# 사각 실린더를 지나는 층류 유동특성

박 두 현, 양 경 수,\* 안 형 수 인하대학교 기계공학과

## FLOW PAST A RECTANGULAR CYLINDER

Doohyun Park, Kyung-Soo Yang\* and Hyungsu Ahn Dept. of Mechanical Engineering, Inha University

This study performed numerical simulation to elucidate the characteristics of flow past a rectangular cylinder with various values of the aspect ratio(AR) of the cylinder. We calculated the flow field, force coefficients and Strouhal number of vortex shedding depending on the Reynolds number(Re) and the aspect ratio. The  $AR \approx 1$  is preferred for drag reduction, and  $0.375 \leq AR \leq 0.5$  should be avoided and  $AR \approx 0$  is recommended if suppression of the lift-coefficient fluctuation and the shedding frequency is desirable. Furthermore the criticality of the Hopf bifurcation is also reported for each AR.

Key Words : 가상경계법(Immersed boundary method), 수직 평판(Normal flat plate), 정방형 실린더(Square cylinder), 유동 불안정성(Flow instability)

# 1. 서 론

Bluff body 주위의 유동은 기초적인 유동 현상에 대한 물 리적 이해뿐만 아니라 산업적으로도 중요하게 여겨지는 문제 로서 다양한 형상에 대하여 많은 연구가 이루어져 왔다. 특히 가장 기본적인 형상인 정방형 실린더에 대한 연구는 층류와 난류 그리고 유동 불안정성에 대한 연구까지 다양하게 수행 되었다[1-4]. 특히 bluff body 주위의 유동 불안정성은 유동 천 이와 같은 복잡한 유동 현상을 규명하기 위한 기초가 되는 내용으로서 이를 제어하기 위한 연구들이 다양하게 진행되었 다[5-7].

Okajima[1]는 정방형 실린더와 종횡비(Aspect ratio, AR)가 2 ~ 4인 사각 실린더에 대하여 70 ≤ Re ≤ 20,000 영역에서 실 험을 하였으며, Strouhal 수의 불연속성을 통해 유동 패턴의 변 화를 확인하였다. Sohankar et al.[2]은 Re = 200 이하의 층류 영역에서 정방형 실린더의 각도와 막음비 등을 변화하며 유동 불안정성과 유동 특성을 수치적으로 계산하였다. Sharma and Eswaran[3]은 수치해석을 통해  $1 \le Re \le 160$ 영역에서 정방 형 실린더에 대한 유동장과 유체력을 계산하여 정상 상태와 비정상 상태의 유동 패턴을 설명하였다. 난류 영역에 대한 연 구로 Kim et al.[4]은 대와동모사법을 이용한 수치해석을 통하 여 Re = 3,000에서 채널 내 정방형 실린더를 지나는 난류 유동 특성을 연구하여 실험 결과와 잘 일치함을 확인하였다.

다른 기본적인 bluff body 형상 중 하나인 수직 평판에 대 한 연구도 다양하게 수행되었다[8-15]. Najjar and Vanka[8]는 2차원 수치해석을 통해 낮은 Re에서 와류의 특징을 해석하 였고, 그 후 Najjar and Vanka[9)는 3차원 해석을 통하여 Re = 1,000에서 3차원적 효과를 포함한 연구를 수행하였다. 또한 Najjar and Balachandar[10]는 Re = 250에서 수직 평판에 대하여 2차원 및 3차원 수치해석을 수행하였으며, 항력과 양 력의 시간에 대한 거동에서 나타나는 low frequency unsteadiness에 대하여 설명하였다. Saha[11]는 AR = 0.125인 수직 평판에 대하여 낮은 Re에서 유체력과 실린더로부터 멀 리 떨어진 후류의 와구조의 특징을 수치해석적으로 연구하였 으며, 그 후 Saha[12]는 Re 변화에 따른 시간 평균된 유동장 및 와구조 형태에 대한 후속 연구를 수행하였다. 그리고 Choi and Yang[13]은  $80 \le Re \le 320$  영역에서 Floquet 안정성 해 석을 통하여 수직 평판으로부터 정방형 실린더까지 형상을 변화하며 2차원에서 3차원으로 천이하는 이차 불안정성에 대

Received: June 17, 2015, Revised: August 31, 2015, Accepted: August 31, 2015. \* Corresponding author, E-mail: ksyang@inha.ac.kr

DOI http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2015.20.3.47 © KSCFE 2015

한 연구를 수행하였다. 또한, 실험적 연구로써 Perry and Steiner[14]는 수직 평판을 지나는 난류 유동의 coherent structures에 대하여 연구하였고, Kiya and Matsumura[15]는 Re = 23,000에 대하여 수직 평판을 지나는 난류 특성을 연 구하였다.

