

CMA-ES를 활용한 수정질점탄도모델의 탄도수정계수 설정기법

안세일^{*,1)} · 이교복¹⁾ · 강태형¹⁾¹⁾ 국방과학연구소 제5기술연구본부

Fitting Coefficient Setting Method for the Modified Point Mass Trajectory Model Using CMA-ES

Seil An^{*,1)} · Kyo Bok Lee¹⁾ · Tae Hyung Kang¹⁾¹⁾ The 5th Research and Development Institute, Agency for Defense Development, Korea

(Received 6 July 2015 / Revised 16 November 2015 / Accepted 18 December 2015)

ABSTRACT

To make a firing table of artillery with trajectory simulation, a precise trajectory model which corresponds with real firing test is required. Recent 4-DOF modified point mass trajectory model is considered accurate as a theoretical model, but fitting coefficients are used in calculation to match with real firing test results. In this paper, modified point mass trajectory model is presented and method of setting ballistic coefficient is introduced by applying optimization algorithms. After comparing two different algorithms, Particle Swarm Optimization and Covariance Matrix Adaptation - Evolutionary Strategy, we found that using CMA-ES algorithm gives fine optimization result. This fitting coefficient setting method can be used to make trajectory simulation which is required for development of new projectiles in the future.

Key Words : Trajectory Model(탄도모델), Optimization(최적화)

기 호 설 명

u 속도
 p 회전각속도
 α yaw of repose
 C 탄도계수(항력에 대한 수정계수)
 f_L 양력에 대한 수정계수

Q_M 매그누스 힘에 대한 수정계수
 ρ 공기밀도
 m 탄 질량
 d 탄 직경
 I_x 관성모멘트
 C_{D_0} 편주각이 0일때의 항력계수
 $C_{D_{\alpha^2}}$ 2차 편주각에 대한 항력계수 수정량
 C_{L_0} 편주각이 0일때의 양력계수
 $C_{L_{\alpha^2}}$ 2차 편주각에 대한 양력계수 수정량

* Corresponding author, phone12@add.re.kr
 Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

C_{M_0}	편주각이 0일때의 매그누스 모멘트계수
$C_{M_{\alpha}}$	2차 편주각에 대한 양력계수 수정량
C_{mag-f}	매그누스 힘계수
C_{spin}	탄자축에 대한 회전모멘트계수
lat	위도
AZ	사격방위각
g_0	중력계수
R	지구반지름

1. 서론

현재의 사격제원표 작성에는 컴퓨터를 통한 탄도 시뮬레이션을 활용하여 사격시험의 의존도를 줄이고 있다. 이런 방식의 사격제원표 작성을 위해서는 정확한 탄도모형을 만드는 것이 가장 중요한 일이라고 할 수 있다. 사격제원표 작성을 위한 탄도모형으로는 일반적으로 수정질점탄도모형(Modified Point Mass Trajectory Model)이 사용된다. 수정질점탄도모형은 전체 탄도 궤적에서 작은 Pitch값과 Yaw값이 예상될 때 6-DOF 탄도 모형을 대신해서 사용될 수 있는데, 컴퓨터 계산 부하를 줄이면서도 실제 탄도와 비교했을 때 충분히 정확한 결과를 도출해내는 것으로 알려져 있다. 해당 모델에서는 6-DOF모델의 Pitch값과 Yaw값에 해당하는 부분의 동역학을 표현하기 위해 yaw of repose라는 값을 정의하는데, 이 값을 이용하여 Pitch, Yaw 등 탄의 편주각이 크지 않을 경우의 양력계수나 항력계수에 미치는 영향을 정량적으로 계산하여 탄도모형에 사용하게 된다. 탄도방정식에 관련된 NATO 표준문서 STANAG 4355에 수정질점방식을 이용한 탄도모형의 설계방식이 설명되어 있으며, 현재 대부분의 사격제원표 작성을 위한 탄도모형에 적용되어 있다^[1].

