

Face-Diagonal 방법 기반의 레이저 간섭계 측정을 이용한 CMM 의 직각도 추정

Squareness Estimation for Coordinate Measuring Machine Using the Laser Interferometer Measurement Based on the Face-Diagonal Method

이훈희¹, 이동목², 양승한^{1,✉}

Hoon Hee Lee¹, Dong Mok Lee², and Seung Han Yang^{1,✉}

¹ 경북대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Kyungpook National University)

² 경북대학교 기계연구소 (Institute of Mechanical Engineering Technology, Kyungpook National University)

✉ Corresponding author: syang@knu.ac.kr, Tel: +82-53-950-6569

Manuscript received: 2015.9.10. / Revised: 2015.12.22. / Accepted: 2015.12.29.

The out-of-squareness is one of the error sources that affect the positioning accuracy of machine tools and coordinate measuring machines. Laser interferometer is widely used to measure the position and angular errors, and can measure the squareness using an optical square. However, the squareness measurement using the laser interferometer is difficult, as compared to other errors due to complicated optics setup and Abbe's error occurrence. The effect of out-of-squareness mainly appears at the face-diagonal of the movable plane. The diagonal displacements are also affected by the position dependent geometric errors. In this study, the squareness estimation techniques via diagonal displacement measurement using the laser interferometer without an optical square were proposed. For accurate estimation and measurement time reduction, the errors selected from proposed discriminant were measured. Discrepancy between the proposed technique with the laser interferometer (with an optical square) result was 0.6 μ rad.

KEYWORDS: Squareness estimation (직각도 추정), Coordinate measuring machine (3 차원 측정기), Face-Diagonal method (면-대각 방법), Laser interferometer (레이저 간섭계)

기호설명

δ_{ij} = Position error in i -direction of j -axis

ϵ_{ij} = Angular error in i -direction of j -axis

s_{ij} = Squareness between i -axis and j -axis

j_n = n -th measurement position of j -axis, $n=1,2,\dots,N$

\mathbf{T}_n = Position vector of n -th measurement point on diagonal direction, $n=1,2,3,4$

τ_a^b = Homogeneous transformation matrix of b -local coordinate system relative to a -local coordinate system

L_n = Diagonal displacement between n -th point and origin of measurement coordinate system, $n=1,2,3,4$

ΔL_n = Diagonal displacement error between n -th point and origin of measurement coordinate system, $n=1,2,3,4$

1. 서론

공작기계, CMM 등과 같이 정밀 제조산업에서 광범위하게 사용하고 있는 정밀 다축 제어기계는 열 변형 오차 (Thermal Error)와 기하학적 오차 (Geometric Error) 등의 준정적 오차 (Quasi-Static Error)와 히스테리시스 (Hysteresis), 서보 불일치(Servo Mismatch) 등의 동적 오차 (Dynamic Error)와 같이 다양한 오차 원인들에 영향을 받는다.^{1,2} 이러한 오차들은 가공물과 말단장치 (End-Effector) 간의 부정확한 위치를 야기한다. 오차 요인들 중 기하학적 오차는 70% 이상의 비중으로 체적오차 (Volumetric Error)에 중대한 영향을 준다.³ 기하학적 오차 측정은 레이저 간섭계 (Laser Interferometer), 정전용량 센서 (Capacitive Sensor), 볼바 (Double Ball-Bar) 등의 측정기를 활용하여 직간접적으로 수행한다.^{4,6} 구동축 간의 직각도 오차 (Out-Of-Squareness)는 기하학적 오차 중에서도 체적오차에 큰 비중으로 영향을 주지만, 측정이 어려운 오차로 알려져 있다.⁷

ISO 230-1⁸에서는 직각마스터 (Square)와 다이얼 게이지 (Dial Gauge), 오토콜리메이터 (Auto-Collimator) 등을 사용하여 직각도를 측정하는 방법을 소개하고 있다. 최근에는 레이저 간섭계와 광학스퀘어 (Optical Square)를 사용하여 측정된 두 축의 진직도 데이터로부터 직각도를 계산하는 방법이 상용화되어, Renishaw Plc, Keysight Technology 등은 이를 활용한 측정 시스템을 출시했다.^{9,10} Lee¹¹는 광학스퀘어를 사용한 직각도 측정에서 정확도 향상을 위해 아베오차를 제거하고, 국소범위에서 측정된 직각도를 전체 영역으로 추정할 수 있는 방법을 소개했다. 하지만, 광학스퀘어를 사용하는 직각도 측정 방법은 빔 (Laser Beam), 광학계 (Optics)간의 정렬이 어려워 작업자 숙련도에 따라 많은 실험 시간이 소요되고, 고가의 광학스퀘어가 필요한 등의 어려움이 있다.

