 $\sum$ • 시그마의 뜻을 알고 그 성질을 이해하고 이를 활용할 수 있다.	7B. General series and sigma notation (일반 수열과 시그마 기호) • 수열의 합을 표현하는 방법에 관하여 배운다.
	02. 여러 가지 수열의 합 • 여러 가지 수열의 첫째항부터 n항까지의 합을 구할 수 있다.	
3.수학적 귀납법	01. 수열의 귀납적 정의 • 수열의 귀납적 정의를 이해한다.	25C. Induction and sequences(귀납법과 수열) • 귀납법을 수열에 응용하는 방법을 배운다.
	02. 수학적 귀납법 • 수학적 귀납법의 원리를 이해한다. • 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명할 수 있다.	25A. The principle of mathematical induction(수학적 귀납법의 원리) • 무한대 수열의 패턴을 증명하기 위해 수학적 귀납법의 원리를 사용하는 방법을 배운다. 25B. Induction and series(귀납법과 급수) • 귀납법을 급수에 응용하는 방법을 배운다. 25. Induction and inequalities(귀납법과 부등식) • 귀납법을 부등식에 응용하는 방법을 배운다.

1) 등차수열과 등비수열

우리나라는 규칙을 가진 수들의 나열을 통해 수열, 항, 일반항과 같은 개념들에 관하여 설명을 하고 있으며 IBDP 교과서에서는 숫자를 규칙적으로 나열하는 방법과 연역적으로 나타내는 방법을 이용하여 수열에 관한 개념 설명을 하고 있다. 등차수열의 일반항에 관한 설명에서 우리나라는 첫째항부터 다음 항으로 가는 과정을 보여주며 일반항을 이끌어내고 있지만 IBDP는 예제 문제를 제시해 주고 이를 이용하여 간단하게 일반항을 정의하고 있다. 우리나라는 수열의 개념을 학습할 때, 식에 접근하는 방법을 순차적으로 보여주기 때문에 공식을 쉽게 기억할 수 있으며 수학적 능력이 부족한 학생들도 좀 더 쉽게 공식을 이해할 수 있을 것으로 보인다. 또한 우리나라는 등차중항에 관한 정의를 다루고 있는 반면 IBDP 교과서에서는 등차중항에 관한 설명이 빠져 있는데 이는 등차중항이 수열의 정의를 이용하여 유도할 수 있는 결과이므로 학생들이 문제를 푸는 과정에서 직접 유도해 보도록 하고 있다. [그림 Ⅳ-5]는 등차수열의 일반항에 관한 유도과정을 보여주고 있다.



In the above example it did not take long to find the first four terms. But what if you had been asked to find the hundredth term? To do this efficiently we must move from the inductive definition of arithmetic sequences to the deductive definition.

We need to think about how arithmetic sequences are built up. To get to the nth term we start at the first term and add on the common difference $n-1$ times. This suggests a formula:

KEY POINT 7.3

$$u_n = u_1 + (n-1)d$$

등차수열의 일반항

등차수열의 일반항에 대하여 알아보자.

첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 각 항은 다음과 같다.

$$a_1 = a + 0d \qquad a$$
$$a_2 = a_1 + d = a + 1d \qquad a + d$$
$$a_3 = a_2 + d = a + 2d \qquad a + d + d$$
$$a_4 = a_3 + d = a + 3d \qquad a + d + d + d$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$a_n = a_{n-1} + d = a + (n-1)d \qquad a + \underbrace{d + d + d + d + \cdots + d}_{(n-1)개}$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

등차수열의 일반항

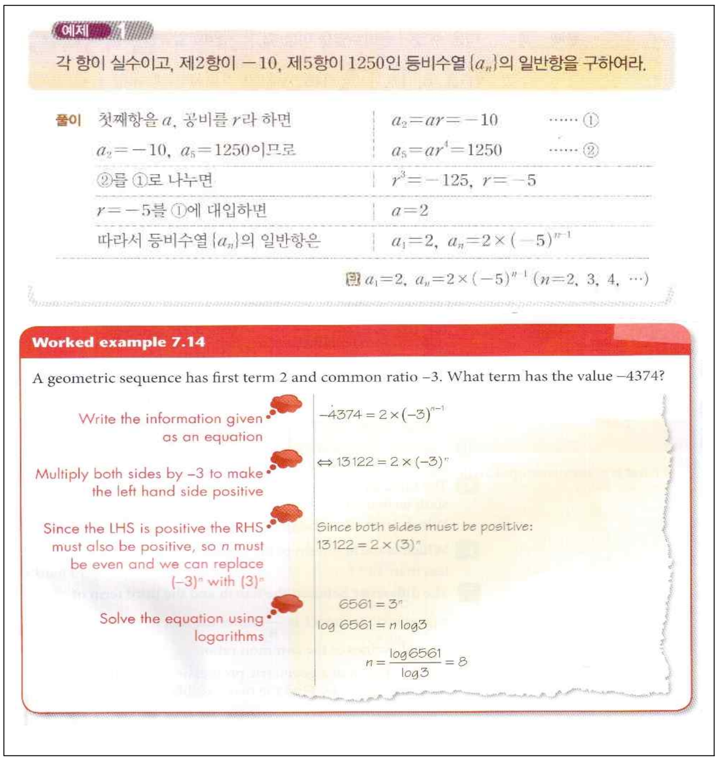
첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = a + (n-1)d \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

[그림 Ⅳ-5] IBDP 교과서(Paul Fannon et al.,2012)와 우리나라 교과서(류희찬 외, 2014)에서 등차수열의 일반항

우리나라는 등차수열의 합에 대해 연역적으로 식을 이용하여 증명하는 것으로 공식을 유도하고 있는데, IBDP 교과서에서는 간단하게 공식을 설명하고 있으며 증명은 첨부된 CD-ROM에서 제시 하고 있다. 두 과정에서 다루는 등차수열의 합에 관한 내용 요소의 측면이나 응용문제의 유형 및 난이도 등은 거의 비슷하였다. 우리나라 교과서에서는 수열의 합과 일반항 사이의 관계에 대한 내용인 S_n을 이용하여 a_n을 구하는 예시 문제를 제시하고 있다. 일반항을 알고 있는 상태에서 합을 구하는 과정에 익숙한 학생들에게 합을 이용하여 일반항을 구하도록 하는 것은 여러 방향으로 사고를 하는데 도움을 줄 것으로 보인다. IBDP 교과서에서는 일반항과 합 사이의 관계를 수열에서 다루지 않고 25B.귀납법과 합에서 다루고 있다.

등비수열의 일반항에 관한 문제에서 차이점은 우리나라의 경우 로그를 학습하기 전에 수열을 배우기 때문에 문제를 푸는 과정에서 로그를 사용하지 않는 범위 내에서 문제가 제시되고 있지만, IBDP 교과서의 경우는 지수와 로그를 다루고 난 뒤 수열을 학습하므로 대부분의 문제들이 풀이과정에 로그를 사용하고 있다는 점이다. 우리나라의 교육과정에서도 지수와 로그를 학습한 뒤 등비수열을 학습할 경우 좀 더 다양한 문제를 다룰 수 있을 것으로 보인다. [그림 Ⅳ-6]은 우리나라 교과서와 IBDP 교과서에서 등비수열에 관한 예제이다.


