

대기 효과를 고려한 전파 전달의 수학적 모델링 및 응용

Mathematical Modeling of Wave Propagation Considering the Atmospheric Effects and Its Application

이태승 · 최상혁 · 전주환 · 강성철* · 박동민*

Taeseung Lee · Sanghyouk Choi · Joochwan Chun · Seongcheol Kang* · Dongmin Park*

요 약

본 논문에서는 전파 전달 특성을 결정하는 굴절 계수(refractive index)가 고도에 따른 함수라는 사실을 이용하여, 대기권에서의 전파 전달을 수학적으로 표현하는 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 전파가 다른 굴절 계수를 가지는 매질로 입사될 때 입사각과 굴절각의 관계를 나타내는 스넬의 법칙(Snell's law)으로부터 유도할 수 있다. 모의실험에서는 굴절 계수의 제곱을 고도에 대한 일차 다항식으로 모델링함으로써 전파 전달을 도식화 하고, 여러 개의 레이더를 이용하여 각각의 레이더에서 측정된 발사각도 정보를 통해 전파 전달 특성을 나타내는 변수들, 즉, 모델링한 다항식의 계수들을 추정할 수 있음을 보인다.

Abstract

In this paper, we propose a method that represents a mathematical form of wave propagation by using the fact the refractive index determining wave propagation characteristic is a function of altitude. Proposed method uses Snell's law that expresses relationship between incident angle and refraction angle when incident wave passes medium having a different refractive index. We present the simulation results about wave propagation by setting the square of refractive index in the form of the polynomial for altitude and show that it is possible to estimate the coefficients of the polynomial through the angle information from vertical axis of multiple radar systems.

Key words: Wave Propagation, Refractive Index, Real-Time Radiosonde Information, Maximum Likelihood Estimation, Zero-Finding Problem

I. 서 론

레이더는 표적에 전파를 송신하여 맞고 나오는 반사파를 이용하여 표적의 위치 혹은 속도 정보를 추정하거나, 표적을 탐지, 추적하는데 사용되는 센서를 말하는데, 이

때 표적과 레이더 간에는 직진파(line of sight wave)를 송신한다고 가정한다.

그러나 전파는 일직선으로 전달되는 것이 아니라, 대기의 굴절(refraction), 회절(diffraction) 등으로 인해 전파가 휘어지게 되고, 레이더에 의한 표적 탐지의 결과물인

한국과학기술원 전기 및 전자공학부(School of Electrical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology)

*한화탈레스(Hanwha Thales)

· Manuscript received October 2, 2015 ; Revised January 8, 2016 ; Accepted January 18, 2016. (ID No. 20151002-071)

· Corresponding Author: Taeseung Lee (e-mail: tslee11@kaist.ac.kr)

표적까지의 거리와 방위각(azimuth angle), 고도각(elevation angle) 등의 값들은 왜곡으로 인한 오차가 발생하게 되어 레이더에서의 탐지 및 추적 성능이 떨어지게 된다. 이를 보상하기 위해서는 대류권 및 전리층까지의 전파 전달 특성에 대해서 알아야 하고, 이와 같은 연구들은 예전부터 많은 연구가 진행되고 있었다^{[1][2]}.

앞에서 이야기했듯이, 대기의 굴절에 의해서 레이더로부터 표적까지의 거리 정보, 정확하게는 표적의 고도 정보에는 오차가 발생하게 된다. 따라서 정확한 거리 정보를 얻기 위해서는 대기 효과를 고려하는 것이 중요하지만, 레이더 시스템에서 굴절률을 측정하는 것은 매우 어려운 일이다.

대신 고도별 대기 굴절률 특성을 모델링하는 연구들이 많이 연구되었고, 대표적으로 CRPL(Central Radio Propagation Laboratory) 모델^[5]이 제안되어 현재까지 많이 사용되고 있다. 그러나 이는 우리나라의 지형 및 기후를 반영하는 것에는 한계가 있기 때문에 국내 참고문헌 중 한 논문^[6]에서는 대기 굴절에 의한 표적 탐지의 고도 오차를 최소화하기 위해서 한국 7개 기상 관측소에서 6년간 측정된 데이터를 바탕으로 하여 한국형 지수 모델을 제안하였고, 또 다른 참고문헌 [7]에서는 기상에 의한 고도 오차를 기상 데이터로부터 얻어진 굴절률로 분석하고, 기상 환경 고려 시에 굴절률이 레이더를 통해 표적의 고도에 대한 탐지 정확도에 미치는 영향을 분석하는 연구도 진행하였다.

본 논문 또한, 대기 굴절률 특성을 모델링하는 것이라고 볼 수 있는데, 굴절 계수가 고도에 따른 함수라는 사실을 이용하여 두 개의 매질이 아니라 매질이 연속적으로 변하는 상황에서의 전파 전달에 대한 수학적 표현식을 유도하려 한다. 이를 이용하면 특정 위치에 표적이 위치하고, 레이더에서 전파를 송신할 때 전파가 굴절에 의해서 어떻게 전달되는지를 쉽게 파악할 수 있다.

