

초등 수학 학습부진아의 자릿값 이해 수준

장 해 원* · 임 미 인** · 강 태 석***

초등 수학에서 학습부진의 원인은 다양하지만, 선수학습요소의 결여가 하나의 원인으로 주목되고 있다. 본 연구에서는 초등 수학 학습부진의 원인으로 자릿값 이해의 결여 가능성을 고려하여, 초등 수학 학습부진아의 자릿값 이해 수준을 분석하고, 그들이 어려움을 느끼는 자릿값 개념의 과제 유형을 파악하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 수학 학습에서 지속적으로 어려움을 보이는 초등학교 3학년 학습부진아 10명을 대상으로 자릿값 개념 이해 검사인 SToPV를 개별적으로 적용함으로써 학생들의 반응을 분석하였다. 분석 결과, 초등학교 3학년 시기의 수학 학습부진아들은 이전 학년에서 자릿값을 학습하였음에도 불구하고 자릿값을 이해하고 활용하는 데 어려움을 느끼며, 어려움을 느끼는 과제 유형에 있어서도 경향성이 있음이 파악되었다. 분석 결과 및 그에 대한 논의를 통해 초등 수학 학습부진아의 자릿값 개념 진단과 지도를 위한 교수학적 시사점을 도출하였다.

I. 서 론

수 개념과 자릿값의 관계를 사람과 이름의 관계로 비유한 Britt(2014)는 자릿값 이해를 위해 우리가 사용하는 십진법의 계열과 그 구조를 이해해야만 한다고 하였고, 이는 위치적 기수법에 기초한 수의 표기와 명명에서 자릿값의 중요한 의미와 역할을 강조한 것으로 볼 수 있다. 자릿값은 수 개념과 수 감각의 형성뿐만 아니라 후속하는 사칙계산과 어림에 있어서도 중요한 기초가 된다(강영란 외, 1999; Caldwell et al., 2011 등). 자릿값 개념을 이해하는 것은 수의 기초뿐만 아니라 그 밖의 수학적 성취에 있어서 필수 조건인 것이다.

이처럼 자릿값은 위치적 십진기수법을 채택한

현대적 수 표기법에서 필수적인 수학의 기초 개념이기 때문에, 이른 시기에 수학 학습과 동시에 암묵적으로 출현할 수밖에 없는 개념이다. 그러나 그것을 다루는 초등학교 1~2학년 학생들이 자릿값 개념을 명확히 이해하는 것은 결코 쉬운 일이 아니다. 이를테면, Gray & Tall(1992)은 452와 같은 수의 자릿값을 백뿔음 4개, 십뿔음 5개, 날개 2개로 묶어 세는 절차와 동시에 그 절차의 결과인 세 자리 수 452로 파악하려면, 단순히 수의 이름을 순서대로 쓰는 지식이나 세는 과정이 아니라 절차개념(procept)으로서의 수 개념이 요구된다고 하였다. 이러한 이유에서 강영란 외(1999), Price(2001), Britt(2014) 등은 자릿값 개념을 비례적인 또는 비비례적인 다양한 구체물이나 그림 모델을 사용하여 체계적으로 지도해야 한다고 제안하고 있다. 학습 대상인 자릿값 개념

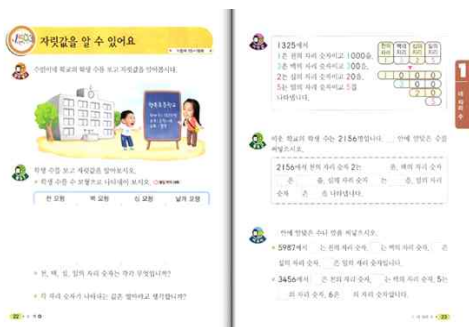
* 서울교육대학교, hwchang@snu.ac.kr (제1 저자)

** 서울교육대학교 교육전문대학원, ssbin22@sen.go.kr (교신저자)

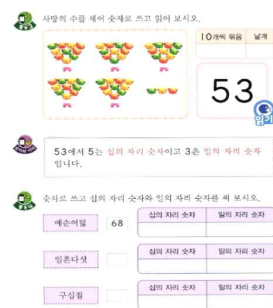
*** 서울교육대학교 교육전문대학원, mathkts@gmail.com

의 추상성과 학습 주제인 저학년 학생의 구체적 조작 가능성의 대비적 특성 때문에 자릿값 개념에 기초한 수 지도 맥락에서 Dienes(1960)의 시각적 다양성의 원리를 고려한 구체물이나 그림 모델을 사용하는 것은, 학생들이 개념 또는 절차에 있어서 다양한 표현들을 서로 연결함으로써 자릿값에 대한 이해를 견고히 하도록 도울 것이다(NCTM, 1989).

현행 교과서에서 자릿값 관련 내용은 자릿값을 차시 목표로 다루거나(그림 I-1), 차시 제목은 아니지만 활동 중에 자릿값을 다루는 경우(그림 I-2)로 포함된다. 구체적으로 십모형과 날개모형을 이용한 묶어 세기, 두 자리 수 관련 물체의 수를 세어 숫자로 쓰고 읽기, 천, 백, 십, 일의 자리 숫자가 무엇이며 각 숫자가 나타내는 값이 얼마인지 쓰기 등 자릿값 개념과 관련된 여러 활동을 다루고 있음을 알 수 있다. 이와 같은 다양함에도 불구하고, 비전형적인 묶어 세기, 자리지기 0의 의미 이해하기, 수를 듣고 쓰기(Berman, 2011)는 발견되지 않으며, 수를 읽는 활동도 몇 백까지만 제시되어 있고 몇 백을 제외한 세 자리 수와 네 자리 수를 읽는 활동은 충분히 구현되어 있지 않다. 이는 교과서에서 자릿값의 중요성에 대한 인식이 확인됨에도 불구하고, 구현의 다양성이 부족함을 보여준다.



[그림 I-1] 수학 2-2, p.22~23 (교육부, 2014c)



[그림 I-2] 수학 1-2, p.22 (교육부, 2014a)

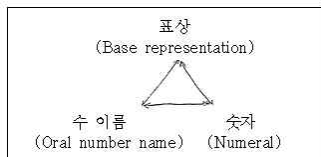
한편 실제 수업에서 자릿값 지도의 어려움은 자릿값 개념이 지니는 추상성으로 인해 학생들이 이를 명확히 이해하였는지 교사가 가시적으로 확인하기 어렵다는 데 있다. 수학 학습부진아의 경우, 자릿값을 정확하게 이해하지 못하면 수학 학습 요소의 계열성으로 인하여 그 영향이 후속 학습에까지 미쳐 수학을 포기하는 요인으로 작용할 가능성을 배제할 수 없다. 이는 수학 학습을 위한 자릿값 개념의 이해와 더불어 그에 대한 정확한 진단이 필요함을 함의한다. 외국의 경우 자릿값의 이해 자체에 관한 연구(Resnick, 1984; Steffe et al., 1988; Fuson et al., 1997; Price, 2001 등)뿐만 아니라 그 수준을 진단하는 연구(Price, 2001; Berman, 2011 등)도 다수 이루어진 반면, 우리나라에서는 후자와 관련한 연구는 미비한 것으로 파악된다.

이에 본 연구는 수학 학습 부진아들의 자릿값 이해 수준을 조사하고 그들이 특히 어려움을 느끼는 자릿값 과제 유형을 파악하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 Berman(2011)이 제안한 SToPV(the Six Tasks of Place Value, 자릿값 5분 테스트)를 검사도구로 활용하여 초등 수학 학습 부진아들의 자릿값 개념 이해 수준을 개별 진단하고 그 결과를 분석하였다. 장경윤 외(2014)는 오늘날 우리나라 수학교육에 있어서, 학습 부진을 명확히 진단하는 도구의 부재를 문제로 지적

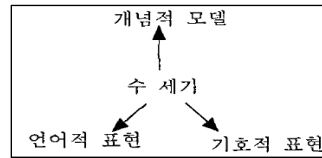
하였으며, 단지 낮은 학업 성취도에 근거하여 부진아로 선별하기보다는 부진의 유형을 분류하고 그 원인을 체계적으로 규명할 도구의 필요를 제기하였다. 이러한 측면에서 자릿값 테스트인 SToPV는 짧은 검사 시간, 간단한 준비물이라는 장점을 지닌 동시에, 적용 결과로부터 교사에게 개별 부진아에게 보충이 요구되는 세부 내용을 제공할 수 있고 각 학생의 부족한 자릿값 개념 과제 유형을 파악할 수 있게 하는 진단도구로 적절하다고 할 수 있다. 구체적인 연구 결과는 초등 수학 학습부진아들의 자릿값 개념 관련 진단과 처방에 대한 시사점을 제공할 것으로 기대된다.

II. 자릿값 이해 수준에 대한 이론적 고찰

자릿값 이해의 요소는 연구자에 따라 조금씩 다르게 정의되고 있다. Payne & Rathmell(1975)은 [그림 II-1]과 같이 수의 표현 방법을, 이에 기초하여 강영란 외(1999)는 [그림 II-2]와 같이 자릿값 이해의 기본요소로서 수 세기에 대한 개념적 모델, 언어적 표현, 기호적 표현의 세 가지를 제시하였다. 개념적 모델을 가지고 수 세기 활동을 하면서 말(언어)로 설명하는 것과 숫자(기호)로 표현하는 것을 연결하면서 자릿값 개념이 형성된다는 것이다.