예제

각 항이 실수이고, 제2항이 -10, 제5항이 1250인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라.

풀이 첫째항을 a, 공비를 r라 하면 | $a_2=ar=-10$ ······ ①
$a_2=-10$, $a_5=1250$이므로 | $a_5=ar^4=1250$ ······ ②
②를 ①로 나누면 | $r^3=-125$, $r=-5$
$r=-5$를 ①에 대입하면 | $a=2$
따라서 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항은 | $a_1=2$, $a_n=2\times(-5)^{n-1}$

답 $a_1=2$, $a_n=2\times(-5)^{n-1}$ $(n=2, 3, 4, \cdots)$

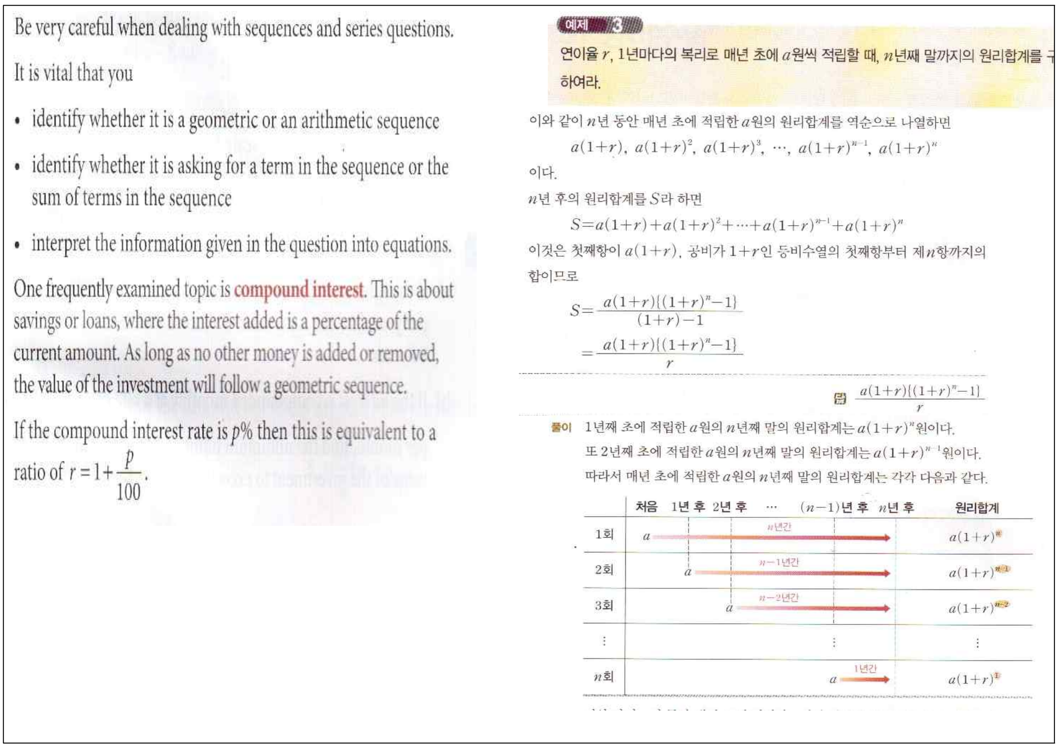
Worked example 7.14

A geometric sequence has first term 2 and common ratio –3. What term has the value –4374?

Write the information given as an equation | $-4374=2\times(-3)^{n-1}$
Multiply both sides by –3 to make the left hand side positive | $\Leftrightarrow 13122=2\times(-3)^n$
Since the LHS is positive the RHS must also be positive, so n must be even and we can replace $(-3)^n$ with $(3)^n$ | Since both sides must be positive: $13122=2\times(3)^n$
Solve the equation using logarithms | $6561=3^n$
$\log 6561=n\log 3$
$n=\frac{\log 6561}{\log 3}=8$

[그림 Ⅳ-6] 우리나라 교과서(류희찬 외, 2014)와 IBDP 교과서에서 등비수열 예제(Paul Fannon et al.,2012)

실생활 응용문제로 원리합계에 관한 내용을 다룰 때, 우리나라는 단원의 마지막에 등비수열의 활용문제로 제시하고 있으며 개념에 관한 설명은 하지 않지만 예제 문제를 통해 학생들이 직접 증명해봄으로써 적립금 문제를 다룰 수 있도록 하고 있다. 반면에 IBDP교과서에서는 이에 관계된 문제들을 7H. Mixed question의 단원에 포함시켜 자주 출제되는 시험 유형으로 명시하며 복리법에 관한 개념을 설명하고 있다. 7H 단원에서는 풀이가 있는 예제 문제는 제시하지 않고 개념에 대한 설명 뒤에 바로 연습문제를 제시함으로써 학생들이 스스로 문제를 해결할 수 있도록 하고 있다. 두 과정 모두 실생활 응용문제로 복리나 정기적금 원리합계 등의 내용을 다루고 있기는 하지만, 우리나라의 경우 기본적인 문제들이 주를 이루고 있는 반면에 IBDP 교과서에는 다양한 소재를 다루고 있으며 이러한 실생활 문제는 수학의 유용성과 필요성에 관하여 학생들이 인식할 수 있도록 도와줄 수 있다. 또한 HL 학습지도서에 따르면 등비수열의 실생활 문제는 물리의 7.2단원과 13.2단원에서 다루는 반감기나 핵물리에 관한 내용과 연관이 있다고 제시되어 있다. 따라서 IBDP 교과서에서 이에 관한 내용을 다양하게 다루어 줌으로써 학생들이 다른 과목을 학습하는데도 도움이 될 수 있고 수학과 다른 학문의 관계에 관하여 생각해 볼 수 있을 것이다. IBDP 교과서는 수열의 마지막 단원인 7H에서 수열을 다루는데 주의해야 하는 내용을 강조하여 학생들이 문제를 해결하는 과정에서 실수를 하지 않도록 하고 있다. [그림 Ⅳ-7]은 IBDP와 우리나라 교과서의 원리합계에 관한 예제이다.



Be very careful when dealing with sequences and series questions.

It is vital that you

- identify whether it is a geometric or an arithmetic sequence
- identify whether it is asking for a term in the sequence or the sum of terms in the sequence
- interpret the information given in the question into equations.

One frequently examined topic is **compound interest**. This is about savings or loans, where the interest added is a percentage of the current amount. As long as no other money is added or removed, the value of the investment will follow a geometric sequence.

If the compound interest rate is p% then this is equivalent to a ratio of $r = 1 + \frac{p}{100}$.