선행 연구에서는 수직 평판과 정방형 실린더와 같은 극단 적인 형상에 대하여 주로 연구가 이루어졌으며, 그 중간 단계 에 해당하는 사각 실린더에 대한 연구는 부족하였다. 특히 정 상 상태에서 비정상 상태로 천이하는 주 유동 불안정성에 대 한 연구는 수행된 바가 없었다. 따라서 본 연구에서는 수직 평판으로부터 정방형 실린더까지 종횡비(AR)를 변화하며 선 형 불안정성 이론을 바탕으로 주 유동 불안정성의 임계 *Re* (*Re*<sub>c</sub>)를 찾고, 낮은 *Re* 영역에서 AR 변화에 따른 유체력, 와 구조와 같은 유동 특성을 수치해석적으로 연구하였다.

# 2. 수치 해석 기법

#### 2.1 지배 방정식

지배 방정식은 비압축성 2차원 유동에 대한 연속 방정식, 운동량 방정식으로 구성된다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} - q = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}$$
<sup>(2)</sup>

u, p, q는 각각 속도 벡터, 순간 압력 그리고 질량 보존을 만족하기 위한 질량 원천/흡입을 나타낸다. 유동장에 수직 평 판 및 실린더 형상을 구현하기 위하여 가상경계법(Immersed Boundary Method)[16]을 도입하였으며 f는 가상경계법을 위한 운동량 부가를 의미한다. 레이놀즈 수(*Re*)는 *Uh*/ν로 정의 된다. *U*는 입구 속도, *h*는 실린더의 수직 높이, ν는 유체의 동점성 계수이다. 각 지배 방정식은 직교 좌표계에서 유한 체 적법(Finite Volume Method)으로 차분되었다. 공간 차분은 2차 정확도의 중심 차분법을 사용하였으며, 시간 적분은 대류항에 대하여 3차 정확도의 Runge-Kutta 양해법(explicit)으로 적분하 였고 점성항에 대하여 2차 정확도의 Crank-Nicolson 음해법 (implicit)으로 적분하였다. 연속 방정식과 운동량 방정식을 분 리하기 위하여 Fractional Step 기법[17]이 사용되었다.

## 2.2 계산 영역 및 경계 조건

Fig. 1(a)는 경계 조건 및 계산 영역을 나타낸 것이다. 사각 실린더의 수직 높이를 h, 수평 방향 길이를 b라고 정의하여, h를 고정하고 b를 0부터 h까지 변화하였다. 종횡비(AR =



(a) Computational domain and boundary condition





b/h)는 0.125씩 증가시켰으며, AR = 0.0625인 경우도 계산하였다. 여기에서 AR = 1은 정방형 실린더를, AR = 0은 수직 평판을 나타낸다. 전체 계산 영역은 실린더 오른쪽 면의 중심을 원점으로 -33-b/h ≤ x ≤ 36, -50 ≤ y ≤ 50이다. 실린더를 기준으로 비균일(non-uniform) 엇갈린(staggered) 격자 계를 사용하였으며, 격자점수는 정방형 실린더(AR = 1)를 기준으로 실린더 내부에 128 × 128개를 사용하였고 실린더를 포함하여 수평 방향으로 800개, 수직 방향으로는 448개의 격 자점을 사용하였다(Fig. 1(b)). 입구와 출구에서는 각각 Dirichlet 경계조건과 대류 경계조건[4]이 사용되었으며 계산영역 윗면과 아랫면에서는 slip 조건을 사용하였다. 물체 표면에서는 no-slip 조건을 사용하였다.

본 연구에서 사용된 코드를 검증하기 위하여 *Re* = 100에 서 정방형 실린더에 대하여 시간에 대한 평균 항력 계수, 양 력 계수의 rms, Strouhal 수(*St*)를 계산한 결과를 Table 1에



Fig. 2 Streamlines for steady flow, Re = 30

나타냈으며, 타 연구자들[2,3,18]과 잘 일치함을 알 수 있다.

