

## 대칭 사다리꼴 핀과 비대칭 사다리꼴 핀의 성능 비교

강형석\*

강원대학교 기계의용공학과

### Comparison of Performance between Symmetric Trapezoidal Fins and Asymmetric Trapezoidal Fins

Hyungsuk Kang\*

Department of Mechanical and Biomedical Engineering, Kangwon National University, Gangwon 24341, Korea  
 (Received 27 August 2015 / Revised 23 December 2015 / Accepted 24 December 2015)

**Abstract** : Heat loss and fin efficiency of symmetric and asymmetric trapezoidal fins with variable slope of fin's top surface are obtained by using a two-dimensional analytic method. Shapes of symmetric and asymmetric fins are changed from rectangular through trapezoidal to triangular by adjusting the fin shape factor. The ratio of symmetric trapezoidal fin length to asymmetric trapezoidal fin length is presented as a function of fin base height and convection characteristic number. The ratio of symmetric trapezoidal fin efficiency to asymmetric trapezoidal fin efficiency is presented as a function of the fin base height and fin shape factor. One of results shows that asymmetric trapezoidal fin length is shorter than symmetric trapezoidal fin length (i.e., asymmetric trapezoidal fin volume is smaller than symmetric trapezoidal fin volume) for the same heat loss when the fin base height and fin shape factor are the same.

**Key words** : Symmetric trapezoidal fin(대칭 사다리꼴 핀), Asymmetric trapezoidal fin(비대칭 사다리꼴 핀), Convection characteristic number(대류특성계수), Fin shape factor(핀 형상계수), Fin efficiency(핀 효율)

#### Nomenclature

$b_{as}$	: slope of asymmetric trapezoidal fin's top surface, $(1-\xi_{as})(2l_h/l_e)$	$l_w$	: fin width, m
$b_{sy}$	: slope of symmetric trapezoidal fin's top surface, $(1-\xi_{sy})(l_h/l_e)$	M	: convection characteristic number, $(hl_c)/k$
h	: heat transfer coefficient, $W/m^2\text{ }^\circ\text{C}$	q	: heat loss from the fin, W
k	: thermal conductivity, $W/m\text{ }^\circ\text{C}$	Q	: dimensionless heat loss from the fin, $q/(klw\phi_b)$
$l_c$	: characteristic length, m	T	: temperature, $^\circ\text{C}$
$l_e$	: fin length, m	$T_b$	: fin base temperature, $^\circ\text{C}$
$L_e$	: dimensionless fin length, $l_e/l_c$	$T_\infty$	: ambient temperature, $^\circ\text{C}$
$l_h$	: fin base height, m	v	: fin volume, $m^3$
$L_h$	: dimensionless fin base height, $l_h/l_c$	V	: dimensionless fin volume, $v/(l_c^2 l_w)$
		x	: fin length coordinate, m
		X	: dimensionless fin length coordinate, $x/l_c$
		y	: fin height coordinate, m
		Y	: dimensionless fin height coordinate, $y/l_c$
		$\phi_b$	: adjusted fin base temperature, $T_b-T_\infty$

\*Corresponding author, E-mail: hkang@kangwon.ac.kr

- $\theta$  : dimensionless temperature,  $(T-T_{\infty})/(T_b-T_{\infty})$
- $\lambda_n$  : eigenvalues,  $n=1, 2, 3, \dots$
- $\xi_{as}$  : fin shape factor for asymmetric fins,  $0 \leq \xi_{as} \leq 1$ ,  
 $\xi_{as}=0$  for a asymmetric triangular fin,  $\xi_{as}=1$  for  
a rectangular fin
- $\xi_{sy}$  : fin shape factor for symmetric fins,  $0 \leq \xi_{sy} \leq 1$ ,  
 $\xi_{sy}=0$  for a symmetric triangular fin,  $\xi_{sy}=1$  for  
a rectangular fin

**Subscripts**

- as : asymmetric
- b : base
- c : characteristic
- e : fin length
- h : fin base height
- sy : symmetric
- w : fin width
- $\infty$  : ambient

**1. 서론**

열전달을 향상시키기 위하여 다양한 형상의 핀들이 냉동 및 공조 기기, 컴퓨터, 자동차 그리고 항공기 등 많은 분야 및 설비에서 사용되고 있다. 이러한 핀들에 대한 직접적인 해석 및 간접적인 효과에 관한 많은 연구들이 이루어지고 있다.

실제로 사용되고 연구되어지는 핀들의 형상의 대부분은 대칭의 형상을 이룬다. 보편적이며 대칭형상 핀에 대한 연구들의 예로는, Casarosa와 Franco<sup>1)</sup>가 사각형상의 긴 핀에 대한 열적으로 최적 설계를 연구하였다. Abrate와 Newnham<sup>2)</sup>은 유한요소법을 사용하여 여러 biot 수에 대하여 벽 두께와 핀 공간을 고려하면서 벽에 붙어있는 삼각핀들의 정렬에서 일어나는 전도를 연구하였다. 강형석과 Look<sup>3)</sup>은 해석적 방법을 사용하여 대칭 사다리꼴을 2차원적으로 해석하였다. Yu와 Chen<sup>4)</sup>은 열전도율과 대류 열전달 계수가 변할 때 사각형상 원형 핀의 최적화에 대하여 논의하였다. 강형석<sup>5)</sup>은 핀 바닥 두께가 변하는 pin 핀의 최적화를 다루었다.