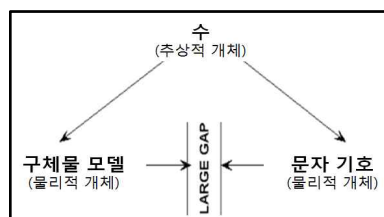


[그림 II-1] 수의 표현 방법 (Payne & Rathmell, 1975)



[그림 II-2] 자릿값 이해의 기본요소 (강영란 외, 1999)

Price(2001)는 자릿값 이해의 요소로서 추상적인 수, 문자 기호, 구체물 모델의 세 가지를 제시하였으며 이들 간의 연결 관계에 주목하였다. 추상적인 수는 숫자와 같은 문자 기호와 구체물과 같은 다양한 물리적 모델의 두 가지 방법으로 표현되며(Hiebert, 1988), 학생들이 이러한 관계에 대해 이해할 때 자릿값 개념을 명확히 가질 수 있다고 하였다. 그러나 Hiebert(1988), Price(2001) 등에 따르면 [그림 II-3]과 같이 학생들이 수를 문자 기호와 구체물 모델로 나타내는 것 사이에 간극이 존재한다. 이 요소들 간의 연결은 자동적으로 일어나는 것이 아니기 때문에 교사는 그림 자료 등 다양한 표현 방식을 사용하여 이러한 격차를 좁히기 위한 지도를 해야 한다(Baroody, 1990; Gluck, 1991; Ross & Kurtz, 1993 등).



[그림 II-3] 문자 기호와 구체물 간의 개념적 격차(Price, 2001)

한편, 자릿값 이해 수준은 앞서 언급한 요소들 간의 관계를 파악하는 정도에 따라 몇 개의 단계로 나눌 수 있다(Resnick, 1984; Ross, 1986;

Price, 2001 등). Price(2001)는 자릿값에 관한 선행연구에 기초하여 단일 구성, 몇 십과 낱개들의 구조, 단위로서의 10, 표현의 유연성의 총 4단계로 구성된 자릿값 개념 이해의 구조를 제시하였다. 첫째, 단일 구성은 학생들이 구체물을 가지고 수 세기를 하면서 머릿속에 수의 계열을 떠올리고 이를 수직선에 표시하거나 수에 이름을 부여하는 등 앞서 언급한 [그림 II-2]와 비슷한 일종의 통합적 구성을 통해 자릿값을 이해하는 것이다. Fuson et al.(1997)은 이러한 개념적 구조가 십진법 수에 대한 후속 학습에 있어서 중요한 기초가 된다고 하였다. 둘째, 몇 십과 낱개들의 구조는 부분-전체의 초기 구조로서, 양이 다양한 방법으로 분할될 수 있음을 배우는 것과 관련 있다. 특히 여러 자리 수에 해당하는 양을 몇 십과 나머지 낱개들로 나누는 것은 여러 자리 수의 독특한 분할 방식 중 하나임을 강조하며, 이 단계에서는 두 자리 수 이상의 수를 몇 십과 낱개로 나누고 그것에 해당하는 숫자를 쓰면서 기호로 표현할 수 있다고 하였다. 또한 이 단계에 해당하는 학생은 ‘36에는 10이 몇 개 포함될까?’ 또는 ‘82에서 십의 자리에 표시해 보시오’와 같은 문제를 해결할 수 있다. 셋째, 단위로서의 10은 두 번째 단계인 몇 십과 낱개들의 구조로부터 개발되며, 십의 자리가 십뿔음을 상징하는 기호라는 사실에 주목하게 된다. Ross(1989)는 이 단계의 학생은 두 자리 수에서 왼쪽 자리의 숫자는 구체물 10개씩의 집합을, 오른쪽 자리의 숫자는 남아 있는 구체물 낱개들을 나타내는 것임을 알 수 있다고 하였다. 넷째, 표현의 유연성 구조는 자릿값 개념의 이해에 있어서 가장 수준 높은 단계이다. 이는 이전 단계인 단위로서의 10 구조에 대한 이해를 바탕으로 개발되며, 여러 자리 수를 구체물로 나타낼 때 십진법에 기초하여 하나의 자리에 0부터 9까지의 수만 나타내는 표준적인 표현과 하나의 자리에 9이상의

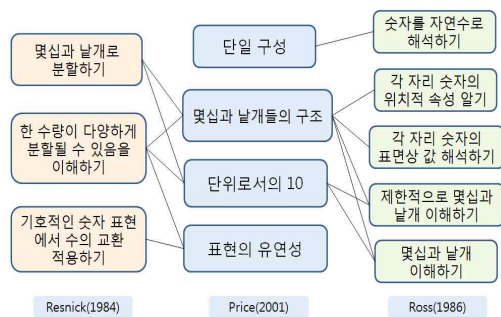
수를 나타내는 비표준적인 표현을 자유롭게 혼용할 수 있는 능력을 의미한다. 예컨대, 이 단계에서 학생들은 75를 십뿔음 7개와 낱개 5개, 십뿔음 6개와 낱개 15개 또는 십뿔음 4개와 낱개 35개 등 다양한 방법으로 표현할 수 있다. Greeno(1991)는 여러 가지 수를 비표준적인 용어로 표현하고 이해하는 능력은 후속하는 연산을 능숙하게 하는데 있어서 필수적인 전제가 된다고 강조하였다.

자릿값 이해 수준을 3단계로 구분한 Resnick(1984)은 1단계로 몇 십과 낱개로 분할하기, 2단계로 한 가지 수량이 다양하게 분할될 수 있음을 이해하기, 3단계로 기호적인 숫자 표현에서 받아올림, 받아내림 등을 포함하는 수의 교환 적용하기를 제시하고 있다.

한편 Ross(1986)는 자릿값 이해 수준을 5단계로 구분하였다. 1단계의 학생은 두 자리 숫자를 그것이 나타내는 자연수로서 해석할 수 있다. 즉 두 자리 숫자를 읽고 쓸 수 있으며 전체 숫자를 그것이 나타내는 수와 연결 지을 수 있다. 2단계에서는 두 자리 수에서 각 자리 숫자의 위치적 속성에 대해 설명할 수 있으며, 이는 오른쪽 자리는 일의 자리이고 왼쪽 자리는 십의 자리임을 알게 되는 것이다. 3단계의 학생은 두 자리 숫자에서 각 자리가 가리키는 표면상의 값을 해석할 수 있다. 이때 십의 자리를 나타내는 구체물이 몇 십을 표시함을 알지만, 이것이 단위로서의 10임을 인식하지는 못한다. 4단계에서는 그 이해가 다소 제한적이고 수행을 전적으로 신뢰할 수는 없지만, 십의 자리를 10씩 뿔음으로 해석할 수 있다. 즉 두 자리 숫자에서 왼쪽 자리는 몇 십의 집합을, 오른쪽 자리는 남아있는 낱개를 의미함을 알지만, 이러한 지식은 잠정적이며 다소 불분명한 과제 수행을 통해 보여 진다. 마지막 5단계에서는 십의 자리를 10씩 뿔음으로 이해하는 것을 쉽게 설명하고 그 수행이 능숙하다. 두 자리

숫자에서 각 자리는 전체 양을 십의 자리와 일의 자리로 나눈 것임을 이해하며, 각 자리에 대응하는 구체물의 양이 동등하지 않은 묶음으로 결정됨을 알게 되는 것이다.

이와 같은 선행연구들은 자릿값 이해 수준이 이해 정도에 따라 3~5개의 점진적 단계로 구별됨을 보여주며, 각 연구자가 제시한 단계간의 관계를 비교하여 나타내면 [그림 II-4]와 같다.



[그림 II-4] 자릿값 이해 수준 비교 분석

앞선 세 연구자가 자릿값 이해 수준을 종합적으로 제시한 것에 반해, Berman(2011)은 자릿값 이해와 관련된 6개의 과제로 세분화하여 제시하고 각 과제별로 3~4가지의 특성을 구분하여 수준을 부여하고 있다는 점에서 분석적 접근을 취하고 있다. 각 과제의 수준을 구분해주는 구체적인 특성은 <표 III-1>과 같으며, 과제 6개에 대한 검사를 모두 수행하여 과제별 수준을 파악한 후 최종적으로 Ross(1986)의 분석틀을 적용하여 학생의 자릿값 이해를 초기, 구성 중, 이해의 세 단계 중 하나로 결정할 수 있다. 본 연구의 관심은 수학 학습부진의 구체적인 원인을 진단하고 결손에 대한 처방을 위해 자릿값에 관한 각 과제별 세부적인 수준을 진단하는 것이므로, Ross(1986)를 이용한 학생의 자릿값 이해의 최종 단계를 결정하기 보다는 Berman(2011)의 SToPV 검사 자체를 활용하고자 한다.