다음으로는 여러 개의 레이더로부터 수직 축을 기준으로 전파가 전달되는 초기 발사각도들을 측정값으로 하여 표적의 위치를 알고 있다고 가정할 때 해당 고도에서의 굴절 계수 값을 추정할 수 있음을 보였다. 여기에서는 최대 우도 추정법(Maximum Likelihood Estimation)을 이용하였는데, 이것은 측정값에 대한 우도 함수를 구한 후에 이

를 최대로 하는 값을 우리가 추정하려고 하는 값으로 설정하는 방법을 말한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 먼저 제 2-1장에서는 준 실시간으로 제공하는 실제 측정 기상 정보를 이용하여 굴절률과 굴절 계수를 대기의 고도에 따른 함수로 표현할 수 있음을 보이고, 2-2장에서는 이를 이용하여 전파 전달에 대한 수학적 표현식을 적분의 형태로 구하였다. 그리고 2-3장에서는 여러 개의 레이더로부터 수직축을 기준으로 전파가 전달되는 초기 발사각도들에 대한 각도 정보를 측정값으로 받아서 표적에 대한 위치 정보를 알고 있을 때, 해당 위치에서의 굴절 계수 값을 다항식으로 모델링했을 때 다항식의 계수들을 추정하는 방안에 대해서 제시하고자 한다. 3장에서는 앞의 2장에서 설명한 내용들에 대해서 모의실험을 통해서 성능 및 결과를 제시하려고 한다. 마지막으로 4장에서는 결론과 향후 발전시킬 내용들에 대해서 언급하려고 한다.

II. 본 론

2-1 대기의 고도에 따른 굴절률 변화

앞에서 언급한 것과 같이 레이더를 이용하여 표적을 탐지하거나 추적할 때는 표적을 향해 직진파를 송신한다고 가정한다. 하지만 실제로는 대기에서 전파는 직진으로 전달되는 것이 아니라, 굴절 및 회절 등의 대기 효과가 존재하고, 이에 따른 효과가 반영되어야 한다. 이 때 얼마나 굴절이 일어나는지에 대한 정도를 굴절 계수(refractive index)라고 하며, 다음과 같이 정의된다.

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (1)$$

위의 식 (1)에서 c 는 빛의 속도를 나타내고, v 는 매질 내에서의 전파의 위상 속도를 말한다. 그리고 ϵ_r 과 μ_r 은 각각 상대 유전율(relative permittivity)과 상대 투자율(relative permeability)을 나타낸다.

대기의 고도별 굴절 계수는 보통 소수점 넷째자리부터 의미 있는 값을 가지고 있다. 따라서 이를 편하게 말하기 위해 소수점 넷째자리부터 여섯째자리의 숫자만을 표기하는 방식을 사용하는데, 이를 굴절률(refractivity)이라고

하며, 아래의 식 (3)과 같이 온도, 압력, 수증기의 부분 압력에 의한 관계식으로 표현할 수 있다고 알려져 있다^{[3],[4]}.

$$N = (n - 1) \times 10^6 \quad (2)$$

$$N = N_{dry} + N_{wet} = \frac{77.6}{T} p + \frac{3.37 \times 10^5}{T^2} e \quad (3)$$

위의 식 (3)에서 T 는 온도 [K]를 나타내고, p 는 압력 [mbar], e 는 수증기에 대한 부분 압력 [mbar]을 나타낸다. 이제 우리는 실제 측정된 기상 데이터를 이용하여 굴절률과 굴절 계수를 고도에 대한 함수로 표현하고자 한다.

AREPS(Advanced Refractive Effects Prediction System) 관련 SPAWAR Systems Center PACIFIC 공식 홈페이지에서는 실제 측정된 대기 자료를 얻기 위해서는 미국의 University of Wyoming의 기상과학과 홈페이지^[8]를 이용할 것을 추천하고 있다.

AREPS의 추천대로 University of Wyoming의 기상과학과 홈페이지에 접속하면 우리나라의 광주 기상대에서 측정하고 있는 대기 자료를 준 실시간으로 확인할 수 있으며, 광주 기상대의 측정 번호를 입력하면 그림 1에서와 같은 대기 자료를 얻을 수 있고, 각 숫자별로 의미하는 값은 (1) 고도 [m], (2) 압력 [hPa], (3) 온도 [°C], (4) 상대 습도 [%]이다.

식 (3)에서 수증기에 대한 부분 압력 e 는 University of Wyoming에서 제공하는 데이터로는 값을 알 수가 없고, 이 값을 계산하기 위해서는 상대 습도 값이 필요하다^[9].

47158 RKJJ Kwangju Ab Observations at 00Z 28 Sep 2015

TIME	ALTITUDE	TEMPERATURE	RELATIVE HUMIDITY	WIND SPEED	WIND DIRECTION	SEA LEVEL PRESSURE	TEMPERATURE AT SEA LEVEL	RELATIVE HUMIDITY AT SEA LEVEL	WIND SPEED AT SEA LEVEL	WIND DIRECTION AT SEA LEVEL
0000	0	15.0	75	10	100	1013.25	15.0	75	10	100
0005	1000	10.0	60	8	100	998.25	10.0	60	8	100
0010	2000	5.0	50	6	100	985.25	5.0	50	6	100
0015	3000	0.0	40	4	100	972.25	0.0	40	4	100
0020	4000	-5.0	30	2	100	959.25	-5.0	30	2	100
0025	5000	-10.0	20	1	100	946.25	-10.0	20	1	100
0030	6000	-15.0	15	0	100	933.25	-15.0	15	0	100
0035	7000	-20.0	10	0	100	920.25	-20.0	10	0	100
0040	8000	-25.0	5	0	100	907.25	-25.0	5	0	100
0045	9000	-30.0	0	0	100	894.25	-30.0	0	0	100
0050	10000	-35.0	0	0	100	881.25	-35.0	0	0	100