대칭 핀만큼 보편적이지는 않지만 비대칭형상의 핀들도 많이 사용되어지고 있고 또 이에 대한 연구들도 이루어지고 있다. 이러한 연구들의 예로는, Rodi와 Dolling<sup>6)</sup>은 적절하게 조절된 벽면 조건 아래의 마하 5에서 충격파와 경계층 상호 간섭에 미치는 날카로운 비대칭 핀의 영향을 알아보는 실험을 수행하였다. Shah<sup>7)</sup>는 여러 형태의 비대칭 사각 평판 핀들에 대한 온도 효과(다른 용어로 효율) 값들을 제시하였다. 강형석<sup>8)</sup>은 핀 바닥높이가 고정되었을 때 기하학적 비대칭 사다리꼴 핀의 최적설계에 대하여 연구하였다. Aziz와 Kraus<sup>9)</sup>는 처음에 Mackay와 Bacha<sup>10)</sup>가 고려하였던 비대칭 사다리꼴형상의 긴 핀의 최적화에 대하여 논평하였다.

최근에도 계속해서 다양한 형상의 핀들에 관한 연구들이 발표되고 있는데 강형석<sup>11)</sup>은 핀 체적이 일정하게 주어졌을 때 2차원 해석적 방법을 사용하여 기하학적 비대칭 사다리꼴 핀들의 최적화를 다루었다. Moitsheki 등<sup>12)</sup>은 최적의 homotopy 해석 방법을 사용하여 사각, 오목, 삼각 그리고 볼록 포물선형상의 긴 핀에서 온도 분포를 나타낸 반면 Huang과 Chung<sup>13)</sup>은 conjugate gradient 방법을 사용하여 원하는 핀 효율과 핀 체적에 기본을 두고 단순 튜브에 부착된 부분적으로 젖은 환형 핀들의 최적화된 형상들을 결정하였다.

여러 논문들이 서로 다른 형상의 핀들의 성능을 비교하기도 하는데 기존의 연구들에서<sup>3,7,9,12)</sup> 서로 다른 형상의 핀들을 비교할 때와 본 논문의 다른 점은 본 연구에서는 대칭과 비대칭 사다리꼴 핀의 직접적인 비교를 위하여, 똑 같은 핀 바닥높이와 핀 체적 하에서 핀 길이의 변화에 따른 열손실의 상대증가율 값을 수치적으로 제시하거나 같은 열손실을 발생하기 위하여 주어진 측면 기울기가 같을 때 핀 바닥높이와 대류특성계수의 변화에 따른 상대적인 핀 길이 변화율을 (즉, 상대적인 핀 체적의 변화율) 수치적으로 제시한 점이다. 본 논문에서는 2차원 해석적 방법을 사용하는데 핀에 대한 2차원 해석적 방법의 한계는 핀의 형상이 조금 복잡해지면 온도분포나 열손실을 구할 수 있는 식을 유도하는 것도 쉽지 않을뿐더러 특히 고유값들을 구하는

것이 거의 가능하지 않은 문제점이 있다. 그러나 사다리꼴 핀의 2차원 해석적 방법에서 강형석과 Look<sup>3)</sup>이 첫 번째 고유 값은 incremental search 방법을 사용하여 구한 후 나머지 고유 값들은 orthogonality principle을 이용하여 구하는 식을 제시하였으며 본 연구에서는 그 식을 변형하여 나머지 고유 값들을 구한다. 본 연구에서 제시한 2차원 해석적 방법을 사용하면 포물선 핀<sup>14)</sup> 또는 사다리꼴 원형 핀<sup>15)</sup> 등의 단순하지 않은 형상의 핀에서도 고유 값들을 구할 수 있으며 이로 인해 다른 방법들보다 더 정확한 온도분포나 열손실의 해석이 가능하다. 본 연구에서는 앞서 언급한 비교 외에도 대류특성계수, 핀 길이 그리고 핀 체적이 똑같이 주어졌을 때 대칭 사다리꼴 핀에 대한 비대칭 사다리꼴 핀의 핀 효율 비를 핀 바닥높이와 핀 형상계수의 함수로 나타낸다. 본 연구의 신뢰성을 위하여, 대칭과 비대칭 핀들의 핀 형상계수 값들에 0을 대입함으로써 각각의 사다리꼴 핀으로부터 똑 같은 크기의 사각 핀으로 형상을 변화시킨다. 대류특성계수와 핀 바닥높이를 변화시키면서 이 두 사각 핀으로부터의 열손실을 비교하여 일치함을 보여줌으로써 각각의 해석들로부터 얻은 데이터들의 신뢰성을 보여준다. 끝으로 핀의 자동차공학 분야의 응용사례로 광경민과 이홍열<sup>16)</sup>은 자동차용 응축기의 성능향상을 위하여 핀 높이 및 루버 각도를 변화시키면서 공기 측 루버 핀의 열 및 유동 특성에 관한 실험을 수행하였다. 또한 박민수 등<sup>17)</sup>은 자동차용 이산화탄소 냉방 시스템의 정상상태 및 동적 특성에 관한 연구에서 가스 쿨러와 증발기에서 사용되는 루버 핀의 높이, 두께, 길이, 피치 그리고 루버 각등 자세한 제원을 나타내었다. 현재 이와 같이 자동차의 증발기와 응축기에 사용되는 루버 핀의 넓은 폭은 사각인데 제작이나 규격 등의 문제점이 없다면 앞으로 본 연구에서 제시한 대칭과 비대칭 사다리꼴 핀의 비교 연구결과가 자동차 및 열전달 분야에 참고자료로 활용될 수 있기를 기대해본다.