예제 3

연이율 r, 1년마다의 복리로 매년 초에 a원씩 적립할 때, n년째 말까지의 원리합계를 구하여라.

이와 같이 n년 동안 매년 초에 적립한 a원의 원리합계를 역순으로 나열하면

$$a(1+r),\ a(1+r)^2,\ a(1+r)^3,\ \cdots,\ a(1+r)^{n-1},\ a(1+r)^n$$

이다.

n년 후의 원리합계를 S라 하면

$$S = a(1+r) + a(1+r)^2 + \cdots + a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^n$$

이것은 첫째항이 $a(1+r)$, 공비가 $1+r$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이므로

$$S = \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} = \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r}$$

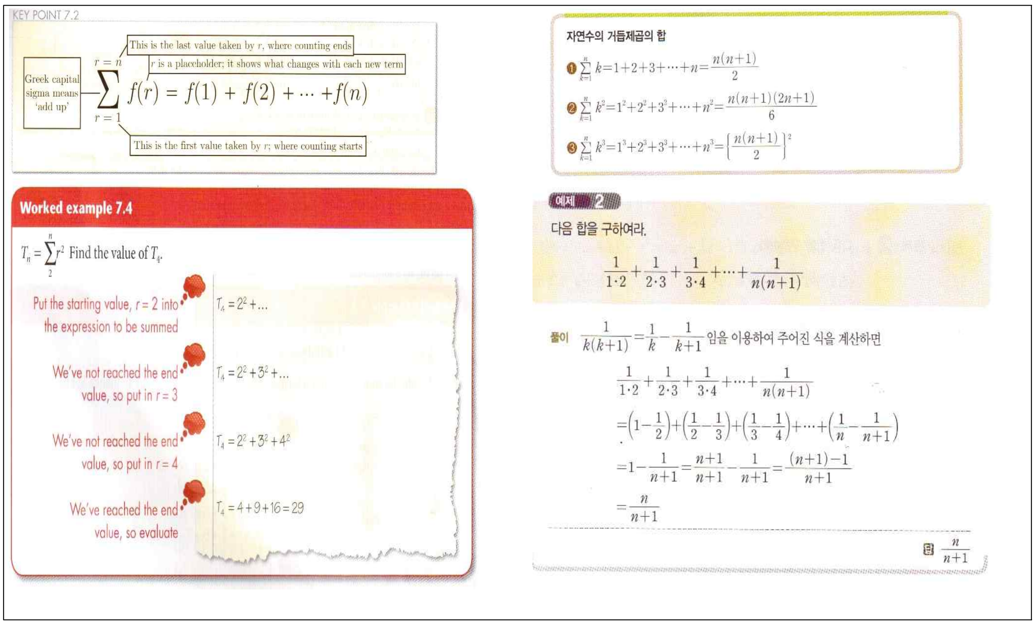
답 $\frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r}$

풀이 1년째 초에 적립한 a원의 n년째 말의 원리합계는 $a(1+r)^n$원이다.
또 2년째 초에 적립한 a원의 n년째 말의 원리합계는 $a(1+r)^{n-1}$원이다.
따라서 매년 초에 적립한 a원의 n년째 말의 원리합계는 각각 다음과 같다.

[그림 Ⅳ-7] IBDP 교과서(Paul Fannon et al.,2012)와 우리나라 교과서(류희찬 외, 2014)에서 원리합계의 예

2) 수열의 합

우리나라에서 다루는 수열의 합에 관한 첫 번째 단원에서는 $\sum$의 뜻과 성질을 설명하고 있으며 기본적인 문제로 시그마를 합으로 고치거나 합으로 나열되어 있는 수들을 시그마 기호를 사용하여 나타내는 문제를 다루고 있다. 두 번째 단원인 여러 가지 수열의 합 단원에서 합의 기호인 $\sum$를 이용하여 수열의 합을 구하는 문제에 초점을 맞추고 있다. 등차수열이나 등비수열의 합을 나타내는 것뿐만 아니라 자연수의 거듭제곱의 합인 $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=1}^{n} k^3$의 공식에 대해 설명을 하거나 또는 예제 문제를 통해 학생들이 직접 증명을 하도록 유도하여 공식 암기에만 그치지 않고 사고하는 방법을 학습하도록 지도하고 있다. 또한 분수꼴로 된 수열의 합을 부분분수를 이용하여 구하는 내용이 제시되고 있는데 부분분수를 이용하여 분수를 변형하는 문제는 무한급수나 적분 등에 다양하게 이용되고 있으므로 이를 활용한 문제를 다루는 것은 앞으로의 학습에 많은 도움이 될 것이다. 이에 비해 IBDP교과서에서는 $\sum$의 표기법에만 초점이 맞춰져 있어서 우리나라 과정에서 다루는 부분들이 모두 다루어지지 않고 있다. [그림 Ⅳ-8]은 IBDP와 우리나라 교과서에서 다루는 시그마에 관한 예제이다.



[그림 Ⅳ-8] IBDP 교과서(Paul Fannon et al.,2012)와 우리나라 교과서(류희찬 외, 2014)에서 시그마 예제

3) 수학적 귀납법

우리나라는 수학적 귀납법에 관한 단원을 두 개의 소단원으로 구성하였으며, 첫 번째 단원은 수열의 귀납적 정의에 관하여 다루고 있으며 두 번째 단원에서 수학적 귀납법을 설명하고 있다. 반면 IBDP 교과서에서는 수학적 귀납법에 관한 단원을 6개의 소단원으로 구성하여 우리나라보다 더 광범위한 내용을 다루며, 귀납법과 미분이나 귀납법과 나머지 같은 단원처럼 난이도가 높은 내용까지 다루고 있다. 또한 IBDP HL 학습 지도서에서 따르면 수학과 과학에서의 귀납법이 어떠한 차이가 있는지 생각해 보도록 제시하고 있다. 본 논문은 IBDP 교과서의 수학적 귀납법에 관한 내용 중 우리나라 교육과정과 대응되는 단원에 초점을 맞춰 비교 분석하였다. 따라서 수열의 귀납적 정의에 해당하는 부분인 25C.귀납법, 25A.수학적 귀납법의 원리와 25B. 귀납법과 급수 및 25F. 귀납법과 부등식 단원을 중심으로 비교하였다.

우리나라는 예를 통해 수열의 귀납적 정의를 설명하고 있으며 일반항을 구하는 기본적인 문제가 제시되고 실생활 관련 문제를 다루고 있으며 특히, a_n과 a_{n+1} 사이의 관계식을 구하는 것에 초점을 맞추고 있다. IBDP 교과서는 수열의 일반항 사이의 관계를 찾는 문제 보다 수열의 관계식과 그에 따른 일반항을 함께 제시해 주며 그에 따른 일반항이 옳은지 증명하는 문제를 다루고 있다. 하지만 우리나라는 수열의 귀납적 정의 문제에 수학적 귀납법을 적용시켜 푸는 경우는 없으며 수학적 귀납법은 등식이나 부등식으로 주어진 명제가 참인지 보이기 위해 증명을 하는데 이용하고 있다.