한편 사격제원표의 목적이 결국 탄착점을 예측하는 것인 만큼, 이론적인 탄도모형은 실제 사격시험 결과를 반영하도록 수정되어야 할 필요가 있다. 이것을 위해 탄도수정계수라는 것이 도입되어있다. 예를 들어 항력 항에 수정계수인 C 가 포함되어 있으며, 양력 항에도 수정계수가 포함되어 있다. 이러한 탄도수정계수는 정해진 수의 고각, 장약에 대한 사격시험 결과와 탄도모형의 시뮬레이션 결과를 비교하여 설정되는데, STANAG 4144나 STANAG 4355에 따르면 위의 탄도수정계수들은 사격 고각의 다항식 항으로 설정된다^[2]. 이

것은 각기 다른 사격 고각에 대해 같은 탄도수정계수를 사용함으로써 발생하는 오차를 줄이고자 하는 것이다. 최종적으로는 하나의 탄도수정계수마다 고각에 대한 다항식 차수에 따라 2개 이상의 계수들이 설정되어야 한다.

이전에 이루어진 탄도모형에 관한 연구들은 주로 6-DOF모델에 대해 다루고 있다. 이론적으로는 6-DOF 모델이 이상적으로 모든 물리량을 다루고 있으므로 6-DOF모델을 빠른 시간 내에 풀어내고자 하는 노력이 있었으며, 그 일환으로 탄도모형을 Closed-form 형식으로 풀어내려는 시도들이 있었다^[3,4]. 그러나 이 경우에도 공력계수들이 Mach값에 대해 비선형으로 주어지는 문제로 인해 구간별로 해당 공력계수를 일정하다고 놓고 문제를 풀었다. 또한 해당 탄도모형을 활용한다고 할지라도 사격제원표 작성을 위해 실제 사격시험 결과를 반영하는 것은 또 다른 문제이며, 이런 면에서 4-DOF모델과 6-DOF모델의 정확성을 논하는 것은 의미가 없다. 수정질점탄도모형의 탄도수정계수에 대한 연구로는 고각의 다항식 형태로 주어지는 수정계수를 적용해서 탄도 오차를 줄이는 방법이 제시되어 있으나, 자세한 수정계수의 설정 방법에 대한 설명은 나타나 있지 않다^[5]. 이와 같이 회전안정탄의 탄도에 관한 연구가 많지 않은 이유는 운동방정식 자체가 이론적으로 어렵지 않고 오히려 각종 공력계수나 기상정보가 탄도에 더 큰 영향을 미치기 때문이다. 또한 특수한 경우가 아니면 수정질점탄도모형로도 정확히 결과를 예측할 수 있으며, 컴퓨터의 발달로 계산시간 역시 충분히 작기 때문에 새로운 탄도모형의 필요성이 크지 않다고 할 수 있다. 다만 수정질점방식의 탄도모형이 실제 사격시험 결과를 정확히 반영하기 위해서는 탄도수정계수의 설정이 필요한 것이다.

본 연구에서는 사격 시험 결과에 맞는 탄도수정계수 설정 기법에 대해 다루고자 한다. 탄도계수는 수정질점탄도모형의 중요한 항들마다 1 근처인 0.8에서 1.2사이 정도의 값을 곱하는 형태로 주어진다. 일반회전탄의 경우 항력에 관한 수정계수, 양력에 관한 수정계수, 매그누스 힘에 관한 수정계수, Yaw에 관한 수정계수가 주어진다. STANAG 4355 ed3에 따르면 항력수정계수는 고각의 1차 다항식으로, 나머지 탄도수정계수는 상수로 주어지도록 되어있다. 따라서 일반회전안정탄의 탄도모형을 설계할 때에는 5개의 탄도수정계수를 설정하게 된다. 이 때 사격시험 결과와 가장 잘 맞는 탄도모형을 설계하는 것이 본 연구의 목표이

며, 최적화 알고리즘을 통해 그 과정에 필요한 탄도계수들을 설정하고자 한다. 5개 정도의 수정계수인 경우 Brute-Force 방식으로 최적해를 얻는 것도 고려할 수 있으나, 본 연구를 통해 개발한 기법은 최종적으로는 BB(Base-Bleed)탄과 RA(Rocket-Assisted)탄, BB, RA 복합탄의 탄도모델 개발을 위해 사용하는 것을 고려하고 있다. 이 경우 추진에 관련된 수정계수 항들이 추가되며, 10개 이상의 수정계수를 동시에 설정해야 하므로 효율적인 탄도수정계수 설정 기법이 반드시 필요하다 할 수 있다⁶⁾.