Description of Sounding Columns

Parameter	Description	Units
PRSN	Atmospheric Pressure	[hPa]
TEMP	Temperature	[Celsius]
RELH	Relative Humidity	[percent]
WIND	Wind Speed	[m/s]
DIR	Wind Direction	[degrees]
SEA	Sea Level Pressure	[hPa]
SLTEMP	Temperature at Sea Level	[Celsius]
SLRELH	Relative Humidity at Sea Level	[percent]
SLWIND	Wind Speed at Sea Level	[m/s]
SLDIR	Wind Direction at Sea Level	[degrees]
TEMP	Temperature	[Celsius]
RELH	Relative Humidity	[percent]
WIND	Wind Speed	[m/s]
DIR	Wind Direction	[degrees]

그림 1. University of Wyoming에서 제공한 준 실시간 기상 정보(2015년 9월 28일, 광주)

Fig. 1. Real-time radiosonde information provided by the University of Wyoming.

$$RH(\%) = \frac{P_w}{P_{ws}} \times 100 \quad (4)$$

식 (4)에서 P_w 는 부분 수증기압 [mbar], P_{ws} 는 포화 수증기압 [mbar]을 나타낸다. 포화 수증기압은 아래의 식 (5)^[10]와 같이 온도에 대한 함수로 근사화가 가능하며, 이를 이용하여 수증기에 대한 부분 압력 e 를 구해서 식 (3)에 대입하면 최종적으로 굴절률을 온도, 습도, 수증기에 대한 부분 압력 식으로 나타낼 수 있고, 그림 1에서 나타낸 준 실시간 기상 정보 값들 중에서 온도, 압력, 수증기에 대한 부분 압력을 고도별로 도시화하면 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{ws} = \frac{\exp[77.3450 + 0.0057T - 7235/T]}{T^{8.2}} \quad (5)$$

$$e = P_w = \frac{RH(\%)}{100} \times \frac{\exp[77.3450 + 0.0057T - 7235/T]}{100T^{8.2}} \quad (6)$$

일반적으로 그림 2를 통해서도 살펴볼 수 있듯이, 대기권에서는 온도와 압력이 고도가 높아짐에 값이 작아짐에 따라서 식 (3)에서 나타낸 굴절률 및 굴절 계수 값 또한 줄어든다. 굴절률이 온도와 압력에 대한 함수로 표현된다고 하였으므로, 결과적으로 굴절률은 고도에 대한 함수로 표현되고, 그림 2를 통해서 고도가 높아짐에 따라서 값이 작아진다는 것을 유추할 수 있다. 그림 2에서 얻어진 값

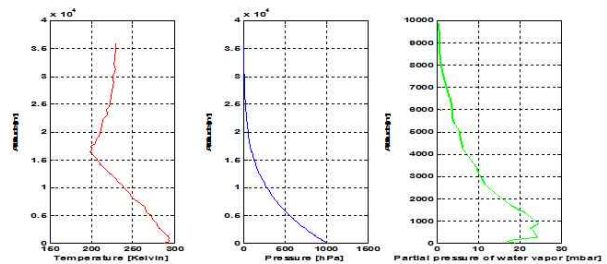


그림 2. University of Wyoming에서 제공한 준 실시간 기상 정보를 이용하여 계산한 온도, 압력, 수증기에 대한 부분 압력의 변화(2015년 9월 28일, 광주)

Fig. 2. The change of temperature, pressure and partial pressure of water vapor in accordance with the altitude of atmosphere.

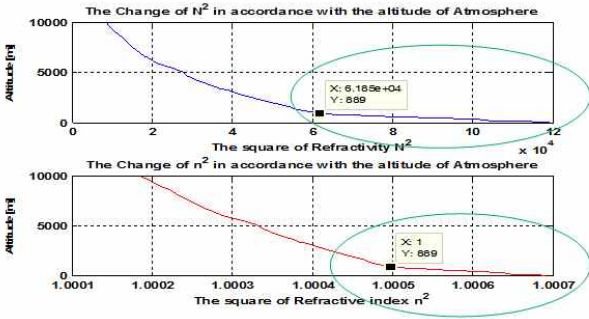


그림 3. 광주 기상대에서 측정한 준 실시간 기상 정보를 이용하여 계산한 대기의 고도 변화에 따른 굴절률과 굴절 계수의 제곱한 값에 대한 변화
 Fig. 3. The change about square of refractivity and refractive index in accordance with the altitude of atmosphere(calculated through real-time radiosonde information - Kwangju at 28 Sep. 2015).

들을 이용하여식 (3)에 대입하면 최종적으로 굴절률 및 굴절 계수 또는 그에 대한 제곱의 형태를 고도 변화에 따라서 그림 3과 같이 도식화할 수 있다.

그림 3을 통해서 알 수 있듯이, 굴절률과 굴절 계수의 제곱은 대기의 고도에 대한 함수로 표현할 수 있다고 결론을 내릴 수 있다. 그래프를 살펴보면 약 1,000 m까지는 굴절 계수가 고도에 대해 거의 선형적으로 감소한다는 것을 알 수 있다. 이에 따라서 본 논문에서는 고려하는 표적이 1,000 m 이내에 위치하고 있다는 것을 알지만 정확한 고도 정보는 모른다고 할 때, 굴절 계수의 제곱을 일차 다항식으로 모델링한 후에 전파 전달에 대한 수학적 표현식을 얻었다. 이때 굴절 계수가 아니라 굴절 계수의 제곱을 일차 다항식으로 모델링한 것은 뒷장에서 유도할 전파전달에 대한 수학적 표현식을 이용하여 전파의 초기 발사 각도를 다른 변수들로 나타내기가 용이하기 때문이다.

