

## 제곱근 확장 칼만 필터에 의한 영구자석 동기전동기의 센서리스 속도제어

문철<sup>1</sup> · 권영안<sup>†</sup>

(Received November 11, 2015 ; Revised January 21, 2016 ; Accepted February 24, 2016)

### Sensorless speed control of permanent magnet synchronous motor using square-root extended kalman filter

Cheol Moon<sup>1</sup> · Young-Ahn Kwon<sup>†</sup>

**요약:** 본 논문은 수정된 Gram-Schmidt와 결합한 Potter 또는 Carlson 알고리즘을 가지는 제곱근 확장 칼만 필터에 의한 영구자석 동기전동기의 센서리스 속도 제어에 관한 연구이다. 일반적으로 반올림 오차에 기인하는 칼만 필터의 민감도는 잘 알려진 문제이다. 제곱근 개념과 칼만 필터의 결합은 수치적 성능을 향상할 수 있고 발산과 같은 불안정한 문제를 풀 수 있다. 본 논문에서는 제곱근 확장 칼만 필터의 구현을 위한 설계와 분석을 수행하였다. 설계된 제곱근 확장 칼만 필터의 추정 성능을 입증하기 위해, 고속, 저속, 역 회전, 파라미터 변동, 부하 변동 실험 등 여러 운전 조건 아래에서 실험 결과들을 분석하였다. 또한, 프로그램 코드 크기 및 연산 시간을 비교하였다. 실험적 결과들은 제곱근 확장 칼만 필터에 의한 영구자석 동기전동기의 센서리스 속도 제어가 양호함을 보인다.

**주제어:** 제곱근 확장 칼만 필터, 영구자석 동기 전동기, 센서리스 속도 제어

**Abstract:** This study investigates the design, analysis, and implementation of the square-root extended Kalman filter by using an algorithm derived by combining the Potter or Carlson algorithm with the modified Gram-Schmidt algorithm, for sensorless speed control of a permanent-magnet synchronous motor. The sensitivity of the Kalman filter to round-off errors is a well-known problem. A possible way to address this limitation is by combining the square-root concept and Kalman filter that can improve the numerical performance and solve instability-related problems such as divergence. This paper presents the design and analysis of the implementation of such a square-root extended Kalman filter. To demonstrate the performance of the proposed filter, experimental results under several operating conditions, such as high and low speeds, reversal rotation, detuned parameters and load test, have been analyzed. Further, code sizes and operation times have been compared. Experimental results establish the performance of the proposed square-root extended Kalman filter-based estimation technique for sensorless speed control of a permanent-magnet synchronous motor.

**Keywords:** Square-root extended Kalman filter, Permanent-magnet synchronous motor, Sensorless speed control

## 1. 서 론

영구자석 동기전동기는 높은 효율과 강인한 제어로 인해 고성능 제품들에 많이 사용된다. 영구자석 동기전동기의 백터제어를 위해서는 일반적으로 엔코더나 레졸버와 같은 위치 센서들을 이용하여 회전자 속도와 위치를 얻을 수 있다. 이러한 위치 센서들이 장착된 시스템들에서는 추가적인 비용 상승과 유지보수가 필요하다. 이러한 문제들에 대해, 위치 센서들을 대신하는 센서리스 속도 제어 이론들이 연구되어 왔다[1]-[3].

확장 칼만 필터를 이용한 영구자석 동기전동기의 센서리

스 속도 제어는 상태 값을 추정하는데 시스템 또는 센서 노이즈에 상관없이 유용하다. 확장 칼만 필터는 비선형 모델의 상태를 추정하는 대표적인 알고리즘으로 칼만 이득을 기반으로 하여 측정된 값을 이용, 추정된 값을 매번 재귀하는 방식이다[4]. 전동기 제어 분야에서 확장 칼만 필터를 이용한 상태 추정방식에 대해 많은 연구가 되어져 왔다[5]-[9].

확장 칼만 필터에 의한 접근 방식은 반올림 오차에 기인하는 수치적인 불안정성과 같은 잠재적인 문제를 가지는 것으로 알려져 있다. 더 나은 수치적 안정성은 공분산 행렬을 제곱근 구성으로 대표될 때 성취 될 수 있다. 제곱근 형

<sup>†</sup> Corresponding Author (ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6406-5442>): Department of Electrical and Computer Engineering Pusan National University, 2, Busabdaehak-ro 63 beon-gil, Geumjeong-gu, Busan, 46241, Korea, E-mail: yakwon@pusan.ac.kr, Tel: 051-510-2372

<sup>1</sup> Department of Electrical and Computer Engineering Pusan National University, E-mail: mch99100@pusan.ac.kr

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>), which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

태는 Potter에 의해 제안되었으며 칼만 필터의 가장 신뢰적이고 수치적인 안정성을 이행한다. 이러한 제공근 형태 알고리즘은 오차 공분산 계산 대신 분해 방식을 이용하여 재구성하며 분해 방식을 이용한 이행은 일반적으로 반올림 오차를 가지는 칼만 필터 비해서 더 강인하다고 알려져 있다[10][11].

