대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 25 권 제 4 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 25, No. 4, 717 ~ 754. Nov 2015

학교수학적 지식의 성장: 고등학교 영재 학생들의 위키(Wiki) 기반 협력 문제해결 활동을 중심으로[1)]

이 승 우*

본 연구는 개별화된 경쟁에 치우쳐 있는 우리나라 수학교육 환경에서 고등학교 영재 학생들에게 수학 발전의 사회적 과정을 경험할 수 있는 기회를 제공하기 위하여 온라인 탐구 커뮤니티의 건설을 시도하였다. 2012년 B과학고등학교에서 개설된 두 개의 미적분학 II 강좌를 수강하였던 14명의 학생들이 지정된 위키 사이트에 접속하여 약 70일간 10개의 문제를 풀었다. 협력 문제해결 과정에서 위키는 학생들의 흩어져 있는 사고과정을 공유되는 세계 내에 효과적으로 매개함으로써 상호학습이 이루어지는 것을 가능하게 하였다. 또한 학생들의 협력 문제해결의 패턴은 Lakatos(1976)의 '증명과 반박'과 비슷하게 '풀이와 반박'으로 특징지어졌으며 학생들은 이 과정을 통해 학교수학적 지식의 성장을 경험할 수 있었다. 실험 종료 후 실시된 인터뷰와 설문조사에서 담당교사와 학생들은 협력 문제해결 도구로서의 위키에 대해 매우 긍정적인 반응을 보였다. 따라서 본 연구에서 고등학교 영재학생들에게 위키는 수학적 지식의 사회적 측면에 대한 학습기회를 제공할 수 있는 가치 있는 수학교육 도구라고 평가된다.

Ⅰ. 들어가며

우리나라 중고등학교의 수학교육 환경은 학생들이 개별적으로 수학적 지식을 획득하고 그 획득된 지식을 활용하여 더 빨리 많은 문제의 정답을 제시한 학생에게 높은 점수를 보상으로 부여하는 경쟁구조에 치우쳐 있다. 이러한 환경에서는 대체적으로 교사가 지식에 대한 권위를 가지며 지식의 전달자로서 학생들의 학습과정을 관리하고 통제하는 역할을 수행한다. Johnson, Johnson, & Smith(1991)는 개인적이고 경쟁적인 교육환경은 학생들을 고립시킴으로써 재능의 개발과 지식의 능동적 구성을 저해하고 교사와 학생들 사이에 부정적인 관계를 야기한다고 비판한다. 최근에는 학교에서 가르치고 배우는 수학 지식은 수학 발전의 결과일 뿐 수학의 본질은 수학의 발달과정 즉, 사회적 측면에 놓여 있다는 인식이 대두되면서(e.g., Cobb, 1994; Lakatos, 1976), 학생들이 수학의 사회적 측면을 경험하는 것의 중요성이 강조되고 있다. 이러한 측면에서 NCTM(1991)은 수학적 의사소통, 추측과 반박을 통한 수학적 지식의 개발, 협력을 통한 문제해결 등 수학학습의 사회적 측면을 강조하고 있으며 지식에 대한 권위도 수학교사나 교과서로부터 탐구 커뮤니티(CoI: Community of Inquiry)로 귀속시킬 것을 권

---

* 서울과학고등학교 ss2003@dreamwiz.com

1) 본고는 연구자가 University of Missouri-Columbia에 박사학위 논문으로 제출한 'The Growth of School Mathematics: Korean Secondary Gifted Students' Collaborative Problem Solving Using The Wiki'의 요약 보고서이다. 본 실험의 참가자 모집 및 수행은 미국 IRB(Institutional Review Board)의 허가와 감독아래 이루어졌다.

고하고 있다. 개인별 경쟁을 통한 수학 지식의 습득 구조에 기반 하는 수학교육 환경에서는 학생들이 경쟁에 매몰되어 수학의 사회적 측면을 상상하기 어려운데(Litz, 2007), 이는 중고등 영재 학생들의 수학적 잠재력을 개발하는데 장애요소가 될 수 있다. 따라서 '우리나라 영재교육에서 수학의 사회적 측면을 실현할 수 있는 방안은 무엇인가?'하는 문제가 제기된다.

개별화된 경쟁에 기반 하는 교육체계에서는 초등교사보다 중고등교사일수록 전통적인 강의식 수업모델에서 탈피하기 어려우며(Swan, 2002; Boaler & Greeno, 2000), 대학 입시가 고등학교 교육에 커다란 영향을 미치고 있는 우리나라의 수학교육환경은 새로운 변화를 수용하기에 그 구조가 유연하지 않다. 최근에는 많은 교육학자들이 사회적 소프트웨어를 활용하여 학생들을 연결함으로써 온라인 CoI를 건설하는 것에 관심을 가져왔는데, 일군의 학자들은 온라인 CoI의 건설이 개인별 경쟁에 기반 하는 수학교육 환경을 보완할 수 있는 해결책으로 제시하고 있다(Litz, 2007). 본 연구는 이러한 해결방안에 주목하고 위키를 이용하여 우리나라 영재 고등학교 학생들의 협력 문제해결을 시도한다. 본 연구는 디자인 실험연구(Design Research)로서 다음과 같은 연구문제를 다룬다.

- 위키 기반 협력 문제해결 과정을 촉진하는 디자인 요소는 무엇인가?
- 위키 기반 협력 문제해결 과정에서 나타나는 학교수학적 지식 성장의 패턴은 무엇인가?
- 위키를 협력 문제해결 도구로 사용해본 교사와 학생들의 의견은 무엇인가?
- 학교수학적 지식의 성장에 대한 학생들의 기여에 관한 평가에 있어서 교사와 학생들의 관점에는 어떤 차이가 있는가?

II. 개념틀

1. 용어의 정의

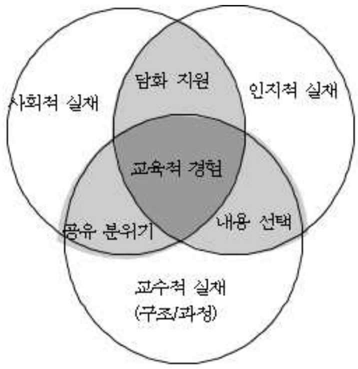
- 학교수학적 지식의 성장 : 거시적 수준에서 학교수학적 지식의 성장은 수학의 발전, 정책의 변화, 수학교육 연구 결과 등을 반영한다. 미시적 수준에서 학교수학적 지식의 성장은 CoI의 교수-학습 과정에서의 산물이 양적으로 증가할 뿐만 아니라 질적으로도 개선되는 것을 의미한다. 이러한 성장은 수학적 지식 자체의 성장과는 다른 별도의 영역에서 독립적으로 이루어진다(졸고(2015)의 MATHCOUNTS 예 참조). 국소적 수준의 학교수학적 지식의 성장은 사회적 소프트웨어를 통해 대역적 수준의 학교수학적 지식의 성장을 가져올 수 있다.
- 오류(Error) : 모순적이거나 부정확한 수학적 결론(결과)에 이르게 하는 진술이나 활동으로 계산과정의 실수나 논리적 오류뿐만 아니라 엄밀성의 부족도 포함한다.
- 수학적 지식의 구성(MKB : Mathematical Knowledge Building) : 학교수학적 지식의 질적 성장에 기여하는 활동으로 언어, 문자, 하이퍼텍스트, 다이아그램, 표, 멀티미디어, 파일 등과 같은 인간의 인공물(artifact) 안에 새로운 지식을 추가하거나 개발된 수학 지식을 정합적이고 능률적으로 조직하는 것, 새로운 수학 문제나 풀이의 발견, 추측과 반박을 통한 오류의 제거, 불필요한 과정을 제거하여 보다 개선되고 간단한 풀이를 개발하는 것 등을 포함한다.
- 집합적 심적 공간(CMS : Collective Mental Space) : 공유되는 세계와 사적 세계로 구성된 공간. MKB활동에 참여할 때 개인은 공유되는 세계에 시간, 노력, 이해 방식, 개인의

수학적 배경 지식 등의 자원을 가지고 오며 이러한 자원이 공유되는 공간에 반영될 때 공유되는 공간내의 지적풍경은 변화된다. 특히, CMS가 협력 문제해결 활동을 위해 형성될 때 본 연구에서는 이를 공동문제공간(JPS: Joint Problem Space)라고 한다[그림 II-3].

- 집합적 인지(CC : Collective Cognition) : CMS에서 지적풍경과 개인의 인지 사이의 상호작용을 집합적 인지라고 한다. 집합적 인지는 교수와 학습으로 이루어지며 개인의 인지과정은 집합적 인지를 통해 지적풍경 안에 통합된다. 이러한 과정은 협력학습, 상호학습, 또는 수학내용을 매개로 하는 연결된 앎으로 특징지어 진다.
- 교수 : 공유되는 세계 내의 지적풍경이 개인의 인지 과정에 영향을 미칠 때, CMS에서 지적풍경이 그 학생을 '가르친다' 또는 '상황화 한다'라고 말한다[그림 II-3].
- 학습 : 개인이 지적풍경을 변화시킬 때, 그 학생은 '학습 한다' 또는 '참여 한다'라고 말한다. 본 연구에서는 학습, 참여, 포스팅 등이 동의어로 사용된다[그림 II-3].
- 집합적 인지 초점(CFP : Collective Focal Point) : MKB활동의 참여자들이 자신들의 노력과 자원을 집중시키는 공유되는 세계 내 지적풍경에서의 특정한 지점.

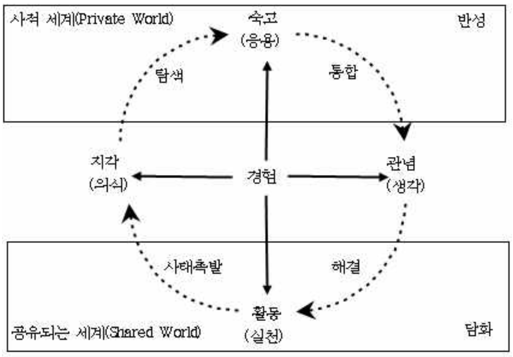
2. 학교수학적 지식의 성장 모델

Garrison, Anderson, & Archer(2000)와 Garrison & Arbaugh(2007)은 CoI 내에서 교육 경험을 분석하는 틀로 사회적 실재(social presence), 인지적 실재(cognitive presence), 교수적 실재(teaching presence) 등의 세 가지 요소를 제시한다[그림 II-1].



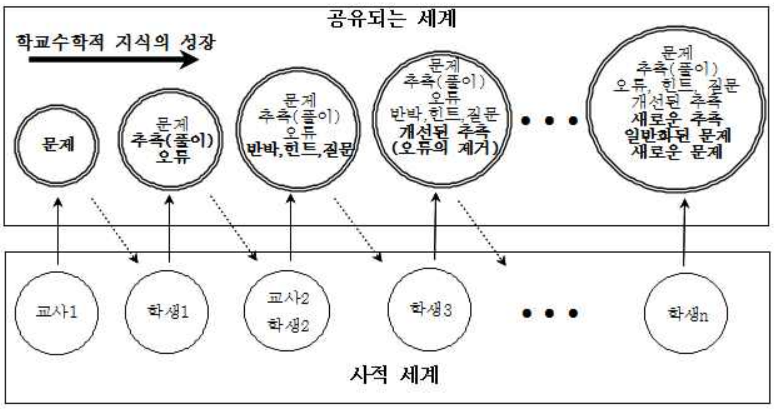
[그림 II-1] CoI 내에서 교육적 경험의 세 요소 (Garrison et al., 2000, p.88).

사회적 실재란 개인의 관점에서는 CoI에 참여하여 자신의 인성을 CoI 내에 투영하는 능력이며 교육적 문맥에서는 교육목표를 협력해서 달성하고 탐구를 위한 질적 상호작용의 조건을 창조하는 것이다. 교수적 실재는 교사가 수행하는 교육적 경험의 설계 및 촉진, 두 기능으로 구성된다. 인지적 실재는 학습자들이 반성과 지속되는 담화를 통해 의미를 구성하고 확증하는 능력을 말한다. 인지적 실재는 실천적 탐구 모형에서 사태의 이해, 탐구, 반성, 적용 등의 순환 과정으로 기술된다[그림II-2]. 이 모형은 학습에 있어 사적 세계(private world)에서 작동하는 지식의 획득(acquisition) 패러다임과 공유되는 세계(shared world) 내에서 수학 내용을 발전시키는 참여(participation) 패러다임 사이의 관계를 설명하는데 커다란 이점을 갖는다. 사적 세계를 중심으로 보면 지식의 획득 패러다임이 작동하며 공유되는 세계 내에 존재하는 지식을 이해하고 내면화하는 것이 학습이 되며 CoI를 중심으로 보면 공유되는 세계의 담화생산 활동에 참여하는 것이 곧 학습이다. 앞서 제시된 교수와 학습의 개념은 공유된 세계를 중심으로 정의된 것이다.



[그림 II-2] 실천적 탐구 모형(Garrison & Arbaugh, 2007, p.161).

본 연구자는 실천적 탐구 모형에 시간의 축과 Popper의 추측과 반박의 지식성장 모델을 포함시켜서 [그림 II-3]과 같이 학교수학적 지식의 성장을 시각화한다. [그림 II-3]에서 교사는 교수적 실재의 측면에서 학생들의 교육적 경험을 촉진할 수 있도록 공유되는 세계 내에 교육적 상황을 설계한다. 적절한 교육적 상황은 학생들의 학습을 자극함으로써 교사와 학생들이 참여하는 MKB과정으로부터 미시적 수준에서 학교수학적 지식의 성장이 이루어진다. 교사가 공유되는 세계 내에 설계한 교육적 상황 즉, 저장된 수학 내용이나 문제 상황은 하나의 지적풍경을 형성하며 개인의 인지가 이러한 지적풍경과 대면할 때, CMS나 JPS가 형성된다. JPS에서 문제 상황으로부터 형성된 지적풍경은 개인의 인지 과정을 점화시키고 MKB과정에로의 참여 즉, 학습을 자극한다. 교사와 학생들은 자신들의 인지 과정의 산물을 공유되는 세계 내에 저장 하며 즉, 학습(참여)하며 이러한 산물은 지적풍경을 변화시키고 변화된 지적풍경은 이러한 풍경 속에 상황화된 개인을 가르친다. 여기서 교수는 다른 사람의 학습의 결과로부터 이루어진다는 점에서 학습은 바로 상호학습을 특징짓는다. 따라서, 공유되는 세계 내의 지적풍경과 사적 세계의 인지 사이의 상호작용은 CoI의 구성원들 사이에서의 상호학습을 의미하며 이를 통해 학교수학적 지식의 성장이 가능하다. 결국, 학교수학적 지식의 성장은 수학적 지식을 매개로 하는 연결된 앎의 성장을 의미한다. 이러한 과정 속에서 학생 개인은 학교수학적 지식을 내면화하는 동시에 그 사회문화적 확립 과정을 경험함으로써 자신의 정체성을 확립하고 인식론적 활동능



[그림 II-3] 학교수학적 지식의 성장 모델(졸고, 2015, p.396).

력(epistemic agency)[2]을 배양할 수 있다.

CoI의 협력학습에 따른 결과인 수학적 담화는 하나의 작품으로 간주된다. 발화 형태의 수학적 담화는 말의 특성상 물질화하여 그 흔적을 남기는 것이 어렵지만 텍스트는 하나의 시각적 작품으로 실현될 수 있다. 집합적 인지 과정에서 한 개인이 학습하는 순간 공유되는 세계 내의 지적 풍경은 즉각적으로 변화되며 이는 그 개인의 주관적 상태가 아니라 그 개인으로부터 분리되어 텍스트화 된 것이다. Popper(1963/2002)의 표현으로 이는 세계2에서 세계3으로 넘어온 것이며 세계3에서 추측과 반박의 방법에 의한 학습, 즉 지식의 성장이 가능해 진다. 공유되는 세계 내의 지적풍경과 결합된 개인의 인지는 CC를 구성하고 지적풍경은 개인의 인지 사이를 연결하며 이는 수학내용을 매개로한 연결된 앎을 특징짓는다. 본 연구에서 위키는 수학내용을 매개로한 연결된 앎을 실현시키는 CoI의 공동 인지도구로 기능한다.

III. 선행연구 및 문헌조사

1. 협동학습과 영재교육

협동학습(cooperative learning)과 협력학습(collaborative learning)은 학자들 별로 다르게 사용하고 그 의미가 일관되게 정립되어 있지 않지만(Ormrod, 2009), 협동학습이라는 용어는 역사적으로 P.W. Johnson, R.T. Johnson, R.E. Slavin 등의 인물들과 관련된다. 협동학습이란 학생들이 소집단을 이루어 그 집단의 수행 결과에 기초하여 보상을 받는 형태의 교실활동을 일컫는다(Slavin, 1980). 협동학습에서 집단 활동은 집단 내에서 학습자들이 정보를 교환할 수 있도록 구조화하는 한편 각 학습자들은 자신의 학습에 대해 책임감을 갖고 다른 학습자들을 동기화할 수 있도록 조직된다(Olsen & Kagan, 1992). 따라서, 협동학습은 집단이 협동하여 수행하게 되는 집단과제와 집단의 목표 달성을 위한 개인의 책임이라는 이중구조를 갖고 있다(Reynolds, 1995).

협동학습이 구조화된 집단의 활동을 통해 지식의 획득의 측면에서 개인학습의 강화를 시도하는 특정한 방법들을 지칭하는 반면, 협력학습에서 학습이란 사회적 문맥 안에서 참여를 통해 새로운 학습 커뮤니티의 구성원이 되는 문화접변(acculturation)의 과정이다(Oxford, 1997). 따라서, 협력학습의 관점에서 학습은 개인적으로 이루어지는 것이라 아니라 사회적인 것으로 협상, 합의, 공유 등과 같이 개인의 인지적 특성으로 환원될 수 없는 사회적 상호작용을 통해 이루어지므로 개인의 '머릿속에서' 일어나는 것은 더 이상 관심사가 되지 못 한다(Stahl, 2006b). 즉, 과제를 구성원들에게 분배하여 수행하는 협동학습의 특징은 협력학습에서는 본질적인 것이 아니며 상호작용을 통한 지식의 구성이 바로 그 본질이다. 한 마디로, 협동학습이 '백짓장도 맞들면 낫다(two heads are better than one)'는 모토에 기초한다면(Bruffee, 1995, p.12) 협력학습은 '개인의 학습을 포함하지만 그것으로 환원되지는 않는다'는 명제에서 출발한다(Stahl, 2006a).