# 3.결 과

#### 3.1 정상(steady) 유동 특성

Fig. 2는 Re = 30에서 몇 가지의 AR에 대한 장애물 주위 의 유선을 나타낸다. Re = 30에서 모든 AR에 대하여 유동은 정상 상태를 나타냈으며, 장애물 뒤에 상하 대칭의 와류가 형 성되었다. Fig. 3는 AR변화에 따른 와류의 길이(w<sub>l</sub>)와 폭(w<sub>h</sub>) 을 나타낸다. 와류의 길이는 실린더의 우측면으로부터 와류가 끝나는 점(saddle point)까지로 정의하며, 폭은 와류가 상하 대 칭이므로 위쪽 와류의 최대 두께의 2배로 정의하였다. AR이 증가함에 따라 와류의 길이와 폭이 점점 작아지는 것을 볼 수 있다. 특히 수직 평판에서 AR이 커지는 순간 와류의 길이 와 폭이 크게 감소함을 볼 수 있다. 또한 각 AR에 대해 항력

 
 Table 1 Comparison of the current results with those of other authors for square cylinder

	$\overline{C_D}$	$C_{L,rms}$	St
Present	1.421	0.168	0.143
Sohankar et al.[2]	1.460	0.139	0.146
Sharma and Eswaran[3]	1.493	0.192	0.149
De and Dalal[18]	1.416	0.174	0.153



Fig. 3 Wake length and transverse width vs AR at Re = 30



Fig. 4 Critical Reynolds number vs AR

계수를 계산한 결과 모든 AR에 대하여 값이 1.846 ~ 1.864로 거의 일정하여 1% 이내의 차이를 보였다.

### 3.2 주 유동 불안정성

정상 상태 유동에서 *Re*가 증가함에 따라 실린더형 장애 물에서 발생하는 전단층으로 인해 유동 불안정성이 증가된다. 이때 유동 불안정성은 실린더 단면의 AR에 따라 서로 다른 특징을 보일 것으로 예상된다. 이처럼 정상 상태에서 비정상 상태로 천이하는 주 유동 불안정성을 해석하기 위하여 Sturat -Landau(SL) 방정식을 사용할 수 있으며, 유동 불안정성이 발 생하는 *Re* 근처에서 유동 불안정성 모드의 선형 증가율 (linear growth rate, *σ<sub>r</sub>*)은 실수 부분이 선형화된 SL 방정식으 로부터 다음과 같이 선형 함수로 나타낼 수 있다[6].

$$\sigma_r = K(Re - Re_c) \tag{3}$$

여기서 K는 양의 상수가 되며,  $\sigma_r = 0$ 이 되는 Re가  $Re_c$ 가 된다. 실험[6]에 의하면 위 식은  $-10 \le Re - Re_c \le 20$ 의 범위에서 적용할 수 있으며, Park[7]과 Sohankar et al.[2]은  $Re_c$ 를 계산하기 위해 양력계수를 특성 진폭의 함수로 사용



Fig. 5 Streamlines for unsteady flow, AR = 1.0

하였다. 본 연구에서도 양력계수를 사용하였으며, Supercritical 상태의 경우 양력계수의 증폭 과정을 통해  $\sigma_r$ 을 구하고, Subcritical 상태의 경우 유동장이 정상 상태에 도달한 후, 최 대 주 유동속도의 ±1% 크기의 난수를 전체 유동장에 발생시 켜서 양력계수의 감쇠 과정을 통해  $\sigma_r$ 을 구하였다. Lankadasu and Vengadesan[19]의 정방형 실린더 계산값은  $Re_c = 45$ 이고, 본 연구 계산값은  $Re_c = 44.9$ 로 잘 일치하였다. Thompson et al.[20]의 두께가 없는 수직 평판에 대한 계산값은  $Re_c = 31.6$ 이고, 본 연구 계산값은  $Re_c = 31.03$ 으로 잘 일 치하였다. 그리고 Saha[12]의 AR = 0.125인 수직 평판에 대한 계산값은  $Re_c = 32.45$ 이며, 본 연구 계산값  $Re_c = 33.87$ 과 다소 차이가 있는데, Saha의 계산영역 수직방향 길이는 본 연 구에 비하여  $\frac{1}{5}$ 로서 상당히 작기 때문에 이로 인해 막음비가 증가하여 차이가 발생한 것으로 판단된다.