제공근 형태와 결합한 칼만 필터를 이용한 전동기 상태 추정에 대해서 몇몇의 논문들이 발표되었다[12][13]. 2012년에 발표된 논문에서는 Bierman-Thorton, Carlson-Schmidt-Givnes 및 Carlson-Schmidt-Householder을 이용한 제공근 확장 칼만 필터를 기존의 확장 칼만 필터와 상호 비교하였다[12]. 그리고 수정된 UD factorization를 이용한 무향 칼만 필터 관측기를 제안하였다[13].

본 논문에서는 영구자석 동기전동기의 위치센서 없는 속도 제어를 구현하기 위해 예측단계에서는 확장 칼만 필터, 전파단계에서는 수정된 Gram-Schmidt 프로세스, 업데이트 단계에서는 Potter 또는 Carlson 알고리즘으로 구성하여 제공근 확장 칼만 필터 관측기에 대해서 설계하고 실험을 통하여 그 성능을 검증하였다. 실험 내용은 고속 그리고 저속에서의 정역회전 실험, 부하 변동 그리고 파라미터 변동 실험을 하였으며 프로그램 코드 사이즈와 연산 수행 시간을 상호 비교하였다. 이를 통해 영구자석 동기전동기의 센서리스 속도 제어에서 제공근 형태의 무향 칼만 필터 유용성을 입증하였다.

## 2. 전동기 시스템 모델링

일반적으로 전동기의 3상 고정자 전압 방정식 모델링은 고정자 좌표계를 이용한  $\alpha$ - $\beta$  축 2상 고정자 전압 방정식으로 표현한다. 만약 전기적 속도의 변화가 매우 미소하여 한 샘플링 시간 동안 일정하다고 가정한다면 미소변화량은 0으로 가정할 수 있다. 전동기 상태 방정식은 다음과 같다.

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k) + v_k \quad (2)$$

상태, 입력 그리고 출력 행렬은 각각  $x = [i_\alpha \ i_\beta \ \omega_r \ \theta_r]^T$ ,  $u = [v_\alpha \ v_\beta]^T$ , 그리고  $y = [i_\alpha \ i_\beta]^T$ 이다. 시스템 및 측정 노이즈  $w_k$ ,  $v_k$ 를 가지는 이산형 시스템 모델은 다음과 같다.  $i_{\alpha\beta}$  그리고  $v_{\alpha\beta}$ 는 고정자 좌표계를 이용한 2상 고정자 전류와 전압이며,  $\theta_r$  그리고  $\omega_r$ 는 각각 전기적 속도 및 위치를 나타낸다. 이산형태의 전압 방정식은 다음과 같다.

$$i_{\alpha(k)} = ai_{\alpha(k-1)} + b\omega_{r(k-1)}\sin(\theta_{r(k-1)}) + cv_{\alpha(k-1)} \quad (3)$$

$$i_{\beta(k)} = ai_{\beta(k-1)} - b\omega_{r(k-1)}\cos(\theta_{r(k-1)}) + cv_{\beta(k-1)} \quad (4)$$

$$\omega_{r(k)} = \omega_{r(k-1)} \quad (5)$$

$$\theta_{r(k)} = \theta_{r(k-1)} + \Delta t \omega_{r(k-1)} \quad (6)$$

$\Delta t$ 는 샘플링 타임,  $a = 1 - \Delta t R_s / L_s$ ,  $b = \Delta t \lambda_m / L_s$ , 그리고  $c = \Delta t / L_s$ 이다. 여기서,  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $\lambda_m$ 은 각각 고정자 저항, 인덕턴스 그리고 쇄교 자속을 표현한다.