협동학습은 경쟁이 때로 학습을 저해한다는 관찰에서 시작되었기 때문에 서로 경쟁하기보다 학생들이 집단 구성원들 전체의 학습에 대한 책임을 갖도록 하는 것이 중요한 목표가 된다(Bruffee, 1995). 그러나 경쟁구조의 제거를 통한 집단 내 활동은 학생들의 능력의 차이에 따른 문제를 야기한다. 즉, 협동학습에서 상위 능력의 학생들은 하위 능력의 학생들을 가르치며 중위 능력 학생

2) 인식론적 활동능력이란 목표, 전략, 자원, 결과의 평가 등과 같은 지식의 구성 요소 전반에 걸친 통제를 말한다(Scardamalia & Bereiter, 2006). 이는 CC의 측면에서 사회적 구조 안에서 작동하는 것으로 개인의 인지적 측면에서 메타인지에 비교될 수 있다.

들은 이러한 상호작용에서 소외되는 경향이 있을 뿐만 아니라(Webb & Palinescar, 1996), 일부 학생들이 다른 학생들의 노력의 결과에 편승하는 '무임승차효과'나 '기생효과'가 나타난다(Robinson, 2003). 이러한 측면에서 협동학습 그룹 내의 학생들의 능력차에서 비롯되는 부작용으로 인해 영재교육에서는 90년대 초부터 협동학습의 효과에 대해 많은 논란이 있어왔으며(Slavin, 1990a; 1990b; Robinson, 1990a; 1990b), 그 논란은 현재까지도 여전히 진행 중이다(Kulik 2003).

협동학습을 옹호하는 학자들은 영재아들을 포함하여 모든 학생들에게 협동학습이 유익하다고 주장한다(Slavin, 1990a; 1990b; Kennedy, Archambault, & Hallmark, 1995; Neber, Finsterwald, & Urban, 2001). 반면, 반대 진영의 영재교육학자들은 협동학습이 우수한 학생들에게 교사의 역할을 수행하게 함으로써 적절한 속진과 심화의 학습기회를 박탈하고 착취한다고 비난한다. 특히, 영재아들은 협동학습 자체를 긍정적으로 생각하지 않으며(Clinenbeard, 1991), 개인적이고 경쟁적인 교육환경 속에서는 교사가 협동학습 방법을 사용하는 것을 싫어하는 경향이 있어서(Mattews, 1993), 영재학생들의 학업성취도 향상에 도움이 되지 않는다고 주장한다(Li & Adamson, 1992). 그러나 지지자들은 이러한 부정적인 결과가 영재 학생들의 협동학습 결과에 대해 결정적인 것이 아니라고 간주한다. 즉, 영재학생들은 협동학습 환경과 개별학습 환경에서 똑같이 높은 성취를 보이며(Neber et al., 2001), 속해있는 협동학습의 집단이 영재학생들로만 구성되어 있건 비영재학생들과 함께 구성되어 있건 성취도에서 있어서 유의미한 차이를 보이지 않기 때문에 협동학습이 영재학생들에게 해가 되는 것은 아니라고 주장한다(Kennedy et. al., 1995).

영재아에 대한 협동학습의 논란은 협동학습 집단 내에서 드러나는 학생들의 능력차가 그 원인이며 이는 선발된 집단의 구성(tracking)이라는 영재교육의 근본적인 문제 즉, 능력에 따른 선발이 수월성 교육을 가능하게 하므로 유익하다고 주장과 교육 평등을 달성하는데 해가 된다는 주장의 대립과 맞닿아 있다(Kulik, 2003). 이러한 측면에서 수월성을 고려하여 능력에 따라 학생들의 집단을 구성하고 그에 따라 주어지는 과제도 달리하면 협동학습과 관련된 논란이 해결될 수 있을 것으로 가정할 수 있다. 그러나 이 가정의 이면에는 영재학생들의 그룹은 그 능력이 비슷하다는 것이 전제되어 있으나 영재학생들은 결코 능력이 균일한 집단이 아니다(Patrick, Bangel, Jeon, & Townsend, 2005). 즉, 선발된 영재학교의 학생들 사이에서도 여전히 개인차는 존재할 뿐만 아니라, 아무리 완벽한 교수법이라 할지라도 능력에 있어서 이러한 개인차를 해소할 수는 없기 때문에(Krutetskii, 1976), 협동학습의 부정적 측면은 영재학교에서도 여전히 나타날 수 있다. 따라서 인지적 측면을 고려하면, 이상적인 교육환경은 개인별 능력에 맞추어진 학습수준과 속도를 고려한 것이다. 그러나 학교교육환경에서 개인별 교수는 가능하지 않으며 (Renzulli & Pricell, 1996, Reed(2005)에서 재인용), 학교는 기본적으로 사회적 기관으로 그 안에서의 경험이 바로 교육이라는 Dewey의 사상을 따르자면 개인교수에 바탕을 둔 교육이 바람직한 것도 아니다(Bruffee, 1995). 따라서 협동학습은 개인적이고 경쟁에 기반 하는 우리나라 영재교육 환경과는 여러 면에서 상충되며, 수학의 사회적 측면에 대한 경험의 기회를 제공하기 위해서는 협력학습 모델의 도입이 바람직하다고 할 수 있다.

2. 문제해결과 온라인 CoI

지식의 전달자와 수용자로 교사와 학생의 역할을 규정짓는 전통적인 수업방식을 대체할 수 있는 모델을 찾아온 수학교육학자들은 협동학습에

주목하고 지난 30여 년간 관련 연구를 수행하였다(Patrick et al., 2005; Davidson & Kroll, 1991). 이로부터 협동학습 모델은 발견학습, 프로젝트 학습, 게임 활동 등의 형태로 발전되어 왔으며 교육과정 개발자들도 이를 수학수업에 적용할 수 있도록 지원해왔다(Kramarski & Mevarech, 2003). 그러나 수학적 지식의 사회적 본성에 대한 인식과 함께 시작된 '사회적 전회(social turn)'로 특징지어지는 수학교육 연구 패러다임의 전환은(Lerman, 2000), 연구자들의 관심의 초점을 협동학습에서 학생들이 CoI 내에서 수학을 하는 것을 지원하는 협력학습으로 이동시키고 있다(e.g., Lampert, 1990; Schoenfeld, 1996; Goos, 2004). 현재 교육과정에 따른 시간과 공간적 제약으로 인해 교실 수학수업에서 CoI를 건설하는 것은 대단히 어려운 일로 알려져 있으나 일군의 연구자들은 정보통신 기술의 발달에서 그 해결의 실마리를 찾고 있다(e.g., Litz, 2007; Stahl, 2009a; Ben-Zvi, 2007; Scardamalia, 2002).

과거 컴퓨터 기술은 CAI(Computer Assisted Instruction), ITS(Intelligent Tutoring System), LOGO 등과 같이 개별학습 모델에 기반 하여 활용되었지만 현재의 정보통신 기술은 네트워크 기반학습 모델인 CSCL(Computer Supported Collaborative Learning)과 KBE(Knowledge Building Environment)을 지원한다. CSCL이나 KBE 내에서 수행되는 연구는 학습자들의 온라인 의사소통, 의미창출, 온라인 학습 커뮤니티를 구성하기 위한 방안 등과 같은 사회적 측면에서 그 초점이 맞추어져 있는 바(Koschmann, 1996; Stahl, 2006b), 이는 '개인 학습의 공학적 지원에서 상호작용과 상호관계에 대한 공학적 지원으로의 변화'로 특징지어 진다. 많은 교육자들은 이러한 흐름이 단순한 공학적 변화가 아니라 교수학습에 있어서 극적인 변화를 가져올 것으로 기대하고 있으며(Brandon & Hollingshead, 1999), 컴퓨터를 이용한 수학교육 모델도 이러한 패러다임의 전환 아래 확립될 것으로 보고 있다(Ben-Zvi, 2007). 다음에서 현재 CSCL과 KBE 내에서 각각 가장 많은 수학교육 연구가 진행되어 온 VMT(Virtual Math Teams)와 KF(Knowledge Forum)에 대해 검토한다.

MF(Math Forum, http://mathforum.org)는 1992년 미국의 Drexel대학에서 수학의 교수-학습을 지원하기 위해 만든 사이트로 Ask Dr. Math, PoW (Problems of the Week)와 같이 잘 알려진 프로그램을 운영하고 있다. Ask Dr. Math는 초중등 학생들이 제기하는 수학적 질문에 수학전공 대학원생들이나 교수가 답변해 주는 프로그램이다. PoW는 1~2주에 한 문제를 제시하면 전 세계의 학생들이 풀이를 e-메일로 제출하고 멘토들이 제출된 풀이의 피이드백을 보내주는 형식으로 운영되고 있다. VMT 프로젝트는 MF의 일부로서, 비동기화(asynchronous)된 특성을 갖는 PoW를 보완하기 위해 2002년 시작되었다. VMT프로젝트는 '학생들의 수학적 담화와 협력적 지식 구성'을 강화할 수 있는 동기화(synchronous) 된 소프트웨어를 개발하고 온라인 기반의 수학적 담화에서 집단 상호작용의 특성을 밝히는 것을 목표로 하였다(Stahl, 2009a). 개발된 소프트웨어인 VMT-chat은 10여년의 연구 과정에서 지속적으로 보완, 수정되어 왔으며 현재는 두 개의 창으로 분리하여 왼쪽은 화이트보드로 참여자들이 수식이나 도형을 표현할 수 있으며 오른쪽은 대화창으로 사용할 수 있도록 하여 화이트보드를 보면서 의사소통을 할 수 있도록 지원하고 있다.

VMT-chat 안에서 문제가 제시되고 문제풀이방이 개설되면 전 세계에서 영어를 사용할 수 있는 학생들은 누구나 이 방에 참여할 수 있지만 동기화된 채팅의 특성상 하나의 방에 참여할 수 있는 인원은 3-5명으로 제한된다. MF의 스태프 중 한 사람이 운영자로 채팅방에 오는데 그 역할은 학생들에게 VMT-chat의 사용법을 가르쳐 주고 학생들이 겪는 기술적 어려움을 해결해 주는

것에 제한되며 문제 해결과정에는 관여하지 않는다. Stahl(2006b)은 VMT-chat을 이용한 소집단의 문제해결 과정에서 나타나는 담화를 '소집단인지 (group cognition)'라고 부른다. 소집단인지의 특성을 밝히기 위해 VMT 프로젝트는 여러 연구가 수행되었으며 그 결과가 'Studying Virtual Math Teams (Stahl, G.(Ed.), 2009)'에 정리되어 있다.

소집단인지의 가장 큰 특징은 수학적 대화가 '수학적 제안과 답변'으로 지속되며 이끌어진다는 것이다. 즉, 한 참여자가 수학적 제안을 하면 다른 참여자들이 수용할지 거부할지를 결정하며 이에 따라 협력 문제풀이 활동이 진행된다. 이러한 수학적 제안과 답변은 '사회적 순서'를 만드는데 사회적 순서는 '시간차원', '공동문제공간', '상호작용 공간' 등으로 구성된다. 시간차원에서 참가자들은 자신들이 수행 했던 것, 또한 앞으로 무엇을 해야 하는지 등을 연결하며(Sarimento-Klapper, 2009), 협력 문제해결 과정에서 창발 되고 공유되는 의미를 바탕으로 JPS를 구성한다 (Stahl, 2009c). 또한 참가자들은 상호작용 공간에서 상호관계를 설정함으로써 질문자, 설명자, 교사, 리포터, 청취자 등과 같은 사회적 역할을 부여받게 되며(Zemel, Xhada, & Çakir, 2009), 인식론적 활동능력은 이러한 역할과 자신의 수학적 지식에 따라 결정된다.

KF(Knowledge Forum, http://www.knowledgefoum.com)은 1995년 Scardamalia와 Bereiter가 개발하였으며 지식 구성 커뮤니티를 지원하도록 설계되었다. 처음 학생들은 자신들의 아이디어를 New Note에 작성하며 이들 Note는 다른 Note와 연결되면서 구조화된다. Moss & Beatty(2006)은 4학년 학생들을 대상으로 KF를 이용하여 $y=ax+b$와 같은 함수적 관계를 찾는 일반화 문제를 풀도록 했을 때, 학생들이 자신들의 추측을 개선하고 개선된 추측을 정당화하는데 KF를 사용하였다고 보고하였다. 또한 Hurme & Järvelä(2005)에 따르면 핀란드의 중등학교 학생들에게 기하수업에서 KF를 사용하여 다각형을 정의하고 면적과 둘레 공식을 유도하도록 하였을 때, KF는 학생들이 의사소통할 수 있는 기회를 제공하며 사고를 시각화함으로써 이해를 증진시키는 도구가 되었다. 이러한 긍정적인 보고에도 불구하고 KF는 수식을 따로 표현하는 도구를 제공하지 않기 때문에 수학수업에서의 적용가능성을 크게 제한한다. 이러한 측면에서 이 소프트웨어는 과학과 사회 과목에서 성공적으로 사용되어 왔음에도 수식 표현의 어려움으로 인해 수학수업에서는 사용되기 어렵다(Nason & Woodruff, 2002).

VMT-chat나 KF를 이용한 협력 문제해결에 관한 연구에서 공통적으로 드러난 어려움은 지적풍경의 최초 설계를 위한 수학 문제의 특성에 있었다. JPS 내에서 MKB 과정이 진행되기 위해서는 지적풍경이 학습에 따라 계속적으로 변화해 나갈 수 있는 가능성이 풍부해야 한다. 그러나 수학교과서의 문제들이나 SAT의 선다형 문제 등은 대부분 정해진 답이 있는 닫힌 문제들이라 MKB과정을 이끌어 내기에 부적절하였다 (Nason & Woodruff, 2004; Stahl, 2009c). 닫힌 문제에서 소집단 인지는 누가 답을 알고 있는지 그리고 그 답이 맞는지 검토하는 것에 국한되었으며(Stahl, 2009c), 협력 문제해결 과정에서 수학적 추론이 질적으로 향상되지 못 하였다(Wee & Loois, 2009). 이러한 측면에서 협력 문제해결 과제는 열린 문제나 문제와 함께 오류를 포함하는 풀이를 제공하고 이를 수정하도록 하는 유형의 문제가 제시되었다. Nason & Woodruff (2003)은 어느 도시가 가장 살기가 좋을지 결정하는 문제와 같은 열린 문제를 이용하여 6학년 학생들을 대상으로 CoI를 세우는 시도를 하였으며, 그 결과 학생들이 KF를 이용하여 수학의 사회적 측면을 경험하였을 뿐만 아니라 수학적 지식이 오류적이고 영원히 개선될 수 있는 것이라고 인식하

였다고 보고하였다. 또한 Wee(2007)는 싱가포르의 상위 20%에 해당하는 16-17세의 고등학생들을 대상으로 오류적인 풀이를 제공하고 이를 VMT-chat을 이용하여 해결하도록 하였더니 학생들이 수업시간에 학습한 개념들을 협력해서 탐구하였을 뿐만 아니라 그 개념을 다양한 문제에 응용하는 가능성까지도 생각하였다고 보고하였다. 따라서 협력 문제해결 활동은 문제의 형태에 따라 지적풍경이 다르게 형성되며 그 MKB의 과정도 다르게 나타난다고 할 수 있다.

3. 위키와 수학교육

위키는 웹2.0의 상징으로서 네트워크 시대를 대비한 핵심적인 능력 개발을 강화할 수 있는 혁신적인 온라인 교육의 모델을 제공하는 도구로 주목을 받아 왔다(Reich, Murnane, & Willett, 2012). 특히 CSCL에서는 대단히 신뢰성이 높은 협력 도구로 많은 연구자들과 교육자들의 관심을 끌어왔다. 그러나 대다수의 위키 관련 연구는 기술적인 측면에 초점을 맞추고 있으며, 교육 현장에서 위키는 대부분 저장도구로 사용되고 있어서(Sheehy, 2008) 위키를 학습도구로 사용하려는 연구는 유아기에 머물고 있다(Ruth & Houghton, 2009). 미국 K-12 학년 전체에서 사용된 180,000 개가량의 위키 중 약 1%의 무작위 표본을 조사한 결과 99%는 교사의 수업자료, 개인별 학생들의 과제나 포트폴리오 등을 위한 저장장소로 사용되고 있었으며 단 1% 만이 협력학습을 위해 사용되고 있는 것으로 나타났다(Reich et al., 2012). 더욱이 위키를 사용한 성공적인 사용 사례는 주로 역사나 과학 등의 교과에서 보고되었으며, 초중고등 수준의 수학수업에서 위키를 사용한 예는 거의 찾기 어려울 뿐만 아니라 협력 문제해결 도구로 사용한 예는 보고되지 않았다. 최근 소수의 수학교수들이 대학과정에서 위키를 강의에서 사용한 경험을 바탕으로 수학교육 변화 가능성을 제시하기 시작하였으며 이는 중고등 수학교육에서도 위키가 유용할 수 있음을 시사한다(e.g., Ben-Zvi, 2007; Narasimhan, 2009; Carter, 2009; Peterson, 2009).

위키는 VMT-chat과는 달리 비동기화 된 상호작용 환경을 제공한다. 동기화된 상호작용은 참여인원의 제한이 있을 수밖에 없지만 비동기화의 경우 그 제한이 없어서 온라인 커뮤니티의 도구로 유용하다. VMT-chat의 동기화된 상호작용은 빠르게 진행되며 참여자들의 발화가 조직적이기보다는 떠오르는 아이디어나 이미지를 바탕으로 즉각적으로 이루어진다면 위키를 통해 매개되는 비동기화된 상호작용은 매우 느리고 정적인 대신 수학 내용에 초점이 맞추어진 정교하고 조직화된 텍스트를 통해 이루어진다. 특히 동기화된 매체의 경우 대화는 십대들의 약어나 이모티콘과 같은 10대 청소년의 문화가 반영되어 소개, 인사, 감정과 유대감 등의 사회적 측면이 반영되어 고립감이 줄어들지만(Fuks & Pimentel, 2009), 비동기화의 경우는 이러한 사회적 과정이 현저히 줄어들고 형식적으로 이루어져서 소속감이 약해질 수 있다. 따라서 위키는 단기간 보다는 장기간에 걸쳐 수학수업에서 CoI를 건설하는데 적합하며(Stahl, 2009b), 소속감과 정체성을 증진시키는 것이 관건이 된다.

일반적인 비동기화 도구와 차별화 되는 위키의 가장 큰 장점은 포스팅 되어 있는 글을 누구나 편집하고 수정할 수 있게 하는 개방편집 기능이다. 이는 MKB 과정에 참여하는 모든 이에게 동등한 권위와 책임을 부여한다는 특징이 있다. 권력은 학습 가능성을 결정하는 중요한 요소 중 하나라는 점에서(Lave & Wenger, 1991), 온라인 CoI를 건설하기 위해 구성원들 사이에 동등한 권한을 부여하는 개방편집 기능은 핵심적이다. 이러한 측면에서 위키는 온라인 CoI의 구성에

적합한 도구로서 위키에 포스팅 된 글에 접근 가능한 이상 그 글은 영원히 진화하는 특징을 갖는다(Ruth & Houghton, 2009).