최적화 알고리즘으로는 CMA-ES(Covariance Matrix Adaptation - Evolutionary Strategy) 알고리즘과 PSO (Particle Swarm Optimization)를 구성해 적용시켰으며 결과를 비교하였다. 탄도의 특성상 계산시간보다는 높은 정확도의 모델을 얻는 것이 중요하였으며, 이런 관점에서 최적화를 수행하고자 하였다. CMA-ES와 PSO 알고리즘은 비교적 최신의 최적화 방식으로 유사한 형태의 휴리스틱 알고리즘보다 높은 성능을 주는 것으로 알려져 있다. 대상 함수의 그라디언트를 사용하는 방식의 최적화 형태를 참고로 보기 위해서 또 하나의 알고리즘을 테스트하였다. 최적화의 대상이 되는 함수가 그라디언트 방식의 최적화로 쉽게 결과가 도출되는 형태라면 굳이 위에서 서술한 것과 같이 복잡한 알고리즘들을 사용할 필요가 없기 때문이다. 이를 위해서 도입한 L-BFGS(Limited memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)는 비선형 최적화 문제를 풀기 위한 Newton method와 유사한 방식의 알고리즘으로 Matlab의 최적화 툴에도 사용되고 있는 방식이다¹⁰⁾. 위의 알고리즘들을 적용해서 각종 설계변수를 최적화하는 연구들은 많이 진행되고 있으나, 본 연구의 대상이 되는 탄도분야에서는 탄도수정계수의 설정이 중요한 문제임에도 불구하고, 이런 최적화 기법을 적용시켜 수정계수를 설정하는 방법론에 대한 연구가 부족하므로 본 연구에 의미가 있다고 할 수 있다.

2장에서는 탄도수정계수의 도입에 사용되는 수정질점탄도모델과 그 때 필요한 탄도수정계수에 대해 설명하도록 한다. 3장에서는 탄도수정계수의 도출에 사용되는 최적화 알고리즘에 대해 설명하였다. CMA-ES 최적화 알고리즘과 PSO 알고리즘을 설명하였고, 이후에 하나의 최적화 알고리즘을 추가해 총 3가지 방식으로 도출한 탄도수정계수의 결과를 비교하였다.

2. 수정질점탄도모델

본 장에서는 수정질점탄도모델과 내부의 수정계수들에 대해서 설명하고자 한다. 해당 내용은 탄도해석에 관한 축적된 연구를 통해 많은 부분이 이미 공식화되어 제시되어 있으며, 탄도해석상의 특이사항이 없는 경우 그대로 따르게 된다¹¹⁾. 탄도모델 역시 MPMM (Modified Point Mass Trajectory Model)으로 대표하여 사용된다. 이와 같은 수정질점탄도모델의 기본 식은 각 축에 대한 운동방정식에서 실질적으로 공력계수를 얻기 까다로운 몇 개의 항을 근사화한 것이다. 이론적으로는 미분방정식을 풀어 탄의 시간에 따른 위치까지의 해석식을 얻을 수 있으나, 실제 모델링에서는 각각의 가속도를 수치 적분하는 방식으로 계산을 수행하게 된다. 해당 식에 나타나는 각 공력계수들은 Mach수에 따라 변하는 값으로 주어진다. 수정질점탄도모델의 각 가속도 식은 다음과 같다¹¹⁾.