III. 연구방법

1. 연구 대상

본 연구의 목적은 초등 수학 학습부진아의 자릿값 이해 수준을 파악하고 학생들에게 어려움을 야기하는 자릿값 과제 유형을 분석함으로써 자릿값에 대한 이해를 진단하는 것이다. 검사의 적용을 위해, 이전 학년도에 2학년의 ‘세 자리 수’와 ‘네 자리 수’를 이수함으로써 전반적인 자릿값 개념을 학습한 초등학교 3학년 수학 학습부진아를 연구 대상으로 하였다. 이들은 서울시 구로구 0초등학교의 3학년 학생으로서 3학년 1학기 1, 2단원 성취도 및 2학년 1년 동안의 수학 성취도가 하위권에 머무는 학생들 중 개별검사에 동의한 남학생 4명과 여학생 6명(S1~S10)이다.

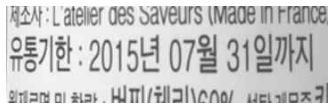
2. 검사 도구

본 연구에서는 Berman(2011)의 SToPV 6개 문항을 검사 도구로 선정하였다. 이 검사 도구는 교사가 주어진 6개의 문항과 주변에서 쉽게 구할 수 있는 몇 가지 준비물을 가지고 학생과 약 5분 내외의 개별 인터뷰를 통해 간단히 검사를 실시할 수 있도록 설계되었다. 검사문항은 교사들이 학생들의 자릿값 이해 수준을 쉽게 조사하고, 자릿값 개념과 관련된 수의 부분-전체 표현, 수세기, 여러 자리 수 읽고 쓰기, 자리지기로써 0의 역할 등을 평가할 수 있도록 구성되었다. 구체적으로 1번과 2번은 자릿값과 관련하여 각각 전형적인 묶어 세기와 비전형적인 묶어 세기의 이해를 확인하는 문항이고, 3번은 10씩 묶어 세기를 할 수 있는지 확인하는 문항이다. 4번은 자리지기로써의 0의 의미 이해와 관련된 문항이며, 5번과 6번은 각각 네 자리까지의 수를 듣고 쓰기와 읽기를 확인하는 문항이다. 상세 내용

은 <표 III-1>에 제시되며, 다음과 같은 검사 준비물이 필요하다.

- 십모형 8개
- 날개모형 40개
- 바둑돌 26개
- 셀 수 있는 콩 또는 작은 물체 60-100개
- 비어있는 수 카드 10장
- 2015년 07월 31일처럼 유효기간이 적힌 사진 자료

이 중 4번 문항을 위하여 과일잼의 해당 부분을 확대 촬영하여 [그림 III-1]과 같이 학생에게 제시하였으며, 검사를 위한 전체적인 준비물은 [그림 III-2]와 같이 구성된다.



[그림 III-1] 과제4 검사 준비물



[그림 III-2] SToPV 검사 준비물

3. 자료수집 및 분석

본 연구는 수학 학습부진아들의 개별적인 자릿값 이해 수준 검사 과정에서 반응 분석을 위해 질적 사례연구방법을 사용하였다. 결과보다는

과정에 관심을 두거나 또는 관련 선행연구가 많지 않아 해당 분야에 있어 기초적인 정보를 찾아내고자 할 때 사례연구가 타당함을 제안한 Merriam(2005)에 근거하면, 본 연구는 학생들이 자릿값을 이해하는 수준을 개별면담의 과정 속에서 확인할 것이며 우리나라에서 자릿값 개념 진단에 관한 선행연구가 부족하기 때문에 질적 사례연구를 통해 자료를 수집하는 것이 적합하다고 할 수 있다.

구체적으로 2015년 5월에 연구 대상인 초등학교 3학년 수학 학습부진학생 10명에게 일대일 인터뷰를 통한 개별검사를 실시하고 검사 과정 전반을 녹화하여 자료를 수집하였다. 학생 반응을 좀 더 면밀히 관찰하기 위해 연구자 중 1인이 학생에게 6개 문항에 대해 차례대로 질문하면서 학생의 반응을 확인하여 현장노트를 작성하였으며 검사 시간은 평균 5분 내외가 소요되었다. 본 연구의 분석 방법은 각 문항에 대한 학생들의 반응이 <표 III-1>에서 제시한 Berman(2011)의 SToPV에서 범주화한 수준의 어느 특성을 보이는지 결정하는 것이다. 학생 반응이 명확하지 않은 경우에는 연구자 3인이 자료를 보며 논의하여 처리하였다.

IV. 연구결과

본 연구의 대상인 10명의 학습부진아(S1~S10)에 대해 SToPV 검사를 실시하고 <표 III-1>에 제시된 수준을 분석틀로 하여 각 학생별, 과제별 자릿값 이해 수준을 분석하였다. 과제별 검사 결과를 <표 IV-1>에 제시하고, 구체적인 반응과 그

1) Berman(2011)은 4번 문항에 대해 최고 수준을 3수준까지 제시하였으나 본 연구에서 예비실험을 실시한 결과, '07'이 7임을 알지만 자리지기로 0의 의미를 설명하지 못하는 학생들이 다수 발견되었다. 이에, 07이 7임을 아는 3수준을 세분화하여 0의 의미까지 설명하는 경우는 4수준으로, 7임을 알지만 0의 자리지기 의미를 설명하지 못하는 경우는 3수준으로 그 수준을 수정하여 활용하였다. 이는 4수준까지 제시된 다른 과제와의 형평성을 고려한 조치이기도 하다.

<표 III-1> SToPV 검사문항(Berman, 2011의 수정·보완)

번호	과제	교사 발문	수준	
1	전형적인 묶어 세기	(학생에게 십모형 8개, 날개모형 40개 제공) -이것으로 52를 만들어보자. -이것이 52인지 어떻게 알지?	4	십모형 5개, 날개모형 2개를 이용하여 만들고 막대는 10을, 날개는 1을 나타냄을 설명한다.
			3	52를 만들지만 설명하지 못한다.
			2	날개만으로 시도해본 후에 52를 만든다.
			1	십모형 5개와 날개 2개를 선택하지 못한다. (날개만으로 52를 만드는 것은 불가능하다.)
2	비전형적인 묶어 세기	(종이와 연필, 바둑돌 26개 제공) -이것을 세어서 몇 개인지 써보아라. -(쓴 후) 네 개씩 묶어보아라. -(26의 6에 동그라미 치고) 26에서 이 부분이 네가 가진 바둑돌 개수와 어떤 관련이 있지? -(26의 2에 동그라미 치고) 26에서 이 부분은 바둑돌 개수와 어떤 관련이 있지?	4	2가 십묶음의 개수이고 6은 날개의 개수를 나타냄을 설명한다. (구체물에 의존할 경우, 바둑돌의 십묶음 2개가 2를, 날개 6개가 6을 나타낸다고 설명한다.)
			3	2는 20을, 6은 6을 뜻한다고 설명한다. (구체물에 의존할 경우, 바둑돌을 날개로 세어 20개가 2를, 6개가 6을 나타낸다고 설명한다.)
			2	(배열된 대로) 2는 남겨진 2개를, 6은 6개 그룹을 의미한다고 설명한다.
			1	의미하는 바를 알지 못하거나 수를 잘못 쓰거나 '26이에요' 와 같은 일반적 대답만 한다.
3	10씩 묶어 세기	(60내지 100개, 예컨대 84개의 바둑돌을 학생 앞에 놓고) -몇 개라고 생각하니? -(기록 후) 세어보렴. -(학생이 사용하는 전략을 주목하라. 십씩 세지 않으면) 다시 십씩 세어보렴.	4	십씩 센 전체를 보존하며 능숙하게 십묶음을 세어 전체가 84개라고 말한다.
			3	십묶음을 세고, 십이 하나의 실체임을 보이며 바둑돌을 합해 가면서 전부 84개라고 말한다. (십 전체가 보존되지 않음)
			2	바둑돌을 십묶음으로 놓지만, 전부 몇 개인지 말하지 못한다. '바둑돌이 몇 개지?' 라고 물으면 바둑돌의 수가 아니라 묶음의 수 또는 십묶음에 있는 바둑돌의 수를 답한다. 여전히 1씩 센다.
			1	이것이 의미하는 바를 알지 못하거나 각각의 바둑돌을 10으로 센다.
4	자리지기 0의 의미	(상품 유효기간에 적힌 날짜 중 0이 앞에 있는 것을 보여주며) -(07을 가리키며) 이건 어떤 수지? -왜? -0이 무엇을 하는 거지?	4	수는 7이고, 0은 십의 자리 수를 위한 자리지 기임을 말한다.
			3	수는 7이라고 말하지만, 자리지기인 0에 대해 설명하지 못한다.
			2	그것은 70이 아니지만 무엇인지 확실하지 않다고 말한다.
			1	수는 70이라 말하거나 0이 중요한 무언가를 의미한다는 지표표를 보이지 않는다.
5	네 자리 수까지 듣고 쓰기	(연필과 종이를 제공) -수 3, 6, 19, 83, 901, 782, 9607, 7045, 8572를 써라. (각 수를 쓰기에 충분한 시간을 제공하고, 구별하기 쉽도록 네모 칸 제공 가능)	4	주어진 9가지 수를 모두 옳게 쓴다.
			3	0이 포함되지 않은 네 자리 이하의 수인 3, 6, 19, 83, 901, 782, 8572를 옳게 쓴다.
			2	세 자리 이하의 수인 3, 6, 19, 83, 901, 782를 옳게 쓴다.
			1	두 자리 이하의 수인 3, 6, 19, 83을 옳게 쓴다.
6	네 자리 수까지 읽기	(수 5, 9, 13, 40, 67, 158, 603, 8005, 7409, 6251이 적힌 수 카드 10장 준비) -(한 번에 한 장씩 보여주고) 이것은 무슨 수지? (0이 있거나 없는 수를 이름 짓는 지식의 필요)	4	주어진 10가지 수를 모두 옳게 읽는다.
			3	0이 포함되지 않은 네 자리 이하의 수인 5, 9, 13, 40, 67, 158, 603, 6251을 옳게 읽는다.
			2	세 자리 이하의 수인 5, 9, 13, 40, 67, 158, 603을 옳게 읽는다.
			1	두 자리 이하의 수인 5, 9, 13, 40, 67을 옳게 읽는다.