## 2. 2차원 해석

각각 Fig. 1과 Fig. 2에서 보여지는 대칭 사다리꼴 핀과 비대칭 사다리꼴 핀에 대하여 2차원 해석적 방

법을 사용하여 핀으로부터의 열손실과 핀 효율을 구할 수 있는 식들을 유도한다.

### 2.1 대칭 사다리꼴 핀

Fig. 1에서 보여 지는 대칭 사다리꼴 핀에 대한 2차원 지배방정식은 식 (1)로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} = 0 \quad (1)$$

식 (1)을 풀기위하여 세 개의 경계조건과 하나의 에너지 평형식이 필요하다.

$$\theta|_{X=0} = 1 \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=L_c} + M\theta \Big|_{X=L_c} = 0 \quad (4)$$

$$-\int_0^{L_h} \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} dY = -\int_0^{L_h - b_{sy} L_c} \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=L_c} dY + M \sqrt{\frac{1}{b_{sy}^2} + 1} \int_{L_h - b_{sy} L_c}^{L_h} \theta dY \quad (5)$$

식 (2)는 핀 바닥온도가  $T_b$ 라는 핀 바닥 경계조건이다. 식 (3)은 핀 중심 면의 조건을 나타내는데, 대칭형상으로 인하여 중심 면을 통하여 열전달이 일어나지 않는다는 것을 의미한다. 핀 끝 면의 경계조건이 식 (4)로 주어지는데, 핀 끝 면으로 전도에 의한 열전달은 그 면을 통해 주위로 대류로 나가는 열전

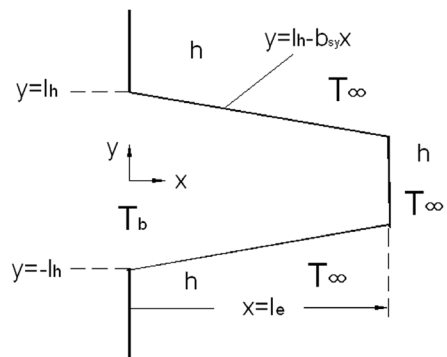


Fig. 1 Schematic diagram of the symmetric trapezoidal fin

달과 같다는 것을 의미한다. 식 (5)로 표현된 에너지 평형식은 핀의 위쪽 반에 대해서 핀 바닥을 통한 열전도는 핀 끝 면에서의 열전도와 핀 윗면에서의 열대류의 합과 같다는 것을 의미한다. 지배방정식 (1)을 변수분리법을 사용하여 풀고, 경계조건 식 (2) ~ 식 (4)를 적용하면 대칭 사다리꼴 핀 내의 온도분포를 구할 수 있는 식 (6)을 유도할 수 있다. 본 연구의 식 (6) ~ 식 (7c)를 강형석과 Look<sup>3)</sup>의 연구에서 유도한 식들과 비교하면, 변수들이 다소 다르게 표현되고 그들의 식들에서는 핀 바닥의 높이가 고정된 반면 본 연구의 식들을 통해서 핀 바닥의 높이 변화가 가능하다.

$$\theta(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n f(X) \cos(\lambda_n Y) \quad (6)$$

여기서,

$$f(X) = \cosh(\lambda_n X) - g_n \sinh(\lambda_n X) \quad (7a)$$

$$g_n = \frac{\lambda_n \sinh(\lambda_n L_e) + M \cosh(\lambda_n L_e)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n L_e) + M \sinh(\lambda_n L_e)} \quad (7b)$$

$$A_n = \frac{4 \sin(\lambda_n L_h)}{2\lambda_n L_h + \sin(2\lambda_n L_h)} \quad (7c)$$

위의 식들에서 보이는 고유 값들  $\lambda_n$  은 에너지 평형식 (5)를 풀어 정리한 식 (8)을 사용하여 얻을 수 있다.

$$\frac{M}{\lambda_n \sqrt{1+b_{sy}^2}} [\lambda_n f n_1(\lambda_n) + M f n_2(\lambda_n) - f n_3(\lambda_n)] + f n_4(\lambda_n) = 0 \quad (8)$$

여기서,

$$f n_1(\lambda_n) = \sinh(\lambda_n L_e) \cos(\lambda_n L_h) + b_{sy} \cosh(\lambda_n L_e) \sin(\lambda_n L_h) \quad (9a)$$

$$f n_2(\lambda_n) = \cosh(\lambda_n L_e) \cos(\lambda_n L_h) + b_{sy} \sinh(\lambda_n L_e) \sin(\lambda_n L_h) \quad (9b)$$

$$f n_3(\lambda_n) = b_{sy} \lambda_n \sin\{\lambda_n(L_h - b_{sy}L_e)\} - M \cos\{\lambda_n(L_h - b_{sy}L_e)\} \quad (9c)$$

$$f n_4(\lambda_n) = M \sin\{\lambda_n(L_h - b_{sy}L_e)\} - \sin(\lambda_n L_h) \{\lambda_n \sinh(\lambda_n L_e) + M \cosh(\lambda_n L_e)\} \quad (9d)$$