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} = & \frac{\pi\rho}{8Cm}(C_{D_0} + C_{D_{\alpha}}(Q_D\alpha_e)^2)vv_1 \\ & + \frac{\pi\rho d^2 f_L}{8m}(C_{L_{\alpha}} + C_{L_{\alpha}}\alpha_e^2)v^2a_{e1} - g_0\frac{X_1}{R} \\ & - \frac{\pi\rho d^3 Q_{MP} C_{mag-f}}{8m}(\alpha_{e2}v_3 - \alpha_{e3}v_2) \\ & - 2\Omega(\sin(lat)u_3 + \cos(lat)\sin(AZ)u_2) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_2}{dt} = & \frac{\pi\rho}{8Cm}(C_{D_0} + C_{D_{\alpha}}(Q_D\alpha_e)^2)vv_2 \\ & + \frac{\pi\rho d^2 f_L}{8m}(C_{L_{\alpha}} + C_{L_{\alpha}}\alpha_e^2)v^2a_{e2} - g_0(1 - \frac{2X_2}{R}) \\ & - \frac{\pi\rho d^3 Q_{MP} C_{mag-f}}{8m}(\alpha_{e3}v_1 - \alpha_{e1}v_3) \\ & + 2\Omega(\cos(lat)\sin(AZ)u_1 \\ & + \cos(lat)\cos(AZ)u_3) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_3}{dt} = & \frac{\pi\rho}{8Cm}(C_{D_0} + C_{D_{\alpha}}(Q_D\alpha_e)^2)vv_3 \\ & + \frac{\pi\rho d^2 f_L}{8m}(C_{L_{\alpha}} + C_{L_{\alpha}}\alpha_e^2)v^2a_{e3} - g_0(\frac{X_3}{R}) \\ & - \frac{\pi\rho d^3 Q_{MP} C_{mag-f}}{8m}(\alpha_{e1}v_2 - \alpha_{e2}v_1) \\ & + 2\Omega(\cos(lat)\cos(AZ)u_2 - \sin(AZ)u_1) \end{aligned} \quad (3)$$

각각의 방향성분은 Fig. 1에 설명되어 있다. 식에서 항력에 해당하는 부분과 양력에 해당하는 부분, 마그누

스 힘에 해당하는 부분에 각각 수정계수 C , f_L , Q_M 이 들어 있음을 확인할 수 있다. 한편 탄도계수 C 는 다음과 같은 수정계수 i 의 변형으로 주어진다(일반적으로 다음과 같이 정해진 C 를 탄도계수라고 칭하며, 이것은 지금까지 설명하고 있는 수정계수 중 하나이다).

$$C = \frac{m}{id^2} \quad (4)$$

이러한 변형은 탄도계수 C 에 물리적 의미를 부여하기 위한 것으로 위와 같은 계수를 통해 해당 탄의 탄도성능을 유추할 수 있게 해 준다. 본 연구에서도 변형된 형태의 탄도계수를 모델에 사용하였다.

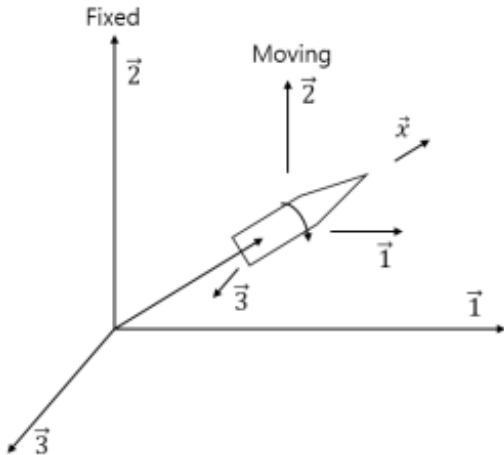


Fig. 1. Cartesian coordinate system with unit vectors

수정질점 모델에서는 탄의 회전에 관한 3개의 자유도를 고려하지 않는 대신 중심 회전축 방향의 회전을 따로 고려한다. 회전에 관한 각속도의 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\pi\rho d^4 p v C_{spin}}{8I_x} \quad (5)$$

탄의 회전은 탄에 특별한 형상이 없는 경우 포구 탄속에 크게 영향을 받으므로 위와 같이 간단한 식으로 주어지는 것이다.

