

푸리에 기술자 분석을 이용한 단일 흙 입자의 형상 분석

Soil Particle Shape Analysis Using Fourier Descriptor Analysis

구본휘¹⁾ · 김태식[†]
Bonwhee Koo · Taesik Kim

Received: December 2nd, 2015; Revised: December 18th, 2015; Accepted: February 11th, 2016

ABSTRACT : Soil particle shape analysis was conducted with sands from Jumujun, Korea and Ras Al Khair, Saudi Arabia. Two hundred times enlarged digital images of the particles of those two sands were obtained with an optical microscope. The resolution of the digital images was 640×320. By conducting digital image processing, the coordinates of the soil particle boundary were extracted. After mapping those coordinates to the complex space, Fourier transformation was performed and the coefficients of each trigonometry term were computed. The coefficients reflect the shape characteristics of the sand grains and are invariant to translation. To evaluate the shape itself excluding the size of the soil particle, the coefficient was normalized by the equivalent radius of soil particle; this is called Fourier descriptor. After analyzing the Fourier descriptors, it was found that the major characteristics of Jumunjin and Ras Al Khair sands were elongation and asymmetry. Furthermore, it was found that the particle shapes reflect the self-similar, fractal nature of the textural features. The effects of resolution on soil particle shape analysis was also studied. Regarding this, it was found that the significant Fourier descriptors were not significantly affected by the image resolution investigated in this study, but the descriptors associated with textural features were affected.

Keywords : Shape analysis, Fourier descriptor, Fractal, Jumunjin sand, Ras Al Khair sand

요 지 : 주문진 표준사와 사우디 아라비아의 Ras Al Khair 사질토 입자의 형상에 대한 분석을 실시하였다. 광학현미경을 사용하여 200배 확대하여 해상도 640×320으로 디지털 이미지를 촬영하였다. 사질토 입자의 디지털 이미지를 영상 처리를 통해 입자 경계면의 좌표를 추출하였다. 추출한 입자의 경계면 좌표를 복소 평면에 도식하고, 극형식으로 변환 후 푸리에 변환을 실시하였다. 푸리에 변환을 통해 추출된 각각의 계수 값들은 입자 형상의 특징을 반영하며, 좌표의 기준점 이동에 대해 불변하는 값으로 사질토 입자의 이미지에 대해 좌표의 기준점과 회전등에 관계없이 항상 같은 값을 갖게 되어 입자의 형상 분석에 적합하다. 각각의 계수 값을 입자의 등가 반경으로 정규화하여 푸리에 기술자를 추출하여 입자의 형상을 정량적으로 분석하였다. -3에서 +3의 범위에 해당되는 주요 푸리에 기술자들을 분석한 결과 주문진 표준사 입자의 경우 신장(elongation)이 가장 두드러진 형상의 특징이었으며 그다음으로는 비대칭성(asymmetry)이 두드러진 특징이었다. Ras Al Khair 사질토의 형상도 주문진 표준사와 같은 형상 특징을 나타냈다. 또한 푸리에 기술자 분석 결과 작은 구조가 전체 구조와 비슷한 형태로 되풀이되는 프랙탈의 미세구조 특성이 나타나는 것으로 판단되었다. 해상도 640×320과 해상도 160×80의 주문진 표준사의 디지털 이미지를 비교한 결과 -3에서 +3에 해당되는 주요 푸리에 기술자에 대해서는 해상도가 크게 영향을 미치지 않는 것으로 나타났으나 텍스처 분석에는 영향을 미치는 것으로 나타났다.