Fig. 4는 AR을 변화시키며 수직 평판으로부터 정방형 실린 더까지의  $Re_c$ 를 계산한 결과이다. 수직 평판의 두께가 증가 함에 따라  $Re_c$ 는 단조 증가함을 볼 수 있다. 즉 AR이 증가 함에 따라 유동이 더 안정되어짐을 알 수 있다.

## 3.3 비정상(unsteady) 유동 특성

Re가 증가하여 Re<sub>c</sub>를 초과하면 정상 상태의 유동장이 비 정상 상태로 천이하며 실린더로부터 와류가 주기적으로 떨어



Fig. 6 Streamlines for unsteady flow, AR = 0.5



Fig. 7 Streamlines for unsteady flow, AR = 0.0

져 나가는 와흘림 현상이 발생한다. Fig. 5-7은 몇 가지 AR에 대한 비정상 유동의 유선을 나타낸 결과이다. Fig. 5에서 정방 형 실린더의 경우 Re = 50일 때 실린더의 trailing edge로부

터 떨어져 나간 와류가 후류로 진행하면서 확산되어 곧 사라 지는 것을 볼 수 있다. Re = 150에서는 trailing edge뿐만 아 니라 leading edge에서도 유동 박리가 발생하여 실린더의 윗면 과 아랫면에 재부착되는 재순화영역이 발생함을 볼 수 있다. AR=0.25의 경우에는 Re = 200에서 재순환영역이 발생하였 으며, 정방형 실린더 보다 더 높은 Re에서 재순환영역이 발 생하였다. 또한 Fig. 6(c)와 Fig. 7에서 볼 수 있듯이 AR이 작 은 경우에는 후류에서 부호가 다른 와류가 위아래 두 개의 열로 다시 나타나는 이중열 와구조[21]가 나타남을 알 수 있 다. Fig. 7은 수직 평판에 대한 결과이다. AR = 0.0인 수직 평 판에서는 이중열와구조 유동 특성이 더 낮은 Re에서부터 관 찰되었다. 본 논문에 포함하지 않았지만 Re = 100일 때 후 류에 이중열 와구조가 약하게 나타났으며, Re = 150과 200 에서는 확연히 나타났다(Fig. 7). 후류에서 상하로 나타나는 와류의 높이 차이는 AR = 0.0일 때가 AR = 0.5보다 크게 나 타났으며, 즉 AR이 작은 경우에 와류가 수직방향으로 더 멀 리 떨어져 있음을 알 수 있다.

각 AR에 대하여 Re = 50이상에서 계산을 수행한 결과, 항력계수 $(C_D = \text{drag} / \frac{1}{2} \rho U^2 h)$ 와 양력계수 $(C_L = \text{lift} / \frac{1}{2} \rho U^2 h)$ 는 시간에 대하여 주기적이었다. 따라서  $C_D$ 는 시간에 대한 평 균값을  $C_L$ 은 root mean square(rms)값을 각각 계산하여 비교 하였다. Strouhal 수(St)는 유동장이 충분히 수렴된 후  $C_L$  데 이터를 토대로 FFT를 사용하여 계산하였다. Fig. 8은 각 AR 에 대하여 Re에 따른 시간 평균된 항력계수 $(\overline{C_D})$ 와 양력계수 의 rms $(C_{L,rms})$  그리고 St를 각각 나타낸다.