한편 서두에 제시된 것과 같이 수정질점탄도모델에서는 공력계수를 추출하기 어려운 탄의 편주각(탄의

진행방향에서 벗어난 각도)에 관한 항을 근사하기 위해 편주각이 작은 경우를 가정하고 있다. 이것을 yaw of repose로 표현하는데 Fig. 2에 설명하였다. 계속해서 인용하고 있는 수정질점 탄도모델에 따르면 yaw of repose의 식은 아래와 같이 주어진다.

$$\alpha_{e1} = \frac{8I_x p (v_2 \dot{u}_3 - v_3 \dot{u}_2)}{\pi\rho d^3 (C_{M_n} + C_{M_n} \alpha_e^2) v^4} \quad (6)$$

$$\alpha_{e2} = \frac{8I_x p (v_3 \dot{u}_1 - v_1 \dot{u}_3)}{\pi\rho d^3 (C_{M_n} + C_{M_n} \alpha_e^2) v^4} \quad (7)$$

$$\alpha_{e3} = \frac{8I_x p (v_1 \dot{u}_2 - v_2 \dot{u}_1)}{\pi\rho d^3 (C_{M_n} + C_{M_n} \alpha_e^2) v^4} \quad (8)$$

yaw of repose의 계산식은 양변에 yaw of repose 항이 모두 포함되는 식으로 나타나 있다. 이런 이유로 통상적으로 수정질점탄도모델을 적용할 경우 매번 적분구간마다 근사 방식을 이용해 yaw of repose의 값을 추정하여 계산에 활용하게 된다.

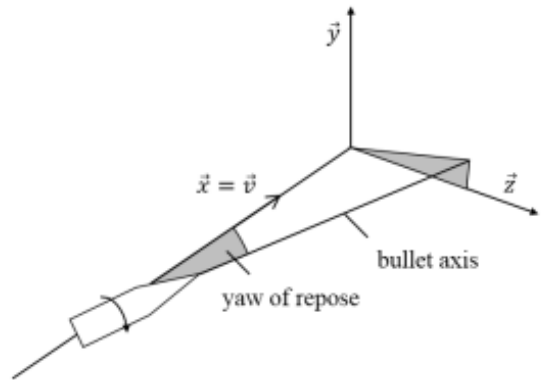


Fig. 2. Yaw of repose

3. 최적화 알고리즘

본 연구에서는 각각 CMA-ES, PSO, L-BFGS(Limited memory - Broyden Fletcher Goldfarb Shanno) 방식을 적용하여 탄도수정계수 최적화를 수행하였다¹⁷⁻¹⁰¹. 이후 4장의 시뮬레이션 결과에서 해당 방식들을 비교해보고자 한다. 최적화의 목표는 탄도모델과 실제 사격시험

결과 탄도의 탄착지점의 오차를 줄이는 것이다. 실제 사격시험은 수차례 이루어지므로 사격시험 결과도 다수의 탄착 지점 자료로 이루어지지만, 본 연구에서는 하나의 정확한 탄도로 나타나는 사격시험 결과가 있는 것으로 가정하였다. 최적화 알고리즘의 목적함수는 다음과 같이 설정하였다.

$$P = \sum_i^N [(X_i - X'_i)^2 + (D_i - D'_i)^2] \quad (9)$$

$$ELEV_i = \{400, 700, 1100\}_i$$

X_i : i 번째의 고각에 해당하는 탄도모델링 수행 결과의 사거리(m)

D_i : i 번째의 고각에 해당하는 탄도모델링 수행 결과의 편의(m)

이 방식의 최적화를 통해 얻고자 하는 것은 탄도모델과 최적화 수행의 대상이 되는 탄도시험 결과와의 일치성이다. (9)의 목적함수는 간단히 말해 탄도모델과 실제 탄착지점 간의 거리오차이다. 값이 작다는 것은 탄도모델이 사격시험 결과와 잘 일치한다는 것을 의미한다. 검증의 대상이 되는 고각은 보통 3개에서 4개 정도를 선정한다.

3.1 Particle Swarm Optimization

개체군집최적화(PSO : Particle Swarm Optimization)는 반복적 기법중 하나로 목적함수의 결과만을 가지고 최적화를 진행하므로 미분가능성과 같은 문제에서 자유로울 수 있다^[7,8]. PSO는 향후 연구에서 더 많은 차원의 수정계수들을 다루는 경우 고차원 최적화 문제에서 좋은 성능을 발휘할 것으로 보고 도입하였다. 또한 PSO 알고리즘의 저자는 해당 알고리즘이 지역해가 많은 문제의 풀이에 효과적이라고 주장하고 있으므로, 지역해가 많을 것으로 보이는 본 문제에 적용하는 것이 적합하다고 판단하였다^[7,8].