Zhang¹² 등은 대각 테스트 (Diagonal Test)를 활용하여 직각도를 추정하는 방법을 제안했다. 대각 테스트는 ISO 230-6¹³에서 공작기계의 위치 정확도 성능을 평가하기 위해 이송 공간의 체-대각 (Body-Diagonal) 또는 면-대각 (Face-Diagonal)의 거리를 레이저 간섭계 등으로 측정하는 방법이다. Zhang의 방법은 대각 방향 직선뿐 아니라 여러 직선을 측정해야 하기 때문에 빔 정렬, 측정 등에 상당한 시간이 소요된다. Kruth¹⁴ 등은 면-대각 거리와 동일한 길이가 다른 각 3개의 볼바를 이용한 면-대각 거리 측정을 통해 직각도를 계산하는 방법을

제안했다. 대각 거리 오차에는 직각도의 영향이 높은 비중으로 나타나지만, 진직도 및 일부 각도 오차의 영향도 받기 때문에 정확한 직각도 추정을 위해서는 이를 필수적으로 고려해야 한다.

본 연구에서는 광학스퀘어를 사용하지 않고 레이저 간섭계의 대각 거리 측정을 활용하여 효율적으로 직각도를 추정하는 방법을 제안했고, 주요 내용은 다음과 같다.

- 대각 거리 오차와 일부 기하학적 오차 데이터를 활용한 직각도 추정 절차 제안
- 측정 시간 최소화를 위해 판별식을 이용한 측정 필요 기하학적 오차 선정

측정 실험은 Dukin 社の SIGMA 785C 모델 CMM의 X, Y축 간의 직각도를 대상으로 Renishaw 社の 레이저 간섭계 XL-80을 이용하여 실시했고, 제안한 방법의 검증에 위해 광학 스퀘어를 사용하여 측정된 직각도 결과와 비교했다.

2. CMM의 체적 오차와 대각 거리 오차

2.1 기하학적 오차

다축 기계의 기하학적 오차는 위치 종속적 기하학적 오차 (PDGEs, Position Dependent Geometric Errors)와 위치 독립적 기하학적 오차 (PIGEs, Position Independent Geometric Errors)로 구분된다.¹⁵ PDGEs는 선형 변위 오차 (Linear Displacement Error), 수평/수직 진직도 오차 (Horizontal/Vertical Straightness Error)의 위치오차 3개와 롤 (Roll), 피치 (Pitch), 요 (Yaw)의 각도오차 3개가 있다. 상용 CMM에서는 지정된 구간에서의 오차 값을 제어기에 입력하여 보정하도록 제공한다. 임의의 한 축 (j 축) 구동에 따른 위치 j 에서 각 PDGEs는 측정 데이터로부터 선형 보간으로 식(1)로 계산하거나 다항식 모델로부터 식(2)와 같이 계산하여 보정 값으로 사용한다.

$$\delta_{ij}(j) = \frac{m_{ij,n} - m_{ij,n-1}}{j_n - j_{n-1}}(j_n - j) \tag{1}$$

$$\delta_{ij}(j) = \sum_{k=1}^n d_{ij,k} j^k \tag{2}$$

여기서 $\delta_{ij}(j)$ 는 j 축 임의의 위치에서의 i 방향 위치오차를 나타내는 함수이고, $m_{ij,n}, m_{ij,n-1}$ 은 j 에 근접한 두 위치 j_n, j_{n-1} 에서의 측정 값이다.

PIGEs는 축 간의 불완전한 조립으로 주로 발생하며, 직각도와 오프셋 오차가 이에 해당한다. 직선 3축 기계에서는 보통 각 축의 로컬좌표계 원점이 일치한다는 가정으로 오프셋 오차를 고려하지 않고, 각 축 간의 직각도 s_{xy} , s_{yz} , s_{xz} 으로 PIGEs를 고려한다.