분석을 과제별로 상술하였다(<표 IV-2> ~ <표 IV-7>).

1. 수학 학습부진아들의 자릿값 이해 수준 분석 결과

S1~S10의 전체적인 SToPV 검사 결과는 <표 IV-1>과 같다.

검사 결과, 연구 대상자 10명 중에서 6개 과제 모두에서 4수준을 보인 학생은 한 명도 없는 것으로 나타났다. 2개, 3개의 과제에서 자릿값 이해가 부족한 학생이 각각 2명(S2, S3)과 6명(S1, S4, S7, S8, S9, S10)이다. S6은 2개의 과제에서만 4수준을 보였으며, 본 연구 대상자 중 학업성취도가 가장 낮았던 S5의 경우는 듣고 쓰기를 제외한 5개 과제에서 낮은 수준으로 분석되어 자릿값 개념에 대한 전반적인 이해가 가장 부족한 것으로 나타났다.

과제별, 학생별로 평균 수준을 제시하였다. 전자는 전반적으로 낮은 이해를 보이는 자릿값 과제 유형을, 후자는 자릿값에 대한 이해 결여 학생을 파악하도록 해준다.

먼저 과제별 평균 수준은, 과제1 3.7, 과제2 2.4, 과제3 2.6, 과제4 3.0, 과제5 3.1, 과제6 3.5

로, 초등 수학 학습부진아가 가장 어려워하는 과제는 과제2인 비전형적인 묶어 세기로 드러났다. 또한 6개 과제의 평균 수준은 3.1이었으며, 평균에 미치지 못하는 과제는 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기, 자리지기 0의 의미였다. 가장 높은 수준을 보인 전형적인 묶어 세기(과제1)는 학생들이 가장 잘 이해하고 있는 자릿값 과제 유형이라 할 수 있다.

학생별 평균 수준을 분석한 결과, 학생 10명의 평균 수준은 3.1이었으며 이에 미치지 못하는 학생은 S5, S6, S7, S9의 4명이다. 특히 S5는 2.2, S6은 2.7로 나타나 자릿값 이해에 큰 어려움을 겪는 것으로 파악되었다.

이 연구 결과가 진단검사로서의 가치를 지니기 위해서는 학생별로 이해 부족한 과제 유형에 주목할 필요가 있다. S1과 S10은 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기, 자리지기 0의 의미에 대한 이해가, S2는 10씩 묶어 세기와 자리지기 0의 의미에 대한 이해가 부족하였다. S3은 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기에서, S4는 10씩 묶어 세기, 자리지기 0의 의미, 네 자리 수까지 듣고 쓰기에서 낮은 수준을 보였다. S6은 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기, 자리지기 0의 의미, 네 자리 수까지 듣고 쓰기에 대한 이해가

<표 IV-1> 수학 학습부진아 10명의 SToPV 검사 결과

과제 학생	과제1	과제2	과제3	과제4	과제5	과제6	학생별 평균
	전형적인 묶어 세기	비전형적인 묶어 세기	10씩 묶어 세기	자리지기 0의 의미	네 자리 수까 지 듣고 쓰기	네 자리 수까지 읽기	
S1	4	3	2	3	4	4	3.3
S2	4	4	2	3	4	4	3.5
S3	4	1	2	4	4	4	3.2
S4	4	4	2	3	3	4	3.3
S5	1	2	2	3	4	1	2.2
S6	4	2	2	1	3	4	2.7
S7	4	2	4	3	1	4	3.0
S8	4	2	4	3	2	4	3.2
S9	4	2	4	4	2	2	3.0
S10	4	2	2	3	4	4	3.2
과제별 평균	3.7	2.4	2.6	3.0	3.1	3.5	3.1

부족하였다. S7과 S8은 비전형적인 묶어 세기, 자리지기 0의 의미, 네 자리 수까지 듣고 쓰기에 서 수준이 낮은 것으로 분석되었으며 S9는 비전형적인 묶어 세기, 네 자리 수까지 듣고 쓰기, 네 자리 수까지 읽기에서 어려움을 보였다. S5는 네 자리 수까지 듣고 쓰기를 제외한 모든 과제에서 낮은 수준을 보여서 자릿값 개념 전반을 이해하는 데 어려움이 있는 것으로 파악되었다. 이러한 분석 결과는 개별 학생이 어려움을 보이는 자릿값 과제 유형을 파악하도록 하였다.

또한 학생들이 낮은 수준을 보이는 동일 과제에 있어서도 학생별로 그 수준에 차이가 있음이 드러났다. 예컨대, 과제2에서 S1은 3수준으로, S3은 1수준으로 분석되어 해당 과제에 대해서 이해하고 있는 정도가 다름을 보였다. 이는 개별 학생에게 미흡한 자릿값 과제 유형뿐만 아니라 그 이해의 정도를 파악하게 해 준다.

2. 과제 유형별 분석 결과

각 과제별 학생들의 반응을 분석하여 표로 제시하고, 주목할 만한 오류 사례를 촬영한 동영상의 해당 부분을 캡처하여 나타내었다.

가. 과제1: 전형적인 묶어 세기

과제1은 십모형과 날개모형이 충분히 제공될 때, 전형적인 묶어 세기를 검사하며 그 결과는 <표 IV-2>와 같다.

검사 결과, S5를 제외한 9명의 학생들이 십모형 5개와 날개모형 2개를 선택하여 52를 나타냈으며, 10을 나타내는 막대 5개와 1을 나타내는 날개 2개이기 때문에 52가 됨을 설명하여 4수준인 것으로 분석되었다. 특히 S2는 십모형과 날개모형을 들어 보이며 각각이 지니는 의미에 대해 자세한 설명을 덧붙였다. 그러나 S5의 경우, [그림 IV-1]과 같이 십모형 8개가 주어졌음에도 불구하고 날개모형만으로 52를 만들려고 시도하다가 40개까지 센 후, 잘 모르겠다고 포기하여 1수준에 머무르고 있는 것으로 드러났다.



[그림 IV-1] S5의 오류

<표 IV-2> 과제1의 SToPV 검사 결과

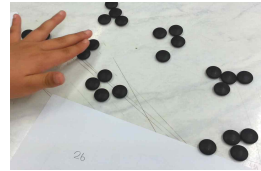
학생	학생 반응	반응 해석	수준
S1	-50이니까 10이 5개, 2는 1, 2니까 이거 두 개하면 돼요.	십모형 5개와 날개모형 2개를 이용하여 52를 만들고 이유를 설명함.	4
S2	-(십모형을 가리키며) 이것들은 십모형이고 5개니까 50이구요. 이것들은 날개모형, 즉 하나란 뜻이고, 하나랑 하나를 더하면 2개가 되니까 전체는 52라고 할 수 있어요.		
S3	-십의 자리 수가 5개 있고, 날개 자리 수가 2개 있으니까 52가 돼요.		
S4	-십모형 5개랑 날개모형 2개여서 그래요.		
S6	-10개모형이 5개고 1모형이 2개니까 그래요.		
S7	-10이 5개 있고 1이 2개 있으니까 52예요.		
S8	-1이 2개이고 10이 5개니까 52예요.		
S9	-십의 자리가 5개고 일의 자리가 2개예요.		
S10	-십모형 5개랑 날개모형 2개여서 그래요.		
S5	-(날개모형을 이용하여 40개를 나열한 후) 40개 밖에 없어요. 잘 모르겠어요.		

나. 과제2: 비전형적인 묶어 세기

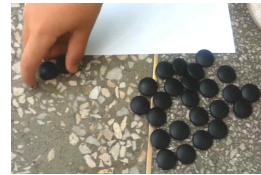
과제2는 과제1과 달리 십모형 없이 날개에 해당하는 바둑돌 26개만이 제공된다. 주어진 바둑돌을 세어보고 다시 4개씩 묶음으로 만들어서 4개씩 6묶음과 날개 2개가 보이는 상황에서 26의 2가 십묶음의 개수를, 6이 날개의 개수를 나타냄을 이해하고 있는지에 대한 검사이다. 비전형적인 묶어 세기 관련 자릿값 개념을 이해하고 있는 학생의 경우, 26의 2가 십묶음의 개수이고 6은 날개임을 설명할 수 있지만, 그렇지 않을 경우에는 남아있는 바둑돌 2개가 26의 2와, 시각적으로 확인되는 묶음 6개가 26의 6과 관련 있다는 오개념이 가능함을 전제로 구성된 문항이며, 그 결과는 <표 IV-3>과 같다.

