

방위각 정보만을 이용한 비선형 표적추적필터

윤장호^{1,†}

¹극동대학교 항공정비학과

Nonlinear Bearing Only Target Tracking Filter

Jangho Yoon^{1,†}

¹Dept. of Aviation Maintenance, Far East University,

Abstract : The optimal estimation of a bearing only target tracking problem be achieved through the solution of the Fokker-Planck equation and the Bayesian update. Recently, a nonlinear filtering algorithm using a direct quadrature method of moments in which the associated Fokker-Planck equation can be propagated efficiently and accurately was proposed. Although this approach has demonstrated its promising in the field of nonlinear filtering in several examples, the “degeneracy” phenomenon, similar to that which exists in a typical particle filter, occasionally appears because only the weights are updated in the modified Bayesian rule in this algorithm. Therefore, in this paper to enhance the performance, a more stable measurement update process based upon the update equation in the Extended Kalman filters and a more accurate initialization and re-sampling strategy for weight and abscissas are proposed. Simulations are used to show the effectiveness of the proposed filter and the obtained results are promising

Key Words : Nonlinear Estimation, Kalman Filter, Fokker-Planck Equation, Bearing Only Tracking

1. 서 론

비선형 필터는 비선형 stochastic system의 상태를 노이즈가 섞인 측정결과로부터 system의 상태를 예측하는 것으로 가우스 이래 오랜 기간 동안 연구의 대상이 되어왔다[1]. 오늘날까지 비선형 필터는 항법, 유도, 레이더 추적, 항공기나 인공위성의 상태감시, 금융 시장이나 증권시장의 예측 등, 여러 분야에서 다양한 목적을 위해 사용되어지고 있다[2-3, 6, 14].

일반적으로 베이시안 방식(Bayesian Framework)이 가장 흔히 사용되는 최적 비선형 필터문제의 접근방법이다. 이 접근방식의 핵심은 동역학계(dynamic system)의 상태(state)의 센서 측정값을 이용해서 보

정된 확률밀도함수(PDF: probability density function)를 결정하는 것이다. 그러나 최적화된 베이시안 필터는 아주 제한적인 문제를 제외하고는 정확하게 구해될 수 없다. 따라서 실제적으로는 확장칼만필터 같은 근사적 필터가 사용되어지고 있다[1, 4-6]. 칼만 필터나 그와 유사한 필터들은 역학계가 가우시안 프로세스라는 가정 하에서 그리고 비선형 역학계의 선형화를 바탕으로 개발되었고 이것을 비선형 필터문제에서의 국지적 접근(local approach)이라한다. 이 경우 만약 해당 역학계가 가우시안 프로세스가 아닐 경우에는 사용되어 질 수 없고 또한 확장칼만필터의 경우에는 역학계의 비선형도가 높으면 정상적으로 작동하지 않을 수 있다. 이러한 한계는 특정한 가정 없이 접근하는 전체적 접근법(global approach)에 의해 해결되어 질 수 있다. 가장 대표적인 전체적 접근법에 의한 필터로는 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo

Simulation)[7]이용한 파티클 필터(particle filter)가 있으며 또한 포커-플랑크 방정식(Fokker Planck Equation)을 이용한 방법이 있다[8-14]. 파티클 필터의 가장 큰 문제는 정확한 계산을 위해 많은 파티클을 사용하게 되면 아주 강력한 계산력을 가진 컴퓨터가 요구되며 계산 속도를 높이기 위해 파티클수를 줄이면 정확도가 떨어진다. 포커-플랑크 방정식을 이용한 방법을 사용할 경우 포커-플랑크 방정식을 풀기위해 수치해석학적 방법이 동원되어야 특히 일부 유한 차분법은 파티클 필터이상의 계산력을 요구하며 이것이 필터의 효율을 크게 떨어뜨릴 수 있다[8-13]. 따라서 이 연구에서는 비유한 차분법중 하나인 quadrature method를 이용한 Direct Quadrature Moment of Method(DQMOM)를 사용하여 포커-플랑크 방정식을 풀었다[13-15].