수학교육 분야의 대표적인 자생적인 온라인 위키 커뮤니티는 PlanetMath(planetmath.org)와 Art of Problem Solving(http://artofproblemsolving.com) 등을 들 수 있다. PlanetMath는 대학수준의 수학 교육자 커뮤니티로 논문과 문제 등에 대한 정보를 교류하고 있으며 Art of Problem Solving은 미국 수학 경시대회 준비를 위한 정보를 제공하고 이에 관심이 있는 학생들이 모여 문제를 풀 수 있는 공간을 위키로 제공하고 있다. 이들 사이트는 온라인 CoI가 형성되는 것을 지원하고 학교 수학적 지식의 대역적 성장을 보여주는 사례이다.

Ⅳ. 연구방법

1. 파일럿 연구

파일럿 연구는 서울 소재의 A과학고등학교에서 2011년 여름에 약 일주일간 실시되었다. A과학고의 여름방학이 시작되는 시점과 파일럿 연구시기가 겹쳐 참가자는 3명뿐이었다. A과학고의 수학 교사 중 한 명이 A과학고에서 독립적으로 운영하는 위키 서버에 문제 1개를 올렸으며 사용된 문제는 서울 소재의 한 대학에서 입시 문제의 샘플로 제시한 것이었다. 3명의 참여자중 2명은 위키에 접속하여 문제를 풀었으며 한 명은 종이에 쓴 자신의 풀이를 담당교사에게 제출하였고 교사가 이를 스캔하여 위키에 올렸다. 파일럿 실험 데이터는 매우 빈약하였지만, 그 결과는 본 실험의 설계에 있어 중요한 함의점을 제공하였다.

우선, 학생들이 협력할 수 있는 문제 상황이 위키 안에 구축될 수 있음을 확인하였다. 세 명의 학생들 중 어느 학생도 문제를 정확하게 풀지 못 하였다. 즉, 문제는 충분히 도전적이었으며 학생들이 협력해서 풀 필요성을 제공하였다. 수학 영재학생들은 과제가 충분히 어려운 경우 과제를 해결하기 위해 서로 협력하기 때문에(Diezman & Walters, 2001), 학교수학 문제가 대부분 닫혀 있는 특성을 갖는다 해도 학생들에게 흥미롭고 도전적인 과제라면 협력학습이 가능할 것으로 예측되었다. 그러나 파일럿 연구에서 학생들은 자신들의 풀이만을 올렸을 뿐 서로의 풀이를 검토하거나 편집, 수정하지 않았으며 결과적으로 협력학습은 이루어지지 않았다. 이에 대한 원인으로는 우선 동기의 결여와 시간의 부족을 들 수 있다. 방학을 앞둔 학생들이 문제를 풀고 서로의 풀이를 검토하고 개선하기에는 동기가 부족하였으며 위키의 비동기화 된 상호작용이 이루어지기에 일주일의 실험기간은 너무 짧았다. 두 번째, 문제를 제공하는 것만으로는 협력학습이 이루어지는 것은 아니라는 것이 드러났다. 즉, 학생들이 협력 문제해결 활동을 수행하도록 하기 위해서는 공유되는 세계 내의 지적 풍경을 적절히 구조화할 수 있는 설계가 필요하다. 세 번째, 학생들은 위키에서 LaTeX를 사용하여 수식을 작성하지 못 하였고 한 학생의 경우 종이에 작성된 풀이를 스캔하여 올려야 했다. 또한 위키에서 답안을 작성한 학생들의 경우에도, 예를 들어 다음과 같은 함수를 표현을 비형식적 표현으로 $f1(x) = 1\ (9 <= x < 10)\ 0\ (x >= 10$ 또는 $x < 9)$[3]와 같이 나타내었는데, 이러한 표현은 학생들의 의사소통을 방해하였으며 서로의 풀이를 검토하는 것을 어렵게 만듦으로써 결과적으로 JPS가 형성되지 못 한 원인이 되었다. 따라서 원활한 수학적 의사소통을 위하여 학생들에게 LaTeX을 연습할 시간을 제공할 필요가 있는 것으로 파악되었다.

---

3) $f_1(x) = \begin{cases} 1 & (9 \le x < 10) \\ 0 & (x < 9,\ x \ge 10) \end{cases}$

2. 실험의 설계

본 연구는 위키를 협력 문제해결 도구로 사용하는 모델을 개발하기 위해 디자인 연구(Design Research)의 형태로 수행된다. 실험의 설계는 동기, LaTeX 연습 시간의 부여, 참여 규칙의 설정, 인식론적 활동능력, 교육 상황의 설계 등 5가지 요소를 고려하였다.

첫째, 위키와 같이 비동기화 된 매체의 경우, 시간차로 인한 불연속성이 있기 때문에 상호작용을 유지하는 것은 매우 어렵다(Sarmiento-Klapper, 2009). 상호작용의 시간차를 극복하는 제일의 요소는 동기이며 학생들은 온라인 CoI의 활동에 참여함으로써 학점이나 학습 자체 등에서 얻는 이점이 있을 때 계속적으로 참여를 하게 된다(Peterson, 2009). 이러한 측면에서 학생들이 위키에 포스팅된 문제를 푸는데 적극적으로 참여할 수 있도록 문제는 숙제로 부과되며 이에 대한 일정한 점수를 부여한다.

둘째, 학생들이 위키의 편집창의 기능을 습득하고 LaTeX을 이용하여 수식을 표현할 수 있도록 연습시간을 제공한다. 파일럿 스터디에서 나타났듯이 수식 표현의 어려움은 학생들의 협력을 방해하는 요소이므로 원활한 수학적 의사소통을 위하여 학생들의 LaTeX 연습은 필수적이다. LaTeX 연습에도 불구하고 학생들의 수식표현이 비형적인 형태에서 벗어나지 못 하면 수식을 다른 참여자가 보기 편하도록 참여 교사나 연구자가 수정한다.

셋째, 학생들은 다른 사람의 포스팅을 수정하는데 처음에 심리적으로 부담을 느낀다(Ben-Zvi, 2007). 이러한 부담감을 줄이고 학생들이 자유롭게 다른 사람의 풀이를 수정할 수 있도록 하기 위해서는 수업에서 전체 토론을 통해 참여 규칙을 정하는 것이 필요하다.

넷째, 인식론적 활동능력의 개발은 어떠한 학습 환경에서나 본질적인 것으로(Boaler & Greeno, 2000), 온라인 CoI내에서는 아이디어를 올리고 다른 사람의 풀이를 편집하기 위한 출발점이 된다. 따라서 학생들이 온라인 CoI의 구성원으로서의 책임감을 갖고 MKB 활동에 참여하도록 하기 위해서 인식론적 활동능력의 강화는 필수적이다. 공동체적 정체성과 인식론적 활동능력은 서로 밀접하게 관련되며(Brett, Nason, & Woodruff, 2002), 공동체적 정체성은 다시 공동체에 대한 개인의 소속감과 연결되기 때문에 개인의 소속감을 강화시킬 필요가 있다. 따라서 개인의 정체성을 확립하고 공동체에 대한 소속감을 증가시킬 수 있도록 위키의 서명기능을 이용하여 풀이에 대한 모든 편집에 대해 학생들이 자신의 서명을 하도록 한다. 또한 대면수업의 역학관계가 온라인 CoI의 사회적 실재에 반영되어서는 안 된다. 예를 들어 교실에서 이루어지는 대면수업의 협력학습은 '누가 더 잘하고, 누가 말했기 때문에 이것은 맞아' 라는 학생들의 편견에 강하게 영향을 받으며(Goos & Galbraith, 1996; Lampert, 1990), 이는 인식론적 활동능력을 저해할 수 있다. 따라서 대면수업의 역학관계가 온라인 CoI에 미치지 않도록 하고 참여(학습)에 대한 학생들의 두려움을 줄이기 위해 학생들은 위키 시스템에 익명으로 등록한다. 위키 사이트에 등록할 때 아이디를 생성하고 비밀번호를 설정하는 것 이외의 어떠한 개인정보도 필요하지 않다. 다만, 개인이 설정한 아이디는 평가를 위해서 교사에게만 알려주도록 한다.

마지막으로, 교육적 상황의 설계는 가장 핵심적이며 공유되는 세계에서 MKB과정을 점화할 수 있는 최초의 지적풍경을 어떻게 조성하는가에 중점을 둔다. 특히 공유되는 세계 내의 지적풍경을 구조화하기 위해서 오류주의적 관점에서 오류를 전략적으로 이용한다. 본 연구자는 CC를 자극하기 위한 도구로 오류를 사용하는 방식에서 명백한 모순적 상황(ECS: Explicitly Contradictory Situation)과

암묵적인 모순적 상황(ICS: Implicitly Contradictory Situation) 두 가지 오류 상황을 구분한다.

ECS는 다시 두 가지 유형으로 구분된다. 제1유형의 ECS는 명백히 모순되는 ‘0 = 1’(부록 문제1-2 경철이의 풀이 참고)과 같은 결론에 이르는 오류적 풀이를 포함하는 문제 상황을 말한다. 이러한 상황에서 학생들은 오류를 찾기 위해 풀이를 검토할 것이다. 제2유형의 ECS는 서로 다른 답을 제시하는 풀이들이 인지적 긴장을 촉발하는 상황을 말한다. 다른 결과를 제시하는 풀이들이 서로 경합 하고 있는 상황을 제공함으로써 학습자로 하여금 풀이를 비교 분석하고 오류를 찾도록 자극한다.

ICS는 의도적인 오류를 제공하지 않는 순수한 일반적인 문제 상황이다. 오류주의적 관점에서는 어떤 풀이나 증명이 올바른 것이라고 인정된다고 하더라도 지식은 항상 오류가능성을 내포하고 있기 때문에 잠재적으로 ICS를 형성한다. 예를 들어, 수학사에서 ‘임의의 수렴하는 연속 함수의 급수는 연속이다’라는 추측에 대한 코시의 증명은 그 반례가 발견되기 전까지 옳은 것으로 인정되었다(Lakatos, 1976). 반례가 발견되기 전까지의 상태를 ICS라 하면 반례가 발견된 이후의 상황은 제1유형의 ECS가 되어 수학자들 사회에서 코시 증명에 대한 분석을 촉발시켰다. 이와 유사한 상황은 미국의 6-8학년 대상의 경시대회인 MATHCOUNTS에서도 나타났다(졸고, 2015 참조). 주최 측이 옳다고 생각하고 준비한 풀이와 정답 19는 반박되지 않았을 때 ICS에 있었으나 학생이 새롭게 제시한 정답 190과 풀이는 두 개의 답이 서로 양립될 수 없는 제2유형의 ECS를 형성하였으며 주최 측으로 하여금 풀이를 검토하도록 만들었다. 따라서 ICS는 어떠한 오류적인 상황도 의도적으로 제시되지 않고 문제만 제시되지만 풀이과정에서 학생들 자신이 만들어 낼 수 있는 잠재적 오류를 스스로 발견하고 제거해 나가는 상황을 말한다.

본 실험은 ‘오류가 실재를 조직하는 힘’이라는 관점에서(Thom, 1992), 제1유형의 ECS, 제2유형의 ECS, ICS의 순서로 3단계에 걸쳐 지적풍경을 변화시키는 방식으로 이루어진다. 이를 통해 학생들은 오류주의적 관점에서 공유되는 세계 내의 작품을 가정, 수단, 전략, 추측, 일반화의 대상으로 간주하고 비판적이고 반성적인 활동을 수행함과 동시에 MKB과정에서의 책임감과 같은 수학적 지식의 사회적 측면을 인식하게 됨으로써 학교수학적 지식의 성장을 경험한다. 제1단계의 제1유형의 ECS를 제공하는 문제는 명백한 오류가 포함된 풀이를 제시하고 오류가 발생하는 곳을 찾는 토론활동을 수행하도록 한다. 이를 통해 학생들은 다른 사람의 풀이를 고치는 것에 대한 심리적 저항감을 줄이고 협력 문제해결 활동의 본질이 자신의 풀이를 포스팅하는 것뿐만 아니라 위키 시스템 안에 저장된 다른 사람의 아이디어와 풀이 방법을 검토하고 오류를 수정함으로써 개선해 나가는 것이라는 전체적인 방향에 대해 막연하게나마 인식할 수 있다. 제2단계에서는 학생들이 올바른 풀이를 제시하더라도 오류제공자(EM: Error Maker)가 정답이 아닌 오답에 이르는 풀이를 제공함으로써 의도적으로 제2유형의 ECS를 조성한다. 오류제공자는 연구자가 위키에 아이디를 생성하고 활동하며 익명으로 등록하기 때문에 학생들이 이를 알아챌 가능성은 그다지 높지 않을 것으로 예상된다. 이 때, 문제에 따라 오류제공자가 학생들보다 먼저 풀이를 제공하거나 학생들 풀이 다음에 제공하며 문제 하나에 두 명의 오류제공자가 활동할 수 있다. 마지막 ICS의 단계에서는 오류가 있는 풀이도 없고 오류제공자도 활동하지 않는 일반적인 문제가 주어진다.

3. 실험대상

2012년 봄 학기 서울근교의 B과학고등학교에

개설된 두 개의 미적분학 II 강좌에 등록한 16명의 3학년 학생 중 14명이 실험에 참여하였다. 학생들은 미적분학 II 담당인 C교사가 2011년 봄 학기 개설하였던 미적분학 I을 이미 수강하였다.

4. 실험과정

본 실험의 사이트(http://gshs.educatewiki.com)는 외국의 무료 위키 호스팅서비스를 제공하는 educatewiki.com을 이용하여 2012년 2월 개설되었다[4]. 이 사이트의 위키에서 한글 입력은 가능하였지만 수식 팔레트는 지원되지 않았기 때문에 메인 페이지에는 위키의 편집방법에 대한 간략한 설명을 PDF 파일로 탑재하였으며 가장 빈번히 사용하는 수식에 대한 명령어를 간단한 표로 만들어 메인 페이지에 게시하였다. ECS와 ICS를 이끌어 내기위해 사용되는 문제는 Barbeau(2000)와 Williams & Hardy(1988)에서 총 12개를 선택하였고 C교사는 실험 전에 이를 검토하였으며 이 중 10개가 사용되었다. B과학고의 개강 일부터 약 1달이 지난 후인 2012년 3월 하순경 5개의 문제로 구성된 첫 번째 문제 세트(Problem Set 1)가 포스트 되었으며 학생들은 2, 3일 후부터 사이트에 와서 문제를 풀기 시작하였다.

본 연구자와 C교사는 실험 수행과정에서 채팅, e-메일 통신, 전화 등을 이용하여 협의해 나갔으며 이 과정에서 몇 가지 실험의 설계 요소가 C교사의 교수법에 따라 변화되었다. C교사의 수업은 미리 학생들에게 문제를 배부하여 다음 시간에 학생들이 풀이를 발표하고 이에 대해 서로 토론하는 식으로 진행하는 토론기반 수업이었으며 C교사는 발표 횟수에 따라 학생들의 수업참여도를 평가하였다. 이러한 수업 방식에 맞추어 포스팅 되는 문제에 대한 학생들의 참여 횟수를 쉽게 셀 수 있도록 다른 사람의 풀이와 아이디어가 같더라도 줄을 그어 구분하여 올리기로 하였으며, 풀이를 수정할 경우 올려 진 풀이 자체를 수정하기보다 풀이를 복사하고 그 아래에 붙여넣기를 한 다음 복사된 풀이를 수정하도록 하였다. 첫 번째 문제 세트가 포스트 된지 약 한달 후인 4월 말 역시 5개의 문제로 이루어진 두 번째 문제 세트가 포스트 되었다. 또한 4월 중순경 프로젝트

<표 IV-1> 문제2-3 풀이의 코딩 표

No	ID	Date & Time	Changes	Thread	Code
1	STU8	4/28/12 09:02	New Solution	1	NEW
2	STU8	4/28/12 09:02	Sline, Sign.	0	RR
3	EM2	4/30/12 06:49	Suggest an erroneous sol	2	NEW
4	STU14	5/12/12 14:38	Refute EM2 by testing	2-1	RFT
5	STU14	5/12/12 14:40	Pinpoint an error in EM2's	0	RFT*
			Suggest an idea to fix		FIX
6	STU14	5/12/12 14:40	Sline	0	RR
7	STU1	6/03/12 06:54	Adding an idea to STU14's	2-2	SUPPL
8	STU1	6/03/12 06:55	Agree with STU14's idea	0	AGMT
			Confirm STU8's solution		CFM
9	STU10	6/05/12 06:47	Sline, Hline	2-3	RR
			Sugg. similar idea with STU14's		RPT
10	STU12	6/06/12 10:04	Sline, Hline	1-1	RR
			Agree with STU8's sol		AGMT
			Mentioning about similarity between prob.1-3 & 2-3		SIM
11	STU12	6/06/12 10:05	Sign.	0	RR

4) 2014년 봄 이후 국내에서 이 사이트에 접속이 되지 않고 있다.

과제인 등주정리가 포스트 되었다.[5] 두 개의 세트에서 문제들은 설계에 따라 제1유형의 ECS, 제2유형의 ECS, ICS의 순으로 배열되었다.

6월 초순경 기말고사가 시작되고 학생들이 더 이상 사이트를 방문하지 못 하게 되면서 실험은 종료되었으며 결과적으로 실험은 약 70일간 수행되었다. 실험 종료 후 인터뷰와 2개의 설문조사가 수행되었다. 인터뷰는 C교사와 9명의 학생들을 대상으로 B과학고에서 약 25~40분 정도 진행되었다. 위키 사용 경험에 관한 설문과 기여자 평가에 관한 두 개의 설문은 SurveyMonkey (http://ko.surveymonkey.com)을 이용하여 e-메일로 전송하는 방식으로 이루어 졌다.

5. 자료의 분석

본 실험에서는 위키 사이트 내에 저장된 학생들의 풀이, 인터뷰 기록, 학생들의 위키 사용에 대한 설문 응답, 동료 평가 응답, 학생들의 문제풀이에 대한 분석 결과 등 5가지의 실험데이터가 수집되었다. 이외에도 실험이 개설된 위키에서 제공하는 기본적인 시스템 통계자료와 C교사와의 채팅기록, e-메일 등의 보조 데이터가 축적되었다. 첫 번째 연구문제에 대하여 C교사와 학생들의 인터뷰자료와 학생들의 학습 사이의 관련성을 조사하였다. 두 번째 연구문제에 대하여, 학생들의 풀이에 대한 수학적 내용 분석(Mathematical Content Analysis)을 시도하는 한편 텍스트를 코딩하고 인지망을 작성하여 협력 문제해결의 패턴을 찾고자 하였다. 세 번째 문제에 관하여 C교사와 학생들의 설문결과를 분석하였으며 마지막 문제에 대하여 C교사와 학생들의 평가를 비교분석하였다.