2.2 기계 구조와 체적 오차 모델

CMM의 체적 오차는 측정물 (Work-Piece)과 프로브 (Probe) 사이의 3차원 위치 정확도를 나타내며, 기계 구조 형태에 따라 체적 오차 모델을 유도한다. 본 논문에서는 구체적인 서술을 위해서 Fig. 1과 같은 “Workpiece-Foundation-Y-X-Z-Probe” 기계 구조를 대상으로 한다. 기계 원점으로부터 각 구동축, 공작물, 프로브의 로컬좌표계 (Local Coordinate System, LCS)를 정의하면, 기구학 체인으로부터 공작물좌표계 (W-LCS)와 프로브좌표계 (P-LCS)간의 상대 위치, 자세 관계는 다음과 같다.

$$\tau_w^p = (\tau_F^W)^{-1} \tau_F^Y \tau_Y^X \tau_X^Z \tau_Z^P \quad (3)$$

여기서, τ_w^p 는 W-LCS를 기준으로 한 P-LCS의 방향 행렬 \mathbf{R} 과 위치 벡터 \mathbf{t} 를 동시에 나타낸 다음과 같은 동차변환행렬 (Homogeneous Transformation Matrix)이다.

$$\tau_w^p = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 000 & 1 \end{bmatrix}$$

Lee¹⁶의 체적오차 계산 절차를 사용하면, 체적 오차는 W-LCS를 기준으로 한 P-LCS의 위치 벡터 \mathbf{t} 과 공칭 경로 (Nominal Path) $\mathbf{T} = [x, y, z]^T$ 의 차이로 XY평면 ($z=0$) 구동에서는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{W} &= \mathbf{t} - \mathbf{T} \\ &= \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{xx} + \delta_{xy} \\ \delta_{yx} + \delta_{yy} + \varepsilon_{zy}x + s_{zy}x \\ \delta_{zx} + \delta_{zy} - \varepsilon_{yy}x \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

2.3 대각 거리 오차

두 축 구동에 의해 만들어지는 평면의 대각 지점에서의 위치는 기하학적 오차로 인해 공칭 (Nominal) 위치로부터 임의의 오차를 포함한다. 측정 영역 중심점 $\mathbf{T}_c = [x_c, y_c, z_c]^T$ 을 설정하고 대각 네 끝 지점의 위치를 $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \mathbf{T}_3, \mathbf{T}_4$ 로 Fig. 2와 같이 설정하면,

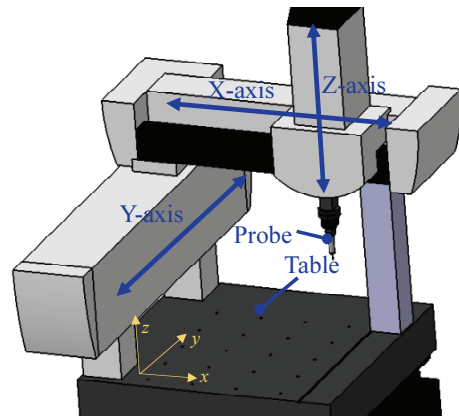


Fig. 1 Structural configuration of the CMM

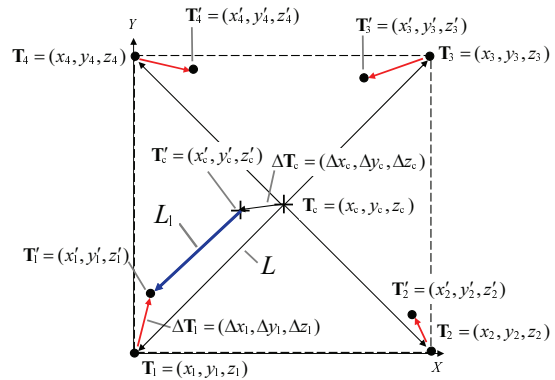


Fig. 2 Face-Diagonal measurement in the XY Plane ($z=0$)

CMM 이동 명령에 의한 중심점과 대각 끝 점 사이의 공칭 거리는 L 이다. 하지만, 기하학적 오차로 인해 중심점과 대각 끝 지점은 각 $\mathbf{T}'_n, \mathbf{T}_n (n = 1, 2, 3, 4)$ 에 위치하고, 레이저 간섭계로 측정되는 두 점 사이의 거리는 L_n 이다. 대각 거리오차 ΔL_n 은 오차가 포함된 거리인 L_n 으로부터 공칭 거리인 L 과의 차이로 다음의 식의 관계이다.