우리나라 교과서의 두 번째 소단원 수학적 귀납법은 증명에 관한 내용을 다루고 있다. 먼저 수학적 귀납법의 원리를 이해하고 이를 이용하여 명제를 증명할 수 있도록 하는 것이 이 단원의 학습 목표이다. IBDP 교과서에서는 첫 번째 단원에서 수학적 귀납법의 원리를 설명하고 있는데 수학적 귀납법의 개념을 도입하기 위해 이용

하는 구체적인 예가 두 나라 모두 같은 식을 이용하여 설명하고 있으며 개념을 소개하는 순서에 있어서도 같은 절차를 보여주고 있다. 우리나라 교과서의 경우는 수학적 귀납법의 원리를 학습한 뒤 바로 예제를 통해 명제를 증명하도록 하고 있으나 IBDP 교과서에서는 첫 번째 단원에서는 수학적 귀납법의 개념만 설명하고 그에 따른 예제는 다루고 있지 않으며 두 번째 단원인 25B.귀납법과 급수 단원에서 수학적 귀납법을 이용하여 증명하는 문제를 다루고 있다. 수학적 귀납법의 원리 자체가 연역적으로 증명하는 과정이며 이와 같은 연역적 증명은 학생들에게 다소 어렵게 느껴질 수 있지만 이러한 과정을 통해 학생들의 논리적인 사고력을 기를 수 있다.

4) 수열에 대한 논의

우리나라에서 고등학교 수학Ⅰ의 3단원에 해당하는 수열은 IBDP 교과서에서 7.수열과 합이며 두 과정 모두 등차수열과 등비수열에 관한 일반항과 합의 공식 등에 초점을 맞추고 있다. 우리나라 교과서는 첫 번째 단원에서 개념이나 용어에 대한 정의를 하고 있으며 수열의 합에 관하여 다루고, 특히 $\sum$ 기호의 정의와 활용에 관한 내용을 포함하고 있다. 마지막 단원에 수학적 귀납법을 하나의 소단원으로 제시하고 있는데 이 중 수열의 귀납적 정의를 통해 기본적인 수열 이외에 여러 가지 수열을 다루며 마지막에 간접 증명법 중의 하나인 수학적 귀납법에 관한 내용을 제시한다. IBDP교과서는 첫 번째 소단원에서 수열과 급수에 관한 개념과 용어에 관한 정의 및 내용을 소개하고 있으며 일반적인 수열 및 그 합과 시그마의 기호에 관한 내용을 제시해 주고 있다. 등차와 등비수열의 일반항과 합을 각각 하나의 소단원으로 소개하고 있으며 무한 등비급수까지 수열의 단원으로 포함하고, 더 나아가 수렴과 발산까지 확장된 내용을 다루고 있지만 극한에 관한 개념이나 기호를 다루지는 않는다. 우리나라의 경우도 7차 개정교육과정에서는 무한수열과 그 합에 관한 내용을 수열에서 다루었으나 2009개정 교육과정에서는 수학Ⅰ에서 유한수열까지만 포함하고 있다. 단, 우리나라에서 무한수열에 관한 내용은 미적분Ⅰ에 포함시키고 있다. 두 과정 모두 원리합계 문제를 중요하게 다루고 있는데 우리나라는 등비수열의 합에 관계된 내용과 함께 실생활 응용문제로 원리합계와 단리법 및 복리법을 제시하고 있고, IBDP 교과서에서는 마지막 단원에 원리합계에 관한 내용을 하나의 주제로 다루고 있었다.

수학적 귀납법의 경우 우리나라는 크게 두 부분으로 나누어 설명을 하고 있는데 첫 번째 단원은 수열을 귀납적으로 정의 하는 내용을 다루고 있으며 두 번째 단원은 수학적 귀납법의 정의를 설명하고 등식이나 부등식에 관계된 문제를 수학적 귀납법으로 증명하는 내용으로 구성되어 있다. IBDP 교과서에서 다루는 수학적 귀납법은 처음에 수학적 귀납법의 원리를 설명하고 다음 단원에서 귀납법과 수열 및 합과의 관계, 귀납법과 미분의 관계 및 나눗셈과 미분의 관계까지 다루고 있다. 마지막 단원에서 수학적 귀납법을 이용하여 부등식을 증명하는 문제를 다루는데 우리나라 교과서에서도 같은 내용을 다루고 있다. 두 과정 모두 수열에 관하여 전반적으로 다루는 내용이나 그 범위가 비슷하지만 IBDP과정에서 더 다양하고 많은 내용을 포함하고 있다.

(4) 지수와 로그

다음은 지수와 로그에 관한 내용요소 및 학습목표를 우리나라 과정을 기준으로 간단하게 <표Ⅳ-7>로 요약하여 비교하고 있다.

<표 IV-7> 우리나라와 IBDP 교과서에서 지수와 로그 단원에 대한 내용요소 및 학습목표 비교

우리나라		IBDP
1. 지수	01. 거듭제곱과 거듭제곱근 • 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.	
	02. 지수의 확장과 지수법칙 • 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다. • 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.	2A. Laws of exponents(지수 법칙) • 지수를 다루기 위해 몇 가지 법칙을 배운다.
2. 로그	01. 로그의 뜻과 성질 • 로그의 뜻을 알고 그 성질을 이해한다.	2D. Introducing logarithms(로그의 소개) 2E. Laws of logarithms(로그 법칙) • 로그 법칙을 배운다.
	02. 상용로그 • 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	