과제2는 S2와 S4를 제외한 8명의 학생이 모두 1~3수준을 보임으로써 다수의 학생들이 명확히 이해하고 있지 못한 자릿값 과제로 드러났다. 3수준을 보인 S1은 바둑돌 26개를 4개씩 묶은 뒤, 바둑돌을 처음부터 다시 1개씩 세어서 26의 2가 바둑돌 20개를 나타냄을 보였으며 26의 6 또한 6개를 1개씩 세어서 관련됨을 설명함으로써 십묶음 2개와 날개 6개로의 즉각적인 이해가 미흡한 것으로 분석되었다. S5, S6, S7, S8, S9, S10 6명은 [그림 IV-2]와 같이 바둑돌 26개를 세고 다

시 4개씩 묶은 뒤, 2는 남겨진 바둑돌 2개를 의미한다고 가리켰으며 6은 바둑돌과 관련지어 설명하지 못하여 2수준으로 분석되었다.



[그림 IV-2] S6의 오류



[그림 IV-3] S3의 오류

가장 낮은 1수준을 보인 S3은 26개를 4개씩 묶을 수 있으나 과제가 요구하는 바를 잘 이해하지 못하였으며, [그림 IV-3]과 같이 6은 날개인 2개를, 2는 나머지 묶음들의 전체 개수인 24를 나타낸다고 설명함으로써 비전형적인 묶어 세기에 대한 어려움을 드러냈다.

<표 IV-3> 과제2의 SToPV 검사 결과

학생	학생 반응	수준
S2	26개를 세고 4개씩 묶은 뒤, 2가 20을 나타내고 6은 날개 6개를 나타냄을 바둑돌을 이용하여 보이며 설명함.	4
S4		
S1	26개를 세고 4개씩 묶을 수 있으나 2는 20개를 다시 처음부터 1씩 세어 20임을, 6은 6개를 1씩 세어 6이라고 설명함.	3
S5	26개를 세고 4개씩 묶을 수 있으나 2는 2개니까 남겨진 바둑돌 2개를 의미한다고 가리킴. (6이 나타내는 것은 설명하지 못함.)	2
S6		
S7		
S8		
S9		
S10	26개를 세고 4개씩 묶을 수 있으나 의미하는 바를 잘 이해하지 못하고, 6은 날개인 2개를, 2는 나머지 묶음들의 전체 개수인 24를 나타낸다고 설명함.	1
S3		

다. 과제3: 10씩 묶어 세기

과제3은 바둑돌 60~100개를 주고 10씩 묶어 세기를 하여 전체 개수를 구할 수 있는지 알아보는 검사이다. 본 연구에서는 84개의 바둑돌을 제공하였으며 학생들에게 바둑돌을 세어보도록 한 후, 만약 10씩 세지 않으면 다시 10씩 묶어 세도록 제안하여 학생들의 10씩 묶어 세기 수준을 파악하였다. 본 과제에서는 4수준과 3수준의 차이에 주목할 필요가 있다. 4수준은 10씩 묶은 뒤, 전체를 그대로 보존한 상태에서 십묶음 8개와 날개 4개를 세어 84개를 구하는 단계이며, 3수준은 바둑돌 10씩 묶음을 한 곳으로 모아 더해가면서 10, 20, ..., 80, 그리고 4를 통해 84개임을 확인하는 단계이다. 즉, 구체물의 묶음 상태를 보존한 채 시각적으로 즉각적 세기의 가능 여부에 따라 그 수준이 구별되는 것이다. 과제3에 대한 검사 결과는 <표 IV-4>와 같다.

과제3은 S7, S8, S9 3명만이 4수준이고, 나머지 7명의 학생은 모두 2수준으로 분석되었다. 4수준을 보인 3명은 모두 10씩 묶어 센 뒤, 전체를 보

존하면서 십묶음을 세어 전부 84개라고 말하였으며, 그중 S8은 [그림 IV-4]와 같이 알아보기 쉽게 십묶음을 배열함으로써 10씩 묶어 세기에 있어서 시각적 인지 효과를 높이는 개인적인 전략을 사용하기도 하였다.



[그림 IV-4] S8의 세기 전략

2수준을 보인 7명의 학생들에게는 몇 가지 오류 유형이 나타났다. 하나는 십묶음을 만드는 데 능숙하지 못하여 한 묶음에 11개를 놓는 등 실수를 범한 경우이다. S1, S2, S3, S5 총 4명의 학생이 이와 같은 오류를 범하여 10씩 묶어 세는데 미숙함을 보여, 개별 학생의 단순 실수로 간주하기에는 무리가 있어 보인다. 즉 수학 학습부진아들의 세기 관련 실수일 뿐만 아니라 세기에 대한 점검 기제의 부족함을 짐작케 한다. 특히,

<표 IV-4> 과제3의 SToPV 검사 결과

학생	처음 전략	학생 반응	수준
S7	1씩 세기	묶음 상태를 보존하며 십묶음을 세고 전부 84개라고 말함.	4
S8	1씩 세기		
S9	1씩 선택적 세기		
S1	1씩 세어 십묶음으로 놓기	십묶음으로 놓는데 능숙하지 못하고, 십묶음 1개를 11개로 잘못 놓았기 때문에 83개처럼 보이나 처음에는 85개라고 했다가 84개로 수정하여 답을 제시하며 혼란스러워 하는 모습을 보임.	2
S2	1씩 세어 십묶음으로 놓기	십묶음으로 놓지만, 십묶음 1개를 11개로 잘못 놓았기 때문에 83개라고 말함.	
S3	1씩 세기	십묶음으로 놓고, 십묶음이 8개, 날개가 4개임에도 불구하고 전부 94개라고 말함.	
S4	1씩 세기	십묶음으로 놓는데 능숙하지 못하여 십묶음과 오묶음이 혼재하며, 십묶음 1개를 11개로 잘못 놓아 십묶음 8개와 날개 3개를 제시함. 전부를 83개라고 말하지 못하고 십묶음의 수인 8개라고 말함.	
S5	1씩 선택적 세기	십묶음으로 놓지만, 마지막 십묶음 1개를 14개로 잘못 놓은 뒤 전부를 90개라고 말함.	
S6	2씩 세기	십묶음으로 놓고, 십묶음이 8개, 날개가 4개임에도 불구하고 전부 74개라고 말함.	
S10	1씩 세어 십묶음으로 놓기	십묶음으로 놓고, 십묶음이 8개, 날개가 4개임에도 불구하고 전부 74개라고 말함.	

S5의 경우 [그림 IV-5]와 같이, 십묵음을 놓는데 어려움을 보여 오묵음과 십묵음이 혼재하는 양상을 보였으며 결과적으로 십묵음과 날개로 놓았음에도 불구하고 전체 개수를 말하지 못하였다. 다른 오류 유형은 S4, S10과 같이, 전체를 십묵음 8개, 날개 4개로 옳게 놓았음에도 불구하고 전체 개수를 84개가 아닌 94개, 74개로 제시하는 등 전체를 보존한 상태에서 10씩 세기 전략을 활용한 세기가 미흡한 경우이다. 마지막 오류 유형은 S6처럼 십묵음으로 놓을 수 있지만 마지막 날개 처리에서 오류를 보이고 전체 개수를 옳게 말하지 못하는 경우이다. S6은 십묵음 8개를 만든 뒤, 날개 4개를 고민하다가 마지막으로 만든 십묵음에 합치고 전체 개수를 90개라고 말하였다 ([그림 IV-6]). 이는 10씩 묶어 세기에 있어서 나머지 날개 처리에 미흡할 뿐만 아니라, 그 나머지를 일의 자리가 아닌 십의 자리로 간주함으로써 자릿값에 대한 기초 이해가 부족함을 보여준다.