$$L_n = L + \Delta L_n \quad (5)$$

중심점 \mathbf{T}'_c 을 기준으로 한 대각 측정점 \mathbf{T}'_n 의 위치 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{T}'_n - \mathbf{T}'_c = (\mathbf{T}_n - \mathbf{T}_c) + (\Delta \mathbf{T}_n - \Delta \mathbf{T}_c) \quad (6)$$

두 점 사이의 대각 거리오차 ΔL_n 는 식(5)의 양변의 제곱과 식(6)의 벡터 크기 제곱이 같다는 관

계로부터 유도하며, 오차의 고차 항은 미소 값이므로 0으로 가정하여 정리하면, 대각 거리 오차는 다음 관계식과 같다.

$$\Delta L_n = \{(x_n - x_c)(\Delta x_n - \Delta x_c) + (y_n - y_c)(\Delta y_n - \Delta y_c) + (z_n - z_c)(\Delta z_n - \Delta z_c)\} / L \quad (7)$$

여기서, $\Delta x_n, \Delta x_c$ 는 대각 위치 및 중심점에서의 체적오차 Δx 성분으로 식(4)을 적용하여 계산한다.

3. 대각 거리 오차를 활용한 직각도 계산

레이저 간섭계를 이용한 대각 거리 오차와 일부 기하학적 오차 측정을 통한 직각도를 추정 절차는 Fig. 3과 같다. 먼저 기하학적 오차와 기계 구조를 고려하여 2절에서와 같이 체적오차 모델을 유도한다. X, Y축간의 직각도 s_{xy} 추정일 경우, 두 축 구동 평면의 면-대각 방향의 두 직선을 설정하고, 대각 끝 4 점 T_1, T_2, T_3, T_4 과 두 직선이 교차하는 중심점 T_c 을 거리 오차 측정점으로 선정한다. 제안한 직각도 추정 절차는 기본적으로 중심점을 기준으로 한 4 지점의 대각 거리 오차를 이용한 대수식을 직각도 계산을 위해 사용한다. 하지만, 대각 거리 오차에는 비교적 영향이 큰 직각도 뿐 아니라 일부 PDGEs도 영향을 주기 때문에, 정확한 추정을 위해서는 네 점의 거리 오차 데이터를 이용한 직각도 계산에 영향을 주는 오차를 판별식을 통해 선정하여 측정해야 한다. 레이저 간섭계를 이용하여 대각 거리 오차 및 선정된 PDGEs를 측정 후, 측정 데이터로부터 생성한 가상 대각 거리 오차 $\Delta L_{n,v}$ 를 실제 대각 거리 오차 ΔL_n 로부터 제거한다. 직각도는 가상 대각 거리 오차가 제거된 4개의 데이터 $\Delta L'_n$ 를 이용하여 대수적으로 간단하게 계산한다. 나머지 두 직각도 s_{yz}, s_{xz} 도 동일한 절차로 추정한다.

3.1 판별식을 이용한 측정 필요 PDGEs 선정

대각 거리 오차는 비교적 큰 비중으로 영향을 미치는 직각도 이외에도 일부 위치 및 각도 오차의 영향도 받는다. 직각도 추정을 위해서는 식(7)의 대각 거리 오차에 영향을 주는 모든 기하학적 오차 성분을 고려해야 하지만, 4 지점의 대각 거리 오차 데이터를 이용한 다음의 직각도 계산식을 이용하면 일부 오차는 서로 상쇄된다.

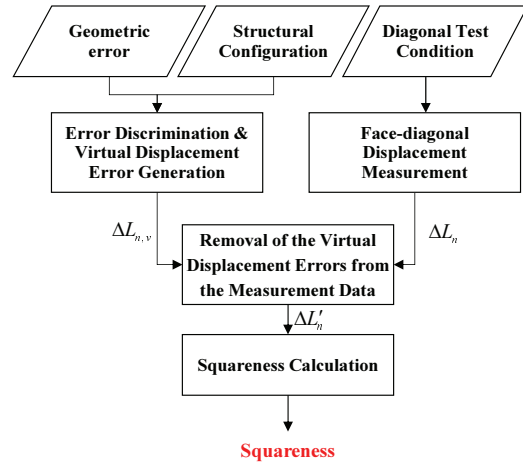


Fig. 3 Squareness estimation procedure using laser interferometer without an optical square

$$s_{xy} = \left\{ \sum_{n=1}^4 (-1)^n L \Delta L_n \right\} / 2L \quad (8)$$

즉, 직각도 계산을 위한 계산식에 의해 상쇄되지 않는 일부의 PDGEs는 측정이 필요하다. 측정 필요 오차와 필요치 않은 오차의 구분은 다음의 판별 함수를 통해서 확인 한다.

