

<http://dx.doi.org/10.7236/IIBC.2016.16.1.15>

IIBC 2016-1-3

MIMO 채널 대각화: 선형 검출 ZF, MMSE

MIMO Channel Diagonalization: Linear Detection ZF, MMSE

양재승*, 신태철**, 이문호***

Jae Seung Yang, Tae Chol Shin, Moon Ho Lee

요약 공간다중화 방식을 사용하는 MIMO 시스템은 다이버시티 기법을 사용하는 MIMO 시스템과 비교할 때 높은 전송률을 달성하지만 다이버시티 이득이 낮아 데이터 전송 신뢰도를 높이기 위하여 MIMO 수신단에서 공간정보스트림을 분리해야한다. 본 논문에서는 격자부호에 의한 채널 용량 검출 기법, 사용자 3인인 간섭채널과 선형검출기법인 ZF(Zero Forcing)와 MMSE(Minimum Mean Square Error) 검출 기법을 비교했다. 이때 채널은 Diagonal 채널이 된다. 즉, Diagonal 채널은 $[H]_v [H]_v^H = [I]_v$ 로 역행렬이 element-wise inverse로 Jacket 행렬의 성질을 만족함을 확인했다.

Abstract Compared to the MIMO system using the spatial multiplexing methods and the MIMO system using the diversity scheme achieved a high rate, but the lower the diversity gain to improve the data transmission reliability should separate the spatial stream at the MIMO receiver. In this paper, we compared Channel capacity detection methods with the Lattice code, the 3-user interference channel and linear channel interference detection methods ZF (Zero Forcing) and MMSE (Minimum Mean Square Error) detection methods. The channel is a Diagonal channel. In other words, Diagonal channel is confirmed by the inverse matrix satisfies the properties of Jacket are element-wise inverse to $[H]_v [H]_v^H = [I]_v$.

Key Words : MIMO channel, Diagonalization, Linear Detection

1. 서론

MIMO 시스템에서 통신의 신뢰성을 증가시키는 다이버시티 기법과 통신 용량을 증가시키는 공간다중화 기법이 있다. 다이버시티 전송 기법은 송신단의 여러 안테나가 동일 정보를 내포하는 신호를 전송하고 신호가 여러 경로의 독립적인 감쇄를 거쳐 수신단에 도착하면 수신단에서 적절히 조합하여 데이터 전송의 신뢰도를 높일 수 있다. 다이버시티 전송 기법은 다중 경로 감쇄 채널에 의한 성능 열화를 극복하나, 단일 안테나의 경우에 비해 전송 속도의 증대를 얻기 어렵다. 반면에 공간 다중화 전

송 기법은 여러 송신 안테나가 각각 독립적인 정보를 내포하는 신호를 전송한다. 결과적으로 다수개의 가상적인 SISO (Single Input Single Output) 채널을 형성하는 효과를 얻게 하여 전송 속도를 단일 안테나의 경우에 비해 증대시킨다. 공간 다중화 전송 기법은 전송 속도를 높이지만 다이버시티 이득이 낮아 데이터 전송 신뢰도가 낮다. 이와 같이 다이버시티 전송 기법과 다중화 전송 기법은 각각 얻고자 하는 이득이 다르고, 신뢰도와 채널 용량을 동시에 크게 하기가 어렵다.

그러므로 MIMO 시스템에서 높은 전송 속도를 달성하고, 동시에 비트 오류 확률이 낮은 전송 방식에 대한

*정회원, 대전대학교 컴퓨터공학과

**정회원, 전북대학교 정보통신공학부

***정회원, 교신저자, 전북대학교 전자정보공학부

접수일자: 2015년 11월 2일, 수정완료: 2016년 1월 10일

게재확정일자: 2016년 2월 5일

Received: 2 November, 2015 / Revised: 10 January, 2016 /

Accepted: 5 February, 2016

***Corresponding Author: moonho@jbnu.ac.kr

Dept: Division of Electronic Engineering, Chonbuk National University, Korea

연구가 다양하게 진행되었다.^[1,2,3]

본 논문 2장에서는 격자부호에 의한 채널 용량 검출 기법, 3장은 사용자 3명인 간섭채널, 4장은 선형 검출 기법: ZF와 MMSE 그리고 5장은 결론 순으로 구성 하였다.

