

수학용어에 대한 논쟁을 통해 본 비(比)에 대한 미국과 한국의 관점차

김 수 미*

이 연구는 비(比) 관련 수학용어를 둘러싼 혼란이 한국과 미국에서 각각 어떻게 전개되고 있는지를 살펴보고, 이를 통해 혼란의 실체를 이해하고 문제를 해결하기 위한 방안을 모색하고자 시도되었다. 이를 위해 미국의 수학교과서, 교사교육용 교재, 사전, 수학전문 인터넷 사이트, 한국의 역대 초등 수학과 교육과정 등 다양한 출처의 자료들을 수집하여, 비(比) 관련 수학용어들을 다양한 관점으로 분석하였다. 분석결과 본 연구에서는 다음 두 가지 결론을 도출하였다. 첫째, 비(比) 관련 수학용어를 사용함에 있어 미국과 한국이 상이한 관점을 가지고 있다. 둘째, 한국 초등교육과정에 포함된 수학용어 ‘비’와 ‘비율’ 만으로는 비(比)에 내재된 본질적 속성을 다루기에 부족한 면이 있다.

I. 들어가며

‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’의 의미와 각 개념들 사이의 관계는 학자들 사이의 논쟁거리 중 하나이다(장혜원, 2002; 정은실, 2003). 이러한 현상이 미국에서는 어떻게 전개되고 있는지 알아보기 위해 미국의 문헌과 자료를 찾아보는 가운데, 한국과 미국이 비(比)¹⁾와 관련하여 매우 다른 양상으로 혼란을 겪고 있음을 발견하였다. 이것이 이 논문을 시작하게 된 계기이다. 한국의 경우, 일상생활에서는 ‘비’와 ‘비율’, ‘비’와 ‘비례’가 혼용되는 경향이 있으며, 수학기분에서는 ‘비’와 ‘비율’이 혼용되어 왔다(정은실, 2003). 초등학교에서는 교육과정이 바뀔 때마다 ‘비’, ‘비율’, ‘비

의 값’과 이들 간의 관계가 다르게 정의되면서 수학자들이 겪는 개념적 혼란이 그대로 노출되어 왔다. 특히 ‘비의 값’과 ‘비율’간의 관계는 장혜원의 연구(2002)에서 밝혀졌듯이 논란의 중심에 있었고, 급기야 2007 개정 수학과 교육과정에서 ‘비의 값’이 삭제되기에 이르렀다(교육과학기술부, 2007, pp.115-6). 유사하게 미국에서도 비(比) 관련 용어로 ‘ratio’, ‘rate’, ‘proportion’ 등의 의미와 각 용어들 사이의 개념적 관련성이 상당히 혼란스럽게 전개되고 있다. 한국과 미국이 겪는 비(比)에 대한 혼란은 외양상으로는 유사하게 보일지 모르지만, 내용을 자세하게 들여다보면 본질적으로 다른 양상을 띠고 있음을 알 수 있다. 한국에서는 비(比) 관련 용어들이 개념적 혼란을 겪어 왔지만, 초등학교 수학과 교육과정 내에

* 경인교육대학교, smkim@ginue.ac.kr

1) 이 논문에서는 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’, ‘ratio’, ‘rate’의 의미가 미묘하게 다르다는 점을 인정하여, 참고문헌에 제시된 용어를 그대로 사용하기로 한다. 그리고 이들을 아우르는 가장 넓은 개념 및 용어를 편의상 ‘비(比)’로 표현하기로 한다. 이 논문에서 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’, ‘ratio’, ‘rate’는 비(比) 관련 개념 혹은 용어이다.

서는 ‘비’와 ‘비율’(혹은 ‘비의 값’)은 비교적 명확하게 구분되어왔다. 즉 ‘비’는 두 양의 관계이며, ‘비율’(혹은 ‘비의 값’)은 ‘비’라는 관계를 수치화한 값으로 구분한다. 그러나 미국 출처의 자료들을 보면 이와 같은 식의 구분은 찾아보기 어렵다. 한국에서는 ‘ratio’를 ‘비’로, ‘rate’를 ‘비율’로 번역하지만, 미국에서 ‘ratio’와 ‘rate’의 관계는 한국의 ‘비’와 ‘비율’의 관계와는 다르다. 또한 ‘비율’과 개념적 혼란을 겪고 있는 ‘비의 값’이 한국에서 발행되는 수학사전(한국사전연구원, 1994; 박교식, 2011)에는 ‘a value of ratio’로 번역되어 있지만, 미국에서 발행된 자료에는 이러한 표현의 사용을 찾아보기 힘들다. 이것은 미국과 한국이 비(比) 영역에서 서로 다른 용어를 사용하고 있음을 의미하며, 비(比)에 대한 양국의 관점차를 보여주는 것이다.

한국에서 사용되는 대부분의 수학용어는 서양에서 탄생해서 중국이나 일본을 거쳐 한국으로 수입되어 왔다. 그러다 보니 용어를 사용하는 지역의 사회적·문화적 형편에 따라 용어 원래의 뜻이 변질되거나 왜곡되는 경우가 간혹 발생한다. 한국에서 비(比) 관련 수학용어들이 겪고 있는 혼란도 이와 같은 맥락에서 이해할 수 있을 것이다. 그러나 수학을 배우거나 가르치는 사람의 입장에서 보면, 수학용어에 대한 명확한 정의와 사회적 합의만큼 절실한 것도 없다. 실제로 세계 60여 개국이 참여한 TIMSS(Trends in International Mathematics and Science Study) 2007에서 우리나라 수학생취도는 2위를 기록하였으나, ‘비, 비례식, 비율’은 다른 나라들에 비해 상대적으로 낮은 정답률을 보였다(김선희, 김경희, 2009). 물론 수 학문항의 낮은 정답률에 대한 원인을 여러 가지로 생각해 볼 수 있겠지만, ‘비, 비례식, 비율’ 영역 만큼은 김성희, 방정숙(2005)의 연구와 박희옥, 박만구(2012)의 연구에서 밝힌 바와 같이, 용어의 불명확성에서 기인하는 것이 크다고 볼 수

있다.

이 연구는 미국과 한국의 비(比) 관련 수학용어의 사용실태를 분석하고, 비(比)에 대한 양국의 관점차를 규명해 보고자 한다. 이를 통해 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’의 의미가 어떤 식으로 규정되고 지도되는 것이 바람직한가에 대한 시사점을 도출해 보고자 한다. 이를 위해 이 연구에서는 미국 수학교과서, 교사교육용 자료, 사전, 수학전문 인터넷 사이트 등의 자료를 두루 조사하였으며, 교수요목기부터 최근의 교육과정까지 한국의 초등학교 수학과 교육과정을 살펴보았다. 조사대상 수학용어는 미국의 ‘ratio’와 ‘rate’, 한국의 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’이며, ‘비례식’과 그에 대응하는 ‘proportion’은 분석 대상에서 제외하였다.

II. 비(比) 관련 수학용어를 둘러싼 미국 내의 논란

1. ratio의 다양한 정의

‘ratio’는 ‘생각하다, 어렵하다’라는 뜻을 가진 라틴어 동사 ‘reri’의 과거분사 ‘ratus’에 유래된 것으로서 이 말의 의미는 계산, 관계, 이성 등을 의미했으며, 중세 시대의 산술에서는 계산을 뜻하는 것으로 사용되었다(정은실, 2003 재인용, p.249). 그러나 오늘날 미국에서 사용되는 ‘ratio’는 계산 자체 보다 두 양 사이의 관계에 그 본질이 있으며, 계산은 그 관계를 표현하는 수단에 불과하다. ‘ratio’는 여러 학자에 따라 정의방식에 차이가 있다. Bassarear(2001)는 ‘ratio’를 두 양 사이의 관계로 규정하면서, $a:b$ 혹은 $\frac{a}{b}$ 로 표현할 수 있다고 했다(p.307). Monroe(2006)는 분수나 나눗셈을 이용해 두 양을 비교하는 것이라 했으며

(p.146), Van de Walle(1998)는 수나 측정값 (measurements) 사이의 비교를 표현하는 데 이용되는 수나 측정값의 순서쌍이라고 정의했다 (p.293). Ohlsson(1988)은 ratio를 한 양이 다른 양에 대해 얼마나 많은 지를 나타내는 수에 의한 표현이라고 정의했다(정은실, 2003 재인용, p.250).