$$D(\text{error component}) = \sum_{n=1}^4 (-1)^n \Delta L_n \quad (9)$$

여기서, 판별 함수인 D (error component)는 4 지점의 위치 오차 또는 각도 오차 하나의 다항식 모델을 입력으로 식(7)에 대입하여 가감한 식으로, 결과 값이 0이 되지 않는 오차는 측정해야 하는 오차로 선정한다.

판별식 결과가 0이 되는 오차는 직각도 계산식에 영향을 주지 않으므로 추가적인 측정이 필요 없다. 예제 구조에서는 두 축의 선형 변위 오차가 판별식으로부터 직각도 계산식에 영향을 주지 않았고, X축과 Y축의 수평 진직도와 Y축의 요 오차는 영향을 주는 오차로 판별되어 측정 필요 오차로 선정하였다. 단, 기계의 구조적 제약으로 인한 레이저 간섭계 설치의 어려움으로 한 방향의 면-대각만 측정 가능할 경우, 두 축의 선형 변위 오차는 측정 필요 오차로 선정한다.

3.2 가상 대각 거리 오차 생성과 직각도 계산

직각도 추정을 위한 기본적인 계산식은 식(8)

과 같다. 하지만, 정확한 추정을 위해서는 식(9)에서 판별된 PDGEs는 레이저 간섭계 등으로 측정하고 식(8)에서 영향을 제거해야 한다. 즉, 판별된 PDGEs에 의한 가상 대각 거리 오차를 계산하여 실제 대각 거리 오차 ΔL_n 로부터 제거하는 과정이 필요하다. 가상 대각 거리 오차 $\Delta L_{n,v}$ 는 판별된 PDGEs를 식(7)에 대입하여 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta L_{n,v} = & \{(x_n - x_c)(\delta_{xy}(y_n) - \delta_{xy}(y_c)) \\ & + (y_n - y_c)(\delta_{yx}(x_n) - \delta_{yx}(x_c)) \\ & + x_n \varepsilon_{zy}(y_n) - x_c \varepsilon_{zy}(y_n)\} / L \end{aligned} \quad (10)$$

대각 거리 오차 ΔL_n 에서 가상 대각 거리 오차 $\Delta L_{n,v}$ 를 식(11)과 같이 제거한 데이터 $\Delta L'_n$ 를 사용하면, 최종 직각도는 식(12)으로 계산한다.

$$\Delta L'_n = \Delta L_n - \Delta L_{n,v} \quad (11)$$

$$s_{xy} = \left\{ \sum_{n=1}^4 (-1)^n L \Delta L'_n \right\} / 2L \quad (12)$$

4. 실험

본 연구에서 제안한 직각도 추정 방법을 사용하여 Table 1의 사양인 Dukin 社의 3차원 측정기 SIGMA 785C 모델에서 Fig. 4와 같이 실험을 수행하였고, 레이저 간섭계는 Table 2의 오차 측정 성능을 가진 Renishaw 社의 XL-80을 사용했다. CMM의 구조는 2절의 예시와 동일하고, 보유한 CMM의 구조적 제약으로 인하여 측정 구간은 X: 200-600 mm, Y: 200-600 mm에서 X, Y축 간의 직각도를 대상으로 실험을 수행했다. 추정된 직각도는 4.2 μrad 으로, Table 3과 같이 3회 반복 측정된 4개의 대각 거리 오차 데이터와 Figs. 5(a)와 5(b)와 같이 측정 필요 오차로 판별되어 레이저 간섭계로 측정된 Y축의 X방향 진직도 오차 δ_{xy} , X축의 Y방향 진직도 오차 δ_{yx} 및 Y축의 요 오차 ε_{zy} 데이터를 이용했다.