기본적으로 PSO는 무작위로 분산된 개체들의 목적함수 평가로부터 최적화를 이루어 내며, 무작위 개체들을 사용하는 다른 최적화 기법에 비해 특이한 점은 좋은 결과를 보여주는 개체들을 선별하는 과정이 없다는 것이다. 이것은 진화적 기법의 최적화 알고리즘과 구별되는 점이며, 대신 PSO 알고리즘에는 각 개체에 속도라는 개념이 있어 목적함수를 개선시키는 방향으로 주어진다. 참고문헌에 따르면 속도 방정식은 아래

와 같이 주어진다.

$$\begin{cases} v_d \leftarrow c_1 v_d + c_{\max} r(p_d - x_d) + c_{\max} r(g_d - x_d) \\ x_d \leftarrow x_d + v_d \end{cases} \quad (10)$$

$$r \sim U(0,1)$$

이때 p_d 와 g_d 는 각각 해당 개체가 지녔었던 해중 가장 나은 성능을 보여주는 해이며, 모든 개체들 중 가장 좋은 해를 의미한다. 각 개체는 속도 공식에 의해 스스로의 속도와 최적해로의 움직임이 계수가 곱해져 합한 방향으로 움직이게 된다. 한편 속도 공식에도 확률변수가 곱해지는데, 이러한 확률변수는 각 개체에 어느 정도의 무작위성을 부여한다. PSO의 최종적인 결과로는 각 개체들이 모두 최적해 근처에 모여 있는 형태를 예상할 수 있다. PSO와 같은 확률기반(stochastic) 최적화 알고리즘에는 매개변수들이 최적화 성능에 영향을 미치게 된다. 사용하는 개체(particle)의 총 수도 중요한 지수중 하나이다. 본 연구에서는 이전 연구에서 성능이 보장된 매개 변수들을 사용하였다. [7]에 의하면 20개의 개체수로도 충분히 최적화를 할 수 있다. 뒤의 장에서 여러 가지 개체수를 이용한 PSO의 결과를 제시하였다. 동일 시간의 알고리즘 테스트를 수행하였는데, 20개 내외의 개체수를 통한 것이 가장 좋은 결과를 나타내었다. 이런 결과를 얻은 이유는 본 연구

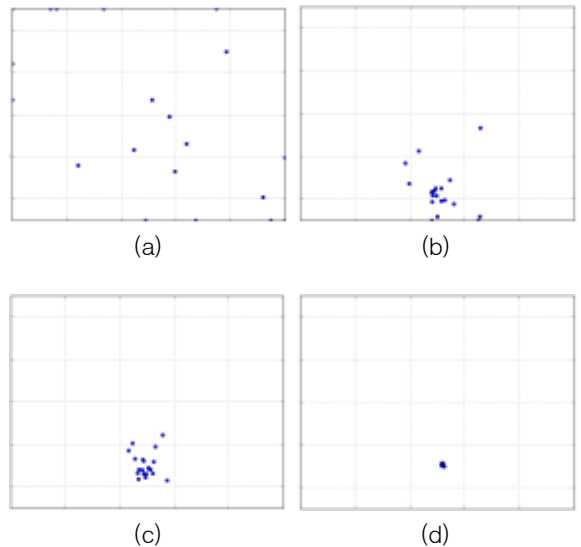


Fig. 3. Distributed particles using PSO(iteration = (a) 2, (b) 20, (c) 50, (d) 100)

의 대상이 되는 문제의 차원이 그리 크지 않기 때문이다. 만약 차원수가 늘어난다면 더 많은 개체수가 더 좋은 결과를 나타내었을 것으로 예상된다. c_1 과 c_{max} 은 경험적 값으로 각각 0.8, 1.6으로 하였다.

Fig. 3에는 PSO의 시행이 진행됨에 따른 개체들의 분포를 보여준다. 초기에는 확률변수에 의해 개체들이 넓게 퍼져서 목적함수 값을 구하지만, 시행이 반복될수록 최적해로 판단되는 지점으로 개체들이 모이게 된다.