식 (8)은 너무 길고 복잡해서 모든 고유 값들을 이 식으로부터 한 번에 모두 구할 수가 없다. 따라서 첫 번째 고유 값  $\lambda_1$ 은 incremental search method를 사용하여 식 (8)로부터 직접 구한다. 나머지 고유 값들은 (i.e.,  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \dots$ ) 뉴턴 랩슨 method를 사용하여 식 (10)으로부터 구한다. 식 (10)은 변수분리법에서 사용되는 orthogonality principle로부터 유도된 식으로 본 연구에서 핀 바닥 높이가 변함에 따라 강형석과 Look<sup>3)</sup>이 제시한 원식의 변형된 식이다.

$$\lambda_n = (2\lambda_1 + \lambda_n) - 2(\lambda_1 + \lambda_n) \frac{\tan(\lambda_n L_h)}{\tan(\lambda_1 L_h) + \tan(\lambda_n L_h)} \quad (10)$$

대칭 사다리꼴 핀으로부터의 무차원 열손실은 식 (11)로 표현된다.

$$Q_{sy} = - \sum_{n=1}^{\infty} 2 \sin(\lambda_n L_h) A_n g_n \quad (11)$$

무차원 형태의 핀 체적은 식 (12)로 주어진다.

$$V_{sy} = (1 + \xi_{sy}) L_e L_h \quad (12)$$

대칭 사다리꼴 핀 효율은 식 (13)으로 주어진다.

$$\eta_{sy} = Q_{sy} / [2M \{L_h + (\sqrt{1+b_{sy}^2} - b_{sy})L_e\}] \quad (13)$$

## 2.2 비대칭 사다리꼴 핀

Fig. 2에서 보여지는 비대칭 사다리꼴 핀에 대한 2차원 지배방정식은 대칭 사다리꼴 핀에 대한 식 (1)과 똑같다. 대칭 사다리꼴 핀에 적용된 핀 바닥과 끝 경계조건 식 (2)와 식 (4)도 비대칭 사다리꼴 핀에 똑같이 적용된다. 비대칭 사다리꼴 핀의 바닥 경계조건은 식 (14)로 주어지고 에너지 평형식은 식 (15)로 표현된다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} - M \theta \Big|_{Y=0} = 0 - \int_0^{2L_h} \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0} dY = - \int_0^{2L_h - b_{as}L_e} \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=L_e} dY + \int_0^{L_e} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} dX \quad (14)$$

$$+ M \sqrt{\frac{1}{b_{as}^2} + 1} \int_{2L_n - b_{as}L_e}^{2L_n} \theta dY \quad (15)$$

지배방정식 (1)을 경계조건 식 (2)와 식 (4) 그리고 식 (14)를 적용하여 변수분리법을 사용하여 풀면 비대칭 사다리꼴 핀 내의 온도분포를 구할 수 있는 식 (16)을 유도할 수 있다.

$$\theta(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n f(X) \cos(\lambda_n Y)}{\lambda_n (C_n + D_n)} \{ \lambda_n + M \tan(\lambda_n Y) \} \quad (16)$$

여기서,

$$B_n = 4[\lambda_n \sin(2\lambda_n L_h) + M\{1 - \cos(2\lambda_n L_h)\}] \quad (17a)$$

$$C_n = 4\lambda_n^2 L_h + \lambda_n \sin(\lambda_n L_h) \quad (17b)$$

$$D_n = 2M\{1 - \cos(4\lambda_n L_h)\} + M^2 \left\{ 4L_h - \frac{\sin(4\lambda_n L_h)}{\lambda_n} \right\} \quad (17c)$$

위의 식들에서 보이는 고유 값들  $\lambda_n$ 은 에너지 평형식 식 (15)를 풀어 정리한 식 (18)로부터 첫 번째 고유 값  $\lambda_1$ 을 구한 후 나머지 고유 값들은 식 (10)을 사용하여 구한다.

$$\frac{M}{\lambda_n \sqrt{1 + b_{as}^2}} [fn_5(\lambda_n) + fn_6(\lambda_n) + fn_7(\lambda_n) + fn_8(\lambda_n) + fn_9(\lambda_n) + fn_{10}(\lambda_n)] + fn_{11}(\lambda_n) - fn_{12}(\lambda_n) + fn_{13}(\lambda_n) \cdot fn_{14}(\lambda_n) = 0 \quad (18)$$

여기서,

$$fn_5(\lambda_n) = (b_{as}\lambda_n^2 + M^2) \sin(2\lambda_n L_h) \cosh(\lambda_n L_e) \quad (19a)$$

$$fn_6(\lambda_n) = (1 + b_{as})\lambda_n M \sin(2\lambda_n L_h) \sinh(\lambda_n L_e) \quad (19b)$$

$$fn_7(\lambda_n) = (1 - b_{as})\lambda_n M \cos(2\lambda_n L_h) \cosh(\lambda_n L_e) \quad (19c)$$

$$fn_8(\lambda_n) = (\lambda_n^2 - b_{as}M^2) \cos(2\lambda_n L_h) \sinh(\lambda_n L_e) \quad (19d)$$

$$fn_9(\lambda_n) = (1 - b_{as})\lambda_n M \cos\{\lambda_n(2L_h - b_{as}L_e)\} \quad (19e)$$