방위각 정보만을 이용한 표적의 추적은 센서와 이동하는 표적사이의 각도인 가시선각(Line of Sight Angle)의 측정만을 이용하여 표적의 위치와 이동속도 등을 예측하는 문제이다[9-11]. 이와 같은 수동추적은 잠수함 추적, 항공 정찰, autonomous robotics 등과 같은 매우 실질적인 응용분야에서 매우 중요한 연구영역으로 많은 관련기술들이 개발되어 왔으며 대표적인 방법은 확장칼만필터를 이용한 것이다[16]. 파티클 필터를 이용한 방법도 많이 연구되어 있다[17].

본 논문에서는 DQMOM과 확장칼만필터의 보정공식을 연동하여 필터를 설계하고 시뮬레이션을 통해 확장칼만필터와 제안된 필터간의 성능을 비교하였다.

2. 방위각만 이용한 표적추적문제

2.1 표적과 센서의 동역학적 모델

본 논문은 참고문헌 [10]에서 사용된 단순화된 표적 추적문제를 사용하였다(Fig. 1). 하나의 센서가 사용된 이 문제에서 방위각 정보는 그 위치가 $x_p = 40t$ 그리고 $y_p = 20$ 로 나타내지는 움직이는 센서에 의해 얻어지며 표적의 움직임은 다음의 모델로 설명되며

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (1)$$

표적의 초기위치는 $\mathbf{x} = [80 \ 1]^T$ 이며 $w(t)$ 는 평균과

분산이 각각 $\bar{w} = 0$ 와 $Q = 10^{-2}$ 인 가우스 프로세스 노이즈 (Gaussian process noise) 이며 센서의 계측 모델은 다음과 같다.

$$y(t_k) = \tan^{-1} \frac{y_p(t_k)}{x_1(t_k) - x_p(t_k)} + v(t_k) \quad (2)$$

$v(t_k)$ 는 평균과 분산이 각각 0 와 $R = (4^\circ)^2$ 인 가우스 노이즈이며 여기서 얻어지는 각도가 표적을 추적하기 위해 사용된 유일한 계측정보이다. 마지막으로 t 와 t_k 는 각각 연속시간과 이산시간이다. 이는 표적의 움직임은 연속적이며 측정은 간헐적으로 이루어짐을 나타내며 시뮬레이션에서는 1 Hz의 계측빈도가 사용되었다.

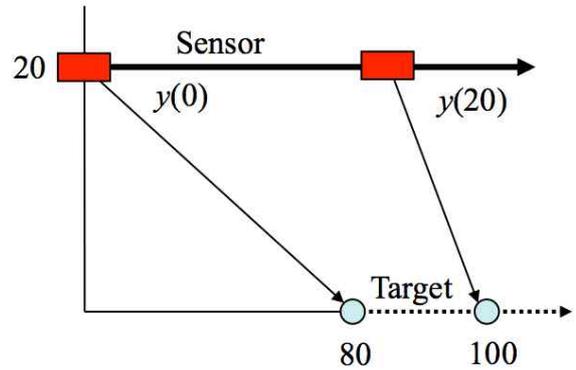


Fig. 1 Bearing Only Tracking Problem

3. 포커-플랑크 방정식을 이용한 필터

3.1 포커-플랑크 방정식

Fokker-Planck 방정식(Eq. 1)은 원래 브라운 운동을 설명하기 위해 개발되어졌다[17-18].

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial [pf_i]}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 [p(GQG^T)_{ij}]}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3)$$

이 방정식은 시간에 따라 바뀌는 동역학계의 확률밀도 함수(PDF:probability density function)의 변화를 설명하는 비선형 편미분 방정식으로 때로는 콜모고로프 방정식(Kolmogorov forward equation)이라 불리기도 한다[1].

Equation 1에서 p 는 동역학 시스템과 연계된 PDF, f 는 동역학 시스템의 모델, Q 는 공분산 행렬

(covariance matrix), 그리고 G 는 노이즈가 동역학계에 주는 영향을 나타내는 확산행렬함수(diffusion matrix function)이다. 따라서 이 방정식의 근은 현재 상태에 기반을 둔 미래의 PDF이므로 이 방정식은 동역학계와 연계된 PDF가 동역학계 내에서 시간에 따른 변화를 설명한다[1, 8-14].