Fig. 8(a)에서 정상 상태인 *Re* ≤ 30에서는 AR이 클수록  $\overline{C_n}$ 가 크게 나타났다. 반면, 비정상 상태인  $Re \geq 50$ 에서는 AR이 클수록  $\overline{C_n}$ 가 항상 작게 나타남을 볼 수 있다. Re = 20의 정상 상태에서는 정방형 실린더에서 AR이 감소 함에 따라 실린더 앞뒤의 압력 차이는 점점 커지며, 실린더 위아래 면적이 작아지기 때문에 전단력은 작아진다. 낮은 Re 에서는 실린더 앞뒤의 압력 차이뿐 만 아니라 실린더 위아래 면의 전단력이 항력 계산에 큰 비중을 차지하기 때문에 AR 이 감소함에 따라 항력은 작아진다. 반면 비정상 상태가 되는 Re ≥ 50에 대하여서는 AR이 작아질수록 실린더 앞뒤의 압 력 차이가 정상 상태에 비해 훨씬 커져 항력을 결정하는 가 장 중요한 요인이 되기 때문에 정상 상태의 경우와 달리 AR 이 감소함에 따라 항력이 증가하게 된다. 수직 평판의 경우 Re가 증가함에 따라  $\overline{C_n}$ 는 증가하다가 Re = 80근처에서 peak를 보이고 감소하였다. 그리고 Re = 110부터 다시 증가 하는 경향을 보였다. 이처럼 중간에 peak가 나타나는 경향은 AR = 0.25까지 지속되고 이후에는 사라짐을 볼 수 있다. AR = 0.5의 경우에는 C<sub>n</sub>가 단조 증가하는 경향을 보였으며, AR





Fig. 8 (a) Mean drag coefficient, (b) rms of lift-coefficient fluctuation, (c) Strouhal number

= 0.75와 1.0에 대해서는 Re = 50이후에  $\overline{C_D}$ 가 감소하다가 최소값을 보이고 다시 증가하는 양상을 나타냈다.

 Fig. 8(b)에서 C<sub>L,rms</sub>는 낮은 Re에서는 AR에 따른 차이

 가 크지 않지만 Re가 증가함에 따라 크게 변하는 것을 볼

수 있다.  $Re \ge 120$ 인 경우에 정방형 실린더에서 AR이 작아 질수록 실린더 위아래를 지나는 유선이 더욱 휘어지며 실린 더 위아래면의 압력 차이가 점점 커져 AR = 0.5까지는  $C_{L,rms}$ 가 증가하였다. 하지만 AR이 0.5보다 작은 경우에는 실린더 위아래 면적이 너무 작기 때문에 압력 차이에 의한 힘이 계산될 면적이 줄어들어  $C_{L,rms}$ 가 감소하게 된다. 따라 서 Re = 120 이상의 영역에 대해서는 AR = 0.5인 경우에  $C_{L,rms}$ 가 가장 크게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 8(c)에서 St는 AR변화와 Re변화에 대하여 상당히 복 잡한 변화 양상을 나타내고 있다. Re < 70에서는 정방형 실 린더에서부터 AR이 감소함에 따라 St가 증가하는 양상을 보 였다. 하지만, 130 < Re < 210에서는 AR = 0.5까지는 St가 증가하다가 이후에 다시 감소하는 것을 볼 수 있다.

따라서 위의 결과를 토대로 본 연구에서 고려된 낮은 *Re* 영역에서 항력을 최소화하기 위해서는 AR을 1에 가깝도록 설정해야 하며, *C<sub>L,rms</sub>*와 와흘림 주파수를 최소화하기 위해 서는 AR을 0에 가깝도록 설정하여 유체력과 장애물 주위 유 동의 와흘림을 제어 할 수 있다.

# 4. 결 론

본 연구에서는 사각 실린더의 종횡비를 조절하여 수직 평 판부터 정방형 실린더까지 형상을 변화시키면서 주 유동 불 안정성과 유체력과 같은 유동 특성에 대한 수치해석적 연구 를 수행하였다. 각 AR에 대하여  $Re_c$ 를 계산하였으며, AR이 증가함에 따라  $Re_c$ 가 단조 증가함을 즉, 유동이 안정화됨을 알 수 있었다.

비정상 상태 유동에서 Re가 증가함에 따라 정방형 실린 더의 윗면과 아랫면에 재순환영역이 발생하는 Re 영역이 존 재하며, AR이 감소하면 더 높은 Re에서 같은 현상이 발생함 을 알 수 있었다. 또한 AR이 감소함에 따라 더 낮은 Re에서 이중열 와구조가 나타남을 확인하였다.

본 연구에서 계산한 *Re* 영역(30 ≤ *Re* ≤ 250)에서 항력 을 최소화하기 위해서는 AR을 1에 가깝도록 설정해야 하며, *C<sub>L,rms</sub>*와 유동의 와흘림 주파수를 최소화하기 위해서는 AR 을 0에 가깝도록 설정하여야함을 확인하였다.

# 후 기

이 논문은 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한 국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2015R1A2A2A 01002981).