전동기 모델은 비선형이므로, 직전에 추정된 상태 변수로부터 선형화가 이루어진다.

$$A \equiv \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1}},$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & 0 & \frac{\lambda_m}{L_s} \sin(\theta_r) & \frac{\lambda_m}{L_s} \omega_r \cos(\theta_r) \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{\lambda_m}{L_s} \cos(\theta_r) & \frac{\lambda_m}{L_s} \omega_r \sin(\theta_r) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\Phi = I + A \left( I \Delta t + \frac{A \Delta t^2}{2!} + \dots + \frac{A^i \Delta t^{(i+1)}}{(i+1)!} + \dots \right) \quad (8)$$

일반적으로 확장 칼만 필터에서는 계산 효율을 위해 첫 번째 항까지 줄여서 시스템 행렬을 표현한다. 선형화된 상태 행렬은 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 - \frac{R_s}{L_s} \Delta t & 0 & \frac{\lambda_m}{L_s} \sin(\theta_r) \Delta t & \frac{\lambda_m}{L_s} \omega_r \cos(\theta_r) \Delta t \\ 0 & 1 - \frac{R_s}{L_s} \Delta t & -\frac{\lambda_m}{L_s} \cos(\theta_r) \Delta t & \frac{\lambda_m}{L_s} \omega_r \sin(\theta_r) \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

## 3. 제공근 확장 칼만 필터 이론

오차 공분산 예측은 수정된 Gram-Schmidt를 이용하였으며 칼만 이득 및 추정 값 그리고 오차 공분산 계산은 Potter 또는 Carlson 알고리즘을 이용한 제공근 필터와 결합하였다. 제공근 형태는 공분산 행렬  $P_x$  대신 제공근 형태의 행렬  $S$ 를 재귀한다. Figure 1은 제공근 형태를 가지는 확장 칼만 필터 흐름을 보여준다.

Figure 2 과 3 그리고 4은 각각 제공근 확장 칼만 필터를 구성하는 수정된 Gram-Schmidt 프로세스, Potter 그리고 Carlson 알고리즘을 도시하였다. 수정된 Gram-Schmidt 프로세스에서  $m \times m$  크기의 상태 행렬  $A$ 의 선형화  $\Phi$ 와  $m \times m$  크기의 제공근 형태의 공분산 행렬  $S$ 의 곱 그리고  $m \times m$  크기의 잡음의 공분산 행렬  $Q$ 의 cholesky 분해 하삼각 행렬  $w_d$ 의 결합 형태인  $m \times 2 \times m$  크기의 행렬  $M$ 을 이용하여  $2 \times m \times m$  크기의 직교 행렬  $Q$ 와  $m \times m$  크기의 상삼각 행렬  $R$

를 생성한다. 여기서  $M=QR$  형태이고, 전치된 상삼각 행렬  $R$ 은 곧 제공근 형태  $S$ 를 의미하며 제공근 확장 칼만 필터의 전과단계에 해당한다.

업데이트 단계에서는 제공근  $S$ 와 칼만 이득  $K$ 는 서로 상호보완적으로 계산되며 최종적으로 상태추정 값  $\hat{x}$ 를 오차에 칼만 이득을 이용하여 갱신한다. 갱신된 제공근 형태 오차 공분산 행렬  $S$ 와 상태 추정 값  $\hat{x}$ 는 최종적으로 재귀한다. 이를 Potter 또는 Carlson 알고리즘에서 수행한다.