가. 코딩 과정

학생들의 풀이와 인터뷰 기록을 바탕으로 코딩이 이루어졌으며 이로부터 <표 IV-1>과 같은 코딩 표를 작성하였다. 우선 학생들의 학습의 관련성을 먼저 결정하여 연결(Thread)된 순서로 숫자를 부여하였다. 최초의 새로운 아이디어는 1, 2, 3,…과 같이 번호를 부여하고 내용이 이들 아이디어와 연결되는 텍스트는 학습된 시간 순서에 따라 1-1, 1-2,…, 2-1, 2-1,…, 3-1, 3-2,… 등과 같이 번호를 부여하였다. 코딩은 문장의 구(句)를 코딩의 단위로 하여 코딩 표에 요약된 변화를 검토하고 코드의 범주를 점차 세분화하는 방향으로 진행하였으며 이로부터 코드는 포스팅된 수식을 알아 볼 수 있게 고치거나 글을 보기 좋게 하는 새로 배열 하는 등의 단순 편집 RR(Repair), 새로운 아이디어나 풀이의 제시인 NEW, 오답임을 확인하는 반박(RFT: Refutation)과 풀이 과정 중 오류 부분을 명확히 집어내는 반박(RFT*), 동의(AGMT: Agreement), 확증(CFM: Confirmation), RFT*에서 나타난 오류의 제거(FIX), 즉각적인 오류의 제거(FIX*), 제시된 풀이의 보완 SUPPL(Supplement), 질문 Q(Question), 답변 RE(Reply), 반복 RPT(Repetition), 도움요청 HELP 등으로 분류되었다.

예를 들어, [그림 IV-1]의 풀이에서 STU8이 답 $\frac{\pi}{4}+\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$을 포스트하자 오류제공자 EM2가 다른 답 $-\arctan\sqrt{2}-\frac{\pi}{4}$을 제시함으로써 제2유형의 ECS를 만들어내는 것을 볼 수 있다. 이때, STU14의 학습은 [그림 IV-1]에서는 하나의 문단으로 보이지만 모든 편집 과정을 추적하는 위키의 History기능을 이용하여 보면 세 번 편집한 것으로 나타난다. 이 학습은 오류제공자 EM2

5) 본 실험은 마지막 단계는 그린 정리(Green's Theorem)을 이용하여 등주정리를 증명하도록 하는 프로젝트 과제가 수행되었다. 그러나 본고에서는 이 프로젝트에 대해서 다루지 않는다.

의 풀이를 검증, 오류의 지적, 개선하였으므로 <표 IV-1>에서 RFT, RFT*, FIX로 코딩되었다.

STU14의 첫 편집은 두 개의 문장(“EM2의 풀이는 답이 음수인 것으로 보아 답이 아니다. $\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$는 $\left(0, \frac{3}{4}\pi\right)$범위에서 양수이다.”)으로 이루어져 있다. 두 번째 편집에서 한 개의 문장(“풀이의 오류는 적분범위에서 $\frac{1}{2}\pi$에서는 $\sec x$가 정의되지 않기 때문에 구간을 나누어 적분해야 한다.”)이 추가 되며 마지막 편집은 줄을 긋는 단순 편집(RR)이었다. 첫 편집의 두 문장은 구간 $[a,b]$에서 $f(x) \geq 0$ 일 때, $\int_a^b f(x)dx \geq 0$이라는 정리를 이용하여 제시된 답이 정답일 수 없다는 점을 지적하였다면(RFT) 두 번째 편집에서는 나타나는 문장의 앞의 구는 “풀이의 오류는 적분범위에서 $\frac{1}{2}\pi$에서는 $\sec x$가 정의되지 않기 때문에”라고 오류의 발생 원인을 정확하게 언급하고 있다(RFT*). 즉, 첫 번째 반박이 알려져 있는 지식을 이용하여 답을 검증하였다면 두 번째 반박은 오류가 발생하는 부분을 적시함으로써 그 다음 구(“구간을 나누어 적분해야 한다.”)에 제시된 풀이 개선 (FIX)의 근거를 제공하고 있다. 또한, <표 IV-1>에서 STU1은 STU14의 구간을 나누어 적분한다는 아이디어에 동의한다(“위(STU14)의 말대로 구간을 나누어 적분하면 (STU8과 같이) 제대로 된 값이 나옵니다.”). 이 문장의 앞 구는 STU14의 RFT*에 대한 AGMT로 분류되며 뒤의 구는 ‘제대로 된 값’[7]을 얻었다는 점에서 STU8의 아이디어를 확증하는 CFM으로

문제2-3의 풀이

$u = \cos x$라 놓자.

$$\int_0^{\frac{3}{4}\pi} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx = \int_1^{-\frac{\sqrt{2}}{2}} -\frac{1}{1+u^2} du = \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \tan^{-1} u du = \tan^{-1} 1 - \tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

STU8 19:02, 28 April 2012 (EST)

$\left\{\arctan(\sec x)\right\}' = \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$ 이므로

$$\int_0^{\frac{3}{4}\pi} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx = \left[\arctan(\sec x)\right]_0^{\frac{3\pi}{4}} = \arctan(-\sqrt{2}) - \arctan 1 = -\arctan\sqrt{2} - \frac{\pi}{4}$$

EM2 16:49, 30 April 2012 (EST)

EM2의 풀이는 답이 음수인 것으로 보아 답이 아니다.

$\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$ 는 $(0, \frac{3}{4}\pi)$범위에서 양수이다.

풀이의 오류는 적분범위에서 $\frac{1}{2}\pi$에서는 $\sec x$가 정의되지 않기 때문에 구간을 나누어 적분해야 한다.

STU14 23:38, 12 May 2012 (EST)

sec(x)가 정의되지 않는 것에 대한 문제는 극한으로 접근하면 해결되는 것 같습니다. 다만 $\frac{\pi}{2}$ 에서는 함수의 값이 극한으로 정의되긴 하지만 불연속인 함수가 되기 때문에 미분불가능하게 되어 아예 부정적분이 아니게 됩니다. 위의 말대로 구간을 나누어 적분하면 제대로 된 값이 나옵니다 STU1 6:54, 3 June 2012 (EST)

EM2이 제공한 함수는 중간에 정의역이 정의가 되지 않는 구간이 발생합니다. 정의역을 본래 적분식의 범위와 맞게 따로 제공을 다시 해야됩니다. 아니면 극한값을 취해서 적분식을 푸는 방법로 값을 구할 수 있을 것 같습니다. STU10 16:47, 5 June 2012 (EST)

[그림 IV-1] 문제 2-3의 풀이[6]

6) 본고에서 제시하는 자료에서 학생들과 오류제공자의 아이디는 코딩에 맞추어 변환된 것이다. 또한, 외국 회사에서 제공하고 있는 위키 호스팅 서비스를 이용하고 있었기 때문에 그림에서 보이는 에디팅 시간은 미국의 동부시간(EST)을 기준으로 저장된 것이다.

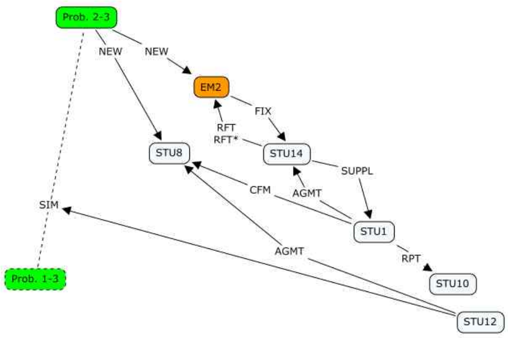
7) 인터뷰 과정에서 SUT1은 자신이 STU14가 제시한 아이디어로 문제를 풀었으며 STU8의 답과 같은 결과를 얻었다고 말하였다.

분류된다. 또한 학생들의 학습은 다른 사람의 풀이에서 찾은 오류를 텍스트로 분명하게 명시하는 것(RFT*)과 이를 바탕으로 오류를 제거하는 것(FIX)는 방식으로만 이루어지는 것이 아니라 오류를 발견하였을 때 찾은 오류를 언급하지 않은 채 즉각적으로 제거하는 것(FIX*)도 이루어졌다. RFT*+FIX의 구조는 RFT*에서 오류가 발생하는 부분이 언급되고 이는 하나의 추측으로 작동하지만 이러한 과정이 생략된 채 오류를 제거하는 FIX*는 주로 계산 과정에서 오류를 제거하는 상황에서 나타났다.

나. 인지망

인지망은 완성된 코딩 표를 바탕으로 작성되었다. 인지망은 노우드와 화살표로 이루어지며 노우드에 학생들을 표시하였고 화살표에는 텍스트 사이의 관계를 나타내는 코딩표의 코드를 부여하였다. 우선 각각의 노우드는 [그림 IV-1]의 각 풀이를 나타내며 풀이가 올려진 시간의 순서에 따라 오른쪽으로 배열되었다. [그림 IV-2]에서 STU12의 학습은 AGMT, SIM(Similiarity)로 분류되었는데 풀이 2-3의 페이지에는 문제 1-3이 나타나지 않으므로 점선으로 표시하였다. 이와 같이, 참가자가 자신의 글을 썼다 지우는 등의 이유로 풀이 페이지에서 보이지 않게 된 편집의 경우 점선으로 나타내었다.

RFT/RFT*이나 AGMT/CFM의 경우 공유된 세계 내에 존재하는 아이디어에 대해 분석하거나 검증하기 때문에 화살표는 왼쪽을 향하며 존재하는 풀이에서 개선되거나 보완된 풀이는 다시 분석의 대상이 되므로, FIX나 SUPPL의 경우 화살표는 오른쪽을 향한다. 이러한 방식으로 한 개의 화살표는 한 개의 포스팅이 이전의 포스팅에 어떠한 영향을 받고 새로운 것에 어떤 영향을 주는지 나타낸다. [그림 IV-2]에서는 STU8의 NEW 풀이와 EM2의 NEW 풀이가 서로 경합하고 있는 제2유형의 ECS에서 SUT14가 EM2의 풀이를 검증하고(RFT) 오류를 찾아내며(RFT*) 개선의 아이디어를 제시하고 있다(FIX). 다시 STU1이 STU14의 아이디어에 동의하며(AGMT) 그 아이디어를 보완하면서(SUPPL) STU8의 풀이를 확증한다(CFM). 이와 같이, 인지망은 MKB의 패턴을 시각화하여 보여준다.



[그림 IV-2] 풀이 2-3의 인지망

6. 연구의 제한점

처음 설계와는 달리 C교사는 바쁜 일정으로 인해 학생들의 협력 문제해결 활동에 참여하지 못 하였다. 따라서 본 실험의 수행에 있어 계획과는 달리 연구자가 교사의 역할을 일부 수행하였으며 이는 본 연구자가 학습에 개입하는 범위를 설정하는데 있어 갈등을 야기하였다. 예를 들어, 문제1-1의 경우 본 연구자가 CFP를 형성하기 위하여 질문(Q)을 하였으며 이러한 활동은 실험과정에 양적이고 질적인 측면 모두에서 직접적인 영향을 주었다. 이러한 측면에서 본 연구는 교사가 연구자의 역할도 수행하는 활동연구(Action Research)의 형태로 설계되는 것이 보다 효과적인 것일 수 있었다. 둘 째, B과학고의 상황에 따라 최초의 연구 설계와는 다르게 바뀐 부분이 있었다. 계획과는 달리 수업시간에 전산

실에서 LaTeX 연습 활동을 할 수 없었으며 참여 규칙을 설정하는 토론 활동도 없었다. 가장 중요한 변화는 '복사하여 붙이고 수정하기'를 사용하였으며 학습된 풀이를 누구나 수정할 수 있게 하는 위키의 개방편집 기능은 제한적으로 사용되었다는 것이다. 변화된 규칙은 풀이가 수정되는 과정을 한눈에 볼 수 있는 장점이 있었던 대신 보다 완벽하게 진화된 풀이를 보여주지는 않았기 때문에 협력 문제해결 과정에 커다란 영향을 미쳤다.

본 연구자의 실수로 인한 혼란도 있었다. 실험 초기에 풀이 페이지의 링크를 정확히 구분하지 않아 한 학생이 문제 1-4의 풀이를 문제 1-3의 풀이 페이지에 올리게 되었으며, 문제 1-4의 조건을 입력하는 과정에서 다른 조건을 입력하여 중간에 다른 학생이 오류제공자에 대한 자신의 반박을 삭제하는 등의 혼란이 발생하였다.

코딩 과정은 수학 내용에 대한 전문가적 관점에서(Eisner, 2001), 본 연구자만의 분석을 바탕으로 이루어졌기 때문에 삼각화(triangulation)가 이루어지지 못 했다. 이로부터 코딩에 대한 신뢰성의 문제가 제기될 수 있다. 또한 장기간에 걸쳐 지속된 본 실험의 특성상, 몇몇 학생들은 자신의 학습과정을 기억하지 못 하였고 인터뷰 질문과 설문조사에 대해서 '기억나지 않는다'고 응답함으로써 일부 세부적인 자료가 수집되지 못 하였다. 고3인 실험참가자들은 여름 방학 기간이 진학을 위해 매우 바쁜 시기였기 때문에 e-메일로 발송된 설문에 시간을 내어 참여하기 부담스러워 하였고 답변자는 14명의 학생 중 8명만이 응답하였다. 또한 답변 기간도 10주간에 걸쳐 오랜 동안 이루어졌기 때문에 답변에 대한 신뢰도에도 영향을 준 것으로 나타났다.

V. 연구결과

1. 기본 통계자료의 분석

위키 시스템에서 제공하는 자료에 따르면 편집은 약 300 번 정도 이루어졌으며 총 읽은 횟수는 약 6,100 번 정도였다[8]. 첫 번째 편집 다음에 이루어진 편집은 약 79%가 2분 안에 이루어졌는데 대부분의 2번째 편집은 줄간격을 맞추거나 자신의 날인을 추가하는 것과 같은 단순 편집(RR)이었다. 실제로 코드의 48.6%가 RR로 분류되었으며 45.6%가 주요 코드인 NEW, RFT/RFT*, AGMT, FIX/FIX*, SUPPL, CFM, Q/RE의 순으로 나타났다. 기타 코드로는 반복(RPT), 문제 변경(CP), 관련 자료(RM), 유사성(SIM), 도움요청(HELP) 등이 있었다. 질문(Q) 4개 중 3개는 학생들이 자신의 아이디어를 보다 명확하게 설명하도록 유도하기 위해 본 연구자가 제기하였으며 학생들은 서로 질문을 거의 제기하지 않았다. 전체적으로 1개의 문제당 새로운 아이디어(NEW)와 반박(RFT/RFT*)은 각각 평균 2.6개와 2.3개가 제시되었다<표 V-1>.

포스팅 1회당 편집횟수는 2.2회로 이는 포스팅

<표 V-1> 문제 세트 1과 2에서 코드 빈도

코드	RR	NEW	RFT (RFT*)	AGMT	FIX (FIX*)	SUPPL	CFM	Q (RE)	기타
빈도	84	26	7 (16)	2	7 (5)	5	3	4 (4)	10
%	48.6	15.0	12.3	1.2	6.9	2.9	1.7	4.6	5.8

8) 프로젝트와 LaTeX 연습 페이지 등에 대한 데이터를 모두 포함하고 있어서 본고에서 다루는 10개의 문제에 대한 데이터의 수치보다 더 크다.

의 전형적인 구조가 하나의 아이디어를 제시하고 이를 단순 편집하는 방식으로 이루어졌음을 나타낸다. 즉, 학생들의 참여의 전형적인 구조는 NEW+RR, RFT/RFT*+RR, FIX/FIX*/SUPPL+RR 이었다. 약 70일간의 실험 기간 중 학생들은 평균 2.5회 사이트를 방문하였으며 평균 4개의 포스팅을 하였다. 한 문제당 만들어진 줄기의 개수는 3.2개였으며 가장 길게 연결된 줄기의 길이의 평균은 약 4개였다. 예를 들어, [그림 IV-2]에서 STU8과 EM2는 두 개의 줄기를 형성하며 STU8의 줄기에는 총 2번의 학습이 이루어졌으며(줄기길이:2) EM2의 줄기에는 총 4개의 포스팅이 연결되어 있다(줄기길이:4). 포스팅이 길게 연결될수록 하나의 아이디어에 대해 여러 사람이 참여함으로써 협력을 통한 발전이 보다 많이 이루어졌음을 뜻하는데 풀이 2-5[그림 V-6]에서 가장 긴 줄기 길이 7이 만들어 졌다. 학생들의 포스팅 1회당 편집횟수 평균은 최저 1에서 4.4까지 다양했으며 전체 평균은 2.2회였다. 새로운 풀이 제시자의 경우 수식을 입력하는 과정에서 더 많은 편집을 하는 경향이 있었으며 기존의 풀이의 오류를 찾아내는 역할을 수행하는 경우 수식을 복사하거나 수식을 많이 입력할 필요가 없었기 때문에 상대적으로 적은 편집으로도 포스팅이 가능하였다. 따라서 전자의 역할을 수행하는 사람을 구성자(constructor) 후자의 역할을 수행하는 경우 비판자(refuter)라고 할 때, 대략 포스팅에 대한 편집횟수의 전체 평균 2.2보다 큰 경우 대체적으로 구성자의 역할을, 작은 경우는 비판자의 역할을 수행한 것으로 파악되었다.

2. 사회적 실재

가. 동기

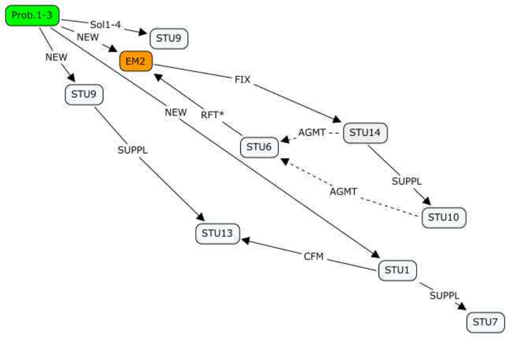
전술하였듯이 B과학고의 여건에 따라 위키에 포스트된 문제는 숙제보다는 추가 과제로 제시되었으며 교실 토론활동에서 부족한 참여 점수를 보충하는 기회로 제공되었다. 이는 학생들의 참여 활동의 양상을 결정하였다. 인터뷰 결과, 학생들은 문제를 전체적으로 한 번 둘러보고 흥미로워 보이거나 한 눈에 풀이가 보이는 문제를 선택하여 시도하였으며 학생들은 문제가 어려워서 시간이 많이 걸릴 것으로 예상되는 문제에 대해서는 잘 선택하지 않으려는 경향을 보였다. 토론에 참여하는 횟수를 세는 C교사의 평가방법도 학생들의 활동 양상에 영향을 미쳤다. 예를 들어, STU10은 학기가 끝나기 직전 3일 동안 8회의 포스팅을 하였다. 전체 학생들의 포스팅 횟수는 평균 4회였으며 8회는 가장 많은 포스팅 횟수였다. 그러나 8회 중 3회는 다른 사람의 의견을 비슷하게 반복(RPT) 하였고 5회는 오류 부분을 찾는 활동(RFT*)을 함으로써 시간과 노력이 많이 필요한 구성자보다 비판자의 역할을 수행하는 전략을 택하였다. 평가에 대한 부담은 STU10이 다른 사람의 의견을 반복하게 만든 것을 보인다. 이렇듯 소수의 학생들의 경우 포스팅의 횟수에만 집착하면서 협력 문제해결 활동의 질을 떨어뜨리는 결과를 가져왔다. 위키 기반 협력문제 해결의 장단점에 대한 다음 STU14의 답변에서 일부 학생들의 이러한 경향을 학생들이 인식하고 있었음을 알 수 있다.