2-2 전파 전달에 대한 수학적 모델링

그림 4에서와 같이, x-z 평면 내의 임의의 위치(x_R, z_R)에 레이더가 존재한다고 가정하고, (x_t, z_t)의 위치해 있는 표적을 향해 전파를 발사한다고 할 때의 전파 전달을 수학적으로 표현하고자 한다^[11]. 이를 위해서는 레이더의 수직축으로부터 에너지가 전달되는 광선까지의 각도, 즉 전파

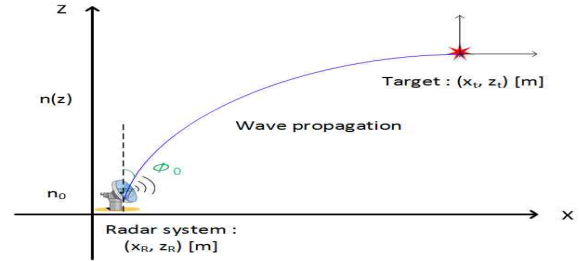


그림 4. 전파 전달에 대한 수학적 모델링을 위한 변수들에 대한 정의
 Fig. 4. Definition of the variables in order to set the mathematical model about wave propagation.

에 대한 발사각도 ϕ 가 정의되어야 하고, 이것은 삼각함수의 정의와 간단한 미분의 물리학적 의미에 의해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \phi}} = \frac{dx}{dz} \quad (7)$$

임의의 매질에서 굴절 계수가 다른 매질로 전파가 입사될 때 입사각과 굴절각의 관계를 설명한 스넬의 법칙 (Snell's law)은 다음과 같이 나타내어진다. 이 때 n_0 와 ϕ_0 은 각각 초기 굴절 계수와 초기 발사 각도를 의미한다.

$$n_0 \sin \phi_0 = n \sin \phi \Rightarrow \sin \phi = \frac{n_0 \sin \phi_0}{n} \quad (8)$$

위에서 얻은 식 (8)을 식 (7)에 대입하면 아래의 식과 같은 형태를 얻을 수 있다.

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\frac{n_0 \sin \phi_0}{n}}{\sqrt{1 - \frac{n_0^2 \sin^2 \phi_0}{n^2}}} = \frac{n_0 \sin \phi_0}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \phi_0}} \quad (9)$$

식 (9)를 고도 z에 대해서 적분하면 최종적으로 전파 전달에 대한 수학적 표현법을 얻을 수 있다. 앞에서 굴절 계수는 고도에 대한 함수로 나타낼 수 있다고 하였고, 표적이 1,000 m 이내에 위치할 때 굴절 계수의 제곱을 일차 다항식으로 모델링, 즉 $n^2 = az + b$ 의 형태로 표현한 후에 $\int \frac{1}{\sqrt{a+x}} dx = 2\sqrt{a+x} + C$ 와 같은 적분 식을 이용하면, 전파 전달에 대한 최종적인 수학적 표현은 다음과 같

이 나타낼 수 있다. 여기에서 a 는 직선의 기울기를 나타내며, b 는 y 절편을 의미한다.

$$\begin{aligned}
 x &= \int_{z_R}^{z_I} \frac{n_0 \sin \phi_0}{\sqrt{(b - n_0^2 \sin^2 \phi_0) + az}} dz + x_R \\
 &= \left[n_0 \sin \phi_0 \cdot \frac{1}{-\frac{1}{2} + 1} (b - n_0^2 \sin^2 \phi_0 + az)^{-\frac{1}{2} + 1} \cdot \frac{1}{a} \right]_{z_R}^{z_I} + x_R \\
 &= \frac{2n_0 \sin \phi_0}{a} \sqrt{(b - n_0^2 \sin^2 \phi_0) + az_I} - \frac{2n_0 \sin \phi_0}{a} \sqrt{(b - n_0^2 \sin^2 \phi_0) + az_R} + x_R
 \end{aligned} \tag{10}$$

앞에서 레이다에서 전파에 대한 발사 각도는 레이다의 수직 축을 기준으로 시계 방향으로 돌아가는 것을 + 각도로 설정하였기 때문에, 레이다가 표적을 기준으로 오른쪽에 위치하게 된다면 발사각도는 - 값을 가지게 된다. \sin 함수는 원점에 대칭한 기함수, 즉 $\sin(-\phi_0) = -\sin(\phi_0)$ 이 되므로, 전파 전달에 대한 최종 형태는 아래의 식 (11) 과 같이 앞에 - 부호가 붙어서 표현된다.

$$x = -\frac{2n_0 \sin \phi_0}{a} \sqrt{(b - n_0^2 \sin^2 \phi_0) + az_I} + \frac{2n_0 \sin \phi_0}{a} \sqrt{(b - n_0^2 \sin^2 \phi_0) + az_R} + x_R \tag{11}$$

2-3 여러 개의 레이다로부터 측정된 각도 정보들을 통한 전파 전달 특성에 대한 변수 추정 방법

앞의 2-2에서 굴절 계수가 고도에 대한 함수라는 사실을 이용하여 본 논문에서는 굴절 계수의 제곱을 일차 다항식의 형태로 표현한 후에, 적분식을 통해서 최종적으로 전파 전달에 대한 수학적 표현식을 식 (10), (11)과 같이 얻을 수 있었다.

이제 우리는 전파 전달에 대한 수학적 표현식을 이용하여 반대로 여러 군데에 위치한 레이다들로부터 레이다의 수직 축을 기준으로 한 초기 발사 각도들을 측정값으로 하여 해당 표적에 대한 위치 정보 (x_i, z_i)를 알고 있다고 가정할 때, 해당 위치에서의 굴절 계수를 나타내는 근사화 모델에 대한 계수 (a, b)들을 추정하려 한다.