이처럼 'ratio'는 매우 다양한 방식으로 정의되고 있으나, 여러 정의에서 공통적으로 찾을 수 있는 속성은 '비교' 혹은 '관계'이며, 그 표현 양식은 대(:), 분수, 나눗셈, 순서쌍 등이다. '5는 3보다 2만큼 크다.'라고 할 때 여기서도 비교가 이루어지나, 이것은 'A가 B보다 얼마나 더 많은가?'에 초점을 둔 가법적 비교이며, 그 결과로 맺어진 5와 3의 관계는 'ratio'가 아니다. 반면 '5는 3의 몇 배인가?'라고 할 때 이루어지는 비교는 승법적 비교로 그 결과로 맺어진 5와 3의 관계가 바로 'ratio'이다. 즉 두 양 사이에 존재하는 여러 가지 관계 가운데 승법적 관계를 'ratio'라고 하는 것이다. 그런데 위에서 기술된 'ratio'의 정의를 보면, 이와 같은 승법적 관계가 명시적으로 제시된 것이 많지 않다. Bassarear(2001)의 정의는 'ratio'를 단지 '두 양 사이의 관계'로만 규정하였으나, 그것을 $\frac{a}{b}$ 로도 나타낼 수 있다고 기술함으로써 정의를 보완하고 있다. Monroe (2006) 역시 'ratio'를 '두 양의 비교'라고 정의했지만, '분수나 나눗셈을 이용한다.'는 표현을 덧붙임으로써 정의를 보완하고 있다. 그러나 Van de Walle(1998)과 Ohlsson(1988)의 정의에서는 'ratio'의 본질이라 할 수 있는 승법적 비교가 명시되어 있지 않기 때문에 이 정의만으로 'ratio'의 본질을 이해하기란 쉽지 않을 것이다.

'ratio'의 정의에서 엿볼 수 있는 또 하나의 특이한 점은 미국의 'ratio'는 한국의 '비'와 '비율'의 의미를 모두 내포한다는 것이다. 한국에서는 두 양 사이의 관계와 그것을 수치화한 값을 엄격하

게 구분하여 전자를 a:b로, 후자를 $\frac{a}{b}$ 로 나타내지만, 미국의 ratio는 a:b와 $\frac{a}{b}$ 를 동치표현으로 보는 경향이 강하다. Bassarear(2001)는 'ratio'를 a:b 또는 $\frac{a}{b}$ 로 나타낼 수 있다고 했으며, Monroe(2006)는 'ratio'를 '~비교'로 규정했으나, 그 수단은 분수와 나눗셈임을 명시하고 있다. 이처럼 'ratio'라는 용어에는 한국의 '비율' 혹은 '비의 값'의 의미가 포함되어 있다. 반면 Van de Walle(1998)는 'ratio'를 '~순서쌍'으로 규정하여 관계의 측면을 강조했으나, Ohlsson(1988)은 'ratio'를 '~수의 표현'으로 규정하여 수치적 측면을 강조했다. 이상의 내용을 종합해 보면 'ratio'는 미국 내에서 합의된 하나의 정의를 가지고 있지는 않지만, 한국의 '비' 보다는 포괄적 개념임을 알 수 있다.

2. ratio와 rate의 관계

'rate'는 한국에서 '비율'로 번역되지만, 미국의 일상생활에서는 'ratio'와 거의 구분 없이 사용되고 있다. 우리에게 익히 알려진 미국의 수학교과서 Everyday Mathematics의 교사용 지도서(The University of Chicago School Mathematics Project, 1999)에 기술된 다음 내용도 이를 뒷받침 한다.

(중략).. 학교와 일상생활에서는 계속 ratio와 rate를 동의어로 생각하고 있기 때문에 학생용 교재에서는 이것을 문제시하지 않았다(p.71).

그러나 'ratio'와 'rate'를 지도해야 하는 교사의 입장에서는 이 두 개념의 차이와 관계가 보다 명확하게 진술될 필요가 있다고 느낄 것이다. 수학 관련 인터넷 사이트 Math Forum(2015)에 들어가 보면, 수학교사로 추정되는 Stacy Courtright가 'ratio'와 'rate'의 차이에 대해 질문한 내용이

다음과 같이 게재되어 있다.

Dr. Math

In a class with other math teachers, we were discussing the relation of rate versus ratio. Are all rates ratios and are all ratios rates? What is your take on this and how would you explain this? (Math Forum, 2015)

질문의 요지는 ‘ratio’와 ‘rate’ 중 상위개념은 무엇인가 하는 것이다. 그런데 이에 대해 운영자는 ‘ratio’와 ‘rate’에 대한 현존하는 다양한 관점을 소개할 뿐 어떤 결론도 제시하지 않고 있다. 이것은 미국 내에서도 이들 용어에 대한 합의가 없음을 시사한다. Thomson(1994) 역시 교실에서는 물론 연구물에서조차 ‘ratio’와 ‘rate’의 용어 사용에 혼란이 있음을 지적하면서, 여러 논문에서 볼 수 있는 이 두 용어의 구분을 다음과 같이 세 가지로 하고 있다.

- ① ratio는 같은 성질을 갖는 양 사이의 비교(예: 파운드 대 파운드)이고, rate은 다른 성질을 갖는 양 사이의 비교(예: 거리 대 시간)이다.
- ② ratio는 어떤 양이 다른 양과 관련지어 얼마나 있는지 나타내는 수 표현이며, rate은 어떤 양과 시간 사이의 ratio이다.
- ③ ratio는 양의 순서쌍을 포함하는 이항관계이며, rate은 내포량으로서 곧 한 양과 다른 양의 한 단위 사이의 관계이다. (p. 190)

이에 대해 정은실(2003)은 한국의 초등학교 교과서는 세 번째 의미로 ‘비’와 ‘비율’을 지도하는 반면 미국은 첫 번째 의미로 지도하는 경우가 많다고 진술하고 있다. 그러나 ‘ratio’를 ‘비’로, ‘rate’를 ‘비율’로 번역하는 것은 미국에서 통용되는 ‘ratio’와 ‘rate’에 대한 다양한 관점을 이해하

는 데 방해가 될 수 있으므로, 이 논문에서는 ‘ratio’와 ‘rate’를 글자 그대로 사용하기로 한다. 한편 인터넷 사이트 Math Forum(2015)에는 Thomson(1994) 제시한 세 가지 관점 이외에 한 가지를 추가로 제시하고 있다. 따라서 여기서는 그것을 포함하여 모두 네 가지로 ‘ratio’와 ‘rate’의 관계를 살펴보고자 한다.

가. rate는 두 개의 이질적 속성을 비교하는 ratio이다.

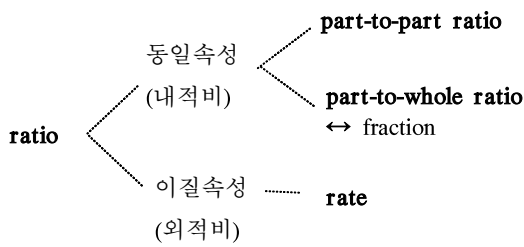
이것은 ‘ratio’를 광의적 의미의 비교로 설정하고, ‘rate’를 이질적 속성의 두 양을 비교하는 ‘ratio’의 하위 개념으로 보는 관점이다. 즉 ‘ratio’는 비교하는 두 양의 속성이 무엇이든 상관없지만, ‘rate’는 비교하는 두 양의 속성이 다른 단위를 사용하는 이질적인 것에 한정된 비교로 본다. 이것은 미국 수학교사교육 교재인 『Elementary and Middle School Mathematics(Van de Wallen, 1999)』, 수학사전 『Math Dictionary(Monroe, 2006)』, 인터넷 사이트 Math Steps(2015)와 Math Planet(2015) 등 여러 자료에서 취하고 있는 관점이지만, Thomson(1994)이 제시한 세 가지 사례에는 포함되어 있지 않다.

『Elementary and Middle School Mathematics(Van de Wallen, 1999)』에서 ‘ratio’는 ‘수나 측정값 사이의 비교를 나타내는데 이용되는 수나 측정값의 순서쌍’으로 넓게 정의되지만, ‘rate’는 두 개의 이질적인 사물의 측정값이나 양을 비교하는 것으로 좁게 정의된다. 예를 들어, 12온스(ounce)의 옥수수가 69센트(cents)이면, 1온스 당 옥수수 가격은 $\frac{69}{12}$ cents/ounce이며, 이와 같이 이질적 단위로 구성된 합성단위를 사용하는 ‘ratio’를 ‘rate’라고 부른다. 이 정의에 의하면 ‘ratio’는 Freudenthal(1983)이 제안한 내적비와 외

적비를 모두 포함하는 광의적 개념이며, 'rate'는 외적비에 해당한다.