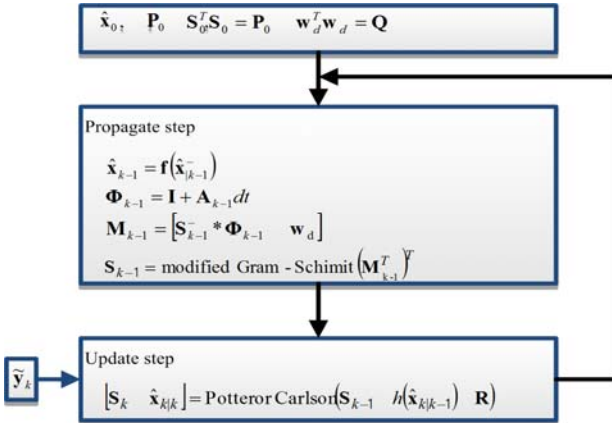


Figure 1: Flow chart of the SREKF

Figure 2: Modified Gram-Schmidt process

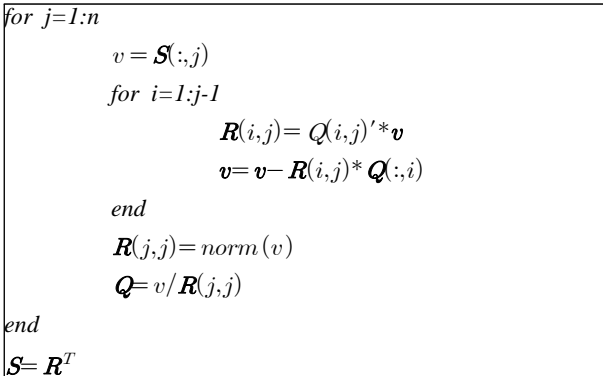


Figure 3: Potter square-root algorithm

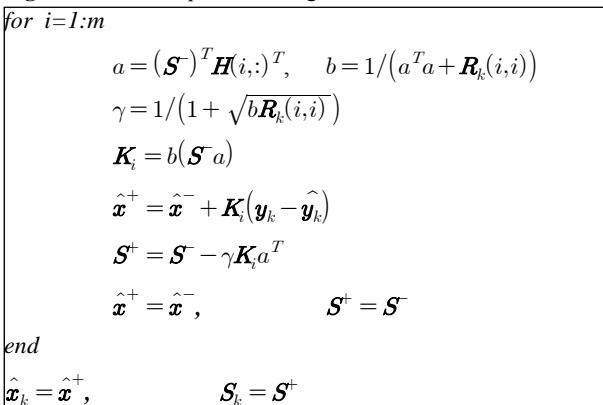
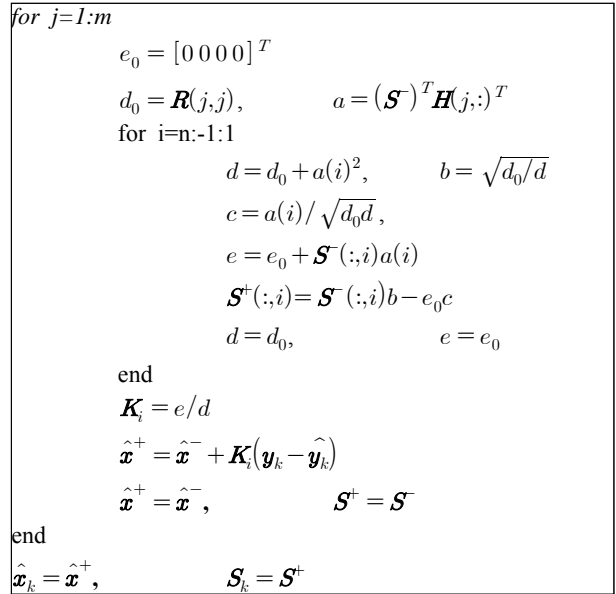


Figure 4: Carlson square-root algorithm



#### 4. 실험 결과 및 검토

제공근 형태를 가지는 확장 칼만 필터의 성능을 검증하기 위해 실험을 수행하였다. 1마력급 영구자석 동기전동기의 정격 속도는 2000rpm, 정격 전류 및 토크는 각각 5.3A, 3.58 Nm이다. 고정자 저항, 인덕턴스 그리고 역기전력 상수는 각각 1.5Ω, 4.87mH, 0.11이다. 벡터 제어를 구현하기 위한 시스템 블록도는 Figure 5와 같다.

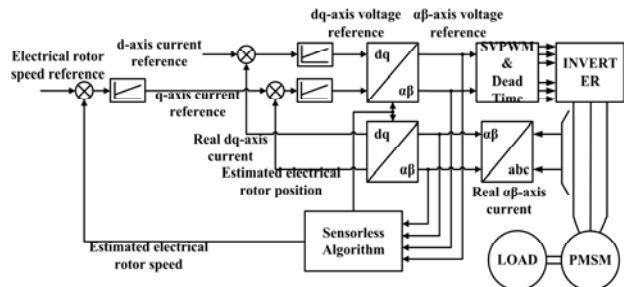


Figure 5: Block diagram of the sensorless PMSM drive

Figure 6 (a)는 전체적인 시스템 구성 장비를 나타내며 Figure 6 (b)는 전동기 및 1마력급 직류전동기를 이용한 부하를 보여준다. 메인 칩셋으로는 TI사의 150MHz TMS320F228335를 이용하였으며 속도 및 전류 제어기의 샘플링 시간은 각각 1ms 그리고 200μs이다. 인버터는 대칭형 연속 전압 변조 SVPWM을 이용하였다. 추정속도를 검증하기 위한 실제 속도의 측정을 위하여 2000PPR 인크리멘탈 엔코더를 연결하였으며 정밀한 측정을 위하여 4체배하였다. 실험과형은 +/- 10V 범위의 DAC를 이용하여 오실로스코프를 통해 확인하였다.