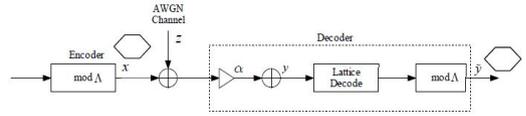


그림 1. 격자 부호의 부호화/복호화
Fig. 1. Encoding/Decoding of Lattice code

α 로 수신 신호 y 의 크기를 조정 한 후, $\text{mod } \Delta$ 연산을 취하면,

$$\begin{aligned}\tilde{y} &= [\alpha y] \text{mod } \Delta \\ &= [\alpha x + \alpha z] \text{mod } \Delta \\ &= [x + \alpha z - (1 - \alpha)x] \text{mod } \Delta\end{aligned}\quad (1)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}$$

효과적으로 크기가 조정된 잡음

이제 효과적으로 조정된 잡음은 부호어에 종속되므로 무시할 수 있고, 이의 분산값은 (2)와 같다.

$$N_{\text{EFFEC}} = \alpha^2 N + (1 - \alpha)^2 P \quad (2)$$

최소 평균 제곱 오류 계수 α 는 (3)과 같이 최적화 된다.

$$\alpha_{\text{MMSE}} = \frac{P}{N + P} \quad (3)$$

(2)에 (3)을 대입하면,

$$\begin{aligned}N_{\text{EFFEC}} &= \alpha_{\text{MMSE}}^2 N + (1 - \alpha_{\text{MMSE}})^2 P \\ &= \left(\frac{P}{N + P}\right)^2 N + \left(1 - \left(\frac{P}{N + P}\right)\right)^2 P \\ &= \frac{P^2}{(N + P)^2} N - P - 2 \frac{P^2}{N + P} + \frac{P^3}{(N + P)^2} \\ &= \frac{P^2 N + P(N + P)^2 - 2P^2(N + P) + P^3}{(N + P)^2} \\ &= \frac{P^2 N + PN^2 + 2P^2 N + P^3 - 2P^2 N - 2P^3 + P^3}{(N + P)^2} \\ &= \frac{PN(N + P)}{(N + P)^2} \\ &= \frac{PN}{N + P}\end{aligned}\quad (4)$$

따라서,

$$\begin{aligned}C &= \frac{1}{2} \log \left(\frac{P}{N_{\text{EFFEC}}} \right) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{PN}{N + P} \right) \\ &= \frac{1}{2} \log \left(\frac{N + P}{N} \right) = \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{P}{N} \right)\end{aligned}\quad (5)$$

양 방향 가산성 백색 가우시안 잡음 중계 채널은 그림 2와 같은 원리인데 양방향 교통 신호등 같은 scheme이다. 그림 3의 시스템은 송수신이 이루어지는 동안 전력이

격자 부호의 부호화/복호화 블록도는 그림 1과 같다

P로 제한되고, 잡음 분산은 N으로 제어되고, 전송 용량은 R로 일정하다.

$$R = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{2} + \frac{P}{N} \right) \quad (9)$$