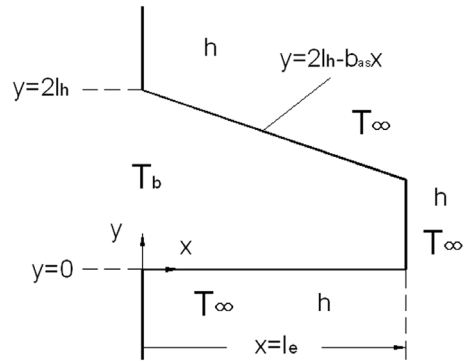


Fig. 2 Schematic diagram of the asymmetric trapezoidal fin

$$fn_{10}(\lambda_n) = (b_{as}\lambda_n^2 + M^2) \sin\{\lambda_n(2L_n - b_{as}L_e)\} \quad (19f)$$

$$fn_{11}(\lambda_n) = M \sin\{\lambda_n(2L_n - b_{as}L_e)\} \quad (19g)$$

$$fn_{12}(\lambda_n) = \frac{M^2}{\lambda_n^2} \cos\{\lambda_n(2L_n - b_{as}L_e)\} \quad (19h)$$

$$fn_{13}(\lambda_n) = \lambda_n \sinh(\lambda_n L_e) + M \cosh(\lambda_n L_e) \quad (19i)$$

$$fn_{14}(\lambda_n) = \frac{M}{\lambda_n} \cos(2\lambda_n L_h) - \sin(2\lambda_n L_h) \quad (19j)$$

비대칭 사다리꼴 핀으로부터의 무차원 열손실은 식 (20)으로 표현된다.

$$Q_{as} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n g_n}{\lambda_n (C_n + D_n)} [\lambda_n \sin(2\lambda_n L_h) + M\{1 - \cos(2\lambda_n L_h)\}] \quad (20)$$

무차원 형태의 비대칭 사다리꼴 핀 체적은 식 (21)로 주어진다.

$$V_{as} = (1 + \xi_{as}) L_e L_h \quad (21)$$

비대칭 사다리꼴 핀 효율은 식 (22)로 주어진다.

$$\eta_{as} = Q_{as} / [M\{2L_h + (1 - b_{as} + \sqrt{1 + b_{as}^2})L_e\}] \quad (22)$$

### 3. 결과

본 논문에서 해석한 대칭 사다리꼴 핀과 비대칭 사다리꼴 핀의 열손실에 대한 신뢰성을 Table 1에서 보여준다. Fig. 1과 Fig. 2에서 보여주듯이 핀 윗면 기울기가 0이 되면 (i.e.  $b_{as}=b_{sy}=0$ ), 두 사다리꼴 핀 형

Table 1 Comparison of heat losses from the rectangular fins ( $L_e=2, b_{as}=b_{sy}=0$ )

$M$	$L_h$	$Q_{sy}$	$Q_{as}$
0.001	0.1	0.004139	0.004139
	0.5	0.004979	0.004979
0.01	0.1	0.036740	0.036741
	0.5	0.047973	0.047970
0.1	0.1	0.193749	0.193751
	0.5	0.357986	0.358026

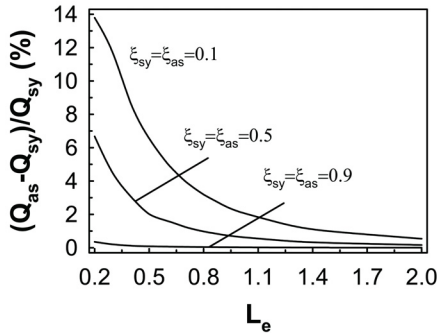


Fig. 3 Relative increasing ratio of heat loss between asymmetric and symmetric trapezoidal fins versus fin length ( $L_h=0.25, M=0.01$ )

상은 모두 핀 높이가  $2L_h$  그리고 핀 길이가  $L_e$ 가 되는 똑같은 사각 핀 형상이 된다. 이 경우 핀 길이가 2로 주어졌을 때 대류특성계수와 핀 바닥의 변화에 따른 두 사각 핀으로부터의 열손실의 변화가 Table 1에서 나열된다. 대류특성계수가 0.01과 0.1인 경우 두 사각 핀의 열손실은 똑 같거나 거의 똑같음을 보여준다. 대류특성계수가 0.1이고 핀 바닥 높이가 0.5인 경우 두 값의 차이가 약간 나지만 상대오차는 0.011% 정도로 아주 미세하다. 이와 같은 열손실의 비교로부터 본 연구에서 사용된 두 사다리꼴 모델에 대한 해석방법의 정확도 및 신뢰성을 확인할 수 있다.

핀 바닥높이가 0.25와 대류특성계수가 0.01로 주어졌을 때 세 경우의 핀 형상 계수에 대하여 핀 길이가 0.2부터 2로 증가함에 따른 대칭 사다리꼴 핀으로부터 열손실에 대한 비대칭 사다리꼴 핀으로부터의 열손실의 상대증가율의 변화가 Fig. 3에서 보여진다. 먼저 주지될 점은 주어진 핀 바닥 높이와 핀 길이가 같을 때 대칭과 비대칭 사다리꼴 핀의 핀 형상 계수 값들이 같을 경우 두 핀의 체적은 같고 (식

(12)와 식 (21) 참고) 핀 형상계수 값이 작아질수록 핀의 형상은 삼각 핀의 형상으로 변해간다는 점이다. 다른 변수 값들이 같을 때 비대칭 사다리꼴 핀으로부터의 열손실이 대칭 사다리꼴 핀으로부터의 열손실보다 값이 큰 이유는 핀 체적이 같더라도 핀의 표면적이 비대칭인 경우가 대칭인 경우보다 크기 때문이다. 핀 형상계수가 0.1과 0.5인 경우 두 핀 사이의 상대열손실의 증가율은 핀 길이가 길어짐에 따라 처음에는 급격히 감소하다가 그 이후 서서히 감소함을 보여준다. 이는 예상한대로 핀 길이가 길어질수록 핀 형상계수에 의한 핀 형상의 차이가 열손실에 미치는 영향이 미미해지기 때문이다. 핀 형상계수가 0.9인 경우는 두 경우 모두 형상이 사각 핀에 가까워짐에 따라 상대열손실의 증가율이 작으며 핀 길이 변화에 따른 증가율 변화도 미미함을 보여준다.