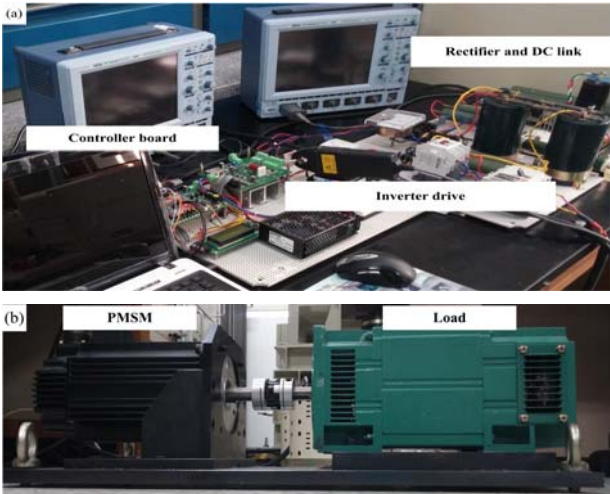


Figure 6: Experimental equipment: (a) Overall system, (b) 1hp PMSM with load

Figure 7 (a) 와 (b)는 정격에서의 정역회전(2000 → -2000 → 2000rpm)을 수행한 Potter 그리고 Carlson 알고리즘 실험 파형을 상호 비교하였다. 정지상태에서 2초 동안은 2000rpm으로 정회전을 한 후 -2000 rpm으로 역회전한다. 각각의 그림에서 보여주는 실험 파형들은 순차적으로 실제 그리고 추정된 회전자의 전기적 위치, 실제 그리고 추정된 기계적 속도, 그리고 속도오차이다. 초기 정격 속도에 도달하는데 걸린 시간은 대략적으로 200ms로 1ms(속도 제어기의 샘플링 시간)당 10rpm 가속된다. 실험결과에서 나타나듯이, 역회전시, 영점근처에서 Potter 경우 80ms, Carlson 알고리즘의 경우 40ms 동안 불안정한 속도 응답을 보여준다. 0점 근처에서 속도 추정을 제외하고는 설계한 제곱근 확장 칼만 필터 알고리즘은 과도상태와 정상상태 구간에서 뛰어난 추정성능을 보여준다.

Figure 8는 저속에서 정역회전 (100→-100rpm, 정격의

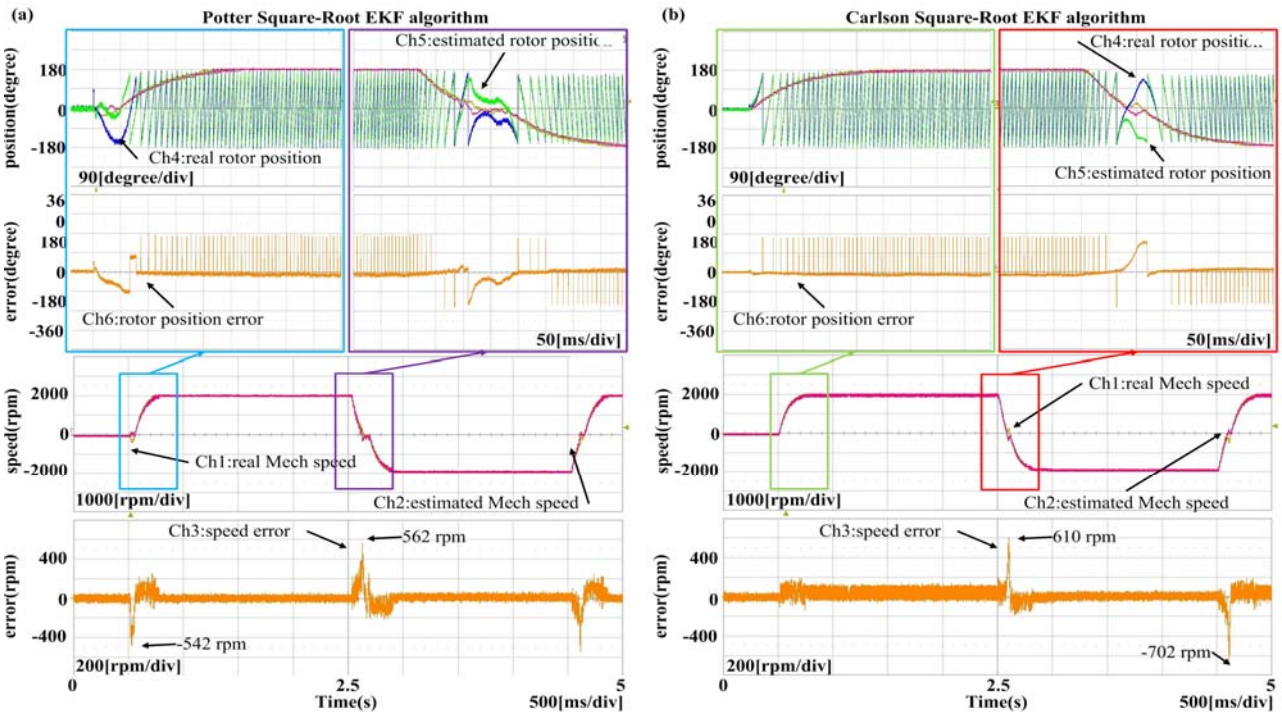


Figure 7: Behavior of the square-root EKF observers and its comparison with two model EKF variants in the speed reversal effect (2000→-2000→2000 rpm):(a) Potter square-root form, (b) Carlson square-root form