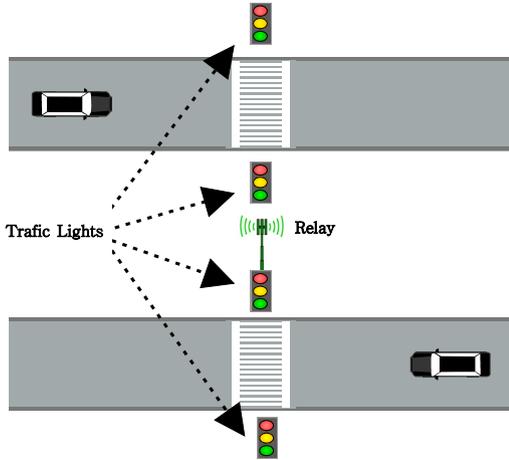


그림 2. 양방향 도로의 교통 신호등 relay
 Fig. 2. Traffic lights of a two-way street, relay

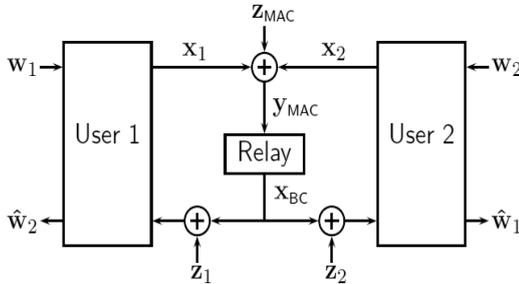


그림 3. 양 방향 가산성 백색 가우시안 중계 채널 시스템
 Fig. 3. AWGN two-way relay channel-symmetric system.

별다른 조건이나 제약사항이 주어지지 않는다면, 위 시스템의 전송 용량의 상한은 (6)과 같다.

$$R \leq \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{P}{N} \right) \quad (6)$$

중계단에서 w1과 w2를 복호한 후 w1 ⊕ w2를 전송한다면, 위 시스템의 전송 용량은 (7)과 같다.

$$R = \frac{1}{4} \log \left(1 + \frac{2P}{N} \right) \quad (7)$$

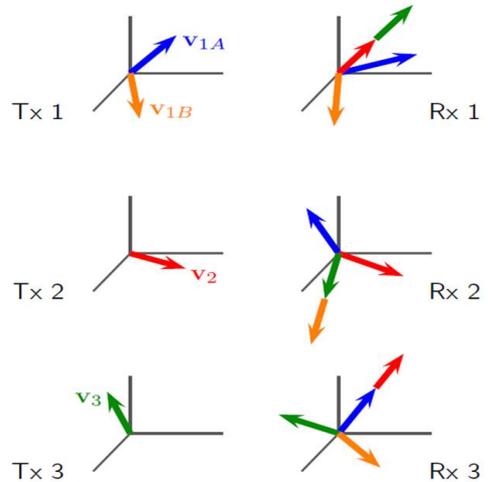
중계단에서 양자화된 y를 송신한다면, 위 시스템의 전송 용량은 (8)과 같다.

$$R = \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{P}{N} \frac{P}{3P + N} \right) \quad (8)$$

중계단에서 w1 ⊕ w2를 복호한 후 재전송한다면, 위 시스템의 전송 용량은 (9)와 같다.

III. 사용자가 3명인 간섭 정렬: Diagonal 채널

선형 빔 형성 간섭정렬 기법의 핵심 아이디어를 살펴보기 위해 먼저 사용자가 셋이고 ($k = 3$) 각 송수신단이 두 개의 안테나를 사용하는 경우를 고려하자. 여기서는 간섭정렬을 통해 각각의 사용자가 하나의 데이터 열을 전송하고 결과적으로 최적의 다중화 이득인 3을 달성하는 방법에 대해 설명한다. 그림 4는 최적의 다중화 이득을 달성하는 간섭정렬 기법에 대해 보여준다. 각 송신단 i 는 크기가 2×1 인 빔형성 행렬 v_i 를 통해 하나의 독립적인 데이터 열 s_i 을 전송하며 이때 각 수신단의 간섭 신호들은 정렬된다.^[2,3,4,5]



$$v_{1B} = (D_{21}^{-1} D_{23} D_{13}^{-1} D_{12} D_{32}^{-1} D_{31}) v_{1A}$$

그림 4. 사용자가 3명인 간섭 채널에서의 선형 빔 형성 간섭정렬 기법

Fig. 4. Interference Alignment using Beamforming over 3 user Interference channel

먼저 송신단 1과 3이 전송한 신호가 수신단 2에서 정렬되기 위한 조건은 다음과 같다.

$$D_{21} v_{1B} = D_{23} v_3 \quad (10)$$

또한, 송신단 1과 2가 전송한 신호가 수신단 3에서 정렬되기 위한 조건은 다음과 같다.

$$D_{32} v_2 = D_{31} v_{1A} \quad (11)$$

마지막으로 송신단 2와 3이 전송한 신호가 수신단 1에서 정렬하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$D_{12}V_2 = D_{13}V_3 \quad (12)$$