주요어 : 형상 분석, 푸리에 기술자, 프랙탈, 주문진 표준사, 라스 알 카이르 사질토

1. 서 론

지반 구성물질의 공학적 특성은 구성 입자의 크기 및 형상 특성, 밀도, 입자에 작용하는 구속응력 등에 의해서 영향을 받는다. 구성 입자의 크기는 체분석 시험을 통한 입도 분포 분석으로 평가할 수 있으며, 밀도의 경우 실내 또는 현장 들밀도 시험으로 평가할 수 있다. 구속응력은 현장의 경우 비교적 정확하게 계산할 수 있으며 압력센서 등을 이용한 계측을 통해 정확히 측정할 수 있다. 실내 시험의 경우 구속

응력은 현장 시험에 비해 더욱 정밀하게 측정 또는 제어할 수 있다. 이에 비해 지반 구성 입자의 형상은 고배율의 광학 현미경이나 전자현미경을 이용하면 그 이미지를 얻을 수 있으나 앞서 설명한 다른 영향 인자에 비해 정량적 분석이 어렵다.

입자의 형상은 다양한 공학적 특성에 영향을 미치는 것으로 보고되었다. 입자 표면의 거칠기가 미소변형률 구간에서의 거동에 영향을 미친다는 연구결과가 있으며(Santamarina & Cascante, 1998), 입자의 신장(elongation)이 지반의 크립

1) Department of Civil Engineering, Hongik University

† Department of Civil Engineering, Hongik University (Corresponding Author : taesik.kim@hongik.ac.kr)

(creep) 거동에 영향을 미친다는 연구결과가 있다(Leung et al., 1996). 입자의 형상과 공학적 특성을 정확히 분석하기 위해서는 입자의 형상을 정량화하는 방법이 필요하다. 입자 형상을 수학적으로 정량화하는 방법은 다양한 분야에서 이루어져 왔는데 특히 분체(powder)를 다루는 분야에서 주도적으로 발달해왔다(Luerkens et al., 1982; Rosler et al., 1987; Hundal et al., 1997). 지난 공학분야에서의 형상 분석은 Bowman et al.(2001)에 의해 소개되었다.

본 연구에서는 사질토 입자의 형상을 정량적으로 분석하고, 형상의 프랙탈(fractal)을 확인하고자 한다. 고배율 광학현미경을 사용하여, 주문진 표준사와 사우디 아라비아의 Ras Al Khair 모래의 200배 디지털 이미지를 얻었다. MATLAB (R2014a)로 영상처리 코드를 작성하여 주문진 표준사 입자 경계면의 좌표를 추출하였고, 푸리에 기술자(Fourier descriptor) 분석도 가능하도록 코드를 작성하였다.

2. 형상 분석 방법

2.1 디지털 이미지 처리

광학현미경을 이용하여 주문진 표준사와 Ras Al Khair 모래의 200배 확대 디지털 이미지를 촬영하였다. Fig. 1은 각 모래의 해상도 640×320의 이미지(image)를 나타낸다. 100여 개의 이미지를 관찰한 결과 주문진 표준사는 일반적으로 각진 모습이 나타나며, Ras Al Khair 모래의 경우 둥근 모습이 나타남을 육안 관찰을 통해 확인할 수 있었다. 푸리에 방법을 이용한 형상의 정량적 비교를 위해 디지털 이미지의 사전처리를 실시하였다.

광학현미경으로 확대 촬영한 디지털 이미지를 이용하여 모래 입자의 형상을 분석하기 위해서는 모래 입자의 경계면에 대한 정보를 추출해야 한다. Fig. 2는 확대 촬영된 주문진 표준사의 디지털 이미지로부터 입자의 경계면을 추출하는

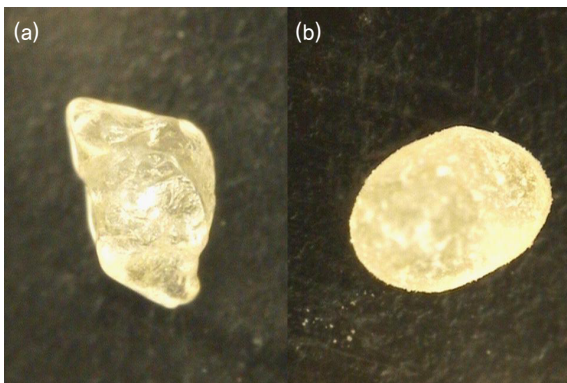


Fig. 1. Digital images: (a) Jumunjin sand; (b) Ras Al Khair sand

과정을 나타낸다. 우선 디지털 이미지의 색상 정보를 제거하여 그레이스케일(gray scale)의 이미지를 생성한다. 그레이스케일 이미지의 밝기 조정을 통해 입자의 경계면을 뚜렷하게 만들고 흑백으로만 표현된 이미지(binary image)를 생성한다. 흑백 이미지로부터 경계면을 추출하여 형상 분석을 실시하게 된다. 일련의 디지털 이미지 처리과정은 MATALB에서 제공하는 다양한 이미지 처리 함수를 이용한 코드를 작성하여 처리하였다.