[그림 IV-5] S5의 오류



[그림 IV-6] S6의 오류

한편, 과제3은 10씩 묶어 세기 전에 학생들에게 바둑돌을 세어 보라고 지시하기 때문에 부수적으로 학생별로 세기를 위해 처음 사용하는 전략이 다름을 확인하게 해 준다. 자릿값 개념 이해를 위해서는 10씩 묶어 세기에 대한 명확한 이해가 반드시 요구되지만, 일반 성인들도 세기

에 있어서 10씩 묶어 세기 이외에 다양한 전략을 사용하고 있는 만큼 본 연구 결과는 수학 학습부진아가 주로 사용하고 있는 세기 전략에 대한 정보를 제공한다. 수학 학습부진아들이 가장 많이 사용한 세기 전략은 1씩 세기로, 6명(S3, S4, S5, S7, S8, S9)에 의해 사용되었다. 별도로 묵음을 만들지 않은 채 1부터 84까지를 1개씩 세려고 노력했으며 그 과정에서 어디까지 세었는지 있는 등 혼란스러워하는 모습을 보이기도 하였다. 특히 S5와 S9는 바둑돌을 1개씩 분리해 가며 세는 것이 아니라 [그림 IV-7]과 같이 합쳐 놓은 상태에서 손가락으로 일부 대상을 지칭하여 1씩 셈으로써 결과적으로 84개라는 개수를 구하지 못하였다. 그러나 이후 연구자가 10씩 묶어 세어 보라고 지시하자, 두 학생 모두 10씩 묶기를 시도하여 S9는 전부 84개임을 구하였고 S5는 십묵음으로 놓기는 했으나 전체 개수를 구하는 데 어려움을 보였다. 학생들이 두 번째로 많이 사용한 전략은 10씩 묶어 세기였으며, S1, S2, S10 3명이 처음부터 10씩 묵음을 만들며 세어나갔다. 십묵음을 만들 때는 세 학생 모두 1씩 세어서 10개를 놓는 것으로 나타났다. 마지막으로 S6은 처음부터 84개가 될 때까지 2씩 세어 더해가면서 세기를 하였다. 이 과정에서 이전에 셈 개수를 기억해내지 못하여 수 세기에 있어 미흡함을 보였다.



[그림 IV-7] S5의 세기 전략

라. 과제4: 자리지기 0의 의미

70이 아닌 07과 같은 숫자 표현에서 자리지기로서 0의 의미를 이해하고 있는지 알아보는 과

<표 IV-5> 과제4의 SToPV 검사 결과

학생	학생 반응	반응 해석	수준
S3	-0은 십의 자리 수가 없고 일의 자리 수만 있다는 걸 나타내기 위해 0으로 표시한 거예요. 0은 안 써도 되지만 착각할까봐 쓴 거예요.	07이 7이라고 말하고 자리지기 0의 의미를 설명함.	4
S9	-0은 십의 자리가 없다는 것을 나타내요. 근데 왜 썼는지는 잘 모르겠어요.		
S1	-0이 7 뒤에 있지 않고 앞에 있으니까 70이 아니라 7이에요. 일기나 알림장 쓸 때는 0은 필요 없고 7만 쓰죠. 하지만 유통기한은 0을 써야 돼요. 그냥 그렇게 하는 거예요.	07이 7이라고 말하지만 0의 의미를 설명하지 못함.	3
S2	-0이 없으면 다른 수를 나타낸다고 잘못 생각할 수 있어요.		
S4	-0이 7 뒤에 있으면 70인데 앞에 있으니까 7이에요. 왜 썼는지는 모르겠어요.		
S5	-0은 여기 쓰면 안돼요. 0을 지워야 해요.		
S7	-0이 무엇인지, 왜 썼는지 모르겠어요.		
S8	-0은 안 써도 되지만 왜 썼는지는 모르겠어요.		
S10	-0은 아무 것도 아니예요. 이걸 그냥 70이 아니라 7이라는 걸 더 쉽게 알아볼 수 있도록 쓰는 거예요.		
S6	-(07을 가리키며) 이것은 70이에요.	07을 70이라고 말한다.	1

제4의 검사 결과는 <표 IV-5>와 같다.

검사 결과, S3, S9 2명만이 07은 7을 의미하고 이때의 0은 자리지기로서의 역할을 수행함을 설명하여 4수준으로 분석되었다. 두 학생 모두 그 의미를 잘 이해하고 있으나, 0을 왜 썼는지는 잘 모르겠다고 응답한 S9의 결과는 자리지기 0의 필요성을 학생 스스로 인식하는 것이 어려움을 함의한다. S1, S2, S4, S5, S7, S8, S10 7명은 07이 7임은 알고 있지만, 0의 의미를 설명하지 못하였다. <표 IV-5>에서 보듯이, 0에 대해 다양한

설명을 제시하였으나 십의 자리지기로서 0의 의미를 정확히 제시하지 못하여 3수준으로 파악되었다. 1수준으로 분석된 S6은 07을 70이라고 함으로써 자리지기 0이 포함된 수를 이해하는 데 어려움을 보여주었고, 이에 대한 적절한 처치를 필요로 함이 파악되었다.

마. 과제5: 네 자리 수까지 들고 쓰기

과제5는 네 자리 이하의 수 3, 6, 19, 83, 901,

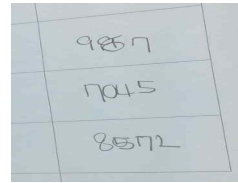
<표 IV-6> 과제5의 SToPV 검사 결과

학생	검사 결과	오답을 쓴 수(√)								수준	
		3	6	19	83	901	782	8572	9607		7045
S1	주어진 9개 수를 모두 옳게 씀.										4
S2											
S3											
S5											
S10											
S4	0이 포함되지 않은 네 자리 이하의 수를 옳게 씀.							√		3	
S6									√		
S8	세 자리 이하의 수를 모두 옳게 씀.							√	√	2	
S9								√	√		√
S7	두 자리 이하의 수를 모두 옳게 씀.						√	√	√	1	

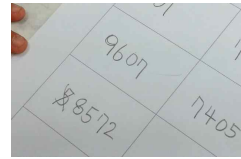
782, 8572 9607, 7045를 듣고 쓰는 검사 문항으로, 그 결과는 <표 IV-6>과 같다.

5명의 학생(S1, S2, S3, S5, S10)은 연구자가 읽어준 9개의 수를 모두 옳게 써서 4수준으로 분석되었다. 그러나 S10을 제외한 4명 모두 수를 쓰는 과정에서 썼던 수를 수정하거나 5초 이상 고민한 뒤 기록하는 등, 수를 듣고 쓰는 데 능숙하지 못함을 보여주었다. S1은 9607을 듣고 906까지 쓴 뒤 틀렸음을 인지하고 다시 9607로 수정하였으며, S2는 7045을 듣고 74까지 쓴 뒤 잠시 고민하다가 다시 7045라고 기록하여 두 학생이 비슷한 양상을 보였다. S3은 세 자리 수인 901을 듣고 91까지 쓴 뒤 틀렸음을 인지하고 9와 1 사이에 0을 써 넣었으며 8572의 경우 80까지 쓰고 다시 8572라고 수정하여 기록하였다. S5는 세 자리 수까지는 즉각적으로 듣고 기록하였으나 네 자리 수에 대해서는 다소 어려움을 보였다. 0이 포함된 9607과 7045는 한참 고민하다가 옳게 썼으며 0이 포함되지 않은 8572도 81까지 쓴 뒤 틀린 것을 인지하고 수정하였다.

한편, S4와 S6은 0이 포함된 네 자리 수에서 오류를 보여 3수준으로 파악되었다. S4는 [그림 IV-8]과 같이 9607을 듣고 99까지 쓰고 한참을 생각하다가 967이라고 썼으며 7045의 경우 745를 쓴 뒤 나중에 7과 4 사이에 0을 써넣어 수정하였다. 8572도 80까지 쓴 뒤 다시 8572라고 수정함으로써 네 자리 수 듣고 쓰기에 미흡함을 보였다. S6은 [그림 IV-9]와 같이 9607을 듣고 96까지 쓴 뒤 고민하다가 9607이라고 옳게 썼으나 7045는 7405라고 오답을 기록하였다. 8572의 경우, 5를 먼저 쓰고 나서 연구자에게 제차 수를 물어본 뒤 제대로 쓰는 것을 볼 수 있었다.

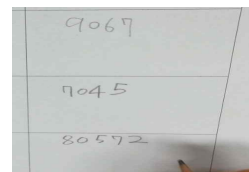


[그림 IV-8] S4의 오류

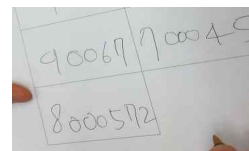


[그림 IV-9] S6의 오류

S8과 S9는 0이 포함된 네 자리 수뿐만 아니라 0이 포함되지 않은 네 자리 수에서도 오류를 보여 2수준으로 분석되었다. S8은 9607은 9067로, 8572는 80572로 기록하였다([그림 IV-10]). S9는 세 자리 수까지는 모두 옳게 썼으나 네 자리 수를 듣고 쓰는 데 큰 어려움을 보이는 것으로 드러났다. [그림 IV-11]과 같이 9607은 90067로, 7045는 700045로, 8572는 8000572라고 기록함으로써 천의 자리 수를 듣고 쓰는 것에 관한 오류를 지닌 것으로 파악된다.

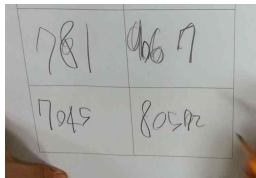


[그림 IV-10] S8의 오류



[그림 IV-11] S9의 오류

S7은 두 자리 이하의 수는 모두 옳게 기록하였으나 세 자리 이상의 수에 대해 어려움을 보임으로써 1수준으로 파악되었다. 세 자리 수 중 782는 연구자가 두 번 말해줬음에도 불구하고 70까지 썼다가 781로 수정하였으며, 0이 포함된 네 자리 수 9607의 경우는 96까지 쓴 뒤 고민하다가 9와 6 사이에 0을 써 넣고 일의 자리에 7을 써서 9067이라고 잘못 기록하였다. 0이 포함되지 않은 네 자리 수인 8572는 ‘팔천’이라고 소리 내어 읽으면서 80까지 쓴 뒤 한참 후 ‘오백’이라고 읽으면서 이어서 50을 썼으며, 잠시 고민하다가 무언가 오류가 있음을 인지하고 0 위에 7을 덧쓰고 일의 자리에 2를 기록하여 결과적으로 80572라고 썼다(그림 IV-12).