여기서 A와 B는 상수이다. 즉 요약하면 각각의 수신단에서 간섭신호가 정렬하기 위해서는 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

$$\begin{aligned} D_{12}V_2 &= D_{13}V_3 \\ D_{21}V_{1B} &= D_{23}V_3 \\ D_{31}V_{1A} &= D_{32}V_2 \end{aligned} \quad (13)$$

이 조건은 아래의 조건과도 동등하다.

$$\begin{aligned} V_3 &= (D_{23})^{-1} D_{21}V_{1B} \\ V_3 &= (D_{23})^{-1} D_{21}V_{1B} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $V_{1B} = (D_{21}^{-1}D_{23}D_{13}^{-1}D_{12}D_{32}^{-1}D_{31})V_{1A}$ 이다. V_{1B} 는 간섭신호이고, V_{1A} 는 보내는 신호이다. 위의 조건을 만족시키기 위해 V_i 를 행렬 V_{iA} 의 고유 벡터 중 하나로 설정하자. 그러면 V_{1A} 와 V_2 , V_3 는 V_i 의 값에 따라 자동으로 결정된다. 이렇게 각 송신단의 빔형성 행렬을 알맞게 고르면, 각 수신단에서 원하는 신호는 1차원을 차지하는 반면 간섭신호는 1차원을 차지하며, 원하는 신호와 간섭신호가 서로 선형적으로 독립이 된다. (그림4 참조) 따라서 각 사용자는 각 수신단에서 간섭신호를 제로포싱하여 다중화 이득을 1만큼씩 얻을 수 있다.

이러한 선형 빔형성 간섭정렬 기법을 통해 $M=N$ 이고 사용자가 3명인 간섭채널에서 최적의 다중화 이득인 $3M/2$ 를 얻을 수 있음이 밝혀져 있다. M 이 송신안테나수가 2개이면 다중화 이득은 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ 이다. 여기서 M 은 송신안테나 수, N 은 수신안테나 수이다.

결론적으로 그림 4와 같이 간섭신호는 원하는 신호에 직교(orthogonal)하면 최상이 방법이다. 그렇지 못하면 서로 간섭을 정렬(alignment)해서 사이 좋게 지내는 것이 차선책이다. 즉, 간섭정렬 채널은 Diagonal이다.

IV. 선형 검출 기법: ZF와 MMSE

입력시스템 모델은 source K , 수신단 안테나 N 일 때 수신단 벡터:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_l &= \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,l} s_{k,l} + \mathbf{n}_l \\ &= \mathbf{H}_l \mathbf{s}_l + \mathbf{n}_l, \quad l = 0, 1, \dots, L-1 \end{aligned} \quad (15)$$

$\mathbf{s}_l = [s_{1,l}, s_{2,l}, \dots, s_{K,l}]^T$, L 은 신호 시퀀스 크기, 채널은 $[\mathbf{h}_{1,l}, \mathbf{h}_{2,l}, \dots, \mathbf{h}_{K,l}]$, 전달 행렬 $N \times K$ 일 때 zero-forcing에서 matched 필터는:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{mf} &= \mathbf{H}^H \mathbf{r} \\ &= \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n}) \\ &= \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{H}^H \mathbf{n} \end{aligned} \quad (16)$$

$\mathbf{C} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 로, 신호예측은

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{zf} &= \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{s}}_{mf} \\ &= \mathbf{s} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (17)$$

따라서

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{zf} &= \mathbf{H} \mathbf{C}^{-1} \\ &= \mathbf{H} (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

이다. 즉, (18)식이 된다.