2.2 푸리에 방법

디지털 이미지 처리를 통해 추출한 입자의 경계면 좌표를 이용하여 형상 분석을 실시하였다. 대표적인 방법으로는 실수 평면에서의 푸리에 급수(Fourier series)를 이용하여 형상을 분석하는 방법이 있다. 이 방법은 경계면의 좌표 값들을 극좌표계로 표현하고, 극좌표계의 각도와 이에 대응되는 반지름값을 cos과 sin의 합으로 표현한다. 이는 Eq. (1)과 같이 표현된다.

$$R(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (1)$$

여기서, R 은 각도 θ 에서의 반지름, N 은 전체 좌표의 개수, a_n , b_n 은 계수, n 은 하모닉 수를 나타낸다. 각각의 항의 계수로부터 형상의 정보를 추출하여 분석이 가능하다.

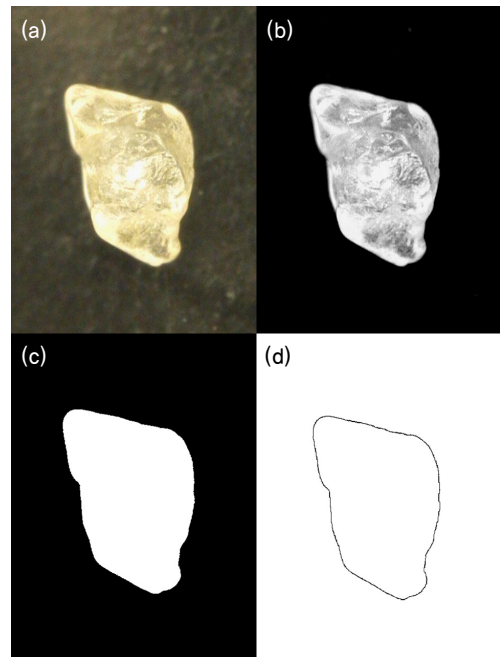


Fig. 2. Digital image processing to find the boundary of a soil particle: (a) Original image; (b) Gray scale image; (c) Binary image; (d) Boundary

실수 평면(R^2)에서의 푸리에 급수를 사용하여 입자의 형상을 분석할 경우, 입자의 형상이 불룩한 경우는 문제가 없으나 Fig. 3(a)와 같이 입자의 형상에 오목한 경계면이 포함될 경우 문제가 발생할 수 있다. 즉 Fig. 3(b)에 입자의 경계면을 도시한 바와 같이 하나의 각도(θ) 값에 대해 두 개의 반지름(R)값이 대응되어 함수의 요건이 갖추어지지 않는다. 이런 문제점을 극복하기 위해 복소 평면에 좌표를 표시한다. Eq. (2)는 경계면의 y 좌표 값에 복소수 i 를 활용한 경우를 나타낸다.

$$u(l) = x(l) + iy(l) \quad (2)$$

여기서, l 은 형상의 경계면을 따라 생성되는 호의 길이를 의미한다. 이를 푸리에 급수형태로 표현하면 Eq. (3)과 같다.

$$u(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp\left(i \frac{2\pi n}{L} l\right) \quad (3)$$

여기서, L 은 전체 호의 길이이며, a_n 은 계수로 이 값의 분석을 통해 입자의 형상을 분석할 수 있다. a_n 은 Eq. (4)와 같이 표현된다.

$$a_n = \frac{1}{L} \int_0^L u(l) \exp\left(-i \frac{2\pi n}{L} l\right) dl \quad (4)$$

이 a_n 값은 a_0 를 제외하고 좌표 이동(translation)에 대해 불변하는(invariant) 값으로 기하학적 형상을 분석하는 데 적합한 계수로 인지된다. 즉 하나의 사질토 입자 이미지에 대해 좌표의 기준점과 회전등에 관계없이 항상 같은 값을 갖게 되어 형상 분석에 적합하다(Hundal et al., 1997).