Table 2 Heat loss and efficiency versus fin length ( $M=0.01, L_h=0.25, \xi_{sy} = \xi_{as} = 0.25$ )

$L_e$	$Q_{as}$	$Q_{sy}$	$\eta_{as}$ (%)	$\eta_{sy}$ (%)
0	0.005	0.005	100	100
1	0.021558	0.021244	98.30	98.36
2	0.039262	0.039118	94.38	94.43
19	0.096189	0.096186	47.78	47.79
37	0.099971	0.099969	13.49	13.49

Table 2는 다른 변수들이 일정하게 주어졌을 때 핀 길이에 따른 열손실과 효율의 변화를 보여준다. 이미 Fig. 3에서 나타났듯이 핀 길이가 길어질수록 대칭과 비대칭 사이의 열손실 차이가 줄어들음을 보여주고 상당히 긴 핀 길이에서 (즉,  $L_e=37$ ) 최대 열손실이 일어나는데 두 형상 핀 사이의 최대 열손실과 효율의 차이도 없는 것을 알 수 있다. 핀 길이가 1만 되어도 열손실은 최대열손실의 약 21%가 넘으며 핀 유용성도 4가 넘으며 핀 길이가 2인 경우에는 열손실은 최대열손실의 약 39%가 넘으며 핀 유용성도 거의 8에 가까워짐을 나타낸다. 따라서 최대열손실을 얻기 위해서는 너무 긴 핀이 요구되고 공간상의 문제 등을 고려할 때 최대 열손실의 20%에서 50%정도의 열손실이 일어나도록 핀 길이를 정하는 것도 적절하다는 것을 알 수 있다.

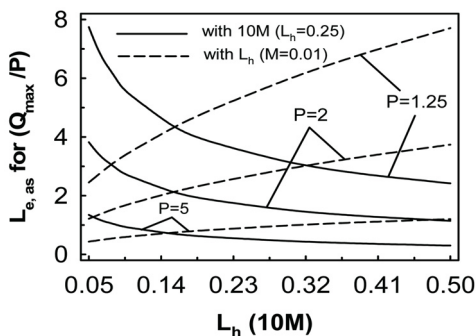


Fig. 4 Fin length for some ratios of the maximum heat loss as a function of  $L_h$  ( $10M$ ) in the case of  $\xi_{as}=0.25$

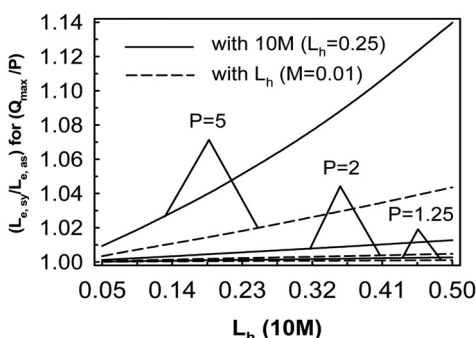


Fig. 5 Fin length ratio for some ratios of the maximum heat loss as a function of  $L_h$  ( $10M$ ) in the case of  $\xi_{sy}=\xi_{as}=0.25$

Fig. 4는  $\xi_{as}=0.25$ 인 비대칭 사다리꼴 핀에서 최대 열손실의 20%, 50% 그리고 80%가 일어나는 핀 길이를 핀 바닥높이와 대류특성계수의 함수로 나타낸다. 먼저  $L_h=0.25$ 일 때  $10M$ 이 0.05에서 0.5로 변할 때 (i.e.,  $M$ 이 0.005에서 0.05로 변할 때),  $P$  값 세 경우 모두에 대하여 핀 길이는 처음에는 급격히 줄어들다가 그 이후 서서히 감소함을 보여준다. 반면에  $M=0.01$ 일 때 세 경우의  $P$  값 모두에 대하여  $L_h$ 가 0.05에서 0.5로 커짐에 따라 핀 길이는 지속적으로 길어짐을 보여준다. 그러나 핀 길이의 증가율은  $P$ 가 작아질수록 커짐을 알 수 있는데, 예를 들면,  $L_h$ 가 0.05에서 0.5로 커짐에 따라  $P$ 가 5인 경우에는 (i.e., 최대 열손실의 20%) 핀 길이 증가율이 0.7314/0.4379로 1.67인 반면  $P$ 가 2인 경우에는 2.0894/1.2165로 1.72 그리고  $P$ 가 1.25인 경우에는 4.2405/2.4523로 1.73이다.