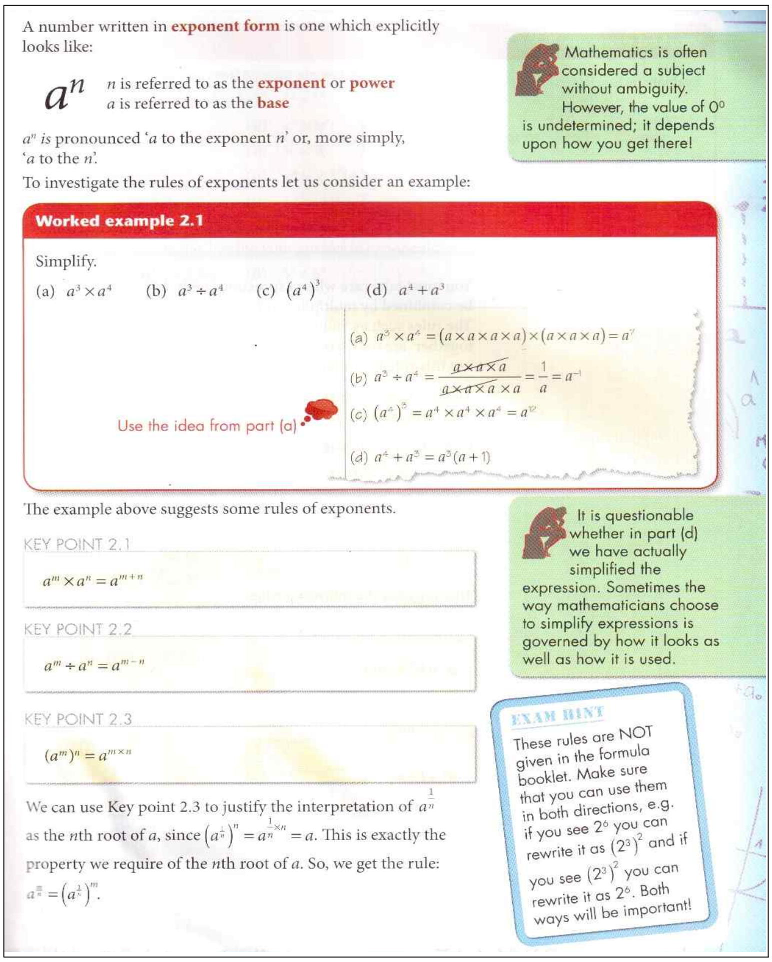
1) 지수

우리나라 교과서의 지수부분은 크게 거듭제곱과 거듭제곱근 그리고 지수의 확장과 지수법칙에 관한 두 단원으로 구성되어 있으며 본 논문은 IBDP교과서의 2A.지수법칙 단원에 초점을 맞춰 비교 하였다. 우리나라는 첫 번째 단원의 지수에 관한 설명에서 거듭제곱으로부터 지수의 개념을 유도하며 중학교 과정에서 학습했던 지수법칙을 다시 살펴본다. 또한 고등학교 과정에서 처음 접하게 되는 거듭제곱근의 개념을 도입하기 위해 함수의 그래프를 이용하고 있다. 간단하게 대수적으로 접근하는 것보다는 그래프를 이용하여 개념에 관한 설명을 하였을 때, 학생들이 더 쉽게 이해할 수 있을 것으로 보인다. 예를 들어 $x^n = a$을 만족하는 x를 찾기 위해 함수 $y = x^n$의 그래프와 $y = a$의 그래프의 교점을 이용하고 있으며 그래프를 통해 직관적으로 쉽게 이해할 수 있도록 자세히 설명하고 있다.

IBDP 교과서는 거듭제곱으로부터 지수의 개념을 설명하는 것은 우리나라와 비슷하지만 거듭제곱근에 관한 내용은 다루지 않고 지수법칙도 대수적인 개념으로 접근하고 있다. 지수의 확장과 지수법칙에 관한 설명에 있어서 우리나라는 0 또는 음의 정수인 지수에 관해 다루고 있으며 지수가 유리수에서 실수까지 확장된 개념으로 설명 하고 있다. 첫 번째 단원의 내용은 $a^m a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$, $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$, $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 와 같은 기본적인 지수법칙이며 두 번째 단원에서는 이를 바탕으로 지수의 형태를 양의 정수부터 0과 음의 정수, 유리수 그리고 실수까지 확장한 내용을 다루고 있다.

첫 번째 소단원에서 거듭제곱의 정의를 이용하여 일반화된 공식을 유도하였으며 두 번째 단원에서 지수의 형태가 확장된 경우에 있어서도 기본적인 지수법칙이 모두 성립함을 증명을 통해 보여주고 그에 따른 예제를 제시해 주고 있다. 이와 같이 지수의 형태를 정수에서 유리수 그리고 실수로 확장하여 설명하는 것은 학생들이 더 쉽게 이해할 수 있도록 도와주며 지도하는데 효과적인 방법이라 볼 수 있다.

IBDP 교과서의 경우는 지수법칙에 관한 식을 다룰 때, 연역적인 증명 없이 예제를 제시해 주고 그 결과를 바탕으로 지수법칙을 유도하고 있다. IBDP 교과서는 구체적 예를 통해 직관적으로 확인한 후 문제에 적용하는 과정을 통해 학생들이 더 쉽게 이해할 수 있도록 하고 있다. [그림 Ⅳ-9]은 IBDP 교과서의 지수법칙에 관한 정의 및 성질에 관한 설명과 그에 따른 예제이다.



A number written in **exponent form** is one which explicitly looks like:

a^n — n is referred to as the **exponent** or **power**; a is referred to as the **base**

a^n is pronounced 'a to the exponent n' or, more simply, 'a to the n'.

To investigate the rules of exponents let us consider an example:

Mathematics is often considered a subject without ambiguity. However, the value of 0^0 is undetermined; it depends upon how you get there!

Worked example 2.1

Simplify.

(a) $a^3 \times a^4$ (b) $a^3 \div a^4$ (c) $(a^4)^3$ (d) $a^4 + a^3$

(a) $a^3 \times a^4 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a) = a^7$

(b) $a^3 \div a^4 = \dfrac{\cancel{a \times a \times} a}{\cancel{a \times a \times} a \times a} = \dfrac{1}{a} = a^{-1}$

Use the idea from part (a)

(c) $(a^4)^3 = a^4 \times a^4 \times a^4 = a^{12}$

(d) $a^4 + a^3 = a^3(a+1)$

The example above suggests some rules of exponents.

KEY POINT 2.1

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

KEY POINT 2.2

$a^m \div a^n = a^{m-n}$

KEY POINT 2.3

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

It is questionable whether in part (d) we have actually simplified the expression. Sometimes the way mathematicians choose to simplify expressions is governed by how it looks as well as how it is used.

We can use Key point 2.3 to justify the interpretation of $a^{\frac{1}{n}}$ as the nth root of a, since $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{1}{n} \times n} = a$. This is exactly the property we require of the nth root of a. So, we get the rule: $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$.