앞에서 언급한 총 2가지의 변수들을 측정하기 위해서는 최소한 2개의 레이다들로부터 전파 전달에 대한 초기 발사 각도에 대한 측정값이 필요하다. 그 다음에 측정값

에 대한 우도 함수(Likelihood function)를 구하고, 이를 최대로 하는 값을 우리가 추정하려고 하는 값으로 설정하는 최대 우도 추정법(Maximum Likelihood Estimation)^[12]을 이용하려 한다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{\Phi} + \mathbf{n}, \mathbf{n} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_n^2 \mathbf{I}) \tag{12}$$

$$p(\mathbf{z} | \mathbf{\Theta}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \det^{1/2}(R_n)} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{z} - \mathbf{\Phi})^T R_n^{-1}(\mathbf{z} - \mathbf{\Phi})\right] \tag{13}$$

위의 식 (12)에서 레이다들로부터 측정된 초기 발사각도는 $\mathbf{\Phi} = [\phi_{0,1} \ \phi_{0,2}]^T$ 로 표현되고, 각각의 측정값들에는 백색 가우시안 잡음(White Gaussian Noise)이 더해진다. 이때 여러 레이다들로부터 측정된 초기 발사각도는 앞의 2-2장에서 유도한 전파 전달의 수학적 표현식으로부터 얻을 수 있다. 식 (13)에서 $\mathbf{\Theta}$ 는 우리가 추정하려 했던 2 가지 변수들을 벡터로 표현한 것으로 $\mathbf{\Theta} = [a \ b]^T$ 으로 나타낼 수 있다. 다음으로 R_n 은 잡음에 대한 공분산 행렬을 나타내는 것으로 본 논문에서는 두 개의 레이다에 더해지는 잡음 간에는 상관관계가 없다고 가정하였다. 즉, 잡음에 대한 공분산 행렬은 대각 행렬 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v} &= (\mathbf{z} - \mathbf{\Phi})^T R_n^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{\Phi}) \\
 &= \mathbf{z}^T R_n^{-1} \mathbf{z} - \mathbf{z}^T R_n^{-1} \mathbf{\Phi} - \mathbf{\Phi}^T R_n^{-1} \mathbf{z} + \mathbf{\Phi}^T R_n^{-1} \mathbf{\Phi}
 \end{aligned} \tag{14}$$

최대 우도 추정법을 적용하기 위해서는 식 (13)에서 표현한 우도 함수를 최대로 하는 값을 구해야 한다. 이를 위해서는 지수 함수 안에 있는 부분, 식 (14)에 나타난 항을 최소로 만드는 값, 즉 미분해서 0이 되는 값을 찾으면 된다. 그러므로 우리가 해결하려는 문제는 "Zero-finding problem"으로 바뀌며, 이를 해결하기 위해서 본 논문에서는 뉴턴-랩슨 알고리즘(Newton-Raphson Algorithm)을 이용하였다.

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{\Theta}^T} \ln p(\mathbf{z} | \mathbf{\Theta}) \equiv \mathbf{f}(\mathbf{\Theta}) = \mathbf{0} \tag{15}$$

$$\mathbf{\Theta}_+ = \mathbf{\Theta}_c - J^{-1}(\mathbf{\Theta}_c) \mathbf{f}(\mathbf{\Theta}_c) \tag{16}$$

식 (16)에서 Θ_c 와 Θ_+ 는 각각 추정하고자 하는 변수들의 초기 값과 추정된 값을 나타내며, $J(\Theta_c)$ 는 초기 값들에 대한 자코비안 행렬(Jacobian matrix)의 역행렬을 의미한다.

$$\Theta_c = [\hat{a} \ \hat{b}]^T \tag{17}$$

$$\mathbf{f}(\Theta_c) = \begin{bmatrix} f_1(\Theta_c) \\ f_2(\Theta_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial a} & \frac{\partial v}{\partial b} \end{bmatrix}^T \tag{18}$$

$$J(\Theta_c) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial a} & \frac{\partial f_1}{\partial b} \\ \frac{\partial f_2}{\partial a} & \frac{\partial f_2}{\partial b} \end{bmatrix} \tag{19}$$

III. 모의실험 및 결과

3-1 전파 전달에 대한 수학적 모델링

본 장에서는 레이더의 위치, 표적의 위치, 발사각도, 초기 굴절 계수 값에 따른 전파 전달을 x-z 평면에서 도시화하였다. 두 가지 시나리오를 나누어서 모의실험을 하였는데, 일반적으로 굴절 계수는 고도가 올라감에 따라 작아지기 때문에, 굴절 계수의 제곱을 일차 다항식의 형태로 나타낼 때 사용된 계수 중에서 a 는 음수의 값을 b 의 값은 양수의 값을 사용하였다.

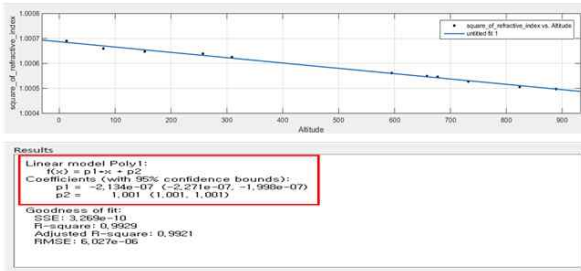


그림 5. University of Wyoming에서 제공한 준 실시간 기상 정보를 이용하여 curve fitting을 통한 적절한 다항식 계수 선택

Fig. 5. Setting the coefficients (a , b) of polynomial model through curve fitting.

그림 5는 University of Wyoming의 기상 과학과 홈페이지에서 제공한 2015년 9월 28일에 측정된 광주 기상대에서의 기상 정보를 통해서 MATLAB에서 제공하는 "cftool"을 이용하여 고도별 굴절 계수의 제곱을 일차 다항식으로 모델링했을 때의 계수들에 대한 추정 결과를 나타낸 것이다. Curve fitting을 통해서 굴절 계수의 제곱을 일차 다항식으로 모델링하면 다항식의 계수들(기울기 $a = -2.134 \times 10^{-7}$, y절편 $b = 1.001$)을 얻을 수 있고, 아래의 두 가지 시나리오에서 전파 전달을 도시화하는데 사용할 것이다.