한편 이 교재에서는 내적비로서의 'ratio'를 분수로 표현할 때, 한국과 달리 제약을 둔다. 즉 동질의 두 양을 비교하는 상황을 '부분과 전체를 비교하는 상황(part-to-whole ratio)'과 '부분과 부분을 비교하는 상황(part-to-part ratio)'으로 구분하고, 전자에 한해서 분수 표현을 허용한다. 예를 들어 카드 A(8장)와 카드 B(12장)가 있을 때, 전체 카드 20장에 대한 카드 A의 ratio나 전체 카드 20장에 대한 카드 B의 ratio는 분수 $\frac{8}{20}$ 과 $\frac{12}{20}$ 로 표현하지만, 카드 A와 카드 B의 ratio나 카드 B와 카드 A의 ratio는 분수로 나타내지 않는다. 이것은 남자와 여자의 수를 비교하는 맥락과 유사한데, 한국 교과서에서는 이것을 비율 분수로 나타내게 하기 때문에 비(比)에 대한 미국과 한국의 입장차를 볼 수 있다.

지금까지 기술된 내용을 정리하면 [그림 II-1]과 같이 도식화할 수 있다.



[그림 II-1] ratio와 rate의 관계(C-②)

나. 비교하는 두 양이 동일단위를 사용하면 ratio이고, 이질단위를 사용하면 rate이다.

이것은 'ratio'와 'rate'를 포함관계로 보지 않는 관점이다. 이 관점은 Thomson(1994)이 제시한 사례 중 첫 번째에 해당하는 것으로, 미국 교과서

Everyday Mathematics가 채택하고 있는 관점이다. Everyday Mathematics 교사용 지도서(The University of Chicago School Mathematics Project, 1999)는 'ratio'와 'rate'에 대해 다음과 같은 입장을 표명하고 있다.

“많은 수학책과 사전에서 ratio와 rate를 동의어로 보고 있다. 그러나 전문가들과 과학자들 사이에서는 양이 서로 다른 단위를 가져 그 결과 합성 단위를 갖는 한 양이 될 때는 rate를, 같은 단위를 가져 그 결과가 단위를 가지지 않는 스칼라로 불리는 하나의 수가 될 때에는 ratio라 부르는 경향이 점차 늘어나고 있다. Everyday Mathematics의 저자들은 이런 구분이 유용하다고 생각했고 이 프로그램에서 그 생각을 유지해왔다(p. 70).”

위 인용문에 의하면, 'ratio'와 'rate'를 구분하는 기준은 비교하는 양이 어떤 단위를 사용하는가에 있다. 비교 대상인 두 양이 같은 단위를 사용하면 그 비교는 'ratio'이며, 다른 단위를 사용하면 'rate'이다. 예를 들어 사과 3개와 배 4개의 비교인 경우 둘 다 '개'라는 단위를 사용하므로 '개'가 약분되어, $\frac{3개}{4개} = \frac{3}{4}$ 과 같이 스칼라가 된다. 반면 거리와 시간의 비교와 같이 서로 다른 단위를 사용하는 양을 비교할 때는 약분되는 것이 없으므로 km/h 혹은 m/sec 등과 같은 합성단위를 사용하게 된다.

그런데 이처럼 단위로만 'ratio'와 'rate'를 구분한다면 단위환산으로 인해 상황이 바뀔 때, 비교의 유형이 'ratio'에서 'rate'로 바뀌거나 혹은 그 반대의 경우가 발생하게 된다. 예를 들어, 옥수수 1 pound에 밀 32 ounces를 혼합한다고 할 때 옥수수에 대한 밀의 혼합율(rate)은 32ounces/pound 가 되지만, pound를 ounce로 고치면 옥수수와 밀의 단위가 모두 ounce가 되어 더 이상 'rate'로 부를 수 없게 된다. 따라서 주어진 상황에서 단

위변환을 통해 두 양의 단위가 바뀌었을 때 'ratio'가 'rate'가 되거나, 'rate'가 'ratio'가 되는 일이 벌어지게 된다.

한편 또 다른 미국 교과서 Math Makes Sense(Morrison, P., Connelly, R., Jones, D., & etc, 2006)는 'ratio'와 'rate'에 대해 대단히 혼란스러운 정의를 제시하고 있다.

A ratio is a comparison of 2 quantities with the same unit(p. 321).

A rate is a ratio that compares two items measured in different units(p.329).

이 교과서에서는 'ratio'를 '같은 단위(same unit)를 사용하는 두 양의 비교'라고 정의하면서, 이후 절에서는 'rate'를 '다른 단위(different units)로 측정되는 두 항목을 비교하는 ratio'라고 정의하고 있다. 'rate'의 정의만 보면 'rate'는 'ratio'에 속하는 하위 개념으로 볼 수 있지만, 'ratio'의 정의에서 같은 단위를 사용하는 양들 사이의 비교라고 뜻을 박았기 때문에 그것은 'rate' 개념을 포괄하지 못한다. 따라서 두 정의는 서로 모순이 되며, 이는 교과서 오류로 보인다. 그런데 교과서의 내용을 상세하게 살펴보면, 'ratio'와 'rate'의 종속관계는 'rate'의 정의에 제시된 것 이외에는 찾아보기 어렵다. 우선 'ratio'와 'rate'의 도입 맥락을 살펴보면 <표 II-1>에서 나타난 바와 같

이 판이하게 다르다.

<표 II-1>에 의하면, 'ratio'는 주로 동물이나 사물의 개체수와 같이 같은 단위를 사용하는 이산량 간의 비교로 표현되는 반면, 'rate'는 자동차의 속도, 고래의 유영속도, 타이핑 속도, 리터(L) 당 휘발유 값(\$) 등 다른 단위를 사용하는 연속량 간의 비교로 표현되고 있다. 따라서 제시된 맥락만 놓고 볼 때, 'ratio'와 'rate'는 명백히 다른 유형의 비(比)이며, 둘 간의 위계 관계는 찾아보기 어렵다. 이러한 상황은 이후 절 'Equivalent Ratios'에서도 계속된다. 여기서도 파란색 사각형과 붉은색 사각형의 개수 비교, 화단에 있는 꽃의 개체수 비교, 타일의 개수 비교 등 'ratio'를 도입할 때 사용했던 맥락과 다를 바가 없지만, 'rate'를 도입할 때 사용했던 맥락과는 공통점이 없다.

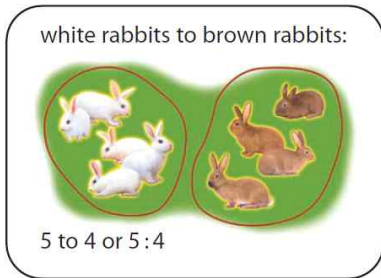
'ratio'가 'rate'와 다른 또 한 가지는 비교하는 두 양을 합했을 때 전체를 생각할 수 있는 상황이 주어진다는 것이다. 예를 들어 갈색 토끼 4마리와 흰색 토끼 5마리가 있는 상황이라면 총 9마리의 토끼가 있는 것이 전체가 될 것이며, 이에 따라 다음과 같은 세 가지의 비교가 가능하다.

- ① 흰색 : 갈색
- ② 갈색 : 전체(흰색+갈색)
- ③ 흰색 : 전체(흰색+갈색)

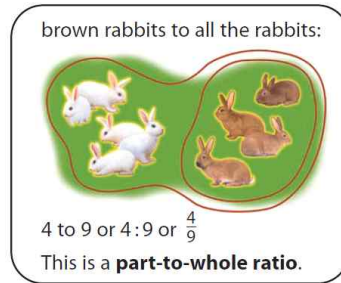
<표 II-1> Math Makes Sense에 제시된 ratio와 rate의 도입 맥락(Morrison, P., Connelly, R., Jones, D., & etc, 2006, pp.320-331)

ratio	rate
-6마리의 딱따구리와 3마리의 피꼬리의 비교 -두 가지 색의 카운터 12개 -두 가지 색의 토끼(갈색 4마리, 하얀색 5마리)	-시간과 거리의 관계, 속력 -1분 동안 그릴 수 있는 도형의 개수(stars/min) -거북이의 속도 (km/h) -장거리 전화요금(\$/min) -프레젤 머신의 속도 (bags of pretzels/min) -휘발유 가격 (\$/L) -식물의 성장속도 (cm/year) -타이핑 속도(pages/h) -고래의 유영속도(km/h)

이 때 ①은 부분에 대한 부분(part-to-part) ratio이며, ②와 ③은 전체에 대한 부분(part-to-whole) ratio이다. 그런데 이 교과서도 앞 절에서 소개한 Van de Walle(1994)의 관점과 마찬가지로 전체에 대한 부분(part-to-whole ratio)에 한해서 분수표현을 허용하고 있다. 즉 ①에 대해서는 5:4만 허용하지만([그림 II-2]), ②는 4:9 또는 $\frac{4}{9}$ 로([그림 II-3]), ③은 5:9 또는 $\frac{5}{9}$ 로 표현할 수 있다고 기술되어 있다. 그러나 'rate'는 단위를 달리하는 두 양의 비교로, 두 양을 합해서 전체를 생각하는 것이 불가능하므로 'rate'의 유형을 이와 같은 식으로 구분하지 않는다.