Fig. 5는  $\xi_{sy}=\xi_{as}$ 인 경우 열손실이 각각 최대 열손실의 20%, 50% 그리고 80%일 때 비대칭 사다리꼴 핀 길이에 대한 대칭 사다리꼴 핀 길이의 비를 핀 바닥높이와 대류특성계수의 함수로 보여준다. 열손실이 최대열손실의 20%인 경우 핀 바닥높이와 대류특성계수의 변화에 따른 핀 길이 비의 변화는 현저하나  $P$  값이 작아질수록 핀 길이 비의 변화는 작아지며 그 값 자체도 작아지는 것을 알 수 있다. 물리적으로 대칭 핀과 비대칭 핀 길이의 비교에 대한 예로는  $P=5$ 인 경우  $L_h$ 가 0.25이고  $M$ 이 0.05일 때는 (i.e.,  $10M=0.5$ ) 같은 열손실을 내기위하여 대칭 사다리꼴 핀의 길이가 비대칭 사다리꼴 핀 길이에 비교하여 상대적으로 14% 정도가 길어야 하는 것을 의미한다. 즉, 핀 형상계수와 핀 바닥높이가 같은데 대칭 사다리꼴 핀 길이가 길므로 대칭 사다리꼴 핀의 체적이 비대칭 사다리꼴 핀 체적보다 크다는 것을 의미한다.

핀 길이가 1로 주어졌을 때 세 경우의 대류특성계수에 대하여 각각 핀 형상계수와 핀 바닥높이의 변화에 따른 비대칭 핀의 효율 변화가 Fig. 6에서 보여진다. 먼저 핀 형상계수가 0.5일 때 핀 바닥높이  $2L_h$ 가 0.02부터 1까지 변화함에 따라 핀 효율은  $2L_h$ 가 약 0.2까지는 급격히 증가하다 그 이후 서서히 증가함을 보여준다. 핀 바닥높이가 0.25일 때 핀 형상계수가 0.02부터 1까지 커짐에 따라 세 경우의 대류특성계수 모두에 대하여 핀 효율은 거의 선형적으로 감소하며 변화율도 그리 크지 않음을 보여준다.

Fig. 6에서 주어진 똑같은 조건 아래에서 비대칭 핀의 효율에 대한 대칭 핀 효율의 비의 변화가 Fig. 7에서 나타난다. 핀 바닥높이가 커짐에 따라 핀 형상계수가 작아짐에 따라 효율 비는 작아짐을 보여준다. 그러나 각 변수들의 변화에 따른 효율 비의 변화는 그리 크지 않은 것을 알 수 있다. 대류특성계수가 0.01일 때는 주어진 범위에서 효율 비의 변화 값들은 99.9% 이상으로 거의 차이가 없고 대류특성계수가 0.1일 때에도 효율 비의 변화 값들은 99.2% 이상임을 나타낸다. 앞의 그래프들의 주어진 범위에서 열손실 값의 비와 주어진 열손실에 대한 핀 길이의 비가 약 14% 정도 내에서 변화를 보이는데 반하여 효율 비의 변화는 1%내로 상당히 작다는 것을 주지할 수 있다.

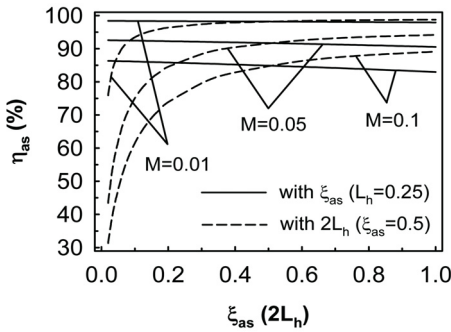


Fig. 6 Fin efficiency of asymmetric fins versus  $\xi_{as} (2L_h)$  in the case of  $L_c=1$

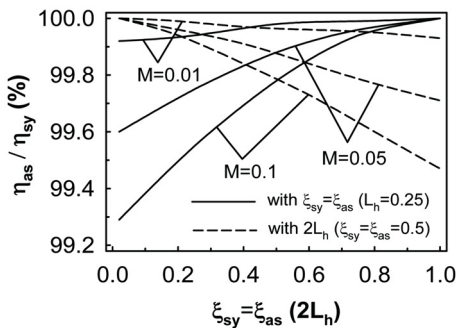


Fig. 7 The ratio of fin efficiency versus  $\xi_{sy} = \xi_{as} (2L_h)$  in the case of  $L_c=1$

#### 4. 결론

비대칭 사다리꼴 핀과 대칭 사다리꼴 핀에 대하여 열손실, 주어진 열손실에 대한 핀 길이 그리고 효율을 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 각각 비대칭 사다리꼴 핀과 대칭 사다리꼴 핀으로부터 이끌어낸 똑 같은 사각 핀에 대하여 똑 같은 조건 아래에서 비교한 열손실이 일치함을 보여줌으로써 두 방법으로부터 얻어낸 데이터의 신뢰성을 보여주었다.
- 2) 핀 길이가 짧아질수록, 형상이 사각에서 삼각 쪽으로 변할수록 대칭 사다리꼴 핀에 대한 비대칭 사다리꼴 핀의 상대적 열손실 증가율은 커진다. 구체적인 예로, 무차원 핀 바닥높이가 0.5 (즉,  $L_h = 0.25$ )이고 대류특성계수가 0.01일 때 무차원 핀 길이가 핀 바닥 높이와 같은 0.5인 경우  $\xi_{sy} = \xi_{as}$  가 0.9에서 0.5로 그리고 0.1로 (즉, 핀 끝 높이가 핀 바닥 높이의 0.9배에서 0.5배로 그리고 0.1배로)

변함에 따라 대칭 사다리꼴 핀에 대한 비대칭 사다리꼴 핀의 상대적 열손실 증가율은 0.08 %에서 2.02 %로 그리고 6.56 %로 증가하는 반면 핀 길이가 핀 바닥 높이의 3배인  $L_c$ 가 1.5인 경우에는 상대적 열손실 증가율은 0.01 %에서 0.29 %로 그리고 0.98 %로 증가한다.