첫 번째 시나리오는 레이더가 표적을 기준으로 왼쪽에 위치하는 경우이다. 앞에서 언급하였듯이, 레이더의 수직 축을 기준으로 시계방향으로 돌아가는 것을 + 각도로 설정하였을 때 식 (9)를 고도 z 에 대해서 레이더의 z 좌표 (z_R)부터 표적에 대한 z 좌표(z_t)까지 적분하면 최종적으로 전파 전달에 대한 수학적 표현은 식 (10)과 같은 형태로 나타내어진다.

표 1에서 나타낸 변수들을 식 (10)에 대입하여 정리하면 레이더가 (0, 0) [m]에 위치할 때 500 m 고도에 떠있는 표적에 전파를 25° 의 초기 발사 각도를 가지고 송신했을 때 전파 전달에 대한 수학적 표현을 도시화하면 그림 6에서와 같은 결과를 얻을 수 있다.

그림 6은 a 값이 변화함에 따라서 고도별 전파 전달이 어떻게 일어나는지를 보여준다. University of Wyoming 기상 과학과 홈페이지에서 제공하는 광주 지역의 준 실시간 기상 정보를 이용하여 굴절 계수의 제곱을 고도에 대해서 일차 다항식으로 curve fitting하면 직선의 기울기 a

표 1. 첫 번째 시나리오에서 사용된 변수들
Table 1. Parameters used in Scenario 1.

레이더의 위치 [m]	$(x_R, z_R) = (0, 0)$ [m]
1차 다항식의 계수들 a, b	$a = -1.258e-4, -2.134e-7,$ $-3.894e-4, -8.52e-4$ $b = 1.001$
초기 발사각도 [deg]	$\phi_0 = 25^\circ$
초기 굴절 계수 n_0	$n_0 = 1.0003$
표적의 높이 z_t	$z_t = 500$ [m]

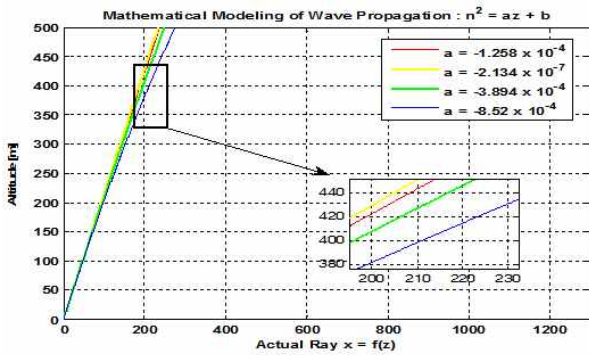


그림 6. 레이더가 $(x_R, z_R)=(0, 0)$ [m]에 위치한 상태에서 25° 로 발사하였을 때 굴절 계수의 제곱에 대한 일차 다항식의 계수 변화에 따른 전파 전달

Fig. 6. Wave propagation according the change of coefficients of 1st order polynomial about square of refractive index when the radar is positioned on the $(x_R, z_R)=(0, 0)$ [m] transmits the wave having a shooting angle of 25 [deg].

값이 10^{-7} 의 척도를 가지기 때문에 값을 변화시켜도 전파 전달에는 큰 차이가 없었다. 이에 따라서 a 값이 변화함에 따라서 전파 전달의 변화가 어떻게 일어나는지 확인해 보기 위해서 임의로 크기를 키워서 10^{-4} 의 척도를 가지는 세 개의 값을 설정하여 비교하였다. 전파 전달 경향을 비교해본 결과, a 값이 작아질수록 전파가 아래쪽으로 휘어지는 현상을 확인할 수 있었다.

두 번째 시나리오는 레이더가 표적을 기준으로 오른쪽에 위치하는 경우이다. 레이더가 표적의 오른쪽에 위치함에 따라 전파에 대한 초기 발사각도는 $-$ 값을 가지게 되고, 식 (9)를 고도 z 에 대해서 레이더의 z 좌표(z_R)부터 표

표 2. 두 번째 시나리오에서 사용된 변수들
Table 2. Parameters used in Scenario 2.

레이더의 위치 [m]	$(x_R, z_R)=(1,300, 0)$ [m]
1차 다항식의 계수들 a, b	$a=-1.258e-4, -2.134e-7,$ $-3.894e-4, -8.52e-4$ $b=1.001$
초기 발사각도 [deg]	$\phi_0 = -40^\circ$
초기 굴절 계수 n_0	$n_0 = 1.0003$
표적의 높이 z_t	$z_t = 500$ [m]

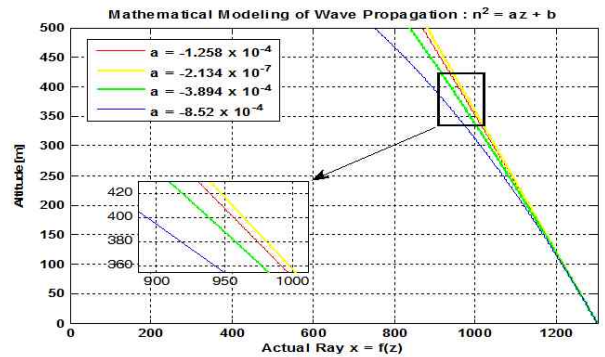


그림 7. 레이더가 $(x_R, z_R)=(1,300, 0)$ [m]에 위치한 상태에서 -40° 로 발사하였을 때 굴절 계수의 제곱에 대한 일차 다항식의 계수 변화에 따른 전파 전달

Fig. 7. Wave propagation according the change of coefficients of 1st order polynomial about square of refractive index when the radar is positioned on the $(x_R, z_R)=(1,300, 0)$ [m] transmits the wave having a shooting angle of -40 [deg].