또한, 제안한 방법의 검증은 광학스퀘어를 사용하여 3회 반복 측정된 직각도 결과와 비교했다. 광학스퀘어를 사용한 직각도 측정 방법은 두 축의 진직도 측정데이터의 대표직선 기울기로 직각도를 계산했다. 측정 결과는 Table 4에 정리했고, 광학스퀘어를 사용한 직각도 결과의 정확도 향상을 위해서 Lee¹¹의 방법을 사용하여 아베 오차의 영향을 수식적으로 제거했다. 직각도 측정 결과는 4.8 μrad

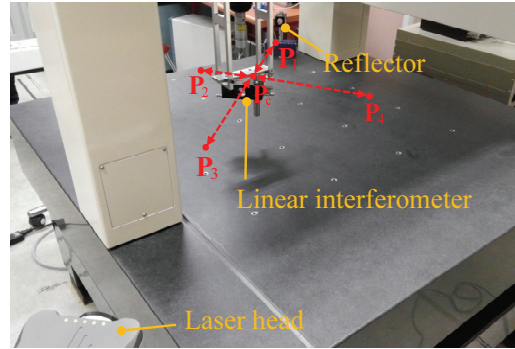


Fig. 4 Experimental setup for the diagonal measurements

Table 1 Specification of the CMM

Model: SIGMA 785C		
Measuring range	X	700 mm
	Y	800 mm
	Z	500 mm
Resolution		0.5 μm
Maximum permissible error		2.0+L/300 μm
L: Measuring length		

Table 2 Specification of the geometric error measurement using the laser interferometer

Linear measurement (with XC compensator)	
Accuracy	± 0.5 ppm
Resolution	0.001 μm
Straightness measurement	
Accuracy	$\pm 0.5\% \pm 0.5 \pm 0.15 M^2$ μm
Resolution	0.01 μm
Angular measurement	
Accuracy	$\pm 0.6\% \pm 0.5 \pm 0.1 M$ $\mu\text{m}/\text{m}$
Resolution	0.1 $\mu\text{m}/\text{m}$
Squareness measurement (with an optical square)	
Accuracy	$\pm 0.5\% \pm 2.5 \pm 0.8 M$ $\mu\text{m}/\text{m}$
Resolution	0.01 $\mu\text{m}/\text{m}$
M = Measurement distance in metres	
% = Percentage of displayed value	

(≈ 1 arcsec)이고, 반복 정밀도는 1.0 μrad 이내이다. 제안한 방법과 광학스퀘어를 사용한 방법의 직각도 측정 결과는 0.6 μrad 의 차이가 있었고, 이 편차는 광학스퀘어의 정확도, CMM의 분해능에 의한 대각 거리 측정의 불확도, 기계진동 등의 복합적 원인으로 발생한다. PDGEs를 고려하지 않고 대각 거리 오차 데이터만 사용했을 때 직각도는 0.1 μrad 로, 광학스퀘어 결과와는 4.7 μrad 의 편차가 있었다.

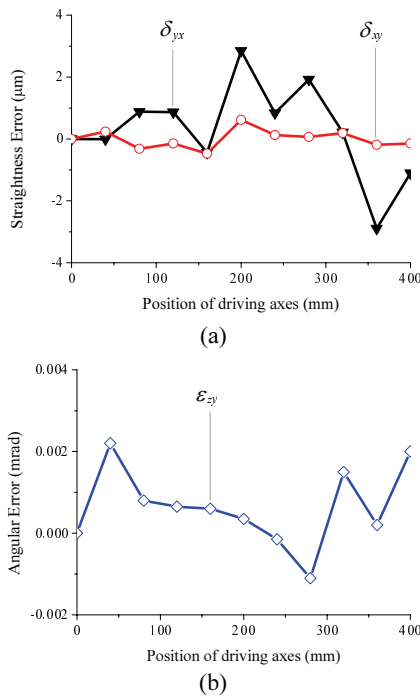


Fig. 5 (a) Horizontal straightness error measurements (b) and angular error measurement

Table 3 Diagonal displacement measurements with respect to the T_c

Points	T_1	T_2	T_3	T_4
L_i (mm)	282.8466	282.8483	282.8496	282.8479
	282.8471	282.8483	282.8494	282.8481
	282.8474	282.8483	282.8497	282.8477
Average	282.8470	282.8483	282.8496	282.8479

Table 4 Experimental results for the squareness measurement using the laser interferometer

CASE	Squareness (μrad)	Discrepancy (μrad)
With the optical square	4.8	-
Using only diagonal displacement data	0.1	4.7
Proposed technique	4.2	0.6

5. 결론

본 연구에서는 광학스퀘어 없이 레이저 간섭계를 이용하여 대각 거리 오차와 일부 PDGEs 측정을 통해 직각도를 정확하게 추정하는 방법을 제안

하였으며 결론은 다음과 같다.