3.2 포커-플랑크 방정식과 비선형 필터

귀납조건확률밀도함수(posterior conditional state PDF), $p(\mathbf{x}_{t_0} | \mathbf{Y}_{t_0})$ 를 포커-플랑크 방정식의 초기조건으로 사용하게 되면 방정식의 근은 해당 동역학계의 연역조건상태 확률밀도함수(priori conditional state PDF), $p(\mathbf{x}_{t_k} | \mathbf{Y}_{t_{k-1}})$ 이 되며 이 함수를 센서에서 얻어진 관측과 베이즈의 정리(Eq. 4)를 이용하여 보정하면 원하는 동역학계의 귀납조건상태 확률밀도함수가 얻어진다

$$p(\mathbf{x}_{t_k} | \mathbf{Y}_{t_k}) = \frac{p(\mathbf{x}_{t_k} | \mathbf{Y}_{t_{k-1}})p(\mathbf{y}_{t_k} | \mathbf{x}_{t_k})}{\int p(\xi_{t_k} | \mathbf{Y}_{t_{k-1}})p(\mathbf{y}_{t_k} | \xi_{t_k})d\xi} \quad (4)$$

$\mathbf{Y}_{t_k} = [\mathbf{y}(0), \dots, \mathbf{y}(t_k)]^T$ 는 측정값으로 이루어진 벡터이고 PDF $p(\mathbf{y}_{t_k} | \mathbf{x}_{t_k})$ 는 센서의 특성을 나타내는 가우스 PDF 함수이며 여기서 얻어진 PDF와 다음의 적분을 이용해서 동역학계의 상태를 추정할 수 있다[1].

$$\hat{x}_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x_i p(\mathbf{x}, t) \prod_{j=1}^n dx_j \quad (5)$$

이것이 기본적으로 포커-플랑크 방정식을 이용한 비선형 필터이다(Fig. 4)[1, 8-14]. Fig 2는 포커-플랑크 방정식을 이용한 비선형 필터의 흐름도이다

4. 포커-플랑크 방정식의 해법

포커-플랑크 방정식을 이용한 필터의 핵심은 방정식을 어떻게 효과적으로 푸는 것에 있다. 앞에서 언급한 것처럼 Fokker-Planck 방정식은 기본적으로 비선형 편미분 방정식이며 이것의 해석학적 풀이는 아주 단순한 문제를 제외하고는 존재하지 않는다. 따라서 이 방정식의 근은 통상 수치해석학적으로 구해지며 풀기 위해 사용된 수치 해석적 방법은 전통적인 유한 차분법

(finite difference method)을 이용한 방법과 그렇지

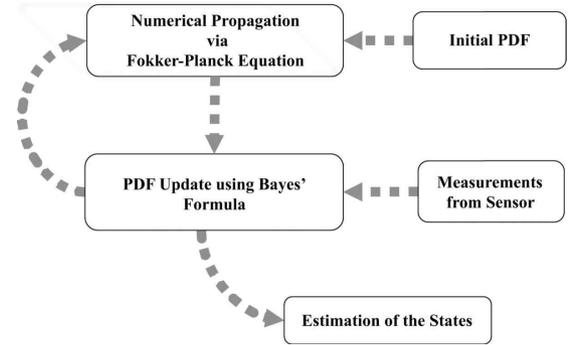


Fig. 2 Nonlinear Filter with Fokker-Planck Eq.

않은 방법으로 나누어 볼 수 있다.

4.1 유한차분법

포커-플랑크 방정식을 풀기위한 고전적인 유한 차분법으로는 explicit forward method[9]와 alternating direction implicit (ADI) method[11-12]등이 있다.

Explicit forward method의 장점은 단순해서 구현하기가 장점은 단순해서 구현하기가 쉽다는 것이고 ADI method의 이점은 계산 속도가 훨씬 빠르다는 것이다. 두 방법 모두 central difference method을 이용 시 발생할 수 있는 불안정성을 제거하기위해서 Upwind Difference Scheme을 사용할 수도 있다.