적에 대한 z 좌표(z_t)까지 적분하면 최종적으로 전파 전달에 대한 수학적 표현은 식 (11)과 같은 형태로 나타내어진다.

마찬가지로 위의 표 2에서 나타낸 변수들을 식 (11)에서 대입하여 정리하면 그림 7에서와 같은 결과를 얻을 수 있다.

그림 6에서 사용한 변수들과 같은 변수들을 두 번째 시나리오에서도 사용하였기 때문에 전파 전달의 경향은 거의 유사하게 나타나지만, 레이더가 표적을 기준으로 오른쪽에 위치하기 때문에 그림 6과는 다르게 좌우 대칭이 되어 나타나게 된다.

3-2 여러 개의 레이더로부터 측정된 각도 정보들을 통한 전파 전달 특성에 대한 변수 추정 방법

이제 앞의 2-3에서 설명한 것과 같이 추정하고자 하는 변수들의 개수만큼 레이더를 설치하고, 레이더의 수직 축을 기준으로 하는 초기 발사각도 들을 측정값으로 하여 관심 있는 변수들을 최대 우도 추정법을 통해서 추정하고자 한다. 그림 8과 같은 시나리오를 가정하고, 표 3에 나타낸 변수들을 사용한다고 할 때, 그림 9와 같은 결과를 얻을 수 있었다.

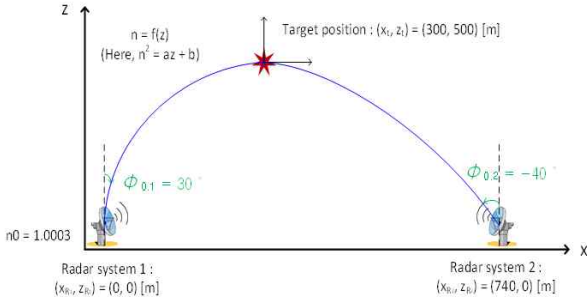


그림 8. 고도에 대한 다항식 모델의 두 가지 변수들을 추정하기 위한 시나리오

Fig. 8. Scenario for the estimates of the two parameters (a , b) of polynomial model about altitude.

표 3. 두 가지 변수 (a , b)의 추정을 위한 시나리오에서 사용된 변수들

Table 3. Parameters used in scenario for the estimates of two parameters (a , b).

추정 값	$\mathbf{z} = [30 \quad -40]^T$
1차 다항식의 계수들에 대한 값	$a = -0.0002134, b = 1.0006$
1차 다항식의 계수들에 대한 초기값	$\hat{a} = -0.0001928, \hat{b} = 1.000523$
초기 굴절 계수 n_0	$n_0 = 1.0003$

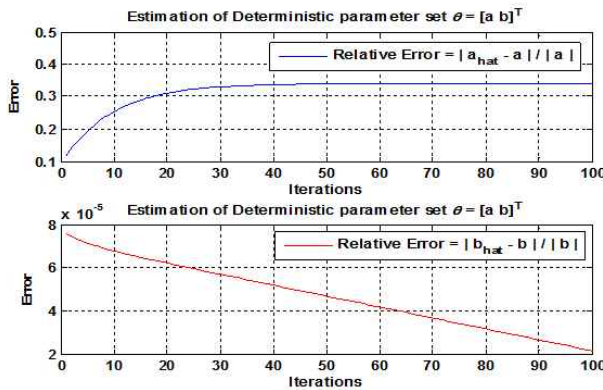


그림 9. 뉴턴-랩슨 알고리즘을 통해 얻은 두 가지 변수들에 대한 상대 오차 | 추정 값 - 참 값 | / 참 값

Fig. 9. Relative error about estimates of the two parameters (a , b) through Newton-Raphson algorithm.

그림 9는 뉴턴-랩슨 알고리즘을 통해서 굴절 계수의 제곱을 고도에 대한 일차 다항식, 즉 $n^2 = az + b$ 의 형태로 모델링했을 때 두 개의 변수들에 대한 추정 값과 참 값의 차이를 참 값으로 나눈 값, 즉 상대 오차를 알고리즘의 반복 횟수에 따라서 나타낸 것이다. 그림 9를 살펴보면 직선의 기울기를 나타내는 a 에 대한 오차 값은 iteration 수가 30 정도가 되면 수렴하며, y 절편을 나타내는 b 에 대한 오차 값은 iteration 수가 커짐에 따라서 계속 작아지는 것을 확인할 수 있다.

표 3에서 확인할 수 있듯이, b 값과 비교하여 a 값은 소수점 넷째자리부터 값을 가지는 매우 작은 값이다. 위의 그림 9를 다시 보면 a 값에 대한 오차 값이 0.3으로 나타나는 것을 확인할 수 있는데, 이는 비교적 오차가 크게 발생했음을 뜻한다. 따라서 오차를 줄이는 일이 중요한 이슈로 대두되는데, 이는 식 (16)에서 설명한 뉴턴-랩슨 알고리즘에 사용되는 relaxation factor μ 와 추정하려는 변수들의 초기 값 그리고 잡음의 분산이 복합적으로 작용한다. Relaxation factor μ 는 뉴턴-랩슨 알고리즘의 수렴 여부를 결정하는 중요한 요인으로써 자코비안 행렬 앞에 곱해지게 되어 영향을 끼친다. 그러나 알고리즘을 적용할 때 relaxation factor를 어떻게 정해야 한다는 규칙은 학문적으로 알려진 바가 없으므로, 추정 값과 참 값의 차이가 최소화 하도록 "trial and error"로 각각의 값 들을 정해주는 것이 중요하다.