[그림 IV-12] S7의 오류

바. 과제6: 네 자리 수까지 읽기

과제6은 네 자리 이하의 수 5, 9, 13, 40, 67, 158, 603, 6251, 8005, 7409가 적힌 수 카드를 보고 읽기 과제이며, 그 결과는 <표 IV-7>과 같다.

S5와 S9를 제외한 8명의 학생은 주어진 10개의 수를 보고 모두 옳게 읽어 4수준으로 나타났다. S7의 경우, 7409는 ‘칠천사십’까지 읽은 뒤 ‘칠천사백구’라고 정정하였으며 6251도 ‘육천이십’까지 읽은 뒤 ‘육천이백오십일’이라고 정정하여 읽어 네 자리 수를 읽는 데 다소 어려움을 보이긴 하였으나 결과적으로 제시된 수를 모두 읽을 수 있었다.

다만 S9는 세 자리 이하의 수는 옳게 읽었으나 네 자리 수를 읽는 데 오류를 보여 2수준으로 드러났다. 구체적으로 8005를 ‘팔십... 팔백오’, 7409는 ‘칠백사십구’라고 읽었으며 6251의 경우도 ‘육백이십... 일...’이라고 읽으며 자신감 없이 말끝을 흐리면서 네 자리 수를 읽는 데 심각한 오류를 보였다. 한편, S5는 네 자리 수는 소요 시간이 다소 오래 걸리기는 했으나 모두 옳게 읽었음에도 불구하고 세 자리 수인 158을 ‘천오백오십팔’이라고 읽어 1수준에 해당한다.

<표 IV-7> 과제6의 SToPV 검사 결과

학생	학생 반응	잘못 읽은 수(✓)										수준
		5	9	13	40	67	158	603	6251	8005	7409	
S1	주어진 10가지 수를 모두 옳게 읽음.											
S2												
S3												
S4												
S6												
S8												
S7												
S10												
S9	세 자리 이하의 수를 모두 옳게 읽음.								✓	✓	✓	2
S5	두 자리 이하의 수를 모두 옳게 읽음.						✓					1

V. 논 의

본 연구에서 초등 수학 학습부진아 10명의 전체적인 SToPV 검사 결과는 <표 IV-1>로, 6가지 과제별 구체적인 분석 결과는 <표 IV-2> ~ <표 IV-7>로 정리된다. 검사 결과에 대한 논의를 통해 수학 학습부진아의 자릿값 개념 이해 진단 및 적절한 지도에 대한 시사점을 제안하고자 한다.

첫째, 전반적인 검사 결과는 연구 대상자 중 6가지 과제 모두에서 4수준으로 분석된 학생은 없었으며 학생별로 최소 2가지 과제, 많게는 5가지 과제에서 1~3수준인 것을 보여준다. 이를 통해 초등 3학년 수학 학습부진아는 이전 단계인 1~2학년에 걸쳐 자릿값에 대한 기본 개념을 학습하였음에도 불구하고 이에 대한 명확한 이해가 부족한 것으로 드러났다. 고정화(2008), 박주경, 오영열(2013) 등은 수학 학습부진의 요인 중 하나로 선수학습요소 결핍의 누적을 강조하였다. 수학이라는 교과 특성상 새로운 지식을 배우기 위해서는 관련된 기본 개념이나 원리에 대한 이해가 필수적이지만, 수학 학습부진아는 누적된 선수학습요소의 결핍으로 인해 수학에 대한 이해 수준이 낮아질 수밖에 없다는 것이다. 이러한 맥락에서 본 연구에서는 이전 학년급에서 다룬 기본적인 자릿값 개념에 대한 이해 부족이 학습부진에 어느 정도 영향을 미칠 것이라는 추측이 가능하다. 앞서 언급했듯이 자릿값 개념은 이어지는 수 연산 관련 학습에 있어서 중요한 기초가 되기 때문에 저학년 수준에서 이를 체계적으로 지도해야 하며, SToPV 등과 같이 자릿값 이해 수준 진단 도구를 활용하여 이해 정도를 확인하고 미흡한 부분에 대한 즉각적인 보충 지도가 이루어질 필요가 있다.

둘째, 과제별 평균 수준을 분석한 결과, 3.7수준을 보인 전형적인 묶어 세기는 학생들이 가장 잘 이해하고 있는 과제 유형으로, 2.4수준을 보

인 비전형적인 묶어 세기는 학생들이 가장 어려워하는 과제 유형으로 분석되었다. 먼저 S5를 제외한 9명의 학생이 전형적인 묶어 세기를 능숙하게 수행한 것은 수학 수업에서 십뿔음과 낱개를 이용한 덧셈 또는 덧셈 뺄셈을 나타내는 활동이 충분히 구현되고 있기 때문일 것이다. 한편, 비전형적인 묶어 세기를 검사한 과제2는 바둑돌 26개를 10씩 묶어 센 뒤, 다시 비전형적으로 4씩 묶으면 낱개 2개, 4뿔음 6개가 나오므로써 의도적으로 낱개와 뿔음의 개수인 2와 6을 26과 연결 지은 문항이다. 자릿값 개념이 명확한 학생들은 시각적으로 낱개 2개, 뿔음 6개가 보일지라도 그에 간섭받지 않기 때문에 각각을 20, 6과 관련하여 생각하지 않았다. 그러나 7명의 학생들이 의심 없이 낱개 2개가 20의 2를 가리킨다고 설명한 것은 자릿값 개념을 명확하게 이해하지 못했음을 나타낸다. 이러한 결과가 나타난 원인은 실제 수업 장면에서 주로 이루어지는 묶어 세기 전략과 무관하지 않을 것이다. 우리나라 초등 1학년과 2학년 수학 교과서에서는 두 자리 수와 세 자리 수의 세기 지도 시 10씩 묶어 세기를 중점적으로 다루고 있다. 10씩 묶어 세기에만 익숙한 학생들에게 4씩 묶어보는 활동은 생소한 경험일 것이며, 이는 자연스럽게 과제2에서 학생들이 1수준 또는 2수준을 보이는 결과로 이어질 것이다. 이를 통해 수학 교과서와 교과서가 구현되는 수업 현장에서 10씩 묶어 세기 이외에 2씩, 3씩, 4씩 5씩 묶어 세기 등 다양한 개수의 묶어 세기 기회가 제공될 필요가 제기되며, 저학년 학생들의 발달 단계를 고려하여 세기 활동은 구체물을 이용하여 이루어져야 할 것이다.

셋째, 6가지 과제의 평균이 3.1수준인 것에 기초하여 평균에 미치지 못한 과제 유형은 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기, 자리지기 0의 의미 3가지이다. 먼저 앞서 언급했던 비전형적인 묶어 세기와 더불어 자리지기 0의 의미에 대한

이해 부족은 관련 내용이 우리나라 수학 교육에서 충분히 다루어지지 않기 때문으로 보인다. Berman(2011)이 언급한 것과 같이 자릿값 개념은 결코 단순한 것이 아니며 Price(2001)가 제시한 자릿값 개념 구조의 가장 높은 단계인 ‘표현의 유연성 구조’에 도달하려면 비전형적인 묶어 세기와 자리지기 0에 대한 학습이 반드시 이루어져야 할 것이다. 초등 수학 교과서에서 자릿값에 대해 여러 차시의 활동에서 강조하고 있으나 과제 유형의 다양성에 있어 개선이 요구된다.

한편 10씩 묶어 세기에 있어서 주어진 바둑돌을 세는 데 시간이 오래 걸리고 7명의 학생이 2 수준으로 분석된 것, 10명 중 4명의 학생이 십 묶음을 놓을 때 11개를 놓는 오류를 보인 것 등은 수학 학습부진아 중 다수가 세기에 있어서 미숙함을 드러낸다. 10씩 묶어 세기가 수학 교과서에 다수 제시됨에도 불구하고 낮은 수준의 과제 유형으로 분석된 원인을 검토할 필요가 있다. 강완외(2013)는 대부분의 자릿값에 대한 혼동이나 오개념은 수 세기 경험과 교환하기 경험의 부족에서 그 원인을 찾을 수 있으며 초기의 실제적인 수 세기 활동은 자릿값 개념을 확립하는 데 필수적임을 강조하였다. 그럼에도 불구하고 교과서 활동, 실질적인 수업 장면에서 구체물을 가지고 묶어 세는 충분한 경험의 기회가 제공되지 않는 데서 해당 수준의 저하를 해석할 수 있다. 이는 100까지의 수를 다루는 1학년 2학기 수학 교과서(2014a) 1단원에서 60, 70, 80, 90, 99까지의 수를 배울 때 구체물을 가지고 실제로 10씩 묶어 세는 활동은 포함되지 않는 것으로도 뒷받침된다. 묶는 활동 대신 이미 10개씩 묶어져 있는 그림 장면 속의 구체물을 보고 수를 세어 숫자로 쓰고 읽는 활동만 반복적으로 제시되어 있고, 편의를 위해 제공한 붙임 딱지도 십모형과 날개모형을 구분하여 놓음으로써 학생들 스스로 날개를 10개씩 모아 몇십 또는 몇십 몇을 만들어 보

는 경험이 이루어지기 어렵다. 따라서 다양한 구체물을 가지고 학생들이 실제로 날개를 모아 십 묶음으로 만들면서 10씩 묶어 세기를 할 수 있는 활동들이 교과서에 구현될 것을 제안한다.