[그림 II-2] part-to-part ratio
(Mathematics Makes Sense grade 6, p.321)



[그림 II-3] part-to-whole ratio
(Mathematics Makes Sense grade 6, p.321)

이상의 내용을 정리하면 <표 II-2>와 같다. 이 표에 의하면 Math Makes Sense는 정의를 통해 'rate'가 'ratio'의 하위 개념임을 선언하였으나, 그것을 뒷받침할만한 어떤 보기도 제시하지 않고 있음을 알 수 있다. 따라서 이 교과서가 채택하고 있는 관점은 Everyday Mathematics의 관점에 더 가깝다고 볼 수 있다.

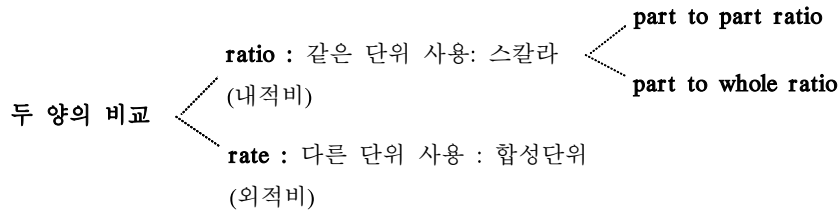
이상의 내용을 도식화하면 [그림 II-4]와 같다.

3) rate는 시간과 관련된 ratio이다.

이것은 Thomson(1994)이 제시한 두 번째 사례에 해당하는 것으로, 인터넷 사이트 Math League (2015)에서 채택하고 있는 관점이기도 하다. 이 관점은 'rate'를 시간과 관련된 'ratio'의 한 유형으로 보는 경우이지만, 시간이 기준량이 되므로

<표 II-2> Math Makes Sense에 제시된 ratio와 rate의 정의와 맥락 분석

	ratio	rate
정의	같은 단위로 측정되는 두 양의 비교	다른 단위로 측정되는 두 항목을 비교하는 ratio
도입맥락	동물, 사물 등의 개체수 비교	속도, 가격, 요금
양의 속성	동일 단위를 사용하는 이산량	이질 단위를 사용하는 연속량
비교유형	① part-to-part ratio ② part-to-whole ratio	합해서 전체를 생각할 수 없는 두 양 간의 비교
표현	① a to b, a:b ② a to b, a:b, $\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b}$

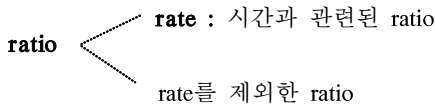


[그림 II-4] ratio와 rate의 관계(B)

결과적으로 속도에 관한 비라 할 수 있다. 예를 들면 한 시간에 3킬로미터를 걷는 것은 3 km/h의 rate로 걷는 것이다. 이 때 ‘rate’는 분자에 거리단위를 두고 분모에 시간단위를 두어 분수로 나타낸다.

A rate is a ratio that expresses how long it takes to do something, such as traveling a certain distance. To walk 3 kilometers in one hour is to walk at the rate of 3 Km/h. The fraction expressing a rate has units of distance in the numerator and units of time in the denominator. (Math League, 2015)

속도 이외에도 일정한 시간 동안 일한 양이나 강우량, 체중의 변화 등 시간과 관련된 사물의 변화량은 ‘rate’에 해당된다. 그러나 ‘rate’를 시간 함수로만 제한했을 경우, 이자율(interest rate)이나 세율(tax rate)등과 같이 일상생활에서 rate로 사용되는 다른 많은 개념들을 포괄하지 못하기 때문에, ‘rate’를 너무 좁게 해석한 것으로 생각된다. 이상의 내용을 도식화하면 [그림 II-5]와 같다.



[그림 II-5] ratio와 rate의 관계(C-①)

라. rate는 단위요금이나 단위가격 등과 같은 고정된 ratio이다.

이것은 ‘rate’를 어떤 기준에 근거해 책정된 단위요금(a charge per unit)이나 단위가격(a unit price) 등 고정된 비(fixed ratio)로 보는 관점으로, 한국의 7차 수학과 교육과정에서 정의된 ‘비의 값’ 개념과 유사하다. 이 관점은 Thomson(1994)이 제시한 세 번째 사례에 해당되며, 영영사전 Merriam-Webster(2015)에서 채택하고 있는 관점이기도 하다. 여기에서는 ‘ratio’와 ‘rate’를 다음과 같이 정의하고 있다.

Ratio 1a : 두 개의 수학적 표현(mathematical expressions)에 대한 몫(quotient)

b : 둘 혹은 그 이상의 양이나 크기 사이의 관계 : proportion

Rate 3a : 두 사물 사이의 고정된 비(fixed ratio)

b : 어떤 비(ratio), 척도(scale), 기준(standard)에 근거해 고정된 요금이나 가격

① 공공서비스 단위요금(a charge per unit)

② 항공서비스 단위요금(a charge per unit)

③ 재산세를 책정할 때 정부가 사용하는 단위 세금(a unit charge)

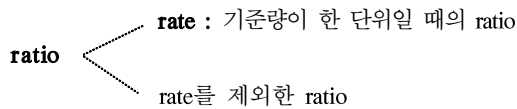
④ (영국) 지방세

4a : 어떤 것 단위당 측정된 다른 어떤 것의 양이나 정도

b : 어떤 양에 기초한 요금, 특히 보험

수가(the amount of premium per unit)

‘ratio’의 정의는 두 가지인데, 1a는 ‘몫’으로, 1b는 ‘관계’로 정의하고 있다. 이것은 앞 절에서 이미 기술된 바와 같이 미국에서 ‘ratio’를 보는 전형적인 관점이기도 하다. 즉 두 양 사이의 관계와 그 관계를 수량화한 값(몫)을 모두 ‘ratio’로 보는 것이다. 반면 ‘rate’는 ‘fixed ratio’로 규정된다. 여기서 ‘rate’를 결정하는 중요한 요소는 비교하는 양들의 속성이나 단위의 종류가 아니다. 여기서 중요한 것은 기준량을 1 단위(unit)로 보느냐 아니냐 하는 것이다. 예를 들어 화장품 4개에 6만원이다. 이 상황은 화장품의 개수와 가격이 각각 다른 단위를 사용하므로 2)의 관점으로 볼 때 그 자체로 ‘rate’라고 할 수 있지만, 단위당 가격이 아니므로 4)의 관점으로는 ‘rate’가 아니다. 즉 기준량이 화장품 1개당 환산된 가격인 1만5천원이 ‘rate’가 된다. 이와 같이 책정된 단위 가격은 고정된(fixed) ratio로서, 구매상품의 개수와 곱해서 전체 비용을 구하는데 편리하게 사용된다. 그러나 비교량을 주로 요금이나 가격, 세금 등과 같이 돈에 관련된 것으로 제한하는 것은 3)에서 ‘rate’를 시간이나 속도로 제한하는 것과 마찬가지로 개념을 너무 좁게 해석하게 만드는 문제를 안게 된다. 이상의 내용을 도식으로 구조화하면 [그림 II-6]과 같다.