사질토 입자의 크기와 관계없이 입자의 형상 자체를 분석하기 위해서는 a_n 의 값을 정규화(normalize)할 필요가 있다. a_0 는 입자의 등가 반경의 의미를 지니는 값으로 나머지 기술자 값들을 a_0 로 정규화를 실시하면 사질토 입자의 크기와 관계없이 형상 자체만을 평가할 수 있게 되며, 이를 푸리에 기술자(Fourier descriptor)라 한다.

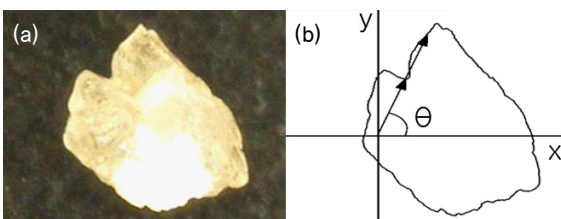


Fig. 3. Use of Fourier analysis in close form and re-entrant angle problem

Bowman et al.(2001)에 따르면 푸리에 기술자별로 기하학적인 의미를 가지고 있다. n 의 값이 0, -1, -2, -3일 때 각각 반경(radius), 신장(elongation), 삼각형태(triangularity), 정사각형태(squareness)의 의미를 지닌다. n 의 값이 +1, +2, +3의 경우 각각 비대칭성(asymmetry), 2차 신장(2nd order elongation), 2차 삼각형태(2nd order triangularity)를 의미한다. -3에서 +3 이외의 범위의 푸리에 기술자들에 대해서는 입자들의 텍스처(texture)에 대해서 표현할 수 있는 것으로 알려져 있다.

3. 결과 분석

3.1 일반 형상 분석

3.1.1 주문진 표준사 형상 분석

주문진 표준사에 대해서 형상 분석을 실시하였다. 총 131개의 주문진 표준사 입자의 이미지를 분석하였으며, 푸리에 형상 기술자의 평균값들을 Fig. 4에 도시하였다. Fig. 4에 나타난 바와 같이 -3에서 +3 범위의 푸리에 기술자를 제외하고는 작은 값을 갖는 것으로 나타났다.