#### References

- 1982, Okajima, A., "Strouhal numbers of rectangular cylinders," J. Fluid Mech., Vol.123, pp.379-398.
- [2] 1998, Sohankar, A., Norberg, C. and Davidson, L., "Low-Reynolds number flow around a square cylinder at incidence: study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.26, No.1, pp.39-56.
- [3] 2004, Sharma, A. and Eswaran, V., "Heat and fluid flow across a square cylinder in the two-dimensional laminar flow regime," *Numer. Heat Transfer*, Part A, Vol.45, No.3, pp.247-269.
- [4] 2004, Kim, D.-H., Yang, K.-S. and Senda, M., "Large eddy simulation of turbulent flow past a square cylinder confined in a channel," *Comput. Fluids*, Vol.33, No.1, pp.81-96.
- [5] 1971, Stuart, J.T., "Nonlinear stability theory," Ann. Rev. Fluid Mech., Vol.3, pp.347-370.
- [6] 1994, Schumm, M., Berger, E. and Monkewitz, P.A., "Self-excited oscillations in the wake of two-dimensional bluff bodies and their control," *J. Fluid Mech.*, Vol.271, pp.17-53.
- [7] 1994, Park, D.S., "Theoretical analysis of feedback control of Karman vortex shedding at slightly supercritical Reynolds numbers," *Eur. J. Mech. B/Fluids*, Vol.13, No.4, pp.387-399.
- [8] 1995a, Najjar, F.M. and Vanka, S.P., "Simulations of the unsteady separated flow past a normal flat plate," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.21, No.7, pp.525-547.
- [9] 1995b, Najjar, F.M. and Vanka, S.P., "Effects of intrinsic three-dimensionality on the drag characteristics of a normal flat plate," *Phys. Fluids*, Vol.7, No.10, pp.2516-2518.
- [10] 1998, Najjar, F.M. and Balachandar, S., "Low-frequency unsteadiness in the wake of a normal flat plate," *J. Fluid Mech.*, Vol.370, pp.101-147.
- [11] 2007, Saha, A.K., "Far-wake characteristics of twodimensional flow past a normal flat plate," *Phys. Fluids*, Vol.19, No.12, pp.128110.
- [12] 2013, Saha, A.K., "Direct numerical simulation of twodimensional flow past a normal flat plate," J. Eng. Mech., Vol.139, No.12, pp.1894-1901.
- [13] 2014, Choi, C.B. and Yang, K.-S., "Three-dimensional instability in flow past a rectangular cylinder ranging from a normal flat plate to a square cylinder," *Phys. Fluids*, Vol.26, No.6, pp.061702.

- [14] 1987, Perry, A.E. and Steiner, T.R., "Large-scale vortex structures in turbulent wakes behind bluff bodies. Part 1. Vortex formation process," *J. Fluid Mech.*, Vol.174, pp.233-270.
- [15] 1988, Kiya, M. and Matsumura, M., "Incoherent turbulence structure in the near wake of a normal plate," *J. Fluid Mech.*, Vol.190, pp.343-356.
- [16] 2001, Kim, J., Kim, D. and Choi, H., "An Immersed -Boundary Finite-Volume Method for simulations of flow in complex geometries," *J. Comput. Phys.*, Vol.171, No.1, pp.132-150.
- [17] 1985, Kim, J. and Moin, P., "Application of a fractional step method to incompressible Navier-Stokes equations," J. Comput. Phys., Vol.59, No.2, pp.308-323.

- [18] 2006, De, A.K. and Dalal, A., "Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.52, No.7, pp.801-821.
- [19] 2008, Lankadasu, A. and Vengadesan, S., "Onset of vortex shedding in planar shear flow past a square cylinder," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.29, No.4, pp.1054-1059.
- [20] 2014, Thompson, M.C., Radi, A., Rao, A., Sheridan, J. and Hourigan, K., "Low-Reynolds-number wakes of elliptical cylinders: from the circular cylinder to the normal flat plate," *J. Fluid Mech.*, Vol.751, pp.570-600.
- [21] 2006, Thompson, M.C., Hourigan, K., Ryan, K. and Sheard, G.J., "Wake transition of two-dimensional cylinders and axisymmetric bluff bodies," *J. Fluids Struct.*, Vol.22, No.6-7, pp.793-806.