EXAM HINT

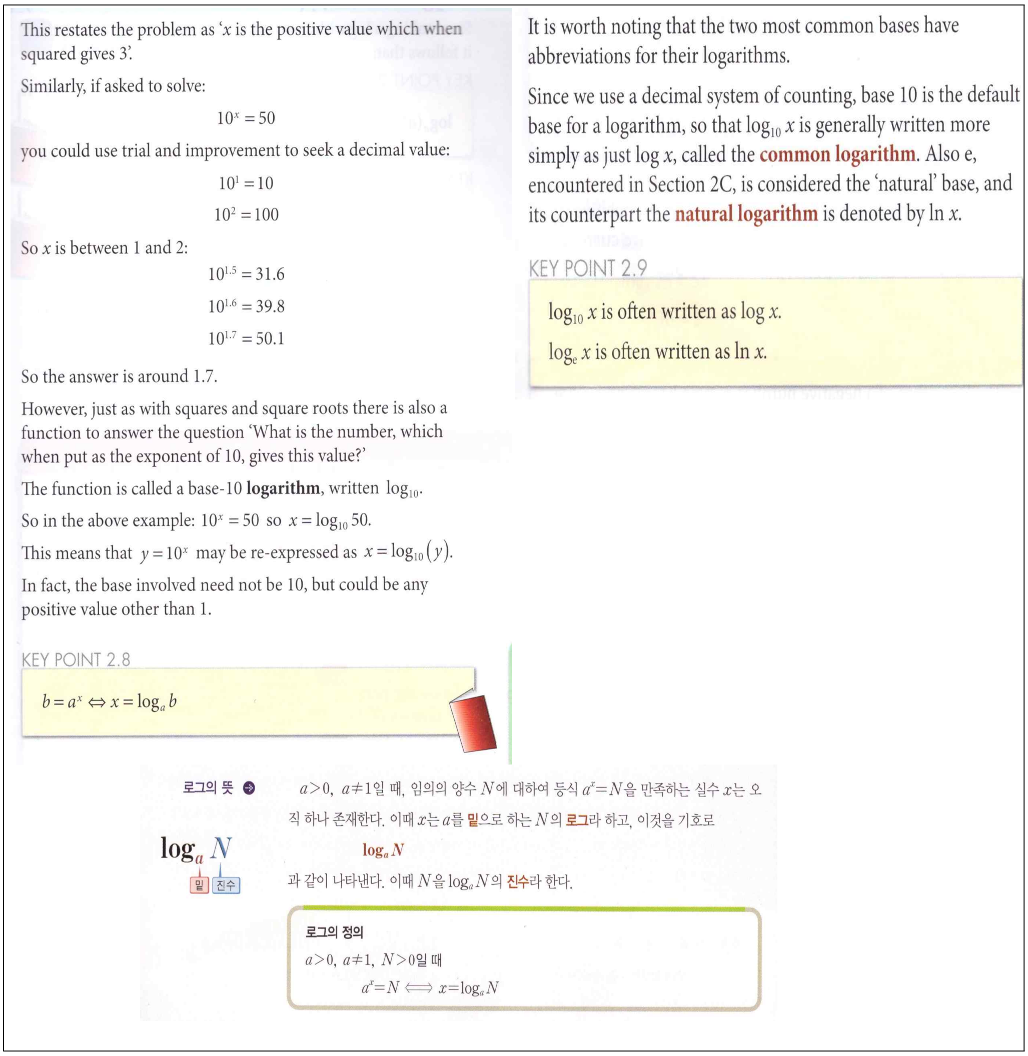
These rules are NOT given in the formula booklet. Make sure that you can use them in both directions, e.g. if you see 2^6 you can rewrite it as $(2^3)^2$ and if you see $(2^3)^2$ you can rewrite it as 2^6. Both ways will be important!

[그림 Ⅳ-9] IBDP 교과서의 지수 법칙과 예제(Paul Fannon et al.,2012)

2) 로그

우리나라의 경우 연역적이고 논리적인 과정을 통해 지수의 개념인 $a^x = b$ 식으로 부터 로그의 개념을 설명하지만 IBDP는 밑이 10인 지수를 이용하여 로그의 정의를 유도하고 있다. 로그 단원은 학생들이 처음 접하게 되는 생소한 이론이기 때문에 이와 같이 구체적인 예를 통해 정의에 접근하였을 때, 더 쉽게 이해할 수 있을 것

으로 보인다. IBDP 교과서의 경우는 밑을 10으로 갖고 있는 경우와 밑을 e로 갖고 있는 로그에 대해 정의하고 있지만 그에 대한 응용문제는 다루지 않으며 연습문제는 로그의 개념을 이용하여 풀어야 하는 기본적인 유형으로 구성되어 있다. [그림 Ⅳ-10]은 IBDP와 우리나라 교과서에서 로그의 정의에 관한 설명이다.



This restates the problem as 'x is the positive value which when squared gives 3'.

Similarly, if asked to solve:

$$10^x = 50$$

you could use trial and improvement to seek a decimal value:

$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$

So x is between 1 and 2:

$$10^{1.5} = 31.6$$
$$10^{1.6} = 39.8$$
$$10^{1.7} = 50.1$$

So the answer is around 1.7.

However, just as with squares and square roots there is also a function to answer the question 'What is the number, which when put as the exponent of 10, gives this value?'

The function is called a base-10 **logarithm**, written $\log_{10}$.

So in the above example: $10^x = 50$ so $x = \log_{10} 50$.

This means that $y = 10^x$ may be re-expressed as $x = \log_{10}(y)$.

In fact, the base involved need not be 10, but could be any positive value other than 1.

KEY POINT 2.8

$$b = a^x \Leftrightarrow x = \log_a b$$

It is worth noting that the two most common bases have abbreviations for their logarithms.

Since we use a decimal system of counting, base 10 is the default base for a logarithm, so that $\log_{10} x$ is generally written more simply as just $\log x$, called the **common logarithm**. Also e, encountered in Section 2C, is considered the 'natural' base, and its counterpart the **natural logarithm** is denoted by $\ln x$.

KEY POINT 2.9

$\log_{10} x$ is often written as $\log x$.

$\log_e x$ is often written as $\ln x$.

로그의 뜻

$\log_a N$ 밑 진수

$a>0$, $a\neq1$일 때, 임의의 양수 N에 대하여 등식 $a^x=N$을 만족하는 실수 x는 오직 하나 존재한다. 이때 x는 a를 **밑**으로 하는 N의 **로그**라 하고, 이것을 기호로

$$\log_a N$$

과 같이 나타낸다. 이때 N을 $\log_a N$의 **진수**라 한다.

로그의 정의

$a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때

$$a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$$

[그림 Ⅳ-10] IBDP 교과서(Paul Fannon et al.,2012)와 우리나라 교과서(류희찬 외, 2014)에서 로그의 정의

로그의 성질에 관한 내용을 다룰 때, 우리나라는 몇 가지 공식에 관한 증명을 보여주고 있으며 교과서에서 증명을 다루어주지 않는 공식은 문제를 통해 제시한다. 그리고 각 공식들이 적용되는 예제를 주고 이를 이용해 공식을 문제에 적용시키는 연습을 할 수 있도록 하고 있다. IBDP의 경우는 로그의 성질에 관한 증명을 직접적

으로 보여주지 않지만 CD-ROM에 증명과정이 수록되어 있다. 문제의 난이도는 높지 않지만 로그 성질을 설명하면서 동시에 로그방정식까지 다루고 있다. 이와 같이 기본적인 내용을 학습하는 단계에서 로그 방정식까지 다루는 것은 학생들의 높은 수학적 능력을 필요로 한다고 볼 수 있다. 우리나라는 기본 개념을 중심으로 설명하며 제시하는 문제의 난이도가 높지 않다. 따라서 학업성취도가 높은 학생들에게 다소 지루할 수 있지만 로그의 개념이나 공식을 어렵게 생각하는 학생들을 고려한다면 교재 구성이 잘 되었다고 볼 수 있다. 우리나라 교과서는 두 번째 소단원에서 상용로그에 관하여 비중 있게 다루고 있는 반면에 IBDP 교과서에서는 간단하게 상용로그의 정의와 표기법에 관해서 설명하고 있다. 우리나라는 상용로그 단원에서의 학습목표가 상용로그를 이해하고 이를 활용할 수 있도록 하는 것이다. 따라서 상용로그에 대한 정의와 그 표기법을 설명하고 상용로그의 활용에 관한 문제를 다루며 이를 통해 실생활 관련문제를 학생들이 접할 수 있도록 하고 있다.