Fig. 5는 상대적으로 큰 값을 갖는 -3에서 +3 범위의 주

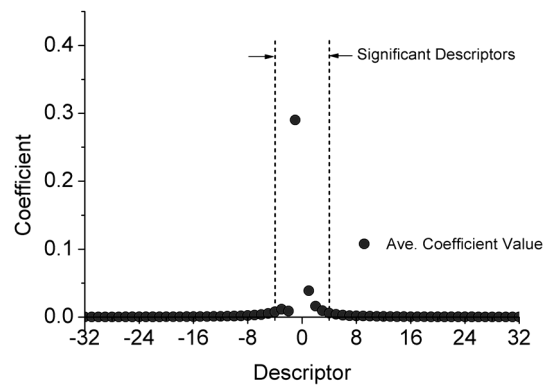


Fig. 4. Descriptor magnitude for Jumunjin sand

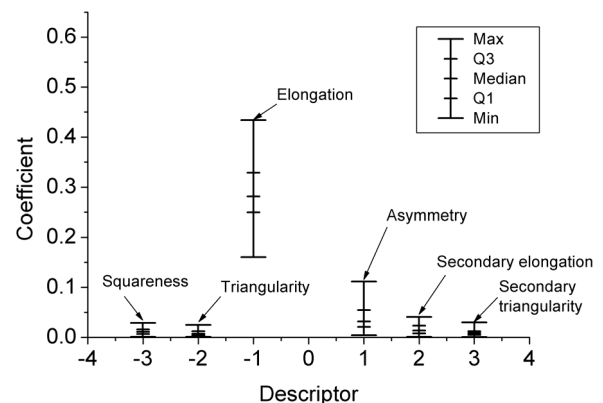


Fig. 5. Significant descriptors for Jumunjin sand

요 퓨리에 기술자들을 나타낸다. 그림에 보인 바와 같이 신장이 가장 지배적인 형상 기술자인 것으로 나타났으며 비대칭성, 2차 신장이 순차적으로 지배적인 주문진 표준사의 퓨리에 기술자인 것으로 나타났다. Bowman et al.(2001)이 실리카 모래, 카보네이트 모래, 약간 고결화 된 실리카 모래 등을 이용하여 퓨리에 형상 분석을 한 결과와 비교해봤을 때, 신장이 가장 지배적인 형상 기술자임은 동일하였다. 다만 주문진 표준사의 비대칭성이 비교한 다른 모래들에 비해 비대칭성이 약간 더 큰 특징이 있었다.

3.1.2 Ras Al Khair 사질토 형상 분석

Ras Al Khair 사질토에 대해서도 동일한 형상 분석을 실시하였다. 총 100개의 입자 이미지를 분석하였으며, 퓨리에 형상 기술자의 평균값들을 Fig. 6에 도시하였다. Fig. 6에 나타난 바와 같이 주문진 표준사의 경우와 마찬가지로 -3에서 +3 범위의 퓨리에 기술자를 제외하고는 상대적으로 작은 값을 갖는 것으로 나타났다.

Fig. 7은 상대적으로 큰 값을 갖는 -3에서 +3 범위의 주요 퓨리에 기술자 값들의 최대, 최소, 평균값을 나타낸다. 그림에 보인 바와 같이 신장이 가장 지배적인 형상 기술자

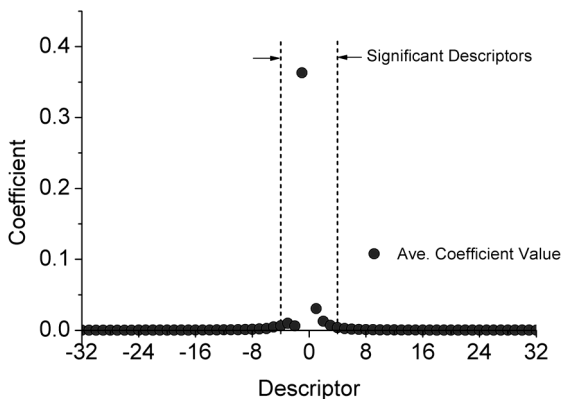


Fig. 6. Descriptor magnitude for Ras Al Khair sand

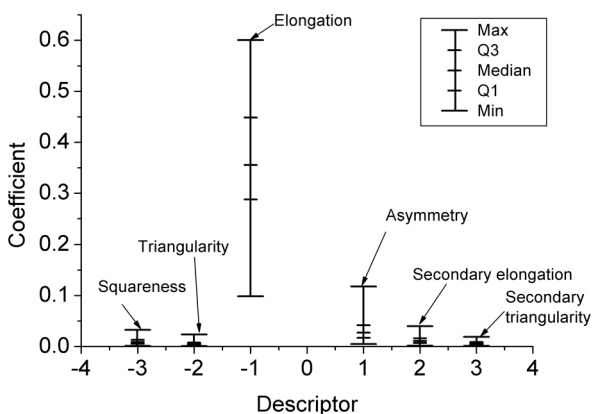


Fig. 7. Significant descriptors for Ras Al Khair sand

인 것으로 나타났으며 비대칭성, 2차 신장의 순서로 Ras Al Khair 사질토의 형상을 설명할 수 있는 퓨리에 기술자인 것으로 나타났다.