MMSE에서 신호예측은 다음과 같다.

$$\hat{s}_k = \mathbf{w}_k^H \mathbf{r}, \quad k=1, 2, \dots, K,$$

\hat{s}_k 의 MSE는

$$\text{MSE}_k = \mathcal{E} [|s_k - \hat{s}_k|^2]$$

$$\text{MSE} = \sum_{k=1}^K \text{MSE}_k$$

$$= \mathcal{E} [\| \mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}} \|^2], \quad (19)$$

이때

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}} &= [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_K]^T \\ &= \mathbf{W}^H \mathbf{r} \end{aligned} \quad (20)$$

따라서,

$$\mathbf{W}_{\text{mmse},k} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathcal{E} [|s_k - \hat{s}_k|^2] \quad (21)$$

라 하면

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{mmse}} &= \arg \min_{\mathbf{W}} \mathcal{E} [\| \mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}} \|^2] \\ &= [\mathbf{W}_{\text{mmse},1}, \mathbf{W}_{\text{mmse},2}, \dots, \mathbf{W}_{\text{mmse},K}] \end{aligned} \quad (22)$$

직교성 원리를 사용하여 \mathbf{W} 의 MMSE 해를 구하면,

$$\mathbf{R}_r = \mathcal{E} [\mathbf{r} \mathbf{r}^H], \quad \mathbf{R}_{rs} = \mathcal{E} [\mathbf{r} \mathbf{s}^H] \quad \text{일 때}$$

$$\mathbf{W}_{\text{mmse}} = \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{R}_{rs} \quad (23)$$

이다.

마지막으로 \mathbf{S} 의 MMSE 추정치는 $\hat{\mathbf{s}}_{\text{mmse}} = \mathbf{W}_{\text{mmse}}^H \mathbf{r}$ 에 의해 주어진다. \mathbf{S} 와 \mathbf{N} 이 비상관이라면,

$$\mathbf{R}_r = \mathbf{H} \mathbf{R}_s \mathbf{H}^H + \mathbf{R}_n, \quad \mathbf{R}_{rs} = \mathbf{H} \mathbf{R}_s \quad \text{이기 때문에}$$

$\mathbf{R}_s = \varepsilon [\mathbf{s} \mathbf{s}^H]$ 일 때,

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{mmse}} &= (\mathbf{H}\mathbf{R}_s\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_n)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{R}_s \\ &= \mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{H} + \mathbf{R}_s^{-1})^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

이다.

$\mathbf{R}_s = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ 이고 $\mathbf{R}_n = N_0 \mathbf{I}$ 라 가정한다. 만약 SNR과 σ_s^2 / N_0 이 증가한다면 MMSE 결합 행렬이 ZF 결합 행렬 $\mathbf{W}_{\text{zf}} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}$ 에 근접한다. 이것은 $\mathbf{R}_s = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ 이고 $\mathbf{R}_n = N_0 \mathbf{I}$ 일 때 $\mathbf{W}_{\text{mmse}} = \mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{H} + \mathbf{R}_s^{-1})^{-1}$ [3] 식으로 부터 다음과 같이 MMSE 결합 행렬을 다시 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{mmse}} &= N_0^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{H}N_0^{-1} + \frac{1}{\sigma_s^2}\mathbf{I})^{-1} \\ &= \mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \frac{N_0}{\sigma_s^2}\mathbf{I})^{-1} \end{aligned} \quad (25)$$

즉, $\sigma_s^2 / N_0 \rightarrow \infty$ 일 때 $\mathbf{W}_{\text{mmse}} = \mathbf{W}_{\text{zf}}$ 로 근접한다.

그림 5에서 ZF와 MMSE의 Bit Error와 Eb/No를 시뮬레이션 결과를 보였다. ML이 가장 우수한테 시스템의 복잡도가 크다. MMSE가 ZF보다 성능이 좋다. 이유는 채널간의 상관관계(correlation) 때문이다. 대부분의 MIMO 채널에서 effective 채널 precoding을 사용하여 SISO로 검출하고 있다. 또한 선형과 비선형의 검출에서는 비선형 기법이 우수하다. [2,3,4,5]

이때 $\frac{1}{N}$ 로 Diagonal channel이다. 즉 $\frac{1}{N} \mathbf{I} = \mathbf{I}$ 이다.