3.2 CMA-ES

CMA-ES는 Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategies의 줄임말로 진화적 기법을 활용한 알고리즘 중에서 높은 성능을 보여주는 것으로 알려져 있다. 진화적 알고리즘 또는 진화적 프로그래밍은 일정한 규칙에 따라 진화, 선택 과정을 통해 최적해를 찾아 나가는 방식이다^{9,10}. 이 때 보통 일정한 수의 개체들(해의 후보군들)을 분산시키고 목적함수의 평가값을 기준으로 우수한 개체들을 선택하는 과정을 거친다. 이렇게 선택된 개체들을 이후의 진화과정에서 활용함으로써 더 나은 해를 얻을 수 있게 된다. 한편 CMA-ES는 이러한 진화적 알고리즘에 CMA, 즉 공분산 행렬의 변화를 적용시킨 알고리즘이다. 진화적 알고리즘에 공분산이 의미를 가지게 되는 이유는 CMA-ES 알고리즘에 과정에서 개체들을 분산시킬 때의 확률분포로 다변수 정규분포를 사용하기 때문이다. 따라서 알고리즘에서 확률분포의 평균과 공분산이 중요한 역할을 하게 되며, 이 때 평균은 최적해가 있을 것으로 예상되는 지점을 의미한다고 볼 수 있다. 공분산은 개체들을 분산시킬 때 확률 변수의 조건으로 들어가는데, 개체들이 최적해에 근접할수록 공분산은 줄어들게 지정되어 최종적으로는 수렴하는 형태가 나타난다. 참고문헌에 따르면 평균과 공분산의 업데이트 식은 다음과 같이 주어진다.

$$m_{k+1} = \sum_{i=1}^{\mu} w_i x_{i:\lambda} \quad (11)$$

$$= m_k + \sum_{i=1}^{\mu} w_i (x_{i:\lambda} - m_k)$$

$$C_{k+1} = (1 - c_1 - c_{\mu} - c_s) C_k + c_1 p_c p_c^T \quad (12)$$

$$+ c_{\mu} \sum_{i=1}^{\mu} w_i \frac{x_{i:\lambda} - m_k}{\sigma_k} \left(\frac{x_{i:\lambda} - m_k}{\sigma_k} \right)^T$$

$$w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_{\mu} > 0$$

$x_{i:\lambda}$: i 번째의 우수해

m_k : k 번째의 평균

C_k : k 번째의 공분산

식 (11)과 (12)에는 진화적 알고리즘의 개체선택 과정이 가중치 w_i 를 사용하여 구현되어있다. 식에서 μ 는 선택되는 개체들의 개수로 분산시키는 개체들의 개수보다 작은 수로 설정된다. 본 연구에서는 총 개체들의 60 % 정도가 선택되도록 하였다. 가장 우수한 해는 가장 높은 가중치를 가지도록 되어있고 10개의 개체들 중 하위 4개의 개체들은 다음 단계에서 배제되도록 설계하였다(0의 가중치를 지님). 이런 과정을 통해 결과적으로 얻어진 평균은 최적해에 근접할 것으로 기대할 수 있다. 가중치의 형태는 Fig. 4에 제시하였다.

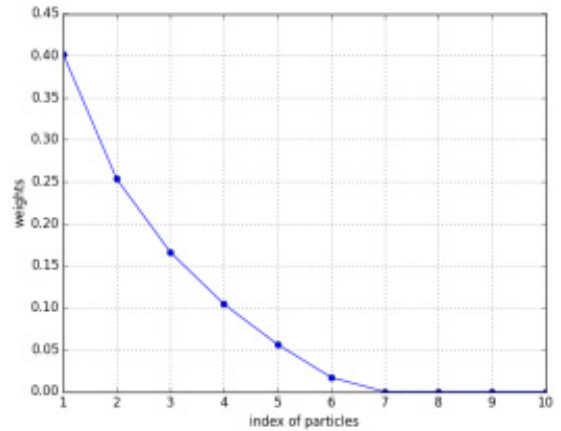


Fig. 4. Plot of weights w of CMA-ES

(12) 식의 공분산의 식을 보면 우수 개체들과 평균치의 분산을 계산에 고려하고 있다. 우수 개체들이 서로 근접할수록 탐색범위를 줄임으로서 더욱 최적해에 근접할 수 있게 된다. 이 방식의 장점은 이후 시뮬레이션 결과에서 더욱 잘 드러나게 된다.