3.1.3 형상 비교 분석

주문진 표준사와 Ras Al Khair 사질토의 형상을 비교하였다. Fig. 1에 나타난 입자의 형상을 육안으로 살펴보면 주문진 표준사가 Ras Al Khair 사질토에 비해 모가 난 것으로 판단된다. 이에 대한 특성이 퓨리에 기술자에서도 반영이 되는지 비교하였다. Fig. 8은 주문진 표준사의 퓨리에 기술자 값을 Ras Al Khair 사질토의 값과의 비를 나타낸다.

Fig. 8에 나타난 바와 같이 주문진 표준사가 Ras Al Khair 사질토에 비해 삼각형태, 사각형태를 나타내는 퓨리에 기술자 -2, -3에 해당되는 값이 각각 1.4, 1.2배 큰 것으로 나타났다. 또한 비대칭성을 나타내는 퓨리에 기술자 +1의 값도 주문진 표준사가 Ras Al Khair 사질토에 비해 큰 것으로 평가되었다. 즉 육안 관찰을 통해 직관적으로 비교하는 입자의 형태를 퓨리에 기술자를 통해서도 비교가 가능한 것으로 나타났다. 정성적으로만 판단할 수 있는 육안 관찰 내용을 퓨리에 기술자를 사용하면 정량적으로도 비교가 가능한 것으로 판단된다.

3.2 텍스처(Texture) 분석

앞서 보인 바와 같이 -3에서 +3에 해당되는 퓨리에 기술자 분석을 통해 사질토 입자의 형상을 분석할 수 있다. ±3 범위 밖의 퓨리에 기술자들의 경우 입자 형상의 텍스처(texture)를 반영하는 것으로 알려져 있다. Fig. 9는 퓨리에 기술자와 해당 계수 값을 밀이 2인 로그 값을 취해 도시하였다.

그림에서 보인 바와 같이 주문진 표준사와 Ras Al Khair 사질토의 경우 추세선이 선형적인 관계가 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 Bowman et al.(2001)이 설명한 바와 같이 작

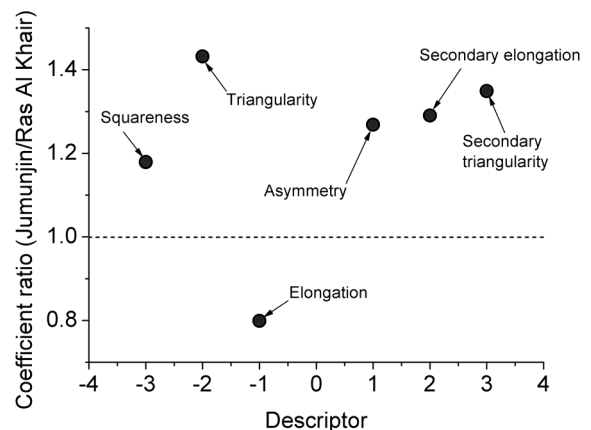


Fig. 8. Coefficient ratio Jumunjin sand to Ras Al Khair sand

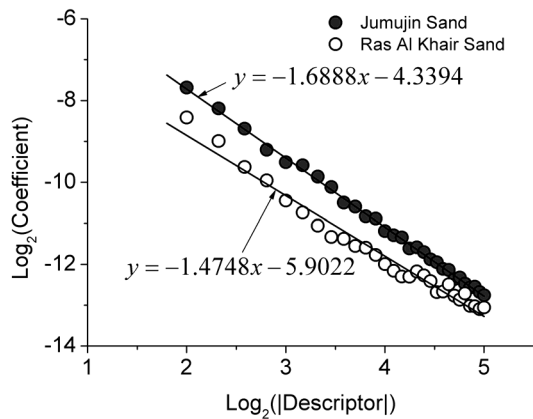


Fig. 9. Log-log plot to base 2 of high order descriptors

은 구조가 전체 구조와 비슷한 형태로 끝없이 되풀이되는 프랙탈(fractal)의 미세구조 특성을 반영하는 것으로 해석된다. 또한 추세선의 y 절편값이 사질토 별로 상이한 것은 각각의 사질토 입자의 거칠기(roughness)와 관련이 있으며, 추세선의 기울기는 스케일을 미세한 영역으로 볼 때 거칠기가 감소되는 척도와 연관되어 있을 것으로 해석된다(Bowman et al., 2001). 즉 주문진 표준사와 Ras Al Khair 사질토의 텍스처의 거칠기는 서로 다르며, 미세 스케일로 입자의 형상을 살펴볼 경우 주문진 표준사의 거칠기가 Ras Al Khair 사질토에 비해 빠르게 감소하는 것으로 판단된다.