이 두 방법을 Fokker-Planck 방정식에 적용함에 있어 중요한 것은 유동 정의역(moving domain)의 사용이다. 확률밀도함수의 정의역은 음의 무한대에서 양의 무한대에 걸쳐있으므로 이론적으로는 수치해석학적 풀이역시 음의 무한대에서 양의 무한대에 걸쳐 이루어져야 한다. 그러나 대개 확률밀도는 한곳에 몰려있고 그 외의 정의역에서는 그 값이 통상 영에 가까우므로 유한한 정의역의 사용이 수치 해석적 근에 미치는 영향은 미미하다고 생각할 수 있다[10, 12].

유한한 정의역이 사용될 시 생기는 문제는 확률밀도함수가 동역학계를 따라 발전함에 따라 정의역 밖으로 부분적으로나 완전히 벗어날 수 있고 이에 따라 계산 오차가 발생할 수 있다는 것이다[10, 12]. 이 문제는 계산에 사용되는 정의역을 충분히 크게 확보함으로써 해결할 수 있지만 이 경우 계산에 걸리는 시간이 너무 길어져서 효율을 떨어뜨리게 된다. 따라서 효과적인

해결책은 계산에 필요한 최소한의 정의역만을 규정하고 확률밀도함수의 이동/변화에 따라 함께 움직이는 유동 정의역을 사용하는 것이다. 이로써 계산시간의 낭비와 확률밀도함수의 손실로 인한 계산 오류도 방지할 수 있다[10-12].

4.2 Direct Quadrature Moment of Method

최근 Fokker-Planck 방정식의 비유한 차분법을 이용한 해법들이 개발되어 예측문제나 불확도 전파에 사용되었다. 여기서는 quadrature method를 참고문헌 [13]을 따라 참고문헌 [14] 보다 좀 더 자세한 내용을 소개 합니다. Direct Quadrature Moment of Method(DQMOM)는 확률밀도함수를 다차원 디락 델타함수의 가중 합으로 아래와 같이 정의한다.

$$p = \sum_{\alpha=1}^N w_{\alpha} \prod_{j=1}^{N_s} \delta[x_j - \langle x_j \rangle_{\alpha}] \quad (6)$$

여기서 w_{α} , $\alpha = 1, \dots, N$ 는 노드(node) w_{α} 의 가중치이고 $\langle x_j \rangle_{\alpha}$, $j = 1, \dots, N_s$ 는 노드 α 의 속성벡터(the property vector of node)로 “abscissas”라 불린다. N 는 사용된 노드의 숫자이고 and N_s 는 상태벡터(state vector)의 크기이다. 여기에는 $N(N_s + 1)$ 개의 미지수가 있으며 이는 moment 제약 하에서 구해질 것이다. Weighted abscissas, $\zeta_{j\alpha} \equiv W_{\alpha} \langle x_j \rangle_{\alpha}$ 를 사용하면 포커-플랑크 방정식의 moment 이 정의를 포커-플랑크 방정식에 대입함으로 편미분 방정식인 포커-플랑크 방정식을 단순한 일반 벡터 미분 방정식으로 전환되어질 수 있다. 자세한 식의 전개와 그 결과로 얻어지는 일반 벡터 미분 방정식 소개는 참고문헌에서 볼 수 있다[13]

$$\begin{aligned} \bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}} = & \sum_{\alpha=1}^N \left[\left(1 - \sum_{j=1}^{N_s} k_j \right) \prod_{k=1}^{N_s} \langle x_k \rangle_{\alpha}^{k_k} \right] a_{\alpha} \\ & + \sum_{\alpha=1}^N \sum_{j=1}^{N_s} k_j \langle x_j \rangle_{\alpha}^{k_j-1} \prod_{k=1, k \neq j}^{N_s} \langle x_k \rangle_{\alpha}^{k_k} b_{j\alpha} \end{aligned} \quad (7)$$

위 식에서 $a_{\alpha} \equiv dw_{\alpha}/dt$ 그리고 $b_{j\alpha} \equiv d\zeta_{j\alpha}/dt$ 이다.