> 저는 항상 문제 푸는 스타일이 있으니까 항상 그런 쪽으로만 푸는데요. 여러 명이 코멘트를 달면서 새로운 방식을 많이 알게 되었구요. 사소한 실수들도 친구들이 고쳐주니까 좀 더 완벽하고 짧고 좋은 풀이로 갈 수 있어서 좋았던 거 같구요. 나빴던 점은 이게 저희 수행평가랑 연관이 있어서 그냥 한 줄 적으려고 말도 안 되는 걸 툭툭 던지는 게 아쉬웠어요.

나. 암묵적인 규칙의 발생

본 실험에서 실제로 적용된 ‘선을 그어 구분하기’, ‘사인하기’, ‘복사하여 붙이고 수정하기’ 등 3

개의 규칙은 암묵적인 새로운 규칙을 만들어 내었다. 우선 '선을 그어 구분하기'와 '사인하기'의 규칙은 풀이 페이지 안에 개인의 공간을 창출하였다. 이로부터, '복사하여 붙이고 수정하기'는 자신의 이름이 붙은 공간 안에 저장할 가치가 있는 것을 추구하게 하는 하나의 요소가 되는 한편, 위키의 개방편집 기능을 적용시키는 공간으로 나타났다. 이러한 특징은 협력 문제해결 과정에서 가치 있는 것이 무엇인지 판단하는 암묵적인 기준을 발생시켰으며 결과적으로 공유되는 세계내의 지적풍경의 형성에 영향을 미쳤다. 우선, 정답의 포함여부가 다른 사람의 풀이에 대해 어떻게 반응할 것인지 결정하는 하나의 판단지표로 작동하였다. 정답이 포함되어 있는 한 학생들은 사소한 오류는 수정하지 않았는데 예를 들어, 풀이 2-4에서 STU8의 풀이 중 "위 타원의 장축은 4, 단축은 3이고, 타원의 넓이는 πab로 표현되므로(a는 장축, b는 단축) 답은 12π이다"의 부분은 '장축의 길이의 반 4, 단축의 길이의 반 3'과 같이 정확한 표현으로 수정하거나 적분하여 구하는 과정을 추가함으로써 풀이를 보완(SUPPL) 할 수 있었으나 답이 12π로 맞았기 때문에 아무도 이를 시도하지 않았다. 반면, STU13과 EM2의 풀이가 서로 경합하는 제2유형의 ECS인 발생하는 풀이 1-3[그림 V-1]에서 STU1은 "위에서 적분을 할 때 $\cos$의 역함수가 나왔는데, 정리하면 $\tan$의 역함수가 나온다. 이 때는 절대값을 고려해주지 않아도 STU13의 답과 같이 나온다"고 새로운 아이디어(NEW)를 제공하는 동시에 STU13의 풀이가 맞다고 확증하였다(CFM). 여기서 아이디어만 제시되어 있고 정답 $\frac{\pi}{2}$와 식이 제시되어 있지 않자 STU7은 이를 수식으로 "$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$이므로 $\int_{-1}^{1} \frac{1}{1+x^2}dx = \arctan(1) - \arctan(-1) = \frac{\pi}{2}$이다."와 같이 보완하였다(SUPPL).



[그림 V-1] 풀이 1-3의 인지망

풀이에서 정답이 있는 한 오류의 수정은 풀이를 올린 사람의 책임으로 간주되었으며 이 경우 개방편집 기능이 이용되었다. 예를 들어, 풀이 1-4에서 오류제공자 EM1의 풀이(부록 참조)에 대하여 STU8이 다음과 같이 반박(RFT)과 새로운 풀이(NEW)를 제시하였다[9].

@EM1 문제는 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x^3}$가 아니라 $\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 3x}{x^3}$이다.

$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 3x}{x^3} \le \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^3} = 0$ 이므로 답은 0이다.

이에 대해 STU11은 다시 다음과 같이 오류 부분을 지적하면서(RFT*), 풀이의 개선 방법을 제시하였다(FIX).

@STU8 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x^3} \ge 0$이라는 조건이 필요하다. 처음부터 샌드위치 정리를 이용하는 것이 바람직할 것 같다.

9) 본 연구자가 계획하였던 문제 $\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 3x}{x^3}$가 아닌 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x^3}$으로 잘 못 올렸으나 이를 모르고 오류제공자 EM1의 풀이는 계획대로 $\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 3x}{x^3}$에 대한 풀이로 올렸기 때문에 일어난 혼란이 있었다.

이 때, 본 연구자가 관리자(ADM)로서 “조건이 필요한 이유를 자세히 적어주세요”라고 요청(Q) 하였을 때, STU11은 “STU8의 풀이는 준식의 상계가 0이라는 것만 밝혔을 뿐, 준식의 하한을 구하지 않았으므로, 준식의 극한값이 0이라는 것을 보장할 수 없다.”라는 문장을 위의 두 문장 사이에 집어넣고 연구자의 질문은 지웠다. 이와 같이 개방편집 기능은 형성된 개인 풀이 공간 안에서만 제한적으로 사용되었다.

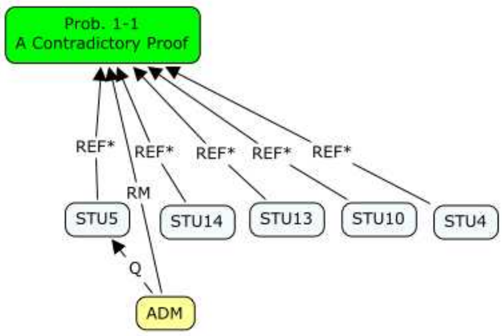
다. 개인적 책임감과 인식론적 활동능력

Moss & Beatty (2006)는 개인적 책임감이 온라인 CoI에서 인식론적 활동능력을 발전시켰다고 보고하였으나 본 연구에서는 개인적 책임감이 인식론적 활동능력을 반드시 증대시키는 것은 아닌 것으로 나타났다. 참여 규칙인 사인을 하는 것은 자신의 풀이나 아이디어에 대한 개인적 책임감을 높였지만 이것인 인식론적 활동능력과 직접적으로 관련되지는 않았다. 문제가 잘 못 올려진 1-4의 경우 이를 가장 먼저 발견한 학생은 이를 지적한 SUT8이 아니라 몇 일 먼저 들어와서 EM1의 풀이에 대한 오류를 지적했던 (RFT*) STU6이었다. 자신의 반박 포스팅의 단순 편집과정에서 1-4문제가 EM1의 풀이와 서로 관련이 없는 것임을 발견한 STU6는 자신의 RFT*을 지우고 이에 대해 다른 구성원들에게 알리지 않고 나갔다. 이는 분명 자신의 학습에 대해서는 개인적 책임감을 보여준 것이나 학교수학적 지식의 성장에 대한 집단적 책임을 다 한 것으로 볼 수 없다. 왜냐하면 STU6가 다른 이에게 먼저 알렸다면 협력 문제해결 과정에서 시간을 절약할 수 있을 것이기 때문이다. 따라서 개인적 책임감이 인식론적 활동능력을 반드시 발전시키는 것은 아니었다.

3. 인지적 실재

가. MKB 패턴

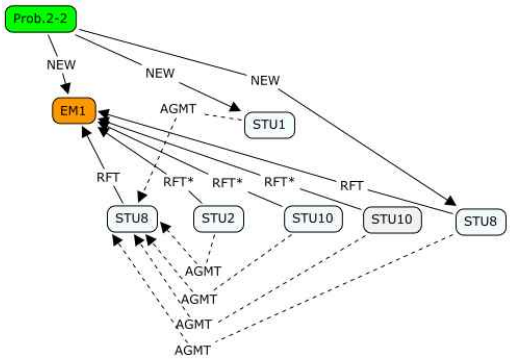
학생들이 다른 사람의 아이디어에 대해 집중하지 않거나 문제가 너무 어려울 때 학습은 서로 연결되지 않고 분산되는 형태로 나타났다. 문제 1-1은 제1유형의 ECS로서 수학적 귀납법의 적용에 있어서 오류를 찾는 것이었다. 학생들은 각자 오류라고 생각하는 부분을 제시하였으나 서로의 학습에 대한 검토가 이루어지지 않았으며 그 결과, [그림 V-2]와 같이 분산된 형태의 인지망이 나타났다.



[그림 V-2] 풀이 1-1의 인지망

문제 2-2 [그림 V-3]은 $\int \ln(\sin x)dx$를 구하는 것으로 실제로는 미적분학II 강좌의 범위를 넘어서는 문제이다. EM1이 $(\ln 2)x+C$라는 답을 제시하였을 때 STU8은 “$\int \ln(\sin x)dx=(\ln 2)x+C$라면 $\frac{d}{dx}[(\ln 2)x+C]=\ln(\sin x)$여야 하는데 그렇지 않다”고 반박한다(RFT). 이로부터 STU2, STU10이 EM1의 풀이의 오류 부분을 찾으려는 시도를 한다. STU8은 한 달 후, 울프람알파(www.wolframalpha.com)에서 최종 답이 복소수로 표현되는 것을 확인하고 문제 자체가 자신들이 배우고 있는 수학개념으로는 해결할 수 없는 것임을 제시하였다. 이와 같이, 과제가 너무 어려

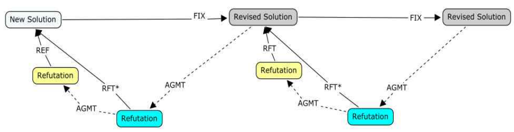
운 경우 협력학습이 제대로 이루어지지 않았다.



[그림 V-3] 풀이 2-2의 인지망

위의 두 경우를 제외하면 나머지 대부분의 인지망은 이중나선형으로 나타났다. 제시된 결과가 검증을 통과하지 못 할 때(RFT), 그 다음은 [그림 IV-2]과 같이 풀이를 검토하여 오류를 찾는 활동(RFT*)이 시작되고 이로부터 발견된 오류를 제거함으로써 풀이의 개선(FIX)이 이루어지거나, [그림 V-6]과 같이 오류를 찾고 오류부분을 공개하지 않으면서 즉시 제거하는 활동(FIX*)이 일어난다. 이러한 활동은 화살표가 역방향으로 향하는 RFT/RFT*/AGMT의 비판라인(critical line)과 순방향으로 향하는 NEW/FIX/FIX*/SUPPL의 구성라인(constructive line)이 교대로 엮어지며 이루어진다. 이를 도식화하면 [그림 V-4]와 같다.

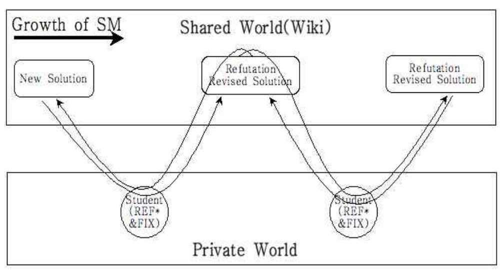
[그림 V-4]의 패턴은 Lakatos(1976, p.127)가 말하는 '수학적 발견의 단순 패턴 또는 비형식적 수학 정리의 성장의 단순 패턴'인 증명과 반박의 과정과 비슷하다. 이에 따르면, 어떤 증명에 대한 전면적 반례가 발견되면(RFT) 수학자의 CoI내에서 증명 분석이 시작되며 증명 분석을 수행할 때 수학자들은 이 반례를 국소적 반례로 간주하고 오류부분을 찾는다(RFT*). 또한, 하나의 추측으로서 RFT*가 수용되면 오류를 발생시키는 개념은 정련되며 그 결과 새로운 추측이 제시된다. 이와 비슷하게 본 연구의 협력 문제해결 활동에서도 어떤 풀이가 검증을 통과하지 못 하면(RFT), 온라인 CoI 구성원들은 풀이를 검토하고 오류부분을 찾으며(RFT*), RFT*이 수용되면(AGMT) 오류는 제거되고(FIX) 개선된 풀이는 보충된다(SUPPL). 따라서 이러한 논리를 증명과 반박과 비슷하게 풀이와 반박이라 할 수 있을 것이다.



[그림 V-4] 협력 문제해결 활동의 논리: 풀이와 반박

나. 이중나선을 따르는 역할의 설정(Positioning)

인지망의 관계를 나타내는 화살표는 협력 문제해결 과정에서 핵심적인 활동은 구성라인과 비판라인으로 이루어진 이중나선으로 나타난다[그림 V-5]. 구성라인과 비판라인 두 선은 풀이에서 오류가 발생하는 지점에서 교차하며 협력 문제해결 과정에서 학생들은 이중나선을 따라 구성자나 비판자로 그 역할을 수행하게 된다. 앞서 살펴보았듯이 학생들은 이중나선을 따라 구성자 또는 비판자의 역할을 나누어 수행하거나 혼자 두 역할을 동시에 수행하기도 한다. 공유된 세계 내의 지적풍경이 이러한 역할을 설정에 우선적인 영향을 미친다.



[그림 V-5] 이중 나선과 역할의 설정

문제 1-3[그림 V-1]의 STU13과 EM2의 두 풀이가 경합하는 제2유형의 ECS에서 STU6는 자신의 풀이가 STU13과 비슷하였고 답도 같았으므로 EM2의 비판자로 역할을 수행한다. 인터뷰 결과, STU6은 같은 답을 구함으로써 STU13의 답을 검증한 상태였으며 EM2의 답이 틀렸다는 것을 추측하고 있는 상태였다. 그래서 STU6은 STU13의 풀이를 보충하는 것(SUPPL) 보다 EM2의 풀이에서 오류 부분을 찾는 비판자의 역할을 맡았으며 찾은 오류를 제거하는 구성자의 역할에는 관심을 갖지 않았다. 다음은 STU6과의 인터뷰 기록이다.

연구자 : “여길 보면 첫 번째가 범위에 따라서 플러스, 마이너스가 나올 수 있다는 것을, (본인이) 얘기를 했는데, 이거를 갖고 본인이 문제를 구체적으로 풀어주는 것은 생각하지 않았어요?”

STU6 : “어, 어, 생각을 했었는데 여기 앞에서 누가 했고, 그래서 이렇게 답이 (서로) 다르게 나왔잖아요? 그래서 저는 이 (EM2의) 풀이에서 어떤 점이 잘못되었는지 그냥 지적하고 싶었어요.”

……

STU6 : “(저도) 이 사람(STU13)처럼 이렇게 치환해서 풀었고 답이 이거 나와서 그냥 저는 이거는 왜 틀렸는지 지적을 해보고 싶었어요.”

연구자 : “본인의 풀이는 이미 아이디어가 나왔기 때문에 그거를 자세하게 올릴 필요는 못 느낀 거예요?”

STU6 : “네.”

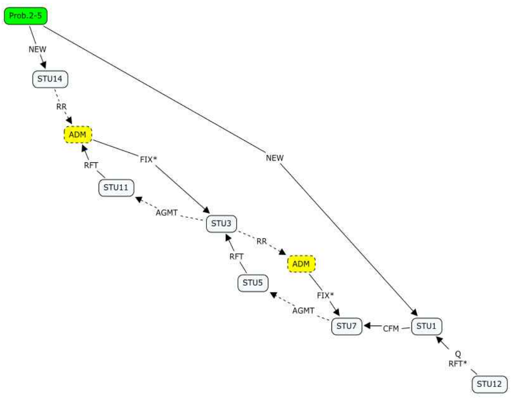
이러한 STU6의 RFT* 활동은 지적풍경을 변화시켰고 이는 다음에 STU14가 자신의 역할을 STU6이 발견한 오류를 제거하는(FIX) 구성자의 역할을 수행하도록 하였다[그림 V-1]. 그러나 구성자와 비판자의 역할이 여러 사람의 활동으로 나누어지지 않는 경우도 있다. [그림 IV-2]에서 SUT14는 비판자의 역할(RFT/RFT*)과 구성자의 역할(FIX)을 모두 수행하고 있는 것이 나타난다. 이러한 패턴은 풀이 2-3 외에도 풀이 1-2, 1-4, 1-5, 2-1 등 여러 풀이에서 나타났다.

역할을 설정하는 것은 지적풍경뿐만 아니라 학습자의 능력과 흥미 등과도 관련되었다. [그림 V-3]에서 STU8은 EM1의 풀이가 검증을 통과하지 못 하였다고 알렸다(RFT). 그러나 STU8은 EM1의 풀이를 처음부터 본 것이 아니라 마지막 답을 먼저 보고 “너무 말이 안 된다”고 생각하였으며 바로 검증을 시도하였고(RFT) 답은 검증을 통과하지 못 하였다. STU8은 풀이에서 오류를 찾아내는 활동은 하지 않았는데 인터뷰에서 그 이유를 “귀찮아서”라고 답하였다. 그러나 한 달 정도 지난 후, STU8은 여전히 풀이가 개선되지 않고 있는 것을 발견하고 EM1의 풀이를 검토하기 시작하였다. 그리고는 바로 $\ln(\sin x)$가 허수가 될 수 있다는 것을 발견하고 주어진 문제가 미적분학 II의 범위를 넘어서는 것임을 알아차렸다. 이에 흥미를 느낀 STU8은 구글과 울프람알파로 검색을 시작하였으며, 실수 범위에서는 EM1의 풀이가 유효하지만 복소수의 범위에서는 그렇지 않다는 것을 발견하였으며 이를 학습하였다.