[그림 II-6] ratio와 rate의 관계(C-③)

3. 종합

지금까지 살펴본 내용을 종합해 보면, 미국 내에서도 ‘ratio’와 ‘rate’의 개념에 대한 혼란이 상

당함을 알 수 있다. 일상생활은 두말할 것도 없고 수학교과서에서조차 정의방식이 달라 두 개념을 지도하는 교사나 학생들이 어려움을 겪을 것으로 예상된다. 그러나 분명한 사실 한 가지는 미국에서 사용되는 ‘ratio’나 ‘rate’의 의미가 한국에서 사용되는 ‘비’와 ‘비율’의 의미와 깨끗하게 맞아 떨어지지 않는다는 점이다. 한국에서는 통상 ‘ratio’를 ‘비’로, ‘rate’를 ‘비율’로 번역하지만 지금까지 살펴본 바에 의하면 ‘ratio’는 ‘비’와 ‘비율’을 모두 포괄하는 광의적 개념으로 폭넓게 사용되며, ‘rate’는 다소 특별한 유형의 ‘ratio’로 사용되는 경우가 보편적이다.

본 연구에서 살펴본 내용을 종합해 보면, ‘ratio’와 ‘rate’의 관계를 보는 관점은 크게 세 가지이다(<표 II-3>, <표 II-4>). 먼저 ‘rate’를 ‘ratio’와 동일한 개념으로 보는 것으로, 이러한 현상은 일상생활에 자주 접하게 된다. 둘째, ‘rate’와 ‘ratio’를 비(比)의 서로 다른 유형으로 보는 관점이다. 즉 ‘rate’는 이질적 속성을 가진 두 양의 비교인 반면, ‘ratio’는 동질적 속성을 가진 두 양의 비교이다. 이것은 주로 미국 수학교과서에서 볼 수 있는 관점으로 비교대상인 양이 어떤 단위를 사용하는가가 중요한 기준이 된다. 셋째, ‘ratio’는 두 양의 비교를 의미하는 광의적 개념인 반면, ‘rate’는 어떤 특정 조건을 만족하는 ‘ratio’로 제한하여 해석하는 관점이다. 즉 ‘rate’를 ‘ratio’의 하위 개념으로 보는 것인데, 이 때 ‘rate’를 어떻게 규정하는가에 따라 다시 세 가지 유형으로 세분할 수 있다. ① 시간과 관련되었는가? ② 비교하는 두 양이 다른 단위를 사용하는가? ③ 기준량이 1단위인가? ①과 ③은 ‘rate’를 너무 좁게 해석함으로써 수학적용어의 가치를 제한하지만, ①과 ③의 관점을 취하는 사례는 많지 않다. 반면 ②는 인터넷 사이트나 수학교과서 교재, 수학교과서 등에서 가장 폭넓게 채택되고 있는 관점이다.

<표 II-3> ratio와 rate의 관계에 대한 미국의 세 가지 관점

관점	내용
A	rate는 ratio와 동일한 개념이다. (rate = ratio)
B	rate는 ratio와 서로 다른 비교 유형이다. (rate \subset ratio)
C	rate는 ratio의 하위 개념이다. (rate \subset ratio) C-① : rate는 시간과 관련된 ratio이다. C-② : rate는 다른 단위를 사용하는 두 양 간의 ratio이다. C-③ : rate는 단위요금, 단위세금, 단위가격 등과 같이 고정된 ratio이다.

<표 II-4> ratio와 rate에 대한 다양한 관점과 출처

A	B	C		
		c-①	c-②	c-③
-일상생활	-Everyday Mathematics (수학교과서) -Mathematics Make sense (수학교과서)	-Math League (인터넷사이트)	-EMSM (수학교사교육교재) -Math Dictionary (수학사전) -Math Steps/ -Math Planet (인터넷사이트)	-Merriam-Webster (영영사전)

III. 비(比) 관련 수학용어를 둘러싼 한국 내의 논란

미국에서는 ‘ratio’와 ‘rate’의 관계가 논쟁을 부르지 않지만, 한국에서는 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’의 관계가 논쟁을 불러왔다. 정은실(2003)에 의하면 일상생활에서는 ‘비’와 ‘비율’, ‘비’와 ‘비례’가 혼용되며, 수학분야에서는 ‘비’와 ‘비율’이 혼용되어 왔다(pp.247-8). 반면 초등학교 교육과정에서는 ‘비’와 ‘비의 값’ 혹은 ‘비’와 ‘비율’ 사이의 구분에 대해선 상당한 합의가 이루어졌지만, ‘비율’과 ‘비의 값’ 사이의 관계는 여전히 애매모호한 상태로 남아있다. 이 장에서는 교수요목기부터 2009 개정 수학과 교육과정에서 나타난 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’의 정의를 살펴봄으로써, 한국에서 문제가 되어온 비(比) 개념을 둘러싼 혼란의 실체를 파악해 보고자 한다.

‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’ 가운데 한국 수학과 교육과정에서 가장 먼저 도입된 것은 ‘비’이다. ‘비’는 교수요목기부터 명시적으로 등장하였으나, ‘비율’

과 ‘비의 값’은 1차 교육과정부터 도입되었다. 교수요목기에는 ‘비’가 미국의 ‘ratio’와 매우 유사한 방식으로 도입되었다. 즉 두 수 사이의 승법적 관계와 그것을 수치화한 값을 모두 포괄하는 식으로 ‘비’를 정의하고 있다.

‘일의 분량이라든가 물건의 분량이라든가를 비교하는 것을 비라고 한다. 비는 둘 이상의 물건의 크기를 비교해서, 한 편이 다른 한 편에 대해서 2감절인 관계 즉 2와 1의 관계에 있으면 2:1, 2와 3의 관계에 있을 때는 2:3과 같이 쓰고, 2대 1 또는 2대 3이라고 읽는다.(문교부, 1954, pp.12-3)

(중략) 또 두 수의 관계는 자연수로나 분수로도 나타낼 수 있다. 1:6은 $\frac{1}{6}$, 6:1은 6으로도 표시할 수 있다(문교부, 1954, pp.15-6)

위의 정의는 2장의 1절에 소개된 ‘ratio’의 정의방식과 매우 유사하다. 그러나 1차 교육과정부터는 ‘비’ 개념에서 분수 표현을 제외함으로써,

관계와 그 관계를 나타내는 수치 사이를 구분하기 시작한다. 이 시기에 ‘비’는 5학년 2학기에 두 양 사이의 관계로 도입되지만, ‘비의 값’은 1년 후인 6학년 2학기에 나눗셈의 몫이라는 다른 모습으로 도입된다. ‘ratio’를 도입할 때 분수 표현을 늘 함께 소개하는 미국의 도입방식을 떠올려 보면, 한국의 ‘비’는 매우 일찍 미국의 ‘ratio’와 거리를 둔 셈이다.

아버지 : “그렇게도 생각할 수 있지. 그런데 일의 분량이라든가, 물건의 분량 같은 것을 비교하는 데는 ‘비’라는 것을 쓴다. (중략) 이와 같이 비는 두 양의 크기를 나타내어, 그 크기의 관계를 알아보기 쉽게 하는 것이다. 우리가 오늘 일한 분량과 남은 분량의 관계를 비로 말하면 ‘1 대 2’이고, 이것을 1:2라고 쓴다...(문교부, 1956, 산수 5-2, pp.48-9)

예를 들면 갑:을에서 갑은 을의 몇 배인가, 또 몇 분의 몇인가를 볼 때에, 갑:을의 몫을, 갑의 을에 대한 비의 값이라고 합니다(문교부, 1962, 산수 6-2, p.31)

2차 교육과정은 ‘비’와 ‘비의 값’을 ‘비율’을 표현하는 서로 다른 양식으로 도입함으로써, 역대 교육과정 중에 ‘비율’ 개념을 가장 넓고 특이하게 정의하고 있다. 이 시기에는 5학년 1학기에 ‘비율’을 가장 먼저 도입하고, 이후 ‘비율’을 나타내기 위한 표현으로 ‘비’를 도입한다. 그리고 1년 후인 6학년 1학기에 “비율”을 분수 혹은 소수로 나타낸 것”으로 ‘비의 값’을 도입한다. 그러나 이러한 정의 방식은 이 후 교육과정에서 곧바로 폐기처분된다.

아버지께서 매신 넓이를 3으로 보면, 같은 시간에 오빠가 맨 넓이는 2로 볼 수 있다. 이 때 오빠가 맨 넓이에 대한 아버지께서 매신 넓이의 비율은 3÷2라고 한다. 그리고 이 비율을 3:2로 쓰고, 3대 2라고 읽는다. 또, 이와 같은 비율의

표시법을 ‘비’라고 한다.(문교부, 1965a, 산수 5-1, p.46)

비율은 비로 나타내기도 하지만, 분수나 소수로도 나타낸다...(중략)...