식 자체는 $\bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}} \equiv \bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}^1 + \bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}^2$ 로 다시 쓸 수 있고 $\bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}^1$ 와 $\bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}^2$ 의 자세한 유도는 참고문헌 [13]에 자세히 소개되어 있고 각 항은 다음과 같다

$$\begin{aligned} \bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}^1 = & \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{\alpha=1}^N [k_i w_{\alpha}(t) \langle x_1 \rangle_{\alpha}^{k_1} \cdots \langle x_{i-1} \rangle_{\alpha}^{k_{i-1}} \langle x_i \rangle_{\alpha}^{k_i} \\ & \langle x_{i+1} \rangle_{\alpha}^{k_{i+1}} \cdots \langle x_{N_s} \rangle_{\alpha}^{k_{N_s}} \mathbf{F}_i(\langle x_1 \rangle_{\alpha} \cdots \langle x_{N_s} \rangle_{\alpha})] \end{aligned} \quad (8)$$

그리고

$$\bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}^2 = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{\alpha=1}^N \left[\frac{w_{\alpha} k_i k_j \left[\prod_{k=1}^{N_s} \langle x_k \rangle_{\alpha}^{k_k} \right]}{\langle x_i \rangle_{\alpha} \langle x_j \rangle_{\alpha} [D(\mathbf{x})]_{ij} \langle x_1 \rangle_{\alpha} \cdots \langle x_{N_s} \rangle_{\alpha}} \right] \text{ if } i \neq j \quad (9)$$

$$\bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}^2 = \sum_{\alpha=1}^N \left[\frac{w_{\alpha} k_i (k_i - 1) \left[\prod_{k=1}^{N_s} \langle x_k \rangle_{\alpha}^{k_k} \right]}{\langle x_i \rangle_{\alpha}^2 [D(\mathbf{x})]_{ij} \langle x_1 \rangle_{\alpha} \cdots \langle x_{N_s} \rangle_{\alpha}} \right] \text{ if } i = j$$

w_{α} , $\zeta_{j\alpha}$, 그리고 $\delta_{j\alpha}$ 는 시간함수로 $\bar{S}_{k_1, \dots, k_{N_s}}$ 에서 구해지며 이것들을 이용해서 PDF의 평균, 분산, 공분산과 같은 통계적 moment를 계산 할 수 있다.

$$M^{k_1, k_2, \dots, k_{N_s}} = \sum_{\alpha=1}^N w_{\alpha} \prod_{j=1}^{N_s} \langle x_j \rangle_{\alpha}^{k_j} \quad (10)$$

k_1, k_2, \dots, k_{N_s} 는 양의 정수로 계산하고자 하는 통계적 moment를 나타낸다.

4.2 Abscissas의 선택

특정 PDF가 가중치, w_{α} 와 abscissas, $\langle x_j \rangle_{\alpha}$ 의 가중 합으로 나타내어지므로(Eq. 6) 가중치와 abscissas는 특정 PDF의 평균과 분산과 같은 특성을 정확히 계산 할 수 있도록 선택되어야 하며 평균과 분산은 다음과 같이 계산된다.

$$\mu_j = \sum_{\alpha=1}^N w_{\alpha} \langle x_j \rangle_{\alpha} : j = 1, \dots, N_s \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_j^2 = & E[\langle x_j \rangle_{\alpha}^2] - \mu_j^2 \\ = & \sum_{\alpha=1}^N w_{\alpha} \langle x_j \rangle_{\alpha}^2 - \mu_j^2 : j = 1, \dots, N_s \end{aligned} \quad (12)$$

평균은 abscissas에 상수를 더해줌으로 분산은 상수를 곱함으로 가중치를 바꾸지 않고 원하는 값으로 조정되어 질 수 있다. 원하는 평균과 분산을 각각 $\mu_{j,d}$ 과 $\sigma_{j,d}^2$ 로 이 평균과 분산 값을 위해 조정된 abscissas를 아래와 같이 가정하면

$$\langle x_j \rangle_{\alpha, \text{mod}} = C_{1j} \langle x_j \rangle_{\alpha} + C_{2j} : j = 1, \dots, N_s$$