다. 오류의 재생산과 개방편집

[그림 V-5]에서 도식화된 이중 나선을 형성하는 두 가닥의 선은 개인의 인지 내에서 RFT*과 FIX가 동시에 일어나는 FIX*의 경우에는 분화되지 않는다. 이 경우 자신의 사고에 대해 동의할 필요가 없으므로 AGMT는 명시적으로 나타나지 않으며 단축된 형태의 이중나선이 나타난다. STU14는 풀이 2-3 [그림 IV-2]에서 구성자와 비판자의 역할을 동시에 수행한 자신의 사고과정을 명확히 표현하였지만 STU3과 STU7은 풀이 2-5 [그림 V-6]의 계산과정에서 오류부분을 명확히 언급하

거나(RFT*) 동의를 표현하기(AGMT) 않고 바로 수정하였다(FIX*). 이는 자동화된 계산과정에서 구성라인과 비판라인이 합쳐진 것으로 생각할 수 있으며 개인의 인지 과정에서는 때로 비판의 역할과 구성의 역할이 분리되지 않을 수 있음을 시사한다. 이 경우 답에 대한 검증(RFT)이 2회 나타났고 확증(CFM) 시도까지 이루어졌음에도 개인의 인지 부담을 가중시켜 CoI 내에서 풀이를 개선하는 일이 쉽지 않았으며 결과적으로 오류가 재생산되어 풀이의 개선이 이루어지지 못 했다.



[그림 V-6] 풀이 2-5의 인지망

앞서 사용된 규칙은 풀이 페이지 내에 개인의 부분공간을 분명하게 창출함으로써 개인의 학습을 잘 드러내고 자신의 공간에 대한 개인적 책임감을 증가시키는 장점이 있었지만 개방편집 기능의 사용을 억제함으로써 보다 발전된 풀이를 학습하는데 있어서 시간과 공간의 측면에서 경제적이지 못 했다. 문제 2-5[그림 V-6]에서 STU14는 긴 계산 과정에서 단순한 계산 실수를 하였으며 답으로 $\frac{1}{2}ln2-2+\frac{\pi}{4}$를 제시하였고 STU11은 이를 반박한다("마지막에 답으로 구한 값이 음수라는 것으로 미루어 보아 구한 답이 정답이 아닙니다."(RFT)). 이러한 반박을 바탕으로 STU3이 STU14의 풀이를 '복사해서 붙이고 수정'하였으며(FIX*) $\frac{1}{2}ln2-\frac{3}{2}+\frac{\pi}{4}$를 개선된 답으로 제시하였다. 그러나 이 답도 STU5가 같은 방법으로 반박한다("이 답 역시 0보다 작습니다. 답이 $\frac{1}{2}ln2-\frac{3}{2}+\frac{\pi}{4}$인데, $\ln 2$가 약 0.7인 것을 감안하면 0보다 작습니다"(RFT)). 다시 STU7이 STU3의 풀이를 복사하여 붙여 넣고 오류를 제거하였으며(FIX*) $\frac{1}{2}ln2+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$를 답으로 제시하였다. 이 답은 0보다 커야한다는 검증을 통과하였을 뿐만 아니라 STU1이 새로운 방법(NEW)을 사용하여 STU7의 답이 맞는 것으로 다음과 같이 확증한 것이다(CFM).

> 이것을 x,y의 적분순서를 바꾸어 계산해보면 어떨까요. y를 먼저 적분한다면 t=y/x로 치환하여 적분하면 계산했을 때 x로 적분해야하는 함수가 arctan(1/x)가 나옵니다. 이 적분은 1Xarctan(1/x)[10]로 나누어서 부분적분을 하면 쉽게 구할 수 있습니다. 적분순서를 정하는 것이 중요함을 알 수 있습니다.

인터뷰에서 STU1은 자신이 제시한 아이디어로 실제로 계산을 했으며 그 결과가 STU7의 결과와 일치함을 확인하였다고 말하였다. 그러나 본 연구자가 확인한 결과 STU1도 부분적분 과정에서 실수를 함으로써 우연히 그 결과가 일치한 것으로 나타났다.[11] 이와 같이 오류의 제거를 통한 풀이의 개선이 이루어지지 못 한 이유는 학생들이 거의 비슷한 긴 수식이 반복해서 나타날 때 이를 검토하는 것이 성가실 뿐만 아니라

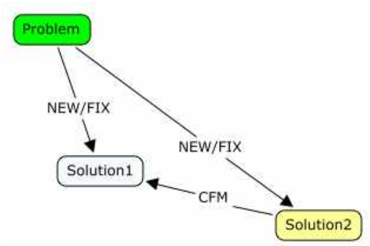
10) $1\times \arctan(1/x)$. '×'부호를 입력하지 못해 알파벳 'X'를 대신 사용하고 있다.

11) $t=\frac{y}{x}$라 하면 $dt=\frac{1}{x}dy$

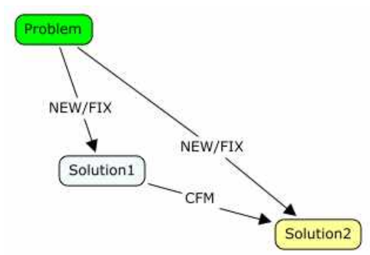
집중하기가 어려워서 비판자로서의 역할 수행을 꺼렸기 때문이다. STU14는 인터뷰에서 검토하지 않은 이유를 물었을 때 “남들이 한 것도 봤는데 그냥 저랑 비슷한 거 같은데 답은 다 다르게 나와서……. 에이 모르겠다 하고 안 봤어요.”라고 답했다. 이와 같이 ‘복사하여 붙이고 수정하기’ 규칙은 풀이를 분석해야 하는 비판자에게는 매력적인 지적풍경을 형성하지 못 하였다. 이러한 측면에서 줄을 그어 구분하는 전략은 다른 아이디어를 갖는 풀이에 대해 적용하는 것이 효과적이며 동일한 아이디어를 지속적으로 발전시킬 때에는 ‘개방편집’이 오류 제거를 위한 보다 효과적인 도구가 될 수 있다.

다. 확증삼각형

서로 다른 답을 제시하는 풀이가 경합하는 제2유형의 ECS에서 정답을 확증하는 방식은 같은 답을 보여주는 새로운 풀이를 제시하는 경우와 오류를 포함한 풀이에서 오류를 제거하여(RFT*/FIX) 정답을 이끌어 내는 방식이 나타났다. 이 과정에서 CFM은 강력한 역할을 수행하였다. [그림 IV-2]에서 STU8과 EM2의 두 풀이가 대립하는 제2유형의 ECS에서 STU1은 STU8의 풀이가 옳다고 확인해 주며 이는 J. L. Austin의 화행론(Theory of Speech Act)를 떠올리게 한다. 즉, STU1은 링위의 심판과 같이 STU8의 풀이의 승리를 선언하고 있다. 다른 방식으로 같은 결과를 보여 주는 풀이도 제2유형의 ECS에서 CFM의 역할을 수행한다. [그림 V-1]이나 [그림 V-6]에서 시간적으로 나중에 구성라인에 위치하는 풀이가 정답풀이를 확증할 때(CFM) 역방향 확증삼각형으로 특징지어졌다[그림 V-7]. 이와는 달리, 풀이 2-4에서는 STU8이 제시한 정답이 πab라고 잘 알려진 지식을 이용하여 새로운 지식인 그린정리를 적용할 때 결과가 같다는 것을 확증함으로서(CFM) 새로 학습한 지식이 유효하다고 확인하는데 사용되었다. 이 경우 순방향 확증삼각형으로 나타났다[그림 V-8].



[그림 V-7] 역방향 확증삼각형



[그림 V-8] 순방향 확증삼각형

확증삼각형은 CoI에서 지식을 검증하는 유용한 방법이었지만 풀이 2-5 [그림 V-6]에서 나타난 것과 같이 확증 자체가 오류일 수 있었다. 이는 오류를 포함하는 풀이들이 그 결과가 우연히 일치함으로써 CoI의 구성원들을 현혹시킬 수도 있으며 오류 부분의 공개와 공유가 이루어지지 않을 때 확증삼각형이 잘 작동하지 않을 수도 있음을 보여준다. 따라서 CoI의 MKB과정에서

$$\int_0^1\int_0^1 \frac{x}{x^2+y^2}dxdy = \int_0^1\int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2}dtdx = \int_0^1 \arctan\frac{1}{x}dx = \left[x\arctan\frac{1}{x}\right]_0^1 + \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx = \frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}ln2$$

STU1은 다음과 같이 계산하는 과정에서 실수를 한 것을 보인다.

$$\int_0^1 \arctan\frac{1}{x}dx = \left[x\arctan\frac{1}{x}\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}dx = \left[x\arctan\frac{1}{x}\right]_0^1 - \int_0^1\left(x-\frac{x}{x^2+1}\right)dx = \frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}ln2-\frac{1}{2}$$

아이디어의 공개와 공유는 무엇보다 중요하다.

4. 교수적 실재

온라인 CoI에서 교사의 역은 학생들의 교육적 경험을 전체적으로 설계하고 조직하며 협력학습 활동을 촉진하는 것이다. 본 연구자는 공유된 세계 내에서 협력 문제해결 활동이 가능할 수 있도록 학습할 주제를 선정하고 지적풍경을 설계, 구조화하였다. 또한 실험 과정에서는 협력 문제해결 활동을 강화하기 위해 총 13회의 포스팅을 하였다. 우선 실험 계획에 따라 오류제공자로 6회의 포스팅을 하였고, CFP를 이동시키고 문제해결 활동이 원활하게 이루어질 수 있도록 관리자(ADM)로서 관련 자료의 제공(RM) 2회, 학생들의 요청(HELP)에 따른 LaTeX 수식 표현의 단순 편집(RR) 2회, 질문(Q) 3회, 문제의 조건을 바꾸는 것(CP) 1회 등 7회의 포스팅을 하였다. 이러한 활동은 학생들의 문제풀이 활동을 촉진하였으나 반드시 의도한 대로 진행되는 것은 아니었으며 실제 학습은 다양한 방향으로 진행되었다. MKB과정에 필요한 자원은 한정되어 있기 때문에 교사는 가장 효과적인 방법을 고려할 필요가 있는데, 특히 CFP를 교수의도에 맞추어 이동시켜야 할 때, 질문(Q)과 관련 자료의 제공(RM: Related Material)은 유용한 수단이었다. 실험 초기에 학생들은 간단한 문장만 올려서 학습이 잘 이루어지지 않았다. 예를 들어 문제 1-2에서 제시된 모순되는 풀이(부록1 참조)에서 STU4는 RFT*으로 다음과 같이 포스팅 하였다.

> 부정적분은 적분시 항상 적분상수 C가 붙어야 한다. 경철이의 풀이에서 uv에 해당하는 1은 사실은 1이 아니라 $1+C$(적분상수)의 형태로 나타내어져야 한다. 따라서 경철이의 풀이는 틀렸다. 여기서, C는 -1의 값을 가진다.

STU4의 학습에 대해 학생들은 거의 3주 정도 어떠한 반응도 보이지 않았으므로 CFP가 형성되지 못 했다. 본 연구자는 CC를 자극하기 위해 ADM로서 "어떻게 $C=-1$이라고 할 수 있습니까?"라는 질문을 올렸다. 이에 STU2가 "자명하다."라고 답변하였고 ADM는 다시 [그림 V-9]와 같은 관련 자료를 제시하였다.

다음과 같은 적분과정에서 적분상수는 어떤 의미를 갖는지 경철이의 풀이와 관련하여 말하여 봅시다.

$$\int \frac{\sqrt{2}\cos x}{\sin(x+\frac{\pi}{4})}dx = \int \frac{\sqrt{2}\cos(t-\frac{\pi}{4})}{\sin t}dt = \int \frac{\cos t+\sin t}{\sin t}$$
$$= \int \frac{\cos t}{\sin t}+1dt = \int \frac{\cos t}{\sin t}dt + \int dt = \ln|\sin t|+t+C$$
$$= \ln\left|\sin(x+\frac{\pi}{4})\right|+x+\frac{\pi}{4}+C = \ln\left|\sin(x+\frac{\pi}{4})\right|+x+C$$

[그림 V-9] 관리자(ADM)의 관련자료(RM) 포스팅

이 자료는 암묵적으로 STU2의 자명하다는 의견에 대한 반박이었으므로 적분상수에 대한 CFP가 형성되었고 세 번의 학습이 더 이루어졌다. 그러나 관련 자료의 제공이 이와같이 반드시 효과적인 것은 아니었다. 비슷하게 문제 1-1에서 학생들의 토론을 돕기 위해 수학적 귀납법에 대한 관련 증명을 제시하고 이와 비교하여 설명하도록 유도하였을 때 CFP를 형성하지 못 하였으며 결과적으로 인지망은 분산형으로 나타났다 [그림 V-2].

매개변수로 주어진 타원의 넓이를 구하는 단순문제의 경우 본 연구자는 적어도 3개 이상의 풀이를 예상하고 있었으나 학생들은 다양한 풀이를 제시하지 않았다. 이에 학습을 자극하기 위해 문제의 기술에서 '그린 정리를 이용하여'라는 구체적 조건을 추가하였고(CP : Changing Problem), 그 결과 그린 정리를 이용한 새로운 학습이 이루어졌다.

또한 학생들의 요청에 따라 수식을 2회 단순 편집을 하였다. 예를 들어 풀이 2-5에서 처음 풀이를 제공하였던 STU14는 긴 수식을 작성하는 과정에서 줄이 바뀌지 않아 뒤의 수식이 페이지

에 나타나지 않자 도움을 청하는 메시지를 남겼다. “enter쳐도 줄이 안바뀌네ㅠ 다음 풀이 쓰는 사람 내꺼 등호에 맞춰서 줄좀 바꿔주어\^_^/” 이 경우, ADM으로서 수식이 보이도록 단순 편집(RR)을 하였다[그림 V-6]. 그 외에는 본 연구자는 학생들의 풀이 내용 자체는 수정하지 않았지만 포스팅 자체를 보기 좋게 편집하거나 의도대로 작동할 수 있게 하는 활동은 수시로 하였다. 예를 들어, 학생이 올린 링크가 작동하지 않을 때 작동할 수 있게 하거나 보기 편하게 배열하는 등의 작업을 수시로 수행함으로써 교수가 잘 이루어질 수 있도록 관리하였다.

5. 위키에 대한 학생들과 C교사의 의견

C교사는 협력 문제해결 과정 자체에는 참여하지 않았지만 학생들이 참여할 수 있도록 격려하면서 평가를 위해 학생들의 문제해결 과정을 지속적으로 모니터링 하였다. B과학고에서 진행된 인터뷰에서 C교사는 위키의 장점으로 다음과 같이 제시하였다. 첫째, 시간의 부족을 인해 수업에서는 다룰 수 없는 주제를 다루는 것이 가능하며 학생들은 시간이 될 때마다 자신의 아이디어를 더 개발할 수 있다. 둘째, 부끄럼을 타는 성격으로 수업시간에 발표를 잘 하지 않던 학생들이 위키를 이용한 협력 문제해결활동에 참여하였다. Carter(2009)도 위키를 이용한 수학 강좌에서 이러한 일이 있었다고 보고하였다. 셋째, 위키 시스템에 저장된 수학 내용은 수업에서 사용할 수 있는 자료가 될 수 있다. 마지막으로 C교사는 학생들 중 한 명이 자신이 궁금한 문제를 올려도 되느냐고 문의해서 가능하다고 답변했는데 문제는 올리지 않았지만 학생들 스스로 관심 있는 학습 주제를 정하여 학습할 가능성이 있다고 보았다. 이러한 측면에서 학생들의 자발적인 CoI의 구성 가능성이 드러난다. 그 외에 C교사는 위키의 단점을 지적하지는 않았으며 메인 페이지의 디자인과 위키 시스템에서 풀이의 변화가 있을 때 휴대폰 메시지로 정보가 뜨면 좋겠다는 의견을 제시하였다.

14명의 참가자 중 e-메일로 발송된 위키 사용에 대한 설문에 응답한 학생은 모두 8명이다. 그 중 6명(75%)의 학생들이 위키가 풀이를 새롭게 생각하는데 도움을 주었다고 답변하였다(설문 Q.1). 그 이유로는 주로 다른 사람들의 생각을 알 수 있고 자신의 풀이에서 틀린 점을 알 수 있기 때문이라고(5명) 답변하였으며 한 명은 제시된 문제가 재미있었기 때문이라고 답변하였다. 그렇지 않다고 한 두 명의 답변자는 다른 사람이 완벽한 풀이를 하면 새롭게 생각할 여지가 없어진다거나 쓸데없이 오래 걸린다고 응답하였다. 7명의 학생들이 위키를 협력 문제해결 도구로서 풀이를 개선하는데 유용하다고 평가하였다(설문 Q.2). 4명(50%)의 학생이 위키를 이용한 협력 문제해결 활동에 적극 참여하였다고 답하였으며(설문 Q.3) 1주일에 1~2회 사이트에 들렀다고 답하였다(설문 Q.4). 6명의 학생들은 LaTeX 연습할 시간이 없었기 때문에 수식을 입력하는데 불편하였다고 느꼈으며 2명은 처음에 수식작성에 어려움을 겪었지만 나중에는 적응이 되어서 크게 불편하지 않았다고 답하였다(설문 Q.6). 7명의 학생들은 참여규칙을 설정할 필요가 없으며 참가규칙을 정하는 것은 표현의 자유를 제한하게 된다고 인식하였으며 자유롭게 참여하는 것이 좋다고 답변하였다(설문 Q.7). 나머지 한 명은 “부익부빈익빈과 같은 현상이 발생하게 된다. 이는 토론의 취지인 여러 사람의 생각 교류를 통한 사고의 확장과 어긋나게 된다”고 하면서 참가규칙을 정하는 것이 필요하다고 응답하였다. 8명 모두 협력 문제해결 활동이 개별적으로 문제를 푸는 것보다 더 효과적이라고 생각하였다(설문 Q.8). 그 이유로는 간단한 문제의 경

우는 협력이 비효율적이지만 어려운 문제의 경우에는 여러 가지 방법으로 접근할 수 있고 오류를 줄일 수 있으며 새로운 아이디어에 대한 학습의 기회를 제공할 수 있다는 것을 제시하였다. 설문 Q.9에 대해 학생들은 본 연구에서 사용된 문제 중에서 좋고 나쁜 것을 선택하지는 않았다. 그러나 4명의 학생들은 단순 계산 문제나 학교에서 배운 방법으로만 풀게 되는 문제 등이 나쁘고 다양한 접근과 풀이가 가능하고 사고를 자극하는 문제가 좋다고 응답하였다. 위키 디자인의 개선점(설문 Q.10)에 대해서는 대부분이 목차를 통해 들어가는 위키의 트리구조가 문제 페이지에 접근성을 떨어뜨려서 사용하기에 불편하였으며 수식을 입력하는 방법이 개선되어야 한다고 지적하였다. 학생들은 위키 디자인의 개선점으로 문제를 한 곳에 모아 볼 수 있게 하고 수식의 편집이 쉽게 되어서 특히 한글 수식과 방법이 같거나 그 수식을 붙여 넣는 것이 가능하면 좋겠고 스마트폰 기능과 연동될 수 있게 개발되었으면 좋겠다고 답변하였다.