$\frac{2}{5}$ 나 0.4와 같이 수로 나타낸 비율을 20:50의 ‘비의 값’이라고 한다(문교부, 1965b, 산수6-1, p.32).

3차 교육과정은 2차 교육과정의 정의 방식을 부정하고, 1차 교육과정의 방식으로 다시 돌아갔다. ‘비’는 ‘배’ 맥락으로 도입되었으며, ‘비의 값’은 ‘비’를 수량화한 것으로 도입되었다. 또한 처음으로 비교하는 양과 기준량이라는 용어를 사용해 ‘비의 값’을 정의하였으나, ‘비율’은 ‘비의 값’의 또 다른 이름 정도로 간단하게 다루고 넘어가는 식이었다. 이러한 기조는 6차까지 그대로 이어지므로, 이것이 비(比)에 대한 한국 수학교육의 전통적 관점은 아닐까 생각한다.

그러나 7차 교육과정부터 다시 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’에 대한 혼란이 가시화되는데, 7차에서는 이전 교육과정에서 ‘비의 값’으로 정의되었던 식 (비교하는 양/기준량)이 ‘비율’로 정의되고, 대신 ‘비의 값’은 기준량이 1일 때의 ‘비율’로 제한하여 도입된다.

기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율이라 한다. 기준량을 1로 볼 때의 비율을 ‘비의 값’이라고 한다. 자원 봉사자 8명을 1로 볼 때, 8에 대한 5의 ‘비의 값’은 $\frac{5}{8}$ 이다.(교육인적자원부, 2002, p.84)

기준량이 1일 때의 ‘비율’이라는 관점이 명시적으로 등장한 것은 이 시기가 처음으로 앞장에서 논의된 C-③의 관점과 유사하다. 그러나 분수 $\frac{5}{8}$ 를 두고 ‘기준량이 1일 때 비교량이 $\frac{5}{8}$ 인

것²⁾으로 해석하기가 쉽지 않을 뿐만 아니라, '비의 값'이라는 용어에서 '기준량이 1'이라는 의미를 끌어내는 것은 거의 불가능하므로 현장에서 많은 혼란이 있었던 것이 사실이다. 이런 이유에서인지 모르겠으나, 2007 개정 교육과정에서는 '비의 값'이 삭제되고 비와 '비율'만 남아서 현재의 교육과정을 구성하기에 이르렀다.

지금까지 살펴본 내용을 간략히 정리하면 <표 III-1>과 같다. 이것을 통해 비(比)에 대한 한국 초등교육의 관점 혹은 특징을 다음 두 가지로 요약할 수 있다.

첫째, 초등학교 수학과 교육과정에서 '비', '비율', '비의 값'에 대한 개념적 혼란이 지속적으로 노출되었음에도 불구하고, '비'와 '비율'(혹은 '비의 값') 개념을 구분하려는 시도는 오래전부터 비교적 일관되게 유지되고 있다. 즉 두 양 사이의 관계(a:b)와 그 관계를 수량화한 값($\frac{a}{b}$)을 다르게 보고, 이를 구분하려는 것이다.

이러한 관점은 우리나라 최초의 교육과정인 교수요목기를 제외하고 계속 유지되어왔다. 교수요목기에는 '비'를 '일의 분량이라든가 물건의 분량이라든가를 비교하는 것'으로 정의하였으나, '두 수의 관계는 자연수로나 분수로도 나타낼 수 있다'로 기술하면서 그 예시로 '1:6은 $\frac{1}{6}$, 6:1은 6으로도 표시할 수 있다'고 명기하고 있다. 물론 3차 교육과정에서도 이와 유사한 표현이 등장한다(3:4= $\frac{3}{4}$). 그러나 3차 교육과정에서 제시된 '비'와 '비의 값'의 정의를 보면, 두 개념을 확실히 구분하고 있는 것으로 보인다. 실제로 4차 교육과정에서는 '비'와 '비의 값'에 대한 3차 교육과정의 관점을 그대로 유지한 채, '비'와 '비

의 값' 사이에 등호(=) 대신 화살표(→)를 둠으로써(3:4→ $\frac{3}{4}$), 3차 교육과정의 오류를 인정하고 개선하려는 모양새를 보이고 있다.

둘째, '비율'과 '비의 값'에 대한 개념적 혼란이 지속되어 왔다. 표에서 알 수 있듯이, 우리나라 수학과 교육과정에서 '비', '비율', '비의 값', 이 세 가지 개념 사이의 관계에 대한 혼란이 오랫동안 지속되어 왔으며, 이 가운데 특히 '비율'과 '비의 값' 사이의 관계는 오늘날에도 여전히 애매모호한 상태로 남아있는 듯하다.

'비율'과 '비의 값'이라는 용어는 1차 교육과정에서 처음으로 등장하여 7차 교육과정까지 이어지면서, 그 관계에 대한 혼란이 지속적으로 노출되어 왔다. 그러다가 2007개정 교육과정에서 '비의 값'이 삭제되면서, '비율'과 '비의 값' 사이의 관계에 대한 논란이 종결된 것으로 보이지만 이것은 문제를 해결한 것이라기보다 회피한 것으로 보인다. 그러나 아이러니하게 7차 교육과정 이전까지는 수학과 교육과정에서 '비의 값'이 차지하는 위상이 '비율' 보다 훨씬 컸다. '비율'을 '비의 상위개념으로 본 2차 교육과정을 제외하면, 6차 교육과정까지는 '비'를 도입하고, 그것을 수치화한 것으로 '비의 값'을 도입한 후, '비의 값'의 또 다른 이름으로 '비율'이란 용어를 소개하는 방식을 택했다. 그러다가 7차 교육과정에서는 상황이 역전되어 그 때까지 '비의 값'으로 정의한 내용(비교량÷기준량)을 '비율'로 대체하고, '비의 값'은 '기준량이 1일 때의 비율'로 제한하였다. 그러나 2007 개정 교육과정 이후로는 '비의 값'이 교육과정에서 삭제되어 그 위상은 그 어느 때 보다 축소되기에 이르렀다.

2) 비율을 처음 도입할 때 기준량이 8, 비교량이 5인 것을 $\frac{5}{8}$ 로 나타내도록 지도하기 때문에, 이러한 지도를 받은 학생들이 차후에 이 분수를 기준량이 1일 때 비교량이 $\frac{5}{8}$ 인 것으로 받아들이기 쉽지 않다.

<표 III-1> 한국 수학과 교육과정에서 나타난 비, 비율, 비의 값의 의미 변화

교육과정	비, 비의 값, 비율 간의 관계	도식화
교수요목기	·‘비’ 개념에 ‘비의 값’ 개념이 암묵적으로 내포됨. · 비율은 도입하지 않음	비 \supset 비의 값 비율: 도입 \times
1차	·‘비’ 개념에서 ‘비의 값’ 개념을 분리. (‘비’는 관계, ‘비의 값’은 수) ·비율은 엄밀한 정의 없이 구체적인 보기 들어 설명. 제시된 맥락만 으로 ‘비율’과 ‘비의 값’ 개념이 구분되지 않음	비 \supset 비의 값 비의 값과 비율과의 관계는 애매모호
2차	·‘비율’을 가장 포괄적인 개념으로 먼저 도입 ·‘비’는 비율의 표시법 중 하나로 도입 ·‘비의 값’ 역시 비율의 표시법 가운데 분수나 소수로 나타낸 것으로 도입	비 \supset 비의 값 비율=(비 \cup 비의 값)
3차	·‘비’ 개념을 ‘배’ 맥락으로 도입 ·‘비의 값’은 ‘비’를 수량화한 것으로 도입 (비의 값=비교하는 양 \div 기준량) ※ 비와 비의 값의 정의를 달리함에도 불구하고 ‘3:4= $\frac{3}{4}$ ’와 같은 식 의 표기 오류 보임. ·‘비율’을 ‘비의 값’의 또 다른 이름으로 도입	비 \supset 비의 값 비율=비의 값 (‘3:4= $\frac{3}{4}$ ’)
4,5,6차	·‘비’ 개념을 두 양을 비교하는 방법 중의 하나(승법적 관계)로 소개 ·‘비의 값’은 3차와 동일한 방식으로 도입, 단 ‘3:4 \rightarrow $\frac{3}{4}$ ’으로 표현을 수정함 ·비율은 비의 값과 동일시함	비 \supset 비의 값 비율=비의 값 (‘3:4 \rightarrow $\frac{3}{4}$ ’)
7차	·비 개념이 두 양을 비교하는 맥락으로 도입되지만 승법적 관계가 명 확하지 않음 ·비율을 먼저 정의하고, 그 하위 개념으로 비의 값을 도입 (비율=비교하는 양/기준량, 비의 값은 기준량을 1로 볼 때의 비율)	비 \supset 비의 값 비율 \supset 비의 값
2007개정, 2009개정	·7차와 유사한 전개 방식 ·‘비의 값’은 교육과정에서 삭제 (2007 개정 교과서 6학년 1학기 비례 식 단원에서 무정의 용어로 사용됨. 의미는 비율에 가까움.)	비 \supset 비율 비의 값: 도입 \times