(13)

각 상수들은 아래와 같다

$$C_{1j} = \frac{\sigma_{i,d}}{\sigma_j} \quad \& \quad C_{2j} = \mu_{j,d} - \mu_j \frac{\sigma_{i,d}}{\sigma_j} \quad j = 1, \dots, N_s \quad (14)$$

따라서 원하는 평균과 분산을 위해 조정된 abscissas는 아래와 같으며

$$\langle x_j \rangle_{\alpha, \text{mod}} = \frac{\sigma_{i,d}}{\sigma_j} \langle x_j \rangle_{\alpha} + \mu_{j,d} - \mu_j \frac{\sigma_{i,d}}{\sigma_j} \quad j = 1, \dots, N_s \quad (15)$$

이 공식을 이용해서 원하는 평균과 분산을 갖도록 abscissas를 선택 할 수 있다.

5. 보정공식(Update Equation)

측정값을 이용한 보정은 베이즈의 정리(Eq. 4)에 의해서 이루어진다. 단 DQMOM은 확률밀도함수를 직접 구할 수 없고 해당 확률밀도함수의 확률모멘트를 구하기 때문에 베이즈의 정리도 이에 맞춰 수정 되어야 한다. 수정된 베이즈 정리는 Eq. 6를 Eq. 4에 대입하므로 다음과 같이 구해진다[13].

$$w_{\alpha}(t, Y_{k+1}) = \frac{w_{\alpha}(t, Y_k) p(y_{k+1} | \langle x_1 \rangle_{\alpha}, \dots, \langle x_{N_s} \rangle_{\alpha})}{\sum_{\alpha=1}^N w_{\alpha}(t, Y_k) p(y_{k+1} | \langle x_1 \rangle_{\alpha}, \dots, \langle x_{N_s} \rangle_{\alpha})} \quad (16)$$

수정된 베이즈의 정리는 파티클필터에서 종종 관찰되는 “degeneracy” 현상과 유사한 현상을 발생시킬 수 있다[14]. 따라서 Eq. 16대신에 확장칼만필터와 수정 공식이 사용되었다[14]. 이에 필요한 예측된 상태(predicted state)와 예측된 추정 공분산행렬(predicted covariance matrix)은 가중치와 노드를 이용해서 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\hat{x}_i^- = \sum_{\alpha=1}^N w_{\alpha} \langle x_i \rangle_{\alpha} \quad i = 1, \dots, N_s \quad (17)$$

$$P_{ij}^- = \left[\sum_{\alpha=1}^N w_{\alpha} \langle x_i \rangle_{\alpha} \langle x_j \rangle_{\alpha} \right] - \hat{x}_i^- \hat{x}_j^- \quad (18)$$

확장칼만필터의 칼만이득(Kalman gain), K_k 의 보정은 다음과 같다[4].

$$K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R]^{-1} \quad (19)$$

$H_k = \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}^-}$ 는 선형화된 센서모델이며 상태의 예측과 공분산 행렬의 보정은 다음과 같이 이루어진다

$$\hat{x}^{+k} = \hat{x}^{-k} + K_k (y_k - \hat{y}_k) \quad (20)$$

$$P_k^+ = [I - K_k H_k] P_k^- \quad (21)$$

보정이 이루어진 뒤 Eq. 15 와 Eq. 16에서 구해진 상태와 공분산을 이용해서 4.2에서 설명된 방법을 이용해서 새로운 abscissas를 선택 해야한다.