V. 결론

최근 스마트폰의 급격한 보급과 음성 위주의 이동통신 서비스가 무선 멀티미디어 콘텐츠를 중심으로 하는 데이터 위주의 서비스로 변환되고 있다. 간섭 신호를 없애기 위해서는 직교(orthogonal) 방법이 최적이나 직교가 안 될 경우는 간섭(Interference)을 정렬(alignment)하거나 억누르든지 회피하는 방법이 있다. 간섭을 친구처럼 같이 지내는 방법이 간섭정렬(Interference Alignment) 기법이다. 이때 채널은 대각(diagonal) 채널로 $\frac{1}{N} \mathbf{I} = \mathbf{I}$ 이다. MIMO 수신단 선형 검출 기법에서는 ZF와 MMSE를 사용하는데 $\frac{1}{N} \mathbf{I} = \mathbf{I}$ 로 재킷 행렬 성질을 만족한다. 재킷 행렬은 Inverse가 Element-wise Inverse이다.

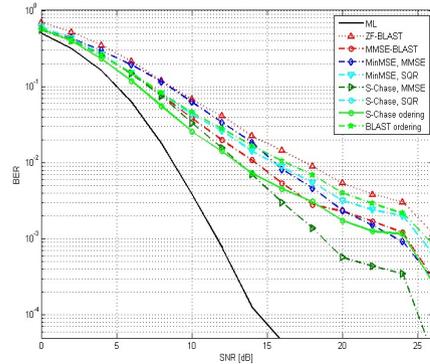


그림 5. 16 QAM 4X4 MIMO 시스템의 BER 시뮬레이션 결과

Fig 5. BER simulation results of 4X4 MIMO system with 16 QAM

References

- [1] Won Young Yang, Chung-Gu Kang, Yong Soo Cho, Jaekwon Kim, MIMO-OFDM Wireless Communications With Matlab. John Wiley & Sons, 2010
- [2] Tse, David, and Pramod Viswanath. Fundamentals of wireless communication. Cambridge university press, 2005.
- [3] Choi, Jinho. Optimal combining and detection: statistical signal processing for communications. Cambridge University Press, 2010.
- [4] M. H. Lee, Jacket Matrices: Construction and Its Application for Fast Cooperative Wireless signal Processing. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012.
- [5] Jafar, Syed A. Interference alignment: A new look at signal dimensions in a communication network. Now Publishers Inc, 2011.
- [6] M. H. Lee, Wireless Communications Signal Processing based on the Reciprocal Inverse Orthogonal Matrices, KICS, 2015
- [7] Y. S. Im, E. Y. Kang, "MPEG-2 Video Watermarking in Quantized DCT Domain," The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting

and Communication(JIIBC), Vol. 11, No. 1, pp. 81-86, 2011.

- [8] I. Jeon, S. Kang, H. Yang, "Development of Security Quality Evaluate Basis and Measurement of Intrusion Prevention System," Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society (JKAIS), Vol. 11, No. 1, pp. 81-86, 2010.

저자 소개

양 재 승(정회원)



- 1988년 : 연세대학교 금속공학과 학사
- 1995년 : 연세대학교 산업정보 석사
- 2010년 : 전북대학교 정보보호공학 박사
- 1989년 ~ 1999년 : 한국UNISYS 차장
- 2000년 ~ 2002년 : SEEC Inc. 한국 지사장

- 2001년 ~ 2010년 : 제이에스 정보 이사
- 2011년 3월 ~ 현재 : 대전대학교 컴퓨터공학과 강사

<주관심분야 : Polar Code, 정보보안>

신 태 철(준회원)



- 2001년 : 전북대학교 정보통신공학과 공학석사
 - 2007년 ~ 현재 : 전북대학교 정보통신공학과 박사 과정
- <주관심분야 : 통신신호처리, MIMO - OFDM>

이 문 호(정회원)



- 1984년 : 전남대학교 전기공학과 박사, 통신기술사
- 1985년 ~ 1986년 : 미국 미네소타 대학 전기과 포스트닥터
- 1990년 : 일본동경대학 정보통신공학 과박사
- 1970년 ~ 1980년 : 남양MBC 송신소장
- 1980년 10월 ~ 2010년 2월 : 전북대학교 전자공학부 교수
- 2010년 2월 ~ 2013 WCU-2 연구책임교수
- 2015년 8월 15일 : 국가 개발 연구우수 성과 100선
- 현재 : 전북대학교 전자공학부 초빙교수

<주관심분야 : 무선이동통신>