IV. 비(比)에 대한 미국과 한국의 관점차

앞에서 미국과 한국의 비(比) 관련 수학용어 사용실태 및 그에 따른 논쟁점을 살펴본 바에 의하면, 미국과 한국은 몇 가지 측면에서 비(比)에 대한 관점차를 가지고 있는 것이 분명하다 (<표 IV-1>). 미국에서는 비(比) 관련 수학 용어로 ‘ratio’와 ‘rate’가 주로 사용되지만, 미국의 ‘ratio’가 한국의 ‘비’에, 미국의 ‘rate’가 한국의 ‘비율’ 혹은 ‘비의 값’에 대응된다고 보기는 어려운 많은 증거들이 발견되었다. 한국에서는 두 양 사이의 곱셈적 관계를 ‘비’로 규정하고, 그것을

수치화한 값을 ‘비율’ 혹은 ‘비의 값’으로 구분해 온 반면, 미국에서는 관계와 수치를 구분하려는 시도는 거의 찾아보기 어려웠다. 대신 미국에서는 비교대상이 되는 양의 속성(이산량Vs연속량), 양의 단위(같다Vs다르다), 기준량(부분Vs전체) 등에 따라 수학용어가 결정되는 경향을 보였다. 예를 들어 ‘ratio’는 이산량에, ‘rate’는 연속량에 관련된다든지, 혹은 단위가 같으면 ‘ratio’, 다르면 ‘rate’라든지, 기준량이 부분이면 부분에 대한 부분(part-to-part) ‘ratio’, 전체이면 전체에 대한 부분(part-to-whole) ‘ratio’와 같은 식으로 비교대상인 양의 속성을 기준으로 수학용어가 구분되고 있음을 알 수 있었다. 반면 한국 교육과정에 나타난 비(比) 관련 수학용어에는 양의 속성에 대

한 고민 보다는 관계와 수치 사이를 구분하는 것에 더욱 큰 비중이 있어왔다. 예를 들어 두 양의 관계를 나타내는 a:b와 그것을 수치화한 $\frac{a}{b}$ 는 엄격히 다르다는 입장으로, ‘비’와 ‘비율’(혹은 ‘비의 값’)을 구분하여 사용하여 왔다. 이것은 비(比)의 본질에 대한 고민이라기보다는 비(比)를 표현하는 양식에 대한 고민으로 보인다.

a:b를 분수 $\frac{a}{b}$ 로 나타내는 것에 있어서도 미국과 한국은 차이를 보이고 있다. 미국은 이것을 전체에 대한 부분의 비교 상황에 한해 제한적으로 사용하지만, 한국은 전체에 대한 부분과 부분에 대한 부분 비교를 구분하지 않고 똑같이 $\frac{a}{b}$ 로 나타낸다. 예를 들어 미국은 남학생 3명, 여학생 4명인 상황에서 전체학생에 대한 남학생의 ratio($\frac{3}{7}$)와 전체학생에 대한 여학생의 ratio($\frac{4}{7}$)는 분수로 나타내지만, 남학생에 대한 여학생의 ‘ratio’나 여학생에 대한 남학생의 ‘ratio’는 $\frac{4}{3}$ 와 $\frac{3}{4}$ 으로 표현하지 않는다. 그러나 한국은 후자의 경우

도 그대로 분수로 표현한다. 미국이 ‘비’의 분수 표현에 대해 이와 같이 제약을 주는 이유는 정확히 모르겠지만 ‘부분-전체’라는 분수의 이미지를 훼손하지 않으려는 의도는 아닐지 추측해 본다. 그러나 이후 ‘rate’를 배우면서 결국 이질적 속성을 지닌 두 양을 비교하기 위해 불가피하게 분수로 표현하거나 나눗셈을 해야 하는 상황을 맞이하게 되므로 학생들이 겪을 혼란을 지연시키는 것 이상의 교육적 효과를 거두기는 힘들지 않을까 생각된다.

한편 7차 수학과 교육과정에서는 미국의 C-③과 유사한 관점을 도입하려는 움직임이 있었다. 미국의 C-③은 ‘rate’를 단위가격, 단위요금, 단위속도 등과 같은 고정된 ‘ratio’로 보는 입장인데, 이것은 기준량을 한 단위로 본다는 점에서 제 7차 수학과 교육과정에서 도입된 ‘비의 값’ 개념과 유사하다. ‘비의 값’은 $\frac{a}{b}$ 를 ‘기준량이 b일 때 비교량이 a인 상황’으로 보지 않고, ‘기준량이 1일 때 비교량이 $\frac{a}{b}$ 인 상황’으로 해석하는 것과 관련되어 있다. 따라서 이 역시 양의 속성에 주

<표 IV-1> 비(比)에 대한 미국과 한국의 관점차

	미국	한국
주요 개념	ratio, rate	비, 비율, 비의 값
개념 혼란	ratio와 rate의 관계	비율과 비의 값의 관계
주요 쟁점	-양의 속성 -단위의 종류 -기준량이 부분인가 전체인가?	-관계 Vs 수치 -기준량이 1인가 아닌가?
표현	ratio a:b, $\frac{a}{b}$ rate $\frac{a}{b}$	비 a:b 비율(또는 비의 값) $\frac{a}{b}$
part(a)-to-part(b) ratio	a:b(○), $\frac{a}{b}$ (×) (남3 여2를 3:2로는 표현하지만 $\frac{3}{2}$ 으로 표현하지는 않음.)	a:b(○), $\frac{a}{b}$ (○) (남3 여2를 3:2 또는 $\frac{3}{2}$ 으로 표현)
part(a)-to-whole(b) ratio	a:b(○), $\frac{a}{b}$ (○)	제시되지 않음

목하기 보다는 분수의 해석에 주목하게 만들기 쉽다. 그러나 맥락을 잘 구성한다면 $a ; b = ? : 1$ 과 같은 비례적 추론과 단위의 사고를 유도할 수 있기 때문에 비(比) 개념 지도에 효과적인 뿐만 아니라 일상생활과의 연결성도 뛰어나다. 아쉬운 점은 이 개념을 ‘비의 값’이란 수학용어와 연결시킨 것이다. ‘비의 값’은 6차 교육과정까지 ‘비율’과 동의어로 도입되었으며, 이름 자체에서 기준량이 한 단위라고 하는 의미를 전혀 암시하지 못하기 때문에 교육현장에 불필요한 혼란만 가중시켰다.

이상의 내용을 종합해보면, 한국은 관계와 그 관계를 표현한 수량을 동일한 것으로 받아들이지 않음으로써 미국에 비해 수학의 논리성 혹은 치밀함을 추구하려는 경향을 보인 반면, 양의 속성이나 단위의 종류와 같은 비(比)의 본질적 속성을 놓치는 경향을 보인 것으로 결론 내릴 수 있다. 또한 ‘비율’과 ‘비의 값’이 같은 자리를 놓고 이전투구하는 식으로 교육과정 시기별로 혼란스럽게 정의되어 왔던 점은 교사나 학생들이 비(比) 개념을 받아들이기 어렵게 하는 주요한 원인이라 생각된다. 따라서 차후에 수학과 교육과정을 구성할 때, ‘비’와 관련된 다양한 상황이 충분히 다루어질 수 있도록 비교하는 양의 속성이나 단위의 종류, 맥락의 다양성 등이 고려되어야 하며, 각 상황에 맞는 비(比) 관련 수학용어의 개발을 염두에 두어야 할 것이다.

V. 마치며

이 연구는 비(比) 관련 수학용어를 둘러싼 혼란이 한국과 미국에서 각각 어떻게 전개되고 있는지를 살펴보고, 이를 통해 혼란의 실체를 이해하고 문제를 해결하기 위한 방안을 모색하고자 시도되었다. 이를 위해 미국과 한국에서 발행되

는 다양한 출처의 자료를 조사하였으며, 그 결과 다음 두 가지 결론을 도출하였다.