(1) 대각 거리 측정을 통한 직각도 추정 방법에 진직도 및 각도 오차를 고려하여 추정 정확도를 개선하는 방법을 제안했다.

(2) 고가의 광학스퀘어를 사용하지 않아도 되며, 광학계 정렬이 비교적 쉬워 직각도 측정에 소요 되는 시간이 단축된다.

(3) CMM을 대상으로 측정 실험을 수행했지만, 정밀 공작기계 이송계의 직선축 간의 직각도를 측정하는데 확대 적용 가능하다.

후 기

이 논문은 2015년도 미래창조과학부와 교육부의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업과 대학중점연구소지원사업(NRF-2013R1A2A2A01067917, NRF-2010-0020089)으로 수행된 연구임.

REFERENCES

- Schwenke, H., Knapp, W., Haitjema, H., Weckenmann, A., Schmitt, R., et al., "Geometric Error Measurement and Compensation of Machines- An Update," College International Pour la Recherche en Productique Annals-Manufacturing Technology, Vol. 57, No. 2, pp. 660-675, 2008.
- Ramesh, R., Mannan, M. A., and Poo, A., "Error Compensation in Machine Tools - A Review Part I: Geometric, Cutting-Force Induced and Fixture-Dependent Errors," International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 40, No. 9, pp. 1235-1256, 2000.
- Kiridena, V. and Ferreira, P. M., "Mapping the Effect of Positioning Errors on the Volumetric Accuracy of Five-Axis CNC Machine Tools," International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 33, No. 3, pp. 417-437, 1993.
- Lee, K.-I. and Yang, S.-H., "Measurement and Verification of Position-Independent Geometric Errors of a Five-Axis Machine Tool Using a Double Ball-Bar," International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 70, pp. 45-52, 2013.
- Lee, K.-I., Lee, J.-C., and Yang, S.-H., "The Optimal Design of a Measurement System to Measure the Geometric Errors of Linear Axes," The International

- Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 66, No. 1-4, pp. 141-149, 2013.
6. Castro, H. and Burdekin, M., "Dynamic Calibration of the Positioning Accuracy of Machine Tools and Coordinate Measuring Machine Using a Laser Interferometer," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 43, No. 9, pp. 947-954, 2003.
 7. Chen, G, Yuan, J., and Ni, J., "A Displacement Measurement Approach for Machine Geometric Error Assessment," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 41, No. 1, pp. 149-161, 2001.
 8. ISO No. 230-1, "Test Code for Machine Tools - Part 1: Geometric Accuracy of Machines Operating under No-Load or Finishing Conditions," 1996.
 9. Renishaw, "XL-80 Laser System: Portable Laser Measurement and Calibration," 2013.
 10. Keysight Technologies, "Keysight 5530 Laser Calibration System: Verify Machine Performance with the World Standard for Laser-based Metrology," 2014.
 11. Lee, D.-M., Lee, H.-H., and Yang, S.-H., "Analysis of Squareness Measurement Using a Laser Interferometer," *J. Korean Soc. Precis. Eng.*, Vol. 14, No. 10, pp. 1839-1846, 2013.
 12. Zhang, G, Ouyang, R., Lu, B., Hocken, R., Veale, R., et al., "A Displacement Method for Machine Geometry Calibration," *College International Pour la Recherche en Productique Annals-Manufacturing Technology*, Vol. 37, No. 1, pp. 515-518, 1988.
 13. ISO No. 230-6, "Test Code for Machine Tools-Part 6: Determination of Positioning Accuracy on Body and Face Diagonals (Diagonal Displacement Tests)," 2002.
 14. Kruth, J.-P., Zhou, L., Van den Bergh, C., and Vanherck, P., "A Method for Squareness Error Verification on a Coordinate Measuring Machine," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 21, No. 10-11, pp. 874-878, 2003.
 15. Lee, D.-M., Zhu, Z., Lee, K.-I., and Yang, S.-H., "Identification and Measurement of Geometric Errors for a Five-Axis Machine Tool with a Tilting Head Using a Double Ball-Bar," *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, Vol. 12, No. 2, pp. 337-343, 2011.
 16. Lee, D.-M. and Yang, S.-H., "Mathematical Approach and General Formulation for Error Synthesis Modeling of Multi-Axis System," *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 24, No. 15-16, pp. 2737-2742, 2010.