6. 문제풀이 기여자 조사

문제 풀이 기여자에 대한 설문은 문제 풀이 기여자를 기여도가 높은 순으로 뽑고 그 이유를 묻는 것이었다. 풀이를 직접 보고 분석한 뒤에 이 설문에 응답을 할 수 있었기 때문에 시간이 약 30분 이상 소요되었으며 이는 응답에 대한 피로도를 높이는 요인이 되었다. 이로 인해 8명의 응답자 중 4명의 학생은 문제 세트2의 5문항에 대한 설문에 전혀 응답하지 않았다. 결과적으로 문제 풀이 기여자에 대한 설문 전체에 응답한 학생은 4명에 불과하였다. 이와 같이 문제 풀이 기여자에 대한 설문조사에서는 학생들의 응답이 제대로 이루어지지 않았지만 수합된 자료만으로도 C교사와 학생들 사이에는 커다란 관점의 차이가 있는 것으로 분석되었다.

C교사는 오류유발자의 존재와 ID를 알고 있기 때문에 이들을 기여자 목록에서 제외하였고 학생들은 그렇지 못 하였다는 것으로 인한 차이가 있었지만 오류제공자가 활동하지 않은 문제 2-5에

<표 V-5> C교사와 학생들의 풀이 2-3의 기여자에 대한 평가

구분	1기여자(이유)	2기여자(이유)	3기여자(이유)
C교사	STU14 치환된 함수가 정의되지 않는 구간이 있다는 것을 지적함으로써 가장 의미 있는 기여를 함. 구간을 나누어 적분할 필요성을 제시함.	STU1 특이 적분으로 해결될 수 있다고 설명함.	STU8 다른 풀이를 제시함으로써 친구들이 풀이를 비교할 수 있게 도움.
학생1	STU8 가장 먼저 정답을 제시함.	EM2 다른 풀이를 제공하여 토론할 수 있게 함.	STU14 구간을 나눈다는 새로운 방법을 생각함.
학생2	STU8 올바른 풀이	EM2 그럴듯한 도함수를 구하였지만 구간에서 오류가 있었고 토론을 활성화시킴.	
학생3	STU8 맞고 깨끗한 풀이	STU14 풀이에서 오류를 정확히 찾음.	
학생4	STU14 쉽게 잘 풀음.	EM2 토론거리를 제공함.	STU12 새로운 아이디어

서도 C교사와 학생들의 평가는 그다지 일치하지 않았다. 이는 교사와 학생들이 바라보는 수학에 대한 시각차가 매우 크다는 것을 시사한다. <표 V-5>에서 나타나듯이 C교사는 '의미 있는', '제시함', '설명함', '도움' 등 사용어휘에서 알 수 있듯이 기여자가 협력 문제해결 활동에서 수학적으로 무엇을 했는가에 관심이 있지만 학생들은 '가장 먼저 정답을 제시', '올바른 풀이', '맞고 깨끗한 풀이'와 같이 옳고 그르다는 가치 판단을 우선적으로 하고 있음을 알 수 있다. 따라서 협력학습을 개인적이고 경쟁 구조에 기반 하는 우리나라의 교육환경에 도입하기 위해서는 이러한 부분을 어떻게 다룰 것인지에 대한 연구를 수행할 필요가 있다. 흥미롭게도 세 명의 학생들이 EM2를 2기여자로 지명하였는데 그 이유는 토론을 활성화시켰다는 것이다.

VI. 요약 및 결론

본 연구는 개별화된 경쟁에 기반 하는 우리나라 수학교육 환경에서 고등학교 영재학생들이 수학적 지식의 사회적 측면을 경험할 수 있게 하는 현실적인 방안으로 온라인 CoI의 건설을 제시하고 위키를 사용하여 이를 시도하였다. 위키는 시스템 안에 기록 저장된 지식이 파괴되지 않고 학습이 이루어지는 한 이론적으로 영원히 성장하게 되므로 인식론적 실험도구로 특징지어 진다. 특히, 본 연구는 오류주의의 입장에 입각하여 Popper의 '추측과 반박'에 의한 지식의 성장의 기제가 학교수학적 지식의 성장의 기제가 될 수 있다는 것을 보인다는 점에서 인식론적 실험이라 할 수 있다.

위키를 사용하는 협력 문제해결 활동을 촉진하는 디자인 요소는 사회적 실재, 교수적 실재, 인지적 실재의 측면에서 고려할 수 있다. 사회적 실재의 요소로는 동기, 참여규칙, 집단적 책임감과 개방편집, 인식론적 활동능력 등이 드러났다. 본 실험에서는 학생들의 포스팅 하는 횟수를 세어 수행평가 점수의 일부로 반영하였다. 이는 학생들에게 충분한 동기를 부여하였으며 실험 기간 중 학생들은 2~8회의 학습을 하였다. 그러나 이러한 평가방식은 학생들로 하여금 흥미롭게 보이거나 쉬운 문제를 우선적으로 선택하여 풀게 하였으며 푸는 데 시간이 많이 걸릴 것 같은 문제를 기피하게 하는 이유가 되기도 하였으며 다른 사람의 아이디어를 반복함으로써(RPT) 학교수학적 지식의 성장에 실질적인 기여를 하지 못 하는 사례도 나타났다.

실험에서 사용된 '복사하여 붙여 넣고 수정하기'라는 참여 규칙은 시간의 흐름에 따라 학생들의 사고가 전개 되는 양상을 확인하기 쉬운 장점이 있었으나 풀이를 경제적이고 정합적으로 발전시키기 어려운 점도 나타났다. 풀이에 길고 비슷한 수식이 반복적으로 등장하자 학생들은 검토하고 싶어 하지 않았으며 오류가 효과적으로 제거되지 못 하였다. 또한 '사인하기' 규칙은 학생들이 자신의 풀이에 대한 개인적 책임감은 증대시켰으나 이것이 인식론적 활동능력으로 바로 연계되지는 않는 것으로 드러났다.

학생들은 암묵적인 규칙도 만들어 냈는데 '다른 사람의 풀이가 정답을 포함하고 있는 한 사소한 오류는 수정하지 않는다'는 것이었다. 이러한 암묵적인 규칙은 자신의 풀이나 아이디어에 대한 개인적 책임감과 관련이 있어서 자신의 이름 아래 할 만한 가치가 있는지에 대한 판단의 근거로 작용하였다. 이러한 측면에서 대부분의 학생들은 개방편집 기능을 이용하여 다른 사람이 자신의 풀이를 수정하는 것을 바람직한 것으로 생각하지 않았으며 이는 작품으로서 학교수학적 지식이 성장하는데 방해요소가 되었다. 학생들이 부분적으로 CFP를 생성시키고 이동시키는 교사의 역할을 수행하였는데 이 때 인식론적

활동능력이 드러났다. 예를 들어, 학생들은 자발적으로 관련 자료를 검색하고 조직하여 학습하였으며 “이것을 증명하기 위해서는 더 논의할 필요가 있다”고 제시함으로써 학습방향을 제시하고 이끌어 가려는 시도를 하였다.

교수적 실재의 요소는 설계와 조직, 촉진 등을 생각할 수 있다. 본 연구에서는 제1유형의 ECS와 제2유형의 ECS, ICS 등의 상황이 설계되었으며 연구자가 2명의 오류제공자의 역할을 수행하였다. 이러한 설계는 매우 잘 작동하여 CC가 활성화되었다. 단순한 문제에 대해 학생들은 자발적으로 다양한 풀이를 제시하지 않았으며 이 과정에서 CC를 촉진하는 교사의 역할이 요구되었다. 이러한 역할은 구체적인 요구사항이 적시될 때 보다 효과적이었으며 관련 자료도 그냥 제시되기보다 암묵적인 반박의 성격을 가질 때 효과적인 것으로 나타났다. 또한, 수식 표현이나 알아 볼 수 있게 편집을 돕는 활동도 학생들의 학습을 도왔다. 그러나 본 연구자의 교수활동은 제한적으로 이루어졌기 때문에 교사가 협력 문제해결 활동을 어떻게 이끌 수 있는지에 대해서는 보다 면밀한 검토가 필요하다.

인지적 실재의 측면에서는 문제의 난이도를 고려할 필요가 있다. 학생들은 문제가 너무 쉬운 경우 흥미를 보이지 않았으며 일단 간단한 문제에 대한 답이 제시되면 다른 풀이를 제시하거나 풀이를 개선하려는 노력을 하지 않았다. 또한 너무 어려운 경우에는 오류를 찾는 활동을 수행하기는 하였지만 서로의 학습이 의미 있게 연결하지 못 하였다. 선행연구와는 달리 학교수학의 닫힌 문제도 그 난이도가 적절하고 교육적 상황에 맞추어 구조화 시키면 협력 문제해결 과제로 사용할 수 있었다. 본 연구에서는 오류를 중심으로 교육적 상황을 구조화 한 것이 유효하였다.

협력 문제해결 활동에서 MKB 패턴은 분산형과 이중 나선형의 두 가지 형태로 나타났다. 토론하는 문제에 있어서 학생들은 다른 사람의 의견을 비판하거나 발전시키기보다 자신의 의견을 병렬적으로 제시하였으며 그 결과 인지망은 분산적인 형태로 나타났다. 이 경우 학생들이 포스팅한 의견 사이의 관계를 명확하게 드러내기 어려웠으며 학생들의 사고를 자극하기 위해서는 교사의 역할이 필요한 것으로 나타났다. 분산형은 교사의 역할에 따라 다른 형태로 발전해 나갈 가능성이 있었지만 본 연구에서는 확인할 수 없었으며 이에 대한 후속 연구가 필요하다. 또한, 협력 문제해결 과정에서 오류의 개선은 RFT/RGT*/AGMT 등으로 이루어진 구성라인과 FIX/FIX*/SUPPL 등으로 이루어진 비판라인, 두 선을 따라 교차하면서 발전해나갔으며 두 선의 교차지점은 오류의 발생 부분이었다. 이러한 학교수학적 지식의 성장과정은 Popper(1963/2002)의 ‘추측과 반박’의 방법에 따르는 과학적 지식의 성장과정이나 Lakatos(1976)의 ‘증명과 반박’의 과정에 따라 발전해 가는 수학적 지식의 성장과정과 매우 유사하였다. 학생들은 이중 나선을 따라 공유된 세계 내의 지적풍경에 따라 구성자나 비판자로서의 역할을 수행하였으며 한 사람이 구성자와 비판자의 역할을 모두 수행하는 경우도 있었다. 오류 부분이 명시적으로 공개(RFT*)될 때 오류의 제거가 효과적으로 이루어졌으며 그렇지 않은 경우(FIX*) 오류가 재생산되었다. 또한 개방편집 기능은 학교수학적 지식의 성장에 대한 집단적 책임감을 증가시킬 수 있다는 점에서 이를 강화할 필요가 있다. 그러나 인터뷰에서 대다수의 학생들은 개방편집 기능을 이용하여 다른 사람이 자신의 풀이를 고친다는 것을 좋아하지 않았으며 ‘복사하여 붙이고 수정하기’를 더 선호하였다. 유일하게 개방편집에 대해 좋아한다고 응답한 학생은 물리 수업에서 한 사람이 칠판에 나가 풀이를 적으면 누구나 나가서 수정을 하고 토론하는 경험을 통해 그와 비슷한 경험을 해보았다고 말하였다. 이러한 점에서, 학생들이 개방편집 기능에 대한 사용 경험이 있을 때 그 장점을 인식

하고 수용할 가능성이 높아질 수 있다. 따라서 온라인 CoI에 소속감과 인식론적 활동능력을 증대시키기 위해서는 개방편집 기능의 사용 경험을 제공할 수 있는 디자인 설계가 필요하다.

제2유형의 ECS에서는 정답을 제시하는 풀이를 확증하는 활동이 나타났으며 이 경우 비판라인을 따라 확증이 일어났기 때문에 역방향 확증삼각형 모양이 나타났다. 반면, 새로운 수학적 방법을 시험하는 경우 기존에 알려진 지식을 바탕으로 그 방법의 유효성을 검토하였기 때문에 구성라인을 따라 확증이 일어나서 순방향 확증삼각형으로 나타났다.

학생들은 MKB의 과정에서 주로 자신의 지식을 사용하였으나 문제가 능력을 벗어나는 경우 구글이나 울프람알파 등 검색을 통하여 외부 지식을 유입하려는 시도를 하였다. 그러나 검색된 외부의 자료가 토론이나 학습을 유발하지는 못 하였으며 CC를 자극하고 MKB 활동을 이끄는 교사의 역할이 필요한 것으로 파악되었다. 또한 울프람알파는 검색된 정답은 학생들로 하여금 계속 문제 해결 활동에 집중할 이유를 감소시키고 지식에 대한 권위를 외부 자료에 부여하는 경향도 나타났다.

학생들은 답의 검증, 오류의 발견, 오류의 제거를 통한 풀이의 개선 과정을 통해 협력 문제해결 활동을 수행하였으나 단순 문제의 경우 다양한 풀이를 제공하는 것에 소극적이었다. 이 경우 교사의 역할을 통해 학습을 변화시킬 수 있으나 본 연구에서는 교사의 역할에 따른 CFP의 변화에 대한 자료를 충분히 확보할 수 없었다. 특히, 교사가 학생들이 공유된 세계에 가지고 오는 다양한 경험과 외부의 지식을 활용하여 MKB과정을 지속적으로 전개시키고 CFP의 변화를 통한 지적풍경을 어떻게 변화시킬 것인가 하는 문제는 후속 연구에서 해결되어야 할 문제이다.

실험 참가 학생들과 C교사는 위키를 협력 문제해결 도구로서 긍정적으로 평가하였다. C교사는 수업시간의 한계를 넘어 학생들에게 새로운 학습의 기회를 제공한다는 점에서 위키가 유익하다고 보았다. 학생들은 대부분 협력 문제해결이 개별 문제해결 활동보다 더 능률적이라고 생각하였으며 위키가 오류를 제거하고 다양한 아이디어를 알 수 있게 도와주기 때문에 수학적 사고와 풀이를 개선하는데 도움이 된다고 답하였다. 학생들은 도전적인 수학 문제에 대해 지하철과 같은 공간에서도 항상 생각하고 떠오른 아이디어를 바로 위키에 올릴 수 있으며 다른 친구들과 풀이를 서로 공유할 수 있다는 점에 대해 멋지다는 반응을 보였으며 다른 사람들의 여러 가지 아이디어에 접하는 것이 학습에 도움이 된다고 생각하였다. 그러나 대부분의 학생들이 LaTeX을 이용한 수식표현이 불편하다고 생각하고 있었으며 이러한 어려움은 학생들로 하여금 자신의 아이디어와 풀이를 정확하고 자세하게 기술하기 보다는 대략적으로 쓰게 만듦으로써 상호학습을 저해하는 요인이 되었다.

학교수학적 지식의 성장에 대한 기여자의 평가에 있어서 교사의 관점과 학생들의 관점 사이에는 많은 차이가 있었다. 교사는 기여자가 수학적으로 무엇을 했는가에 관심을 갖는 반면, 학생들은 맞고 틀리는 점에 초점을 맞추어 기여도를 평가하였다. 이러한 차이는 온라인 CoI가 학교 교육과정에 실제로 도입하는 데 있어 실제적인 문제를 제기하며 이 역시 후속 연구가 필요한 과제이다.

우리나라 고등영재 학생들은 협력 문제해결 과정에서 위키를 이용하여 서로의 아이디어와 풀이를 공유하고 비판적으로 발전시켰으며 자신들의 학습범위를 넘어서는 문제에 대해서도 관련 자료를 조사하고 이를 공유하고 그 근거를 링크로 남겨 놓음으로써 온라인 CoI 내에서 협력학습을 통한 학교수학적 지식의 성장을 이루어 내었다. 따라서 여러 가지 연구의 제한점에도 불구하고 본 연구에서 위키는 고등학교 영재 학생들이 수학을

함에 있어 필수적인 지적 정직성과 '겸손과 용기'(Lampert, 1990)라는 사회적 덕목을 갖추게 하는데 매우 유용한 교육적 도구로 평가된다.

참고문헌

이승우(2015). 학교수학이란 무엇인가? **수학교육학연구, 25**(3), 381-405

Barbeau, E. J. (2000). *Mathematical Fallcies, Flaws, and Flimflam*: The Mathematical Association of America.

Ben-Zvi, D. (2007). Using wiki to promote collaborative learning in statistics education. *Technology Innovations in Statistics Education, 1*(1), 1-18.

Boaler, J. & Greeno, J. (2000). Identity, agency and knowing in mathematics worlds. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 171-200). Westport, CT: Alblex Publishing.

Brandon, D. P. & Hollingshead, A. B. (1999). Collaborative learning and computer-supported groups. *Communication Education, 48*(2), 109-126.

Brett, C., Nason, R. A., & Woodruff, E. (2002). Communities of inquiry among pre-service teachers investigating mathematics. *Themes in Education, 3*(1), 39-62.

Bruffee, K. A. (1995). Sharing our toys - Cooperative learning versus collaborative learning. Change (Jan/Feb), 12-18.

Carter, J. F. (2009). Lines of communication: Using a wiki in a mathematics course. *PRIMUS, 19*(1), 1-17.

Clinkenbeard, P. R. (1991). Unfair expectations: A pilot study of middle school students' comparisons of gifted and regular classes. *Journal For The Education Of The Gifted, 15*(1), 56-63.

Cobb, P. (1994). Where Is the mind? constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher, 23*(7), 13-20.

Davidson, N., & Kroll, D. L. (1991). An overview of research on cooperative learning related to mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(5), 362-365.

Diezmann, C. M. & Watters, J. J. (2001). The collaboration of mathematically gifted students on challenging tasks. *Journal For The Education Of The Gifted, 25*(1), 7-31.

Eisner, E. W. (2001). *The educational imagination: On the design and evaluation of school program*. New York: Macmillan.

Fuks, H., & Pimentel, M. (2009). Studying response-structure confusion in VMT. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams* (pp. 373-398). New York, NY: Springer Science + Business Media.

Garrison, D. R., Anderson, T., & Archer, W. (2001). Critical thinking, cognitive presence, and computer conferencing in distance education. *American Journal of Distance Education, 15*(1), 7-23.

Garrison, D. R., & Arbaugh, J. B. (2007). Researching the community of inquiry framework: Review, issues, and future directions. *The Internet and Higher Education, 10*(3), 157-172.

Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(4), 258-291.

Goos, M. & Galbraith, P. (1996). Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 30*(3), 229-260.

Hurme, T. & Järvelä, S. (2005). Students' activity in computer-supported collaborative problem solving in mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 10*(1), 49-73.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. A. (1991). *Active learning: Cooperation in the college classroom.* Edina, MN: Interaction book company.