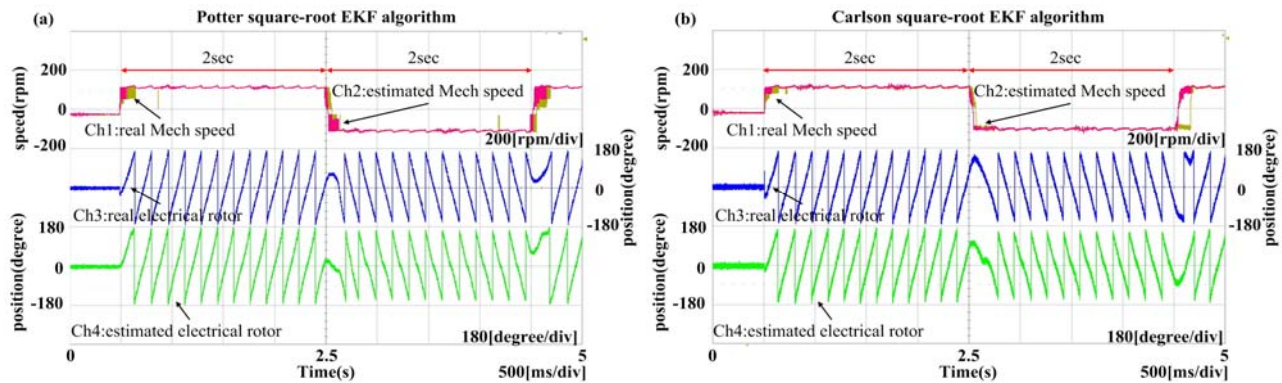


Figure 8: Experiment waveform for position and speed response in the low (100→-100→100 rpm):(a) Potter square-root form, (b) Carlson square-root form