6. 시뮬레이션 결과 및 결론

6.1 시뮬레이션 결과

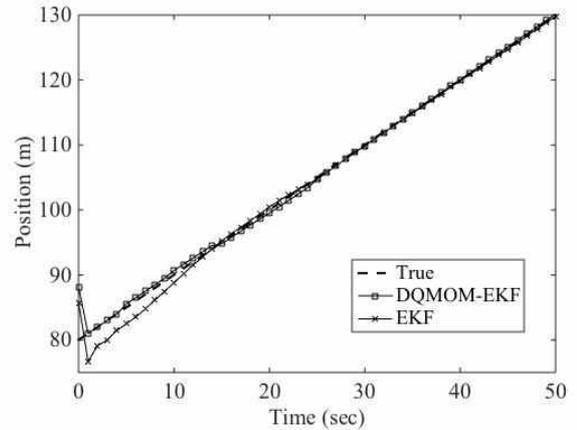


Fig. 3 Position Estimation

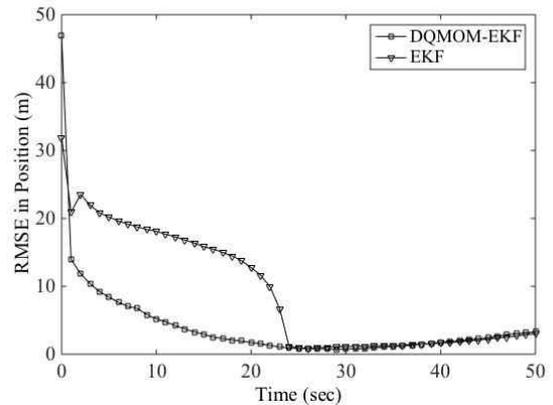


Fig. 4 RMSE in Position Estimation

두 개의 비선형 필터의 성능이 500회의 몬테카를로 시뮬레이션을 통해서 비교되었으며 센서의 계측빈도는 1 Hz이다. Fig 3과 Fig 4은 방위각만을 이용한 위치 예측의 결과와 위치예측의 평균 제곱근 편차(root mean square error, RMSE)이다. 예측의 정확도나 초기오차를 보정하는 속도 모든 면에서 이 연구에서 제시한 필터가 확장칼만필터 보다 우수한 성능을 보여주

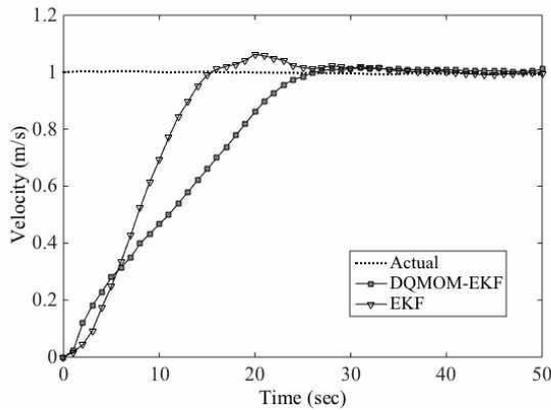


Fig. 5 Velocity Estimation

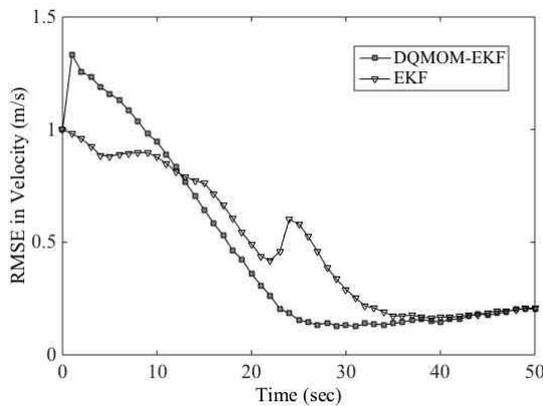


Fig. 6 RMSE in Velocity Estimation

고 있다

Fig 5과 Fig 6는 방위각만을 이용한 속도예측의 결과와 속도예측의 평균 제곱근 편차(root mean square error, RMSE)이다. 이 경우에는 두 필터가 유사한 성능을 보여주고 있다. 두 필터 모두 약 30초에서 실제 값에 접근하고 있으나 속도의 평균 제곱근 편차 면에서 이 연구에서 제시한 필터가 확장칼만필터 보다 좀 더 기복 없이 낮은 값을 보여주고 있다