4. 토 의

앞서 2.2절에서 설명한 바와 같이 푸리에 방법을 사용하여 형상을 분석할 경우, 등가 반경에 해당되는 a_0 값으로 다른 계수 값들을 정규화하는 작업을 수행하게 된다. 즉 푸리에 기술자를 이용하여 형상에 대한 분석을 수행할 경우 입자의 크기에 대한 고려는 이루어지지 않게 된다. 만약 입자의 크기가 상이한 두 입자를 비교할 경우 적절한 비교가 이루어지지 않을 수 있다. 예를 들어 수 cm 크기의 입자와 수 mm 크기의 입자를 비교할 경우 하나의 주어진 기술자가 모사하는 텍스처는 다른 스케일을 의미하여 주의가 필요하다.

본 연구에서 사용된 디지털 이미지는 광학현미경으로 사질토 입자를 200배 확대하여 얻어낸 것이다. 주문진 표준사와 Ras Al Khair의 경우 입자의 크기가 비슷하여 형상을 푸리에 기술자를 이용하여 정량적으로 비교하고, 텍스처를 비교하는 작업이 가능하였다.

주문진 표준사의 같은 입자들에 대해서 해상도 640×320의 디지털 이미지와 160×80의 디지털 이미지를 분석하여 푸리에 기술자 값들을 비교하였다. Table 1은 -3에서 +3에 해

Table 1. Coefficient for image resolution of 640×320 and 160×80

Descriptor	Resolution	
	640×320	160×80
-3 (squareness)	0.0195	0.0192
-2 (triangularity)	0.0071	0.0077
-1 (elongation)	0.3721	0.3676
1 (asymmetry)	0.0700	0.0707
2 (2 nd elongation)	0.0274	0.0280
3 (2 nd triangularity)	0.0180	0.0179

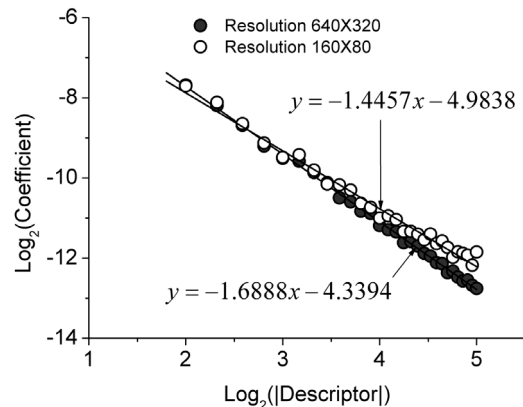


Fig. 10. Log-log plot to base 2 of high order descriptors of Jumunjin sand with two different resolutions

당되는 주요 푸리에 기술자 값을 나타내는데 해상도에 따라 그 값의 차이가 크지 않음을 알 수 있다. 그러나 Fig. 10은 텍스처를 나타내는 ±3 범위 밖의 푸리에 기술자의 경우 추세선의 기울기와 y 절편값이 분석에 사용된 디지털 이미지의 해상도에 영향을 받음을 알 수 있다. 따라서 서로 다른 두 사질토의 형상을 정확히 비교하기 위해서는 같은 해상도의 이미지를 사용해야 하고 서로 비슷한 크기일 때 정확한 비교가 될 것으로 판단된다.