첫째, 비(比) 관련 수학용어를 사용함에 있어 미국과 한국이 상이한 관점을 가지고 있다. 미국의 경우 비(比) 관련 수학용어로 ‘ratio’와 ‘rate’가 주로 사용되는데, 이 두 용어의 구분은 비교하는 양의 속성에 기초하는 경우가 대부분이다. 따라서 이 두 용어의 의미와 관계에 대한 논란이 있지만 그러한 논란의 중심에는 양의 속성이라는 비(比)의 본질적 요소가 포함되어 있다. 반면 한국에서는 비(比) 관련 수학용어로 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’이 주로 사용되는데, 이 가운데 ‘비’를 ‘비율’과 ‘비의 값’과 구분하고 있다. 즉 전자는 두 양의 곱셈적 관계로서, 후자는 곱셈적 관계를 수치화한 값으로서 받아들임으로써 수학적 논리성을 추구하는 경향을 보이지만, 양의 속성에 주목하는 모습은 찾기 어렵다. ‘비율’과 ‘비의 값’은 수학과 교육과정에서 오랫동안 유의어로 취급되다 최근에 두 개념을 구분하려는 시도가 나타나고 있지만, 이 역시 양의 속성에 근거한 것은 아니다. 이처럼 미국과 한국에서 나타나는 비에 대한 고민이나 혼란은 성격이 매우 다르다. 정은실(2003)에 의하면 우리 교과서에서 수용하는 비(比) 관련 수학용어들의 의미는 중국과 일본 교과서에서도 유사하게 나타난다(p.249). 따라서 이 논문에서 제기한 수학용어의 괴리 문제가 미국과 한국에 국한된 문제가 아니라 서양과 동양 간의 문제일 수 있음은 염두에 두어야 할 것이다.

본 연구에서 도출한 두 번째 결론은 한국 초등학교 수학과 교육과정에 제시된 비(比) 관련 수학용어들로는 비(比)에 내재된 본질적 속성을 다루기에 역부족이라는 것이다. 비(比)는 두 양의 관계에 주목하는 개념이다. 따라서 양의 속성에 주목하는 일은 비(比)를 이해하는데 중요한 요소가 될 것이다. 그러나 ‘비’와 ‘비율’(혹은 ‘비

의 값)의 구분은 추론의 최종단계인 표현에 주목하게 한다. 즉 ‘a:b이면 비이고, 그것을 분수인 $\frac{a}{b}$ 로 나타내면 비율이다.’ 식의 구분은 비(比)의 본질적 속성인 양에 대한 탐색을 놓치게 만들 수 있다. 따라서 그 자체로 양에 대한 탐색을 유도하는 수학용어가 필요할 것이라 생각된다. ‘ratio’와 ‘rate’의 관계에 대한 논의를 통해, 비교하는 두 양의 속성이 동질적인 것과 이질적인 것으로 구분하려는 시도가 미국에서 보편적인 것임을 밝혔는데, 우리도 그와 유사한 맥락을 학생들에게 제공해야하는 것은 아닐까? 만약 ‘비’와 ‘비율’이라는 두 용어만으로는 이러한 지도가 어렵다면 Freudenthal(1983)이 작명한 내적비와 외적비, 혹은 그와 유사한 수학용어를 개발하여 학생들에게 명시적으로 제시하는 방안을 제안하고 싶다. 이와 유사한 맥락에서 ‘비의 값’이 교육과정에서 사라진 것은 매우 아쉬운 일이다. 7차 교육과정에서 ‘비의 값’에 대한 정의가 무리를 일으키긴 하였지만 비(比) 개념에 있어 기준량에 주목하게 하고 기준량을 1 단위로 하였을 때의 편리함을 느끼게 하는 것 또한 비(比) 학습의 중요한 요소가 되어야 한다. ‘비의 값’이라는 용어 자체는 이러한 의미를 이끌어 내기에 부족하므로 폐기처분된다 해도, 그 정신은 폐기처분 하지 말고 교육과정에서 어떤 형식으로든 구현되는 것이 바람직하다고 본다.

마지막으로 이 연구를 통해 수학용어의 작명이나 초기 개념정의가 수학연구 뿐만 아니라 수학교육에 얼마나 큰 영향을 미치는지 다시 한 번 확인하였다. 비(比) 관련 수학용어의 탐색을 시도한 이 연구가 한국의 비(比) 지도 개선을 위한 작은 단서가 될 수 있기를 희망하는 바이다.

참고문헌

- 교육과학기술부(2007). 교육인적자원부 고시 제 2006-75호 및 제 2007-79호에 따른 **초등학교 교육과정해설(IV)**.
- 교육인적자원부(2002). **수학6-가**. 대한교과서주식회사.
- 김선희, 김경희(2009). 교육과정에 근거한 TIMSS 2007 공개 추이문항의 정답률 분석. **수학교육학연구**, 19(1), 99-120.
- 김성희, 방정숙(2005). 수학 교수·학습 과정에서 과제의 인지적 수준 분석-초등학교 ‘비와 비율’ 단원을 중심으로-. **수학교육학연구** 15(3), 251-272.
- 문교부(1954). **샘본 5-2**. 대한문교서적주식회사.
- 문교부(1956). **산수 5-2**. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1962). **산수 6-2**. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1965a). **산수 5-1**. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1965b). **산수 6-1**. 국정교과서주식회사.
- 박교식(2011). **수학용어 다시 보기: 다시 보기 시리즈 2**. 서울: 수학사랑
- 박희옥, 박만구(2012). 비와 비율 학습에서 나타나는 초등학교 학생들의 인식론적 장애 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 C, **초등수학교육 제 15권 제 2호**, pp. 159-170.
- 장혜원(2002). 초등학교 수학에서 비의 값과 비율 개념의 구별에 대한 논의. **학교수학 제 4권 제 4호**, pp. 633-642.
- 정은실(2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. **수학교육학연구 제 13권 제 3호**, 247-265.
- 한국사전연구원(1994). **최신 수학사전**. 서울: 교육문화원.
- Bassarear, T.(2001). Mathematics for elementary school teacher(2nd ed.) Boston: Houghton Mifflin Company.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology

- of mathematical structures. D. Reidel Publishing Company.
- Monroe, E. E.(2006). *Math dictionary*. Boyds Mills Press, Inc.
- Math League(2015) (<http://www.themathleague.com/index.php/about-the-math-league/mathreference?id=80>)
- Math Forum(2015) (<http://mathforum.org>)
- Math Planet(2015) (<http://www.mathplanet.com/education/pre-algebra/ratios-and-percent/rates-and-ratios>)
- Math Steps(2015) <http://www.eduplace.com/math/mathsteps/6/e/>)
- Merriam-Webster(2015) (<http://m-w.com/>)
- Morrison, P., Connelly, R., Jones, D., & etc(2006). *Math Makes Sense grade 6*. Pearson Education Canada Inc.
- The University of Chicago School Mathematics Project(1999). *Everyday mathematics: teacher's reference manual, grade 4-6*. Chicago : Everyday Learning Corporation.
- Thomson, P.(1994) The development of the concept of speed and its relation to concepts of rate. In G. Harel & J. Confrey(Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*(pp.179-234). Albany, NY:Sunny Press.
- Van de Walle, J. A. (1998). *Elementary and Middle School Mathematics(3rd Ed.)*. Addison Wesley Longman, Inc.

Different Views of the US and Korea about Mathematical Terminologies, 'Ratio' and 'Rate'

Kim, Soo Mi (Gyeongin National University of Education)

This study is conducted to understand the real shape of confusion surrounding mathematical terminologies, 'ratio' and 'rate' in both the US and Korea and to get some implications for Korean education. For this, various materials including textbooks and materials for kids and teachers, dictionaries, educational internet web sites, the past Korean elementary mathematics curriculums and etc are reviewed with respect to the terminologies related to 'ratio' and 'rate'. As a result, the findings are as follows. Firstly, the US and Korea have different views with ratio and rate. Secondly, Korean terminologies related to ratio and rate are not enough to treat the essentials of the concept of ratio and rate.

* Key Words : 비[bi], 비율[biyul], 비의 값[bi-e-gab], rate, ratio

논문접수 : 2015. 7. 15

논문수정 : 2015. 8. 3

심사완료 : 2015. 8. 3