6.2 결론

방위각 정보만을 이용한 표적추적문제를 위한 포커-플랑크 방정식을 이용한 필터를 제안하고 그 성능을 기존의 확장칼만필터와 비교하였다. 포커-플랑크 방정식은 quadrature method의 일종인 Direct Quadrature Moment of Method으로 풀었으며 센서측정을 이용한 보정은 확장칼만필터의 보정공식을 사용하여 DQMOM만을 사용했을 때 생기는 문제를 해결하였다. 제안된 필터는 시뮬레이션을 통해서 기존의 확장칼만필터와 비교해서 더 낮은 성능을 보여 주었다. 속도 측면에서는 대개의 확장칼만필터를 대체하기 위해서 전체적 접근을 이용해 설계된 필터들과 마찬가지로 확장칼만필터가 더 우수한 면을 보이며 앞으로 개선해야 할 부분입니다.

참고 문헌

- [1] A. Jazwinski, Stochastic Process and Filtering Theory, Academic Press, New York, NY, 2007 (re-publication of the version of 1970).
- [2] L. Aggoun, and R. J. Elliott, Measure Theory and Filtering, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2005.
- [3] F. Michael, and M. D. Johnson, "Financial Market Dynamics," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 320, pp. 525-534, March 2003.
- [4] A. Gelb, Applied Optimal Estimation, MIT Press, Cambridge, MA, 1974.
- [5] R. G. Brown and P. Y. Hwhang, Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 3rd edition, 1997.
- [6] 김민호, 송현민, 김정래 "저가형 GPS와 INS를 이용한 복합항법 시스템 개발," 항공우주시스템공학 회지, Vol.4, No.3, pp.17-23, 2010
- [7] 문근환, 김완범, 이정표, 최주호 "몬테 카를로 시뮬레이션을 이용한 하이브리드 로켓의 신뢰성 분석," 항공우주시스템공학회지, Vol.7, No.4, pp.1-11, 2013
- [8] J. Yoon, and Y. Xu, "Alternating Direction Implicit Method Enhanced Nonlinear Filtering for Relative Orbit Estimation," ASCE Journal of Aerospace

- Engineering, Vol 23, Iss 3, pp 186-196.
- [9] S. Challa, Y. Bar-Shalom, and V. Krishnamurthy, "Nonlinear Filtering via Generalized Edgeworth Series and Gauss Hermite Quadrature," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 48, No. 6, pp. 1816-1820, June 2000.
- [10] S. Challa and Y. Bar-Shalom, "Nonlinear filter design using fokker-planck- kolmogorov probability density evolutions," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 36(1):309-315, January 2000.
- [11] S. Musick, J. Greenswald, C. Kreucher and K. Kastella, "Comparison of particle method and finite difference nonlinear filters for low snr target tracking," In 4th International Conference on Information Fusion, 2001.
- [12] J. Yoon and Y. Xu, "Relative position estimation using fokker-planck and bayes' equations," In AIAA GNC Conference and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, August 2007. AIAA.
- [13] Y. Xu and P. Vedula, "A quadrature based method of moments for nonlinear filtering," Automatica, vol. 45, no. 5, pp. 1291-1298, May 2009.
- [14] 윤장호 "궤도결정을 위한 비선형 필터," 항공우주 시스템공학회지, Vol.10, No.1, 2016 (계재예정)
- [15] P. J. Attar and P. Vedula, "Direct quadrature method of moments solution of the fokker-planck equation," Journal of Sound and Vibration, vol. 317 issues 1-2, pp. 265-272, 2008.
- [16] V. Aidala, "Kalman Filter Behavior in Bearing-Only Tracking Applications", IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, Vol.15, January 1979.
- [17] X. Lin, T. Krubarajan, Y. Bar-Shalom, and S. Maskell, "Comparison of EKF, Pseudomeasurement and Particle Filters for a Bearing-only Target Tracking Problem," Proc. of SPIE Vol. 4728, Signal and Data Processing of Small Targets 2002, pp. 240-250A.
- [18] Fokker, "Die mittlere energie rotierender elektrischer dipole im strahlungsfeld," Annalen der Physik, vol. 43, pp. 810-820, 1914.
- [19] M. Planck, "Ueber einen satz der statistischen dynamik und seine erweiterung in der quantentheorie," Sitzungsber. Pr.