5. 요약 및 결론

주문진 표준사와 Ras Al Khair 사질토 입자를 광학현미경을 사용하여 200배 확대하여 해상도 640×320으로 디지털 이미지를 촬영하였다. 디지털 이미지를 영상처리를 통해 사질토 입자 경계면의 좌표를 추출하였다. 복소 평면에 좌표를 표시하여 입자의 오목한 경계면으로부터 발생할 수 있는 문제를 해결하였으며, 푸리에 변환을 통해 추출한 기술자를 통해 사질토 입자의 형상을 분석하였다. 또한 디지털 이미지 해상도의 푸리에 기술자에 대한 영향도 평가하였다. 본 연구에서 수행한 분석을 바탕으로 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- (1) 푸리에 기술자 분석을 통해 입자의 형상에 대한 특성을 정량적으로 분석이 가능하였다.
- (2) -3에서 +3의 범위에 해당되는 주요 푸리에 기술자들의 분석 결과, 주문진 표준사 입자의 경우 신장(elongation)이 가장 두드러진 형상의 특징이었으며 그다음으로는 비대칭성(asymmetry)이 두드러진 형상의 특징이었다. Ras Al Khair 사질토 입자의 경우도 주문진 표준사와 마찬가지로 신장률, 비대칭성 순으로 형상의 특징을 찾을 수 있었다.
- (3) 푸리에 기술자를 이용해 주문진 표준사와 Ras Al Khair 입자의 형상을 분석한 결과, 작은 구조가 전체 구조와 비슷한 형태로 되풀이되는 프랙탈의 미세구조 특성이 나타나는 것으로 판단된다.
- (4) 본 연구에서 분석된 해상도 범위의 경우, 디지털 이미지의 해상도는 -3에서 +3에 해당되는 주요 푸리에 기술자에 대해서 크게 영향을 미치지 않는 것으로 나타났으나 텍스처와 관련 있는 푸리에 기술자에 대해서는 영향을 미치는 것으로 나타났다.

본 논문에서는 입자의 형상을 정량적으로 분석하는 방안에 대해서 연구하였다. 입자의 형상은 일반적으로 흙 입자의 크기를 분석하는 체가름 시험에서는 알 수 없는 정보이다. 그러나 입자의 형상은 공학적으로 봤을 때 내부마찰각 등에 영향을 미칠 수 있는 주요 인자이므로, 본 논문은 이에 대한 정량적 분석 도구를 제공한다는 측면에서 지반공학적으로 의의가 있다고 판단한다.

전산 기술의 발달로 개별요소법(DEM)에 대한 해석기술이 발달하고 있다. 일반적으로 개별요소법에 사용되는 입자는 구(Sphere)의 형태를 많이 사용하는데 이는 실제 흙 입

자의 형상을 분석하기에는 부족하다. 따라서 실제 흙 입자의 형상과 관련한 정량적인 분석 도구가 필요하며, 본 논문은 이에 기여할 수 있을 것으로 기대한다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부 국토교통기술촉진연구사업의 연구비 지원(15CTAP-C097367-01)에 의해 수행되었습니다. 또한 이 논문은 2015학년도 홍익대학교 학술연구진흥비에 의하여 지원되었습니다.

References

1. Bowman, E. T., Soga, K. and Drummond, W. (2001), Particle shape characterisation using Fourier descriptor analysis, *Geotechnique*, Vol. 51, No. 6, pp. 545~554.
2. Hundal, H. S., Rohani, S., Wood, H. C. and Pons, M. N. (1997), Particle shape characterization using image analysis and neural networks, *Powder Technology*, Vol. 91, No. 3, pp. 217~227.
3. Leung, C. F., Lee, F. H. and Yet, N. S. (1996), The role of particle breakage in pile creep in sand, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 33, No. 6, pp. 888~898.
4. Luerkens, D. W., Beddow, J. K. and Vetter, A. F. (1982), Morphological Fourier descriptors, *Powder Technology*, Vol. 31, No. 2, pp. 209~215.
5. Rosler, R., Schneider, H. A. and Schuberth, R. (1987), Relation between particle shape and profile Fourier coefficients, *Powder Technology*, Vol. 49, No. 3, pp. 255~260.
6. Santamarina, C. and Cascante, G. (1998), Effect of surface roughness on wave propagation parameters, *Geotechnique*, Vol. 48, No. 1, pp. 129~136.