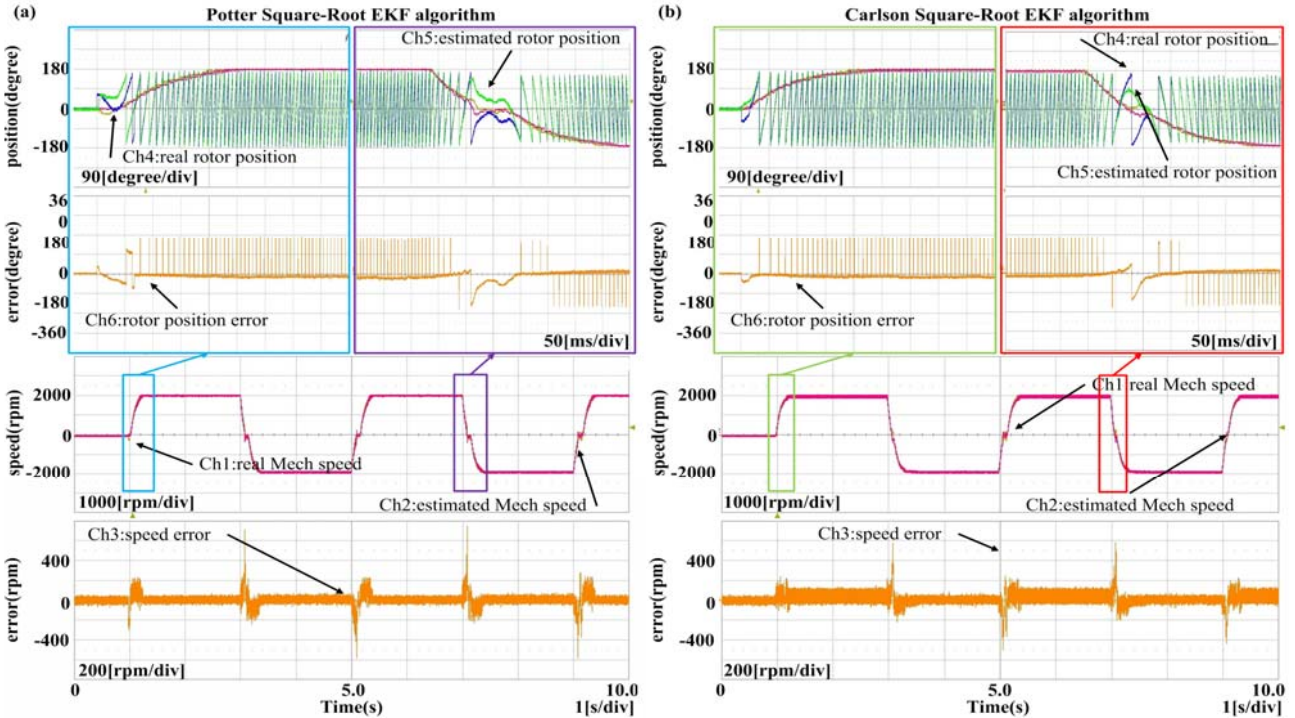


Figure 9: Detuning parameters test: (a) Potter square-root form, (b) Carlson square-root form

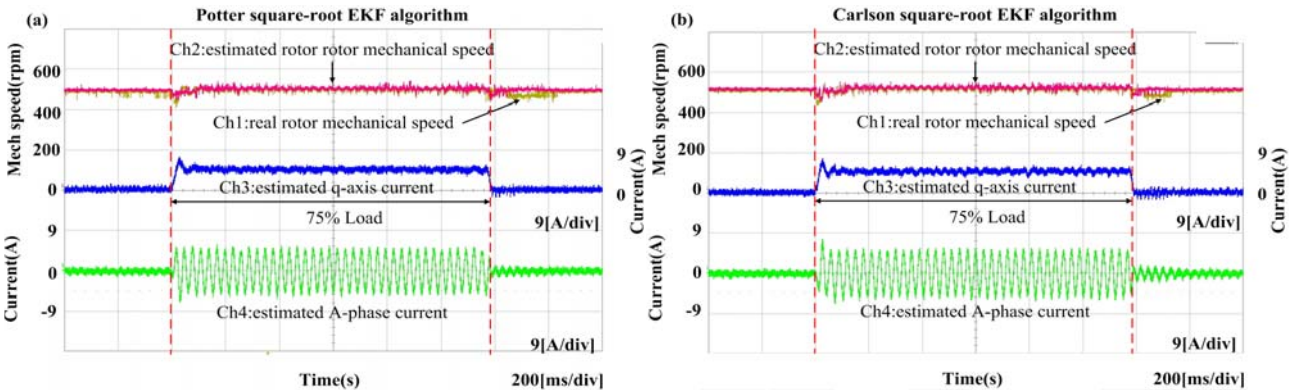


Figure 10: Experiment waveform of load test: (a) Potter square-root form, (b) Carlson square-root form

5%)의 실험 파형을 보여준다. 순차적으로 각각 실제 그리고 추정된 기계적 속도와 전기적 위치를 보여준다. 실험 결과에서 알 수 있듯이, 과도 상태에서 순간적으로, 약간의 추정 떨림이 나타난다. 하지만 곧 안정적으로 추정된다는 것을 알 수 있다.

앞서 고속에서의 속도 추정을 포함하여, 넓은 속도범위에서 상태 추정이 적절하게 이루어지고 있다는 것을 알 수 있다.

Figure 9은 파라미터 변동 실험으로 고정자 저항과 인덕턴스가 실제 보다 10% 잘못 추정되었다는 전제하에 전동기 제어 실험 결과를 보여준다. 전동기 속도 지령치는 정격 2000에서 -2000 rpm의 정역회전을 반복한다. 파라미터 변동 실험에서의 결과는 앞서 고속 정역회전 실험 결과와 비교하여 과도상태에서 약간의 오차가 증가하였다는 것을 제외하고는 상태 추정을 포함한 센서리스 제어에서 강인하게 구현이 된다는 것을 알 수 있다. 전동기 파라미터 오차를 가지는 센서리스 벡터 제어에서도 충분한 성능을 확보하고

있다는 것을 나타낸다.

Figure 10은 정격 토크의 75%에 해당하는 2.7Nm를 1.2초 동안 일정하게 가하였다가 제거하는 부하 변동 실험으로서 Potter와 Carlson 제공된 확장 칼만 필터들에 의한 실험 파형을 나타낸다. 순서적으로, 실제 그리고 추정된 기계적 속도, 회전자 좌표계를 이용한 q축 전류, 3상 전류 중 A상을 보여준다. 500 rpm에서 부하를 인가하였을 때, 속도는 순간적으로 감소하였다가 속도를 다시 추정하며 마찬가지로 부하를 제거하였을 때, 속도가 이내 제자리로 돌아오는 것을 보여준다. 이러한 결과는 부하에 대하여 설계된 제공된 확장 칼만 필터의 강인성을 입증한다.