부수적으로 과제3은 10씩 묶어 세기 전에 학생들에게 바둑돌을 세어 보라고 지시하기 때문에 수학 학습부진아들의 자발적인 세기 전략을 확인시켜준다. 결과적으로, 학습부진아들의 선호 전략은 1씩 세기, 10씩 세기, 2씩 세기 순이다. 일반적으로 1씩 세기는 시간이 오래 걸리고 초기 단계의 세기 전략이며, 점차적으로 10씩 세기, 5씩 세기, 2씩 세기 등의 전략 사용에 대한 기대에 비추어 학습부진아들의 수 세기 전략은 다양하지 못한 것으로 간주된다.

넷째, 읽기 과제에서 8명의 학생이 4수준을 보인 것은 자릿값 개념 요소 중 수를 읽는 활동이 수학 수업에서 충분히 구현되고 있기 때문으로 보이는 반면, 듣고 쓰기에 있어서 5명의 학생이 부족함을 보인 것은 그와 상반된 이유에서 기인할 것이다. 초등 수학 교과서에는 수를 읽는 활동은 다수 제시되어 있으나 교사가 불러주는 수를 듣고 쓰는 활동은 찾아보기 힘들다. 물론 2학년 1학기 수학 교과서(2014b)에 교사가 불러주는 세 자리 수를 듣고 크기를 비교하는 활동이 등장하기는 하나 이는 듣고 쓰는 활동이 아니며, 네 자리 수를 배우는 2학년 2학기 1단원에는 이러한 활동이 등장하지 않는다. 특히 네 자리 수 학습 시 듣고 쓰는 활동이 제시되지 않은 것은 과제5의 결과로서 5명의 학생이 네 자리 수를 듣고 쓰는 데 있어서 심각한 오류를 보인 것과 무관하지 않을 것이다. 수업 중에 자연스럽게 수를 듣는 기회가 구현될 수도 있다. 그러나 수를 듣고 쓰는 활동이 자릿값 개념의 주요 요소인 만큼 이는 명시적으로 수학 교과서에 제시되거나 교사에 의해 충분한 연습이 이루어져야 하고, 특히 수학 학습부진아에게는 필수 활동이라 할

수 있다.

마지막으로 10명의 학생별로 이해가 부족한 자릿값 과제 유형이 상이하고, 동일 과제에서도 학생별로 그 수준에 차이가 있음이 나타났다. 이는 자릿값 이해와 관련하여 학습부진아의 이해 부족한 과제 유형이 다르다는 것을 확인시켜 주며, 따라서 진단의 결과로서 개별 학생에게 맞춤형 처방이 이어져야 함을 함의한다. 본 연구에서 S1, S4는 10씩 묶어 세기, S3은 비전형적인 묶어 세기, S6은 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기, 자리지기 0의 의미, S7, S8은 비전형적인 묶어 세기, 네 자리 수까지 듣고 쓰기, S9는 비전형적인 묶어 세기, 네 자리 수까지 듣고 쓰기와 읽기, S10은 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기에 대한 개별적인 보충 지도가 필요하다. 또한 5가지 과제에서 낮은 수준을 보인 S5의 경우는 전형적인 묶어 세기, 비전형적인 묶어 세기, 10씩 묶어 세기, 네 자리 수까지 읽기 등 자릿값 개념 전반에 대한 체계적인 처방이 요구되는 것으로 나타난다.

참 고 문 헌

- 강영란, 남승인(1999). 수 개념과 감각을 기르기 위한 자리값 지도 방안. **한국수학교육학회지 수학교육논문집**, 9, 63-72.
- 강완, 나귀수, 백석윤, 이경화(2013). **초등수학 교수 단위사전**. 서울:경문사.
- 고정화(2008). 초등학교 3학년 수학 기초학력 미도달 학생의 특징 분석. **대한수학교육학회지 수학교육학연구**, 18(3), 283-308.
- 교육부(2014a). **수학 1-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부(2014b). **수학 2-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부(2014c). **수학 2-2**. 서울: 천재교육.
- 박주경, 오영열(2013). 초등학교 수학 학습 부진 발생 경향 분석. **한국초등수학교육학회지**, 17(2), 265-283.
- 장경윤, 홍진근, 이화영, 탁병주(2014). **2014 수학교육 이슈리포트**. 한국과학창의재단.
- Baroody, J.(1990). How and When Should Place-Value Concepts and Skills Be Taught? *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(4), 281-286.
- Berman, J.(2011). SToPV: A Five Minute Assessment of Place Value. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 16(4), 24-28.
- Britt, B. A.(2014). *Mastering Basic Math Skills: Games for Kindergarten Through Second Grade*. VA:NCTM.
- Caldwell, J. H., Karp, K., Bay-Williams, J. M., Rathmell, E., & Zbiek, R. M.(2011). *Developing Essential Understanding of Addition and Subtraction for Teaching Mathematics in Prekindergarten-Grade 2*. VA:NCTM.
- Dienes, Z. P.(1960). *Building Up Mathematics*. NY:Hutchinson.
- Fuson, K. C., Weame, D., Hiebert, J. C., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E.(1997). Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 130-162.
- Gluck, D. H.(1991). Helping Students Understand Place Value. *Arithmetic Teacher*, 38(7), 10-13.
- Gray, E., & Tall, D.(1992). Success and Failure in Mathematics: Procept and Procedure, 1. *Workshop on Mathematics Education and Computers*, Taipei National University, 209-215.
- Greeno, J. G.(1991). Number Sense as Situated Knowing in a Conceptual Domain. *Journal for*

- Research in Mathematics Education*, 22, 170-218.
- Hiebert, J.(1988). A Theory of Developing Competence with Written Mathematical Symbols. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 333-355.
- Merriam, S. B.(2005). Qualitative Research and Case Study Applications in Education. 강운수, 고상숙, 권오남, 류희찬, 박만구, 방정숙, 이종권, 정인철, 황우형(역). **정성연구방법론과 사례연구**. 서울: 교우사.
- NCTM(1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. VA:NCTM.
- Payne, J., & Rathmell, E.(1975). Number and Numeration. *Mathematics Learning in Early Childhood*, 125-160. VA:NCTM.
- Price, P. S.(2001). *The Development of Year 3 Students' Place-Value Understanding: Representations and Concepts*. Unpublished Doctoral Thesis. Queensland University of Technology, Brisbane, Australia.
- Resnick, L. B.(1984). A developmental Theory of Number Understanding. *The Development of Mathematical Thinking*, 109-151. NY:Academic Press.
- Ross, R., & Kurtz, R.(1993). Making Manipulatives Work: A Strategy for Success. *Arithmetic Teacher*, 40, 254-257.
- Ross, S. H.(1986). *The Development of Children's Place-value Numeration Concepts in Grades Two Through Five*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association.
- Ross, S. H.(1989). Parts, Wholes and Place Value: A Developmental View. *Arithmetic Teacher*, 36, 47-51.
- Steffe, L. P., Cobb, P., & von Glaserfeld, E.(1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. NY:Springer-Verlag.

Levels of Elementary Mathematics Underachievers' Understanding of Place Value

Chang, Hyewon (Seoul National University of Education)

Lim, Miin (Graduate School, Seoul National University of Education)

Kang, Teaseok (Graduate School, Seoul National University of Education)

There are a lot of causes of under-achievement in elementary mathematics, one of which may be lack of previous learning elements. We focus on the understanding of place value. The purpose of this study is to analyze underachievers' levels of understanding of place value concepts and to find the types of place value tasks that they have had special difficulty. For this purpose, an individual test called as "the Six Tasks of Place Value(SToPV)"was applied to ten third grade mathematics underachievers in elementary school. The test is a type of place value concept tests and requires one-on-one interview with some preparation materials. The participants' reactions were analysed according to the framework by Berman(2011). The result of analysis shows that third grade mathematics underachievers tend to have a great difficulty understanding the place value concepts. Also the types of difficult tasks were various from individual to individual. Based on the test results and discussion, we suggested some implications for diagnosing place value concepts of mathematics underachievers.

* Key Words : mathematics underachievers(수학 학습부진아), place value(자릿값), diagnosis(진단), the Six Tasks of Place Value(SToPV, 자릿값 5분 테스트)

논문접수 : 2015. 7. 8

논문수정 : 2015. 8. 3

심사완료 : 2015. 8. 4