- 3) 대류특성계수와 핀 바닥높이가 커짐에 따라 최대 열손실의 일정 비를 발생시키는 비대칭 핀에 대한 대칭 핀의 핀 길이 비는 커진다. 한 예로,  $\xi_{sy} = \xi_{as} = 0.25$ 일 때 무차원 핀 바닥높이가 0.25인 경우 대류특성계수가 0.005부터 0.05로 증가함에 따라 각각 최대 열손실의 20 %의 열손실을 내는 대칭 사다리꼴 핀 길이는 비대칭 사다리꼴 핀 길이에 대하여 상대적으로 0.94 %에서 13.97 %가 길어지는 반면, 대류특성계수가 0.01인 경우 무차원 핀 바닥높이가 0.05부터 0.5로 커짐에 따라 핀 길이는 상대적으로 0.34 %부터 4.36 %로 길어진다.
- 4) 핀 바닥높이가 커짐에 따라 또는 핀 형상계수가 작아짐에 따라 대칭 사다리꼴 핀의 효율에 대한 비대칭 사다리꼴 핀의 효율 비는 커진다.
- 5) 본 연구의 주어진 범위에서 열손실 값의 비와 일정한 열손실을 얻기 위한 핀 길이 비는 약 14 % 정도 내의 변화를 보이는데 반하여 효율 비의 변화는 1 %내로 그리 크지 않다.

#### References

- 1) C. Casarosa and A. Franco, "On the Optimum Thermal Design of Individual Longitudinal Fins with Rectangular Profiles," Heat Transfer Engineering, Vol.22, No.1, pp.51-71, 2001.
- 2) S. Abrate and P. Newnham, "Finite Element Analysis of Triangular Fins Attached to a Thick Wall," Computers & Structures, Vol.57, No.6, pp.945-957, 1995.
- 3) H. S. Kang and D. C. Look Jr., "Two Dimensional Trapezoidal Fins Analysis," Computational Mechanics, Vol.19, No.3, pp.247-250, 1997.
- 4) L. T. Yu and C. K. Chen, "Optimization of Circular Fins with Variable Thermal Parameters," Journal of the Franklin Institute, Vol.336, No.1,



- pp.77-95, 1999.
- 5) H. S. Kang, "Optimization of a Pin Fin with Variable Base Thickness," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol.132, No.3, pp.034501-1-034501-4, 2010.
  - 6) P. E. Rodi and D. S. Dolling, "Behavior of Pressure and Heat Transfer in Sharp Fin-induced Turbulent Interaction," *AIAA Journal*, Vol.33, No.11, pp.2013-2019, 1995.
  - 7) R. K. Shah, "Temperature Effectiveness of Multiple Sandwich Rectangular Plate-Fin Surfaces," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol.93, No.4, pp.471- 473, 1971.
  - 8) H. S. Kang, "Optimum Design of a Geometrically Asymmetric Trapezoidal Fin Based on the Fixed Fin Base Height," *Transactions of KSAE*, Vol.16, No.6, pp.81-87, 2008.
  - 9) A. Aziz and A. D. Kraus, "Optimum Design of Radiating and Convecting-radiating Fins," *Heat Transfer Engineering*, Vol.17, No.3, pp.44-78, 1996.
  - 10) D. B. Mackay and C. P. Bacha, ASD Technical Report, 1961.
  - 11) H. S. Kang, "Optimization of Geometrically Asymmetric Straight Trapezoidal Fins," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.28, No.12, pp.5205-5212, 2014.
  - 12) R. J. Moitsheki, M. M. Rashidi, A. Basiriparsa and A. Mortezaei, "Analytical Solution and Numerical Simulation for One-dimensional Steady Nonlinear Heat Conduction in a Longitudinal Radial Fin with Various Profiles," *Heat Transfer-Asian Research* Vol.44, No.1, pp.20-38, 2015.
  - 13) C. H. Huang and Y. L. Chung, "An Inverse Problem in Determining the Optimum Shapes for Partially Wet Annular Fins Based on Efficiency Maximization," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol.90, pp.364-375, 2015.
  - 14) K. T. Kim and H. S. Kang, "A Heat Loss Comparison between the Two Parabolic Fin Models Using Two Different Numerical Methods," *Journal of KSIAM*, Vol.2, No.2, pp.97-109, 1998.
  - 15) H. S. Kang and D. C. Look, Jr., "Optimization of a Trapezoidal Profile Annular Fin," *Heat Transfer Engineering*, Vol.30, No.5, pp.359-367, 2009.
  - 16) K. M. Kwak and H. Y. Lee, "Characteristics of Fin-side Heat-transfer and Pressure Drop in a Condenser for Automobile," *Transactions of KSAE*, Vol.12, No.3, pp.152-158, 2004.
  - 17) M. S. Park, S. C. Kim, D. W. Kim and M. S. Kim, "Studies on the Steady State and Dynamic Characteristics of a Carbon Dioxide Air-conditioning System for Vehicles," *Transactions of KSME*, Vol.31, No.6, pp.531-538, 2007.