3) 지수와 로그에 관한 논의

지수에서 거듭제곱근에 관한 내용이나 지수를 유리수와 실수로 확장하는 새로운 개념을 도입할 때, 우리나라는 일반화된 식을 먼저 도입하고 문제를 통해 학생들이 개념을 익히도록 하고 있는 반면 IBDP 교과서에서는 예를 통해 개념에 관하여 직관적으로 확인한 후 일반화된 개념을 도입하고 있다. IBDP 교과서에서는 지수와 로그 단원의 도입부에서 내용을 소개하는데 실생활 문제 즉, 과학과 관계된 예제 문제를 제시해 주고 이러한 문제를 통해 지수와 로그에 관한 내용에 접근할 수 있도록 하고 있다. 이는 지수와 로그 단원이 다른 학문과의 연관성이 많은 것을 보여줄 뿐만 아니라 수학이 실제로 실생활에서 어떻게 활용되고 있는지를 보여주고 있다. 이것은 수학을 학습하는데 동기부여가 될 수 있으며 수학에 흥미를 더욱 느낄 수 있도록 도와 줄 것이다. 우리나라에서도 도입부에서 실생활 응용문제로 지수와 로그의 정의에 접근하고 있기는 하지만 연산이나 계산 법칙에 더 초점이 맞추어져 있다고 볼 수 있다. IBDP 교육과정에서 다루는 지수와 로그에 관한 양은 상당한데 상용로그에 관해서는 간단하게 용어 정의만 하고 있다. 또한 상용로그의 수학적 의미나 성질 등에 관해서 다루지 않고 있다. 우리나라의 경우 IBDP에서 핵심적으로 다루고 있는 지수와 로그의 함수, 방정식, 부등식에 관한 내용은 미적분Ⅱ에서 학습하게 된다.

지수 로그에 관한 단원을 전반적으로 비교하면 IBDP에서 다루는 지수와 로그의 내용이 양적인 측면에서도 더 많으며 내용의 난이도 또한 더 높다고 볼 수 있다. 하지만 우리나라의 경우 자연계열 학생들이 학습하는 미적분Ⅱ까지 내용을 포함해서 지수와 로그에 대한 구성을 보면 IBDP에서 다루는 내용과 큰 차이가 없으며 난이도 측면에서 비슷하다.

IBDP HL의 학습 지도서에 의하면 지수와 로그에 관한 내용은 화학 18.1, 18.2 단원에 관계되어 있다고 명시하고 있다. 이렇게 다른 학문과의 연계된 사실을 명시해 주는 것은 수학이 실제로 다른 과목을 학습하는데 유용하게 사용되고 있다는 점을 인식하도록 하여 수학을 학습하는데 긍정적인 영향을 줄 수 있을 것으로 보인다.

Ⅳ. 결론 및 논의

본 연구는 우리나라 2009 개정 수학과 교육과정과 최근 각광받고 있는 국제 공인 인증과정인 IBDP 수학과 교육과정을 소개하였으며, 우리나라 고등학교 교과서와 IBDP HL 교과서의 대수 영역을 중심으로 차이를 비교・분석하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

첫째, 우리나라의 교과서는 수학의 정의적 영역을 고려하여 수학에 대한 흥미를 높이기 위해 다양한 학습 자료를 포함하고 있으며 학생들이 스스로 참여할 수 있는 여러 가지 활동을 제시하고 있다. 특히, 교과서는 학생들

의 수학적 의사소통 능력, 추론 능력, 문제 해결력, 창의력, 자기 주도적 학습 능력을 높이고자 하는 데 목표를 두고 있으며 그에 따라 다양하고 많은 양의 학습 자료 및 활동을 제공하고 있다. 그러나 지나치게 많은 자료와 활동들은 현실적으로 보았을 때, 주어진 수업 시간 안에 활용되지 못할 가능성이 있으며 이러한 경우 학생들은 교과서를 편찬할 때 의도했던 학습효과를 얻을 수 없게 될 수 있다. 2009 개정안에서 수업의 양을 20% 감축하기는 하였으나 우리나라 고등학교에서 수학 과목은 학습해야 하는 양이 상당하며 학습하는 내용의 난이도 또한 높다고 볼 수 있다. 따라서 교사가 교과서에 제시되어 있는 다양한 자료와 탐구 활동 등을 적절히 활용하여 수업시간에 활용한다면 학생들의 수학에 대한 흥미나 자신감이 상승할 것으로 보인다. IBDP 교과서의 경우는 우리나라에 비해 다루는 내용이 상당히 많으며 문제의 수준 또한 높아서 교과서가 어렵고 딱딱하게 느껴질 수 있다. 하지만 IBDP 교육과정의 특성상 HL을 선택한 학생들은 수학적 능력이나 수준이 높고 수학에 높은 흥미를 가졌기 때문에 교과서가 교육목표에 부합하게 구성이 잘 되었다고 볼 수 있다. 단지 교과서가 어렵다고 생각하는 학생들을 위해 비슷한 유형의 다소 난이도가 낮은 문제를 보충 문제로 제시해 주는 것도 좋은 방안이 될 수 있을 것이다.

둘째, 우리나라 수학과 교육과정에서는 대수라는 표현을 사용하지 않고 교과서에 있는 단원명을 사용하고 있으며 IBDP 교육과정에서는 대수, 방정식, 함수 등과 같은 제목으로 사용하여 내용체계를 표현하고 있다. 전체적으로 비교해 보았을 때, 항등식, 나머지 정리와 인수정리, 복소수, 연립방정식, 등차수열과 등비수열, 수열의 합, 수학적 귀납법, 지수와 로그에 관한 내용은 두 교육과정에서 공통적으로 다루고 있으나 복소평면, 극좌표 등의 내용은 IBDP에서만 소개하고 있다. 물론 고급수학에서 이와 같은 내용을 다루기는 하지만 자연계열을 선택하는 일반 학생들이 고급수학을 이수하는 경우는 거의 드물기 때문에 복소평면이나 극좌표를 접하기는 쉽지 않으므로 우리나라 대수영역에서 이를 다룬다고 볼 수는 없다. 공통적으로 다루는 단원들의 경우 정의를 도입하는 방식이나 성질에 관한 설명 등은 같았지만 각 단원의 개념 설명 후 제시하는 문제의 난이도에 있어서는 IBDP가 더 높았다. 이를 통해 우리나라 교과서의 경우 수학Ⅰ과 수학Ⅱ에 해당하는 내용은 공통 교육과정의 단계임에도 불구하고 자연계열에 해당하는 HL과 동일한 주제와 학습내용을 다루고 있음을 알 수 있다. 이는 우리나라 학생들이 대수영역에서 학습하는 양이 상당히 과중하다고 볼 수 있다.