Kennedy, D. A., Archambault, F. X., & Hallmark, B. W. (1995). The effect of group composition on gifted and non-gifted elemenary students in cooperative learning groups. Storrs, CT: National Research Center on the Gifted and Talented, University of Connecticut.

Koschmann, T. (1996). Paradigm shifts and instructional technology: An introduction. In T. Koschmann (Ed.), *CSCL: Theory and practice of an emerging paradigm* (pp. 1-23). Mawha, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Kramarski, B., & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal, 40*(1), 281-310.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren* (J. Teller, Trans.). Chicago: University of Chicago Press.

Kulik, J. A. (2003). Grouping and tracking. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gifted education* (pp. 268-281). Boston, MA: Allyn and Bacon.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal, 27*(1), 29-63.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation (Learning in doing: Social, cognitive and computational perspectives).* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lee, S. (2014). *The growth of school mathematics: Korean secondary gifted students' collaborative problem solving using the Wiki*. (Doctoral dissertation paper, University of Missouri- Columbia).

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In K Boaler (Ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19-44). Westport, CT: Alblex Publishing.

Li, A. K. F., & Adamson, G. (1992). Gifted secondary students' preferred learning style: Cooperative, competitive, or individualistic? *Journal for the Education of the Gifted, 16*(1), 46-54.

Litz, I. R. (2007). *Student adoption of a Computer-Supported Collaborative Learning (CSCL) mathematical problem solving environment: The case of The Math Forum's Virtual Math Team (VMT) chat service*. Ph.D. dissertation paper, Nova Southeastern University.

Matthews, M. (1993). Meaningful cooperative learning is key. *Educational Leadership, 50*(6), 64.

Moss, J., & Beatty, R. (2006). Knowledge building in mathematics: Supporting collaborative learning in pattern problems. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning, 1*(4), 441-465.

Narasimhan, R. (2009). Incorporating current research, wikis, and discussion lists in a mathematics capstone course. *PRIMUS, 19*(1), 29-38.

Nason, R., & Woodruff, E. (2002). New ways of learning mathematics: Are we ready for it? Paper presented at the *The International Conference on Computers in Education*.

Nason, R., & Woodruff, E. (2003). Fostering authentic, sustained, and progressive mathematical knowledge-building activity in computer collaborative learning (CSCL) communities. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 22*(4), 345-363.

Nason, R., & Woodruff, E. (2004). Online collaborative learning in mathematics: Some nesseary innovations. In T. S. Roberts (Ed.), *Online Collborative Learning: Theory and Practice* (Vol. Hershey, PA, pp. 103-131): Information Science Publishing.

NCTM. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Neber, H., Finsterwald, M., & Urban, N. (2001). Cooperative learning with gifted and high-achieving students: A review and meta-analyses of 12 studies. *High Ability Studies, 12*(2), 199-214.

Olsen, R. E. W. B., & Kagan, S. (1992). About cooperative learning. In C. Kessler (Ed.), *Cooperative language learning: A teacher's resource book* (pp. 1-30). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Ormrod, J. E. (2009). *Human learning* (5th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.

Oxford, R. L. (1997). Cooperative learning, collaborative learning, and interaction: Three communicative strands in the language classroom. *The Modern Language Journal, 81*(4), 443-456.

Patrick, H., Bangel, N. J., Jeon, K. N., & Townsend, M. A. R. (2005). Reconsidering the issue of cooperative learning with gifted students. *Journal For The Education Of The Gifted, 29*(1), 90-108.

Peterson, E. (2009). Using a wiki to enhance cooperative learning in a real analysis course. *PRIMUS, 19*(1), 18-28.

Popper, K. (1963/2002). *Conjectures and refutations: The growth of scientific knowledge*. NY: Routledge Classics.

Reed, C. F. (2005). Mathematically gifted in the heterogeneously grouped mathematics classroom: What is a teacher to do? In S. K. Johnsen & J. Kendrick (Eds.), *Math education for gifted students* (pp. 17-31). Waco, TX: Prufrock Press.

Reich, J., Murnane, R., & Willett, J. (2012). The State of Wiki Usage in U.S. K–12 Schools. *Educational Researcher, 41*(1), 7-15.

Reynolds, B. E., Hagelgans, N. L., Schwingendorf, K. E., Vidakovic, D., Dubinsky, E., Shahin, M., et al. (1995). *A practical guide to cooperative learning in collegiate mathematics* (Vol. 37). Wasington, DC: The Mathematical Association of America.

Robinson, A. (1990a). Cooperation or exploitation? The argument against cooperative learning for talented students. *Journal For The Education Of The Gifted, 14*(1), 9-27.

Robinson, A. (1990b). Response to Slavin: Cooperation, consistency, and challenge for academically talented youth. *Journal For The Education Of The Gifted, 14*(1), 31-36.

Robinson, A. (2003). Cooperative learning and high ability students. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), *Handbook of Gifted Education* (3rd ed., pp. 282-292). Boston, MA: Allyn

Ruth, A., & Houghton, L. (2009). The wiki way of learning. *Australian Journal of Educational Technology, 25*(2), 135-152.

Sarmiento-Klapper, J. W. (2009). The sequential co-construction of the joint problem space. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams* (pp. 83-98). New York, NY: Springer Science + Business Media.

Scardamalia, M. (2002). Collective cognitive resposibility for the advancement of knoweldge. In B. Smith (Ed.), *Liberal Education in a Knowledge Society* (pp. 67-98). Peru, IL: Carus Publishing Company.

Scardamalia, M., & Bereiter, C. (2006). Knowledge building: Theory, pedagogy, and technology. In K. Sawyer (Ed.), *Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 97-118). New York: Cambridge University Press.

Sheehy, G. (2008). The Wiki as knowledge repository: Using a Wiki in a community of practice to strengthen K-12 education. *emph TechTrends, 52*(6), 55-60.

Schoenfeld, A. H. (1996). In fostering community of inquiry, must it matter that teacher knows"the answer"?, *For the Learning of Mathematics, 16*(3), 11-16.

Slavin, R. E. (1980). Cooperative Learning. *Review of Educational Research, 50*(2), 315-342.

Slavin, R. E. (1990a). Ability grouping, cooperative learning and the gifted. *Journal of the Education of the Gifted, 14*(1), 3-8.

Slavin, R. E. (1990b). Response to Robinson: Cooperative learning and the gifted: Who benefits? *Journal For The Education Of The Gifted 14*(1), 28-30.

Stahl, G. (2006a). *Group Cognition: Computer Support for Building Collaborative Knowledge*. Cambridge, MA: MIT Press.

Stahl, G. (2006b). Supporting group cognition in an online math community: A cognitive tool for small-group referencing in text chat. *Journal of Educational Computing Research, 35*(2), 103-122.

Stahl, G. (2009a). Introduction to part I. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams*(pp. 3-6). New York, NY: Springer Science + Business Media.

Stahl, G. (2009b). A chat about chat. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams*(pp. 7-16). New York, NY: Springer Science + Business Media.

Stahl, G. (2009c). Meaning making in VMT. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams* (pp. 505-527). New York, NY: Springer Science + Business Media.

Swan, M. (2002). Collaborative learning in mathematics: *A challenge to our beliefs and practices*. Chelmsford, Essex: Redlin.

Thom, R. (1992). Leaving mathematics for philosophy. In C. Casacuberta & M. Castellet (Eds.), *Mathematical Research Today and Tomorrow: Viewpoints of Seven Fields Medalists* (pp. 1-12). Berlin: Springer-Verlag.

Webb, N. M. & Palincsar, A. S. (1996). Group processes in the classroom. D. C. Berliner (Ed), *Handbook of educational psychology* (pp. 841-873). New York, NY: Macmillan.

Wee, J. D. (2007). Mathematical knowledge construction through the use of guided collaborative critique in a quasi-synchronous chat environment. Paper presented at the *Association for Active Educational Researchers Conference* (AARE 2007), Perth, Australia.

Wee, J. D. & Looi, C. K. (2009). A Model for Analyzing Math Knowledge Building in VMT. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams* (pp. 475-497). New York, NY: Springer Science + Business Media.

Williams, K. S., & Hardy, K. (1988). The Red Book of Mathematical Problems: Dover Publications.

Zemel, A., Xhafa, F., & Çakir, M. P. (2009). Combining Coding and Conversation Analysis of VMT Chats. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams* (Vol. 11, pp. 421-450). New York, NY: Springer.

The Growth of School Mathematics: Korean Secondary Gifted Students' Collaborative Problem Solving Using The Wiki

Lee, Seoung Woo (Seoul Science High School)

As a design research, this study aims to identify students' collaborative problems solving patterns using the Wiki and design factors triggering MKB(mathematical knowledge building) in virtual environment.

For 70 days, 14 Korean secondary gifted students, who enrolled in calculus II courses in one of gifted institutions in Korea, solved 10 math problems together using the Wiki.

In this study, I considered five design factors; motivation, practice of LaTeX, norms of participation, epistemic agency, and two types of educational settings. The primary pattern emergent in students' collaborative problem solving process is identified as 'solutions and refutations' along the double helix consisting of the constructive line and the critical line, which is very similar to the pattern of 'Conjectures and Refutations'(Lakatos, 1976).

Despite that most participants had difficulty in using LaTeX for mathematical expressions, this study shows that Wikis are valuable tools for providing Korean secondary students opportunities to learn social virtue such as *humility and courage* (Lampert, 1990), which is considered to be have been neglected in Korean educational environment but is emphasized as precious for doing mathematics in the field of mathematics education.

* Key Words : Growth of School Mathematics(학교수학적 지식의 성장), Collaborative Problem Solving(협력 문제해결), Double Helix(이중나선), Solutions and Refutations(풀이와 반박)

논문접수 : 2015. 10. 12
논문수정 : 2015. 11. 4
심사완료 : 2015. 11. 4

<부록 1> 실험에 사용된 문제

1. 문제 세트 1

1-1. 영빈이는 다음과 같은 정리를 발견하여 증명하였습니다(Barbeau, 2000).

> [정리]
> n을 음이 아닌 정수라 하자. 함수 x^n는 상수이다.

(영빈이의 증명) 수학적 귀납법을 이용하자.

① $n=0$이면 $(x^0)'=0$

② $n=0,1,2,\cdots,k$에 대하여 x^n의 도함수가 0이라고 가정하면 즉,

$(x^0)'=x'=(x^2)'=\cdots=(x^k)'=0$ 이라 가정하면,

$(x^{k+1})'=(x\cdot x^k)'=x'\cdot x^k+x\cdot(x^k)'=0\cdot x^k+x\cdot 0=0$ (영빈이의 증명 끝)

*영빈이의 증명에 대한 토론

1-2. 경철이는 문제를 풀면서 다음과 같이 이상한 결과를 얻었다(Barbeau, 2000).

> [문제] 다음 부정적분을 하여라.
> $\int \frac{1}{x\ln x}dx$

(경철이의 풀이) $J=\int \frac{1}{x\ln x}dx$라 하자. $u=\ln x$, $v=\frac{1}{\ln x}$라 놓고 부분적분을 하면,

$J=\ln x\cdot\frac{1}{\ln x}-\int \ln x\left[-\frac{1}{(\ln x)^2}\right]\frac{1}{x}dx=1+J \quad \therefore 0=1$ (경철이의 풀이 끝)

* 경철이의 풀이에 대한 토론

1-3. 다음 정적분의 값을 계산하시오(Barbeau, 2000). $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2+1}dx$

오류제공자 EM2의 풀이 : $\left(\frac{1}{2}arccos\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)'=\frac{1}{x^2+1}$ 이므로

$$\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2+1}dx=\left[\frac{1}{2}arccos\frac{1-x^2}{1+x^2}\right]_{-1}^{1}=\frac{1}{2}(\mathrm{arccos}0-\mathrm{arccos}0)=0$$

1-4. 다음 극한값을 구하시오(Barbeau, 2000). $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x^3}$

오류제공자 EM1의 풀이 : $L=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x^3}$ 이라고 하자.

$$L=\lim_{x\to 0}\frac{3\sin x-4\sin^3 x}{x^3}=3\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x^3}-4\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3=3\lim_{t\to 0}\frac{\sin(3t)}{(3t)^3}-4=\frac{1}{9}\lim_{t\to 0}\frac{\sin 3x}{t^3}-4=\frac{1}{9}L-4$$

$\therefore L=-\frac{9}{2}$

오류제공자 EM2의 풀이 : 로피탈의 정리를 이용하면

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x}{x^2}=-\frac{3}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}=-\frac{3}{2}(3)=-\frac{9}{2}$$

1-5. Ω는 R^2 위에서 두 곡선 $y=x^3$과 $y=\sqrt{x}$으로 둘러싸인 영역이다. 영역 Ω의 모든 수평현의 평균길이를 구하여라(Barbeau, 2000).

오류제공자 EM1의 풀이 : 주어진 영역에서 현의 양 끝점은 $0 \le x \le 1$에 대하여 $(x, \sqrt{x})$, $(x^{\frac{1}{6}}, \sqrt{x})$이고 현의 길이는 $x^{\frac{1}{6}} - x$이다. 따라서 수평현의 평균길이는

$\int_0^1 (x^{\frac{1}{6}} - x)dx = \left[\frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} - \frac{1}{2}x^2\right]_0^1 = \frac{5}{14}$ 따라서 $\frac{5}{14}$가 수평현의 길이의 평균이다.

2. 문제 세트 2

2-1. 한빈이는 다음과 같이 부정적분을 구하였다(Barbeau, 2000).

[문제] 다음 부정적분을 하여라.

$\int e^x \sinh x dx$

(한빈이의 풀이) 부분적분을 두 번 적용하면

$\int e^x \sinh x dx = e^x \cosh x - \int e^x \cosh x dx = e^x \cosh x - \left(e^x \sinh x - \int e^x \sinh x dx\right)$

$\therefore e^x(\cosh x - \sinh x) = 0 \qquad \therefore \cosh x = \sinh x$ (한빈이의 풀이 끝)

*한빈이의 풀이에 대한 토론

2-2. 다음 부정적분을 구하시오(Barbeau, 2000). $\int \ln(\sin x)dx$

오류제공자 EM1의 풀이 : $I = \int \ln(\sin x)dx$라고 하면

$I = \int \ln(2\sin\frac{x}{2}cos\frac{x}{2})dx = \int \ln 2dx + \int \ln(\sin\frac{x}{2})dx + \int \cos\frac{x}{2}dx = (\ln 2)x + \int \ln(\sin\frac{x}{2})dx + \int \ln(\cos\frac{x}{2})dx$

위 식에서 $u = \frac{t}{2}$로 치환하면, $I = 2(\ln 2)u + 2\int \ln(\sin u)du + 2\int \ln(\cos u)du = 2(\ln 2)u + 2I + 2\int \ln(\cos u)du$

$\therefore I = -2(\ln 2)u - 2\int \ln(\cos u)du = -2(\ln 2)u - 2\int \ln\left\{\sin\left(\frac{\pi}{2} - u\right)\right\}du$ 다시 한 번 $t = \frac{\pi}{2} - u$로 치환하면

$I = (\ln 2)(2t - \pi) + 2\int \ln(\sin t)dt = (\ln 2)(2t - \pi) + 2I \quad \therefore I = (\ln 2)(\pi - 2t) + C = (\ln 2)x + C$

2-3. 다음 정적분의 값을 구하시오(Barbeau, 2000). $\int_0^{\frac{3\pi}{4}} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx$

오류제공자 EM2의 풀이 : $\{\arctan(\sec x)\}' = \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$ 이므로

$\int_0^{\frac{3\pi}{4}} = [\arctan(\sec x)]_0^{\frac{3\pi}{4}} = \arctan(-\sqrt{2}) - \arctan 1 = -\arctan\sqrt{2} - \frac{\pi}{4}$

2-4. 다음 매개변수로 주어진 곡선의 내부영역의 넓이를 그린정리를 이용하여 구하시오(Barbeau, 2000). $x = 4\cos\theta, y = 3\sin\theta$

2-5. 다음 극한값을 구하시오(Williams et al., 1988). $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{j}{j^2+k^2}$

<부록 2> 학생 설문지

Q1. 다른 학생들의 의견이나 풀이가 주어진 문제를 풀 때 귀하가 새롭게 생각하는데 도움이 되었습니까? 만약 도움이 되었다면 어떤 점에서 도움이 되었는지 적어 주세요. (그렇다: 이유) 그리고 도움이 되지 않았다면 그 이유는 무엇인지 적어 주세요. (그렇지 않다: 이유)

Q2. 위키는 여러분 또는 다른 사람의 풀이를 개선하는데 도움이 되는 도구라고 생각합니까?

Q3. 귀하는 위키를 사용하여 문제를 푸는 활동에 적극적으로 참여 하였습니까? 그렇다면 무엇 때문인지 적어주세요. (그렇다: 이유 기술) 그렇지 않았다면 무엇 때문인지 적어주세요. (그렇지 않다: 이유 기술)

Q4. 미적분학 강좌를 위해 개설된 위키 사이트(http:/gshs.educatewiki.com)에 몇 번 들렀나요?(예 1주일에 1번 혹은 매일 2번 등과 같이 구체적으로 적어주세요)

Q5. 미적분학 강좌를 위해 개설된 위키 사이트(http:/gshs.educatewiki.com)에 글을 몇 번 올렸나요?(예 1주일에 1번, 한 달에 2번, 총 4번등과 같이 구체적으로 적어주세요)

Q6. 위키에서 풀이를 수식으로 작성하는데 어려움이 있었습니까? 어려움이 있었다면 무엇인지 구체적으로 적어주세요.

Q7. 위키를 사용하여 다른 사람들과 문제를 협력하여 해결하기 위해서는 참가규칙을 정하는 것이 필요하다고 생각합니까? 필요하다고 생각하면 그 이유를 적어주세요.(그렇다:이유) 필요하지 않다고 생각하면 그 이유를 적어주세요. (그렇지 않다: 이유)

Q8. 다른 사람과 협력하여 문제를 푸는 것이 개별적으로 문제를 푸는 것보다 더 효율적이라고 생각하십니까? 그렇다면 그 이유는 무엇인지 적어주세요.(그렇다: 이유 기술) 그렇지 않다면 그 이유는 무엇인지 적어주세요. (그렇지 않다: 이유 기술)

Q9. 이번 실험에서 사용된 문제 중에서 위키를 사용하여 다른 사람과 협력하여 풀기에 가장 좋은 문제는 무엇이었습니까? (가장 좋은 문제: 문제 0-0) 또한 가장 나쁜 문제는 무엇이었습니까? (가장 나쁜 문제: 문제0-0)

Q10. 위키를 지금보다 더 잘 사용하고자 한다면 무엇을 개선하는 것이 필요하다고 생각하십니까? 디자인, 위키에 첨가되었으면 하는 기능 등 귀하의 의견을 자유롭게 적어주세요