마지막으로, 동일한 실험 조건하에서 코드 크기 및 연산 시간을 비교하였으며 결과를 표4에 요약하였다. 전류제어 주기를 기준으로 Potter 및 Carlson 알고리즘의 경우 각각 23.96 %, 30.17 %의 연산 시간을 차지한다. Potter 알고리즘에 비해 Carlson 알고리즘은 상대적으로 대략 400 byte, 13  $\mu$

s 크다는 것을 알 수 있다. 이는 Table 1에서 보듯이 for문 구현에서 Potter 알고리즘보다 n번 더 수행하기 때문이다.

**Table 4:** Code size and computation time

	code size (byte)	computation time ( $\mu$ s)
Potter	4,916	47.908 $\mu$ s
Carlson	5,375	60.336 $\mu$ s

### 5. 결 론

본 논문은 예측 단계에서 확장 칼만 필터, 전과단계에서 수정된 Gram-Schmidt 프로세스, 업데이트 단계에서 Potter 또는 Carlson 알고리즘을 결합한 제곱근 확장 칼만 필터에 의한 영구자석 동기전동기의 센서리스 속도 제어를 구현하였다. 제안된 제곱근 확장 칼만 필터의 성능을 입증하기 위하여 넓은 속도 범위에서 고속 및 저속 정역회전, 강인성, 파라미터 변동 실험을 하였다. 프로그램 코드 사이즈 및 연산 시간을 비교한 결과 Potter 알고리즘은 Carlson 알고리즘보다 대략 400 byte, 그리고 13  $\mu$ s 작았다. 이는 Carlson 알고리즘이 for문 구현시 n번 더 수행하는 결과의 차이 때문이다. 다양한 실험결과는 제곱근 확장 칼만 필터가 영구자석 동기전동기의 센서리스 속도제어의 적합성을 입증하고 있다. 또한 외란이나 오차를 가지는 환경에서 강인함을 나타내고 있다.

### References

[1] K. Rajashekara, A. Kawamura, and K. Matsuse, Sensorless control of AC motor drives, IEEE Press, 1996.

[2] J. Holtz, "State of the art of controlled AC drive without speed sensor," Proceedings of 1995 International Conference on Power Electronics and Drive Systems, pp. 1-6, 1995.

[3] I. Boldea, "Control issues in adjustable speed drives," IEEE Industrial Electronics Magazine, vol. 2, no. 3, pp. 32-50, 2008.

[4] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering, vol. 82, no. 1, pp. 35-45, Mar. 1960.

[5] S. Bolognani, R. Oboe, and M. Zigliotto, "Sensorless full-digital PMSM drive with EKF estimation of speed and rotor position," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 46, no. 1, pp. 184-191, 1999.

[6] F. Alonge, F. D'Ippolito, and A. Sferlazza, "Sensorless control of induction-motor drive based on robust Kalman filter and adaptive speed estimation," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 3, pp. 1444-1453, 2014.

[7] M. Barut, R. Demir, E. Zerdali, and R. Inan, "Real-time implementation of bi input-extended Kalman filter-based estimator for speed-sensorless control of induction motors," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, no. 11, pp. 4197-4206, 2012.

[8] N. Salvatore, A. Caponio, F. Neri, S. Stasi, and G. Cascella, "Optimization of delayed-state Kalman-filter-based algorithm via differential evolution for sensorless control of induction motors," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 1, pp. 385-394, 2010.

[9] J. S. Jang, B. G. Park, T. S. Kim, D. M. Lee, and D. S. Hyun, "Parallel reduced-order extended Kalman filter for PMSM sensorless drives," Proceedings of IECON'2008, pp. 1326-1331, 2008.

[10] M. Grewal and A. Andrews, Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. Hoboken. NJ: Wiley-IEEE Press, 2008.

[11] J. Schmit, Analysis of Square-root Kalman Filter for Angle-Only Orbital Navigation and the Effects of Sensor Accuracy on State Observability, M.S Thesis, Utah State University, U.S.A, 2010.

[12] V. Smidl and Z. Peroutka, "Advantages of square-root extended Kalman filter for sensorless control of AC drives," IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 59, no. 11, pp. 4189-4196, 2012.

[13] S. Jafarzadeh, C. Lascu, and M. S. Fadali, "Square root unscented Kalman filters for state estimation of induction motor drives," IEEE Transaction on Industry Applications, vol. 49, no. 1, pp. 92-99, 2013.