셋째, 내용을 전개하는 방식에 있어 우리나라 교과서는 연역적인 증명을 모든 단원에서 다양하게 소개하고 있으며 이를 바탕으로 그 단원에서 학습할 개념 및 성질을 유도하고 있다. 반면에 IBDP 교과서는 연역적 증명법을 거의 다루지 않고 구체적인 예를 통해 개념을 도입하고 있으며 주로 직관적이며 귀납적인 방법을 이용하고 있다. 단, 증명 과정을 필요로 하는 학생들을 위해 증명을 포함하고 있는 CD-ROM을 제공하고 있다. 우리나라 교과서에서 개념에 관한 설명은 체계적이고 논리적인데 이는 수학을 어려워하는 학생들에게 있어 다소 수준이 높은 설명이 될 수 있다. 특히, 수학 부진 학생들은 기초가 부족하므로 추상적인 기호를 이용하여 일반화 하고 분석하는데 어려움을 겪는다. 이러한 특성은 고려하지 않고 연역적인 방법만을 사용하고 공식을 정당화 할 경우 학생들은 그 의미를 이해하지 못하고 풀이과정을 기억하려고 할 것이다. 따라서 성취도가 낮은 학생들에게는 다양한 방법을 활용하여 공식을 정당화 할 필요가 있다. IBDP 교과서에서는 개념 설명은 직관적이고 구체적으로 보여주므로 학생들의 사고 수준에서 개념을 이해하고 학습하는데 많은 도움이 된다. 그러나 개념 설명은 다소 쉽게 느껴질 수 있으나 제시되는 문제의 수준은 높으며 이러한 문제를 다룸으로써 수학적 사고력이 많이 향상될 것으로 보인다.

본 논문은 우리나라와 IBDP HL의 교과서에서 다루는 대수영역 내용의 범위 및 깊이, 문제의 수준 그리고 개념을 설명하는 방식이나 문제의 유형 및 교수-학습 방법 등의 비교를 통하여 우리나라의 교육과정 및 교과서 개발에 도입할 수 있는 부분을 찾고자 하였다. 결과적으로 우리나라의 학생들이 대수영역에서 학습하는 양을 좀 더 줄이고 직관적인 방법을 도입하여 학습한다면 학생들의 수학에 대한 부담감을 줄일 수 있고 학생들이 수학을 학습하는데 흥미와 성취도를 함께 높일 수 있을 것으로 보인다. 이를 더욱 발전시키기 위하여 추후에는

IBDP의 대수 이외의 다른 영역에 대한 연구도 요구되며, 또한 현장에서 실제 활용될 수 있는 연구가 필요할 것으로 보인다.

참 고 문 헌

강익수·박하식 외 (2008/2009). 세계화에 대비하는 고교 교육과정의 구성방향 탐색 : 균형 있는 교육과정 구성을 위한 시론, 교육과정연구, 26(3), pp. 69-96.

Kang, I, S. Park, H, S.(2008). *Toward a Curricular Balance of High School in Global Age*, The Journal of Curriculum Studies, 26(3), pp, 69-96.

김남희 외 (2011). 예비교사와 현직교사를 위한 수학교육과정과 교재연구(개정판), 경문사

Kim, N, H.(2012). *Mathematics Curriculum and a Study of Teaching Materials for Preliminary Teacher and Present Teacher*, Kyungmoonsa

권난주 외 (2012). 과학교육 내실화를 위한 글로벌 교육과정 개발 및 적용방안 연구, 주관연구기관 경인교육대학교 산학협력단

Kwon, N, J.(2012) *A Study for the Development and Application of Global Curriculum towards Reinforced Science Education*, Research Managing Department, Gyeongin National University of Education, Industry-Academic Cooperation Foundation

교육과학기술부 (2011). 수학과 교육과정, 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책8]

Ministry of Education and Science Technology. (2011). *Curriculum of Mathematics Department,* Ministry of Education and Science Technology Guidelines, 2011-361

류희찬 외 (2014). 고등학교 수학II, 서울: ㈜천재교과서

Lew, H, C.(2014). *High School MathII*, Seoul: ChunJae Education

이준열 외 (2014). 고등학교 수학I, 서울: ㈜천재교과서

Lee, J, Y.(2014). *High School Math I ,* Seoul: ChunJae Education

장기영 (2013). IB로 명문대가기, BBC영국 교육원

Jang, G, Y.(2013). *Go to Famous College by IB*, BBC British Education Center

정혜준 (2013). 국내외 지역학교에서의 IB 교육과정 도입 및 접목 사례 연구, 교육과정연구 31(4), pp. 195-212.

Jeong, H, J.(2013). *Studies on the Adaption of the International Baccalaureate curriculum in Local Schools,* The Journal of Curriculum Studies 31(4), pp. 195-212.

Barry Drake(2004). International Education and IB Programmes: World wide Expansion and Potential Cultural Dissonance, *Journal of research in International Education, Vol, 3(2)* 189-205.

International Baccalaureate Organization (2012). *Diploma Programme Mathematics HL guide First examinations 2014*

Lodewijk van Oord (2008), Peace education: an International Baccalaureate perspective. *Journal of Peace Education, 5*(1), 49-62.

Paul Fannon, Vesna Kadelburg, Ben Woolley and Stephen Ward(2012). *Mathematics Higher Level for the IB Diploma,* Cambridge University Press

A Comparative Study of Mathematics Textbook Between 2009 Revised Curriculum and IB Diploma Program

- The case of high school Algebra -

Yang, Hyun Ju
SungkyunKwan University
E-mail: ashie867802@hotmail.com

Choa, Jun Soo
SungkyunKwan University
E-mail: jschoa@skku.edu

Choe, Seung Hyun
Ewha Womans University
E-mail: jhtina@ewha.ac.kr

The scientific technology developed rapidly and the internet became more popular, also, the world became interactive with one another and the word 'Global' became popular and built a new paradigm. As the development of the society, the ideal criteria for the competent student changed. Consequently, the attention for the globalized education increased. From the points of view of mathematical education, it became a important task to be prepared for international competitiveness for korean talented students. For theses reasons, this article analyzes the characteristics of IBDP and its textbook, which is an international official curriculum and one of the actualizing method for internalization Korean high school curriculum and text book, specifically, focusing on algebra part.

Especially, Korean curriculum textbooks and the Mathematical Higher Level textbooks of IBDP was compared and analyzed. As a result, the depth and range of the content, standard level of the question, methods being used to explain the concept, type of questions as well as teaching – learning method were analyzed and in each chapter of the algebra we give meaningful result and proposed discussion.

* ZDM Classification : D40
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : IBDP(International Baccalaureate Diploma Program), International official approval Curriculum Mathematics Education, Algebra Area, International Baccalaureate Curriculum