IV. 결론 및 향후 연구 방향

본 논문에서는 굴절 계수가 고도에 대한 함수라는 사실을 이용하여 전파 전달에 대한 수학적 표현을 구하고, 이를 토대로 여러 레이더들로부터 수직 축을 기준으로 한 초기 발사 각도를 추정값으로 하여 최대 우도 추정법을 통해 표적 위치에서의 굴절 계수를 나타내는 1차 다항식의 계수(a , b)들을 추정하는 방안을 제시하고, 모의실험을 통해서 성능을 평가하였다.

향후 연구 방향은 표적이 정지해 있는 상황이 아닌 특정한 속도를 가지고 움직인다고 가정하고, 2차원 평면이 아닌 3차원 직각 좌표계로 확장하여 여러 레이더들로부터 표적까지의 거리, 방위각 및 고도각 등 세 개의 정보들

을 토대로 하여 이동하는 표적을 추적해 나가면서 해당 위치에서의 굴절 계수를 나타내는 다항식의 계수 및 표적의 위치와 속도를 함께 추적해 나가는 문제를 해결하고자 한다.

References

[1] R. B. Muchmore, A. D. Wheelon, "Line-of-sight propagation phenomena - I. Ray treatment", *Proceedings of the IRE*, vol. 43, no. 10, pp. 1437-1449, Oct. 1955.

[2] B. M. Fannin, K. Jehn, "A study of radar elevation-angle errors due to atmospheric refraction", *Antennas and Propagation, IRE Transactions on*, vol. 5, no. 1, pp. 71-77, Jan. 1957.

[3] D. K. Barton, *Atmospheric Effects, Radar Equations for Modern Radar*, Norwood, MA : Artech House, 2013.

[4] J. A. Richards, *Radio Wave Propagation : An Introduction for the Non-specialist*, Springer Science & Business Media, 2008.

[5] B. R. Bean, G. D. Thayer, "CRPL exponential reference atmosphere", *Jour. Res. NBS*, vol. 63, no. 3, pp. 315-317, Jun. 1959.

[6] 문현욱, 전민현, 김우중, 오성근, 이종현, 권세웅, 윤영중, "레이다에서 고고도 표적물의 고도 예측 성능 향

상을 위한 한국형 지수 모델 개발에 관한 연구", *한국전자과학회논문지*, 23(7), pp. 831-839, 2012년 7월

[7] 권세웅, 이종현, 권양원, 이기원, 김한생, 선웅, "장거리 다기능 레이다에서 기상에 의한 고도 탐지 정확도 영향 분석 연구", *한국전자과학회논문지*, 25(1), pp. 123-129, 2014년 1월

[8] University of Wyoming, "Atmospheric soundings", [weather.uwyo.edu](http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html). [Online]. Available : <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html> [Accessed: Sep 28, 2015]

[9] The Engineering ToolBox, "Relative Humidity of Air", [engineeringtoolbox.com](http://engineeringtoolbox.com/relative-humidity-air-d_687.html). [Online]. Available : http://engineeringtoolbox.com/relative-humidity-air-d_687.html [Accessed: Sep 28, 2015]

[10] The Engineering ToolBox, "Water vapor and saturation pressure in humid air", [engineeringtoolbox.com](http://www.engineeringtoolbox.com/water-vapor-saturation-pressure-air-d_689.html). [Online]. Available : http://www.engineeringtoolbox.com/water-vapor-saturation-pressure-air-d_689.html [Accessed: Sep 28, 2015]

[11] Condon Report, Chap 4, Section 3, "Basic Physical Concepts and Atmospheric Variables Involved in Light Refraction", [Online], Available : <http://www.project-1947.com/shg/condon/s6chap04.html>

[12] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory*, Prentice-Hall PTR, 1993.

이 태 승



2010년 2월: 세종대학교 항공우주공학과 & 전자공학과 (공학사)
 2013년 2월: 한국과학기술원 우주탐사공학학제전공 (공학석사)
 2013년 3월~현재: 한국과학기술원 전기및전자공학부 박사과정
 [주 관심분야] 레이다 신호처리

최 상 혁



2007년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학사)
 2010년 2월: 한국과학기술원 전기및전자공학부 (공학석사)
 2016년 2월: 한국과학기술원 전기및전자공학부 (공학박사)
 2016년 1월~현재: 한국전자통신연구원 위성항법연구실 연구원

[주 관심분야] 레이다 및 무인기 탐지 신호처리

전 주 환



1989년: Ph.D. Dept of EE, Stanford University, California
1989년~1992년: Member of Technical Staff, General Electric, Schenectady, New York
1992년~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학부 교수

2013년~2014년: Editor for the IEEE Transaction on Vehicular Technology

[주 관심분야] 신호 처리, 통신 이론, 수치 해석

박 동 민



2001년 2월: 광운대학교 전자공학과 (공학석사)
2001년 4월~현재: 한화탈레스 수석연구원
2014년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학부 (공학박사)

[주 관심분야] Radar, Beamforming, RF, Signal Processing 등

강 성 철



1999년 2월: 명지대학교 전자공학과 (공학사)
2001년 2월: 명지대학교 전자공학과 (공학석사)
2007년 3월~현재: 한화탈레스 레이더 전자전 체계그룹 수석연구원

[주 관심분야] 레이더 시스템, 레이더 신호/데이터 처리 등