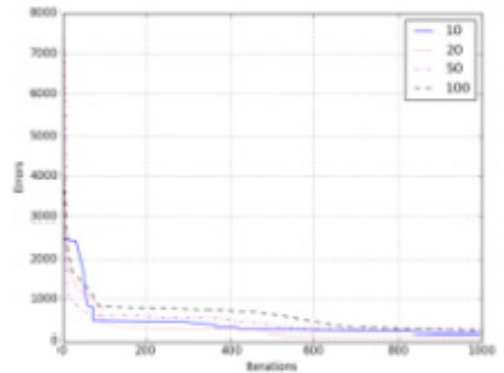
4. 시뮬레이션 수행 결과

본 연구를 통해 개발한 알고리즘은 향후 BB, RA의 복잡탄 개발을 위해 사용하는 것을 목표로 하고 있다. 이 경우 추진에 관련된 수정계수들이 추가적으로 부여

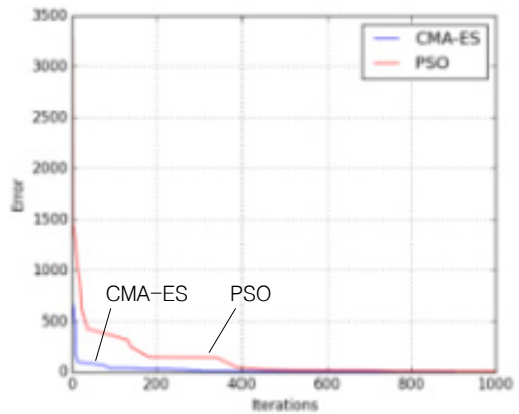
되므로 빠르고 정확한 탄도수정계수 도출 알고리즘이 요구된다. 그러나 본 연구에서는 알고리즘의 검증을 위해 일반탄의 모델링을 적용시켰다. 일반탄의 모델링의 경우 C , f_L 두 가지의 탄도수정계수를 설정하게 되는데, 이 때 탄도수정계수가 고각에 대해 선형적인 값을 가진다고 가정하면 총 4개의 계수를 설정하게 된다. 이렇듯 비교적 적은 수의 계수들을 가지고 최적화 알고리즘을 적용시키는 것이지만, PSO를 적용시킨 경우와 CMA-ES 알고리즘을 적용시킨 두 경우 성능면에서 눈에 띄는 차이를 확인할 수 있었으므로 최적화 알고리즘의 검증을 위해서는 충분하다고 할 수 있다. 또한 CMA-ES 알고리즘의 경우 해당 변수 차원보다 더 높은 차원의 최적화 문제에도 다른 알고리즘에 비해 좋은 결과를 내는 것으로 알려져 있다. 따라서 향후 다른 수정계수들이 추가되어도 최적화에 어려움이 없을 것으로 보인다. 뒤쪽에서 PSO, CMA-ES 뿐만 아니라 Newton method 기반의 최적화 알고리즘인 L-BFGS를 적용시킨 결과도 제시하였다. 세 가지 알고리즘 모두 같은 범위의 상한, 하한 값을 사용하였다. 이렇게 한 이유는 탄도시뮬레이션 제한 값을 벗어남으로 인한 내부루프의 오류를 발생을 막기 위한 것이다. 하지만 참고문헌 [1]에도 역시 사용가능한 탄도계수의 같은 범위의 상한, 하한에 대해 제시하고 있으므로, 본 연구에서 적용한 상한, 하한이 해답을 미리 알고 접근하는 방식의 오류를 범한 것은 아니라고 할 수 있다. L-BFGS 알고리즘의 적용을 위해서는 Tolerance (해당 값 이하의 오차의 경우 연산을 중단한다)를 지정하게 되어있으나, 본 연구에서 수행 결과 Tolerance에 의해 연산을 중단시키지 않고, 더 이상의 우수해를 찾지 못하여 중단하도록 하였다. 즉 이것은 아주 작은 Tolerance를 적용한 것이라고 할 수 있다.

4.1 PSO와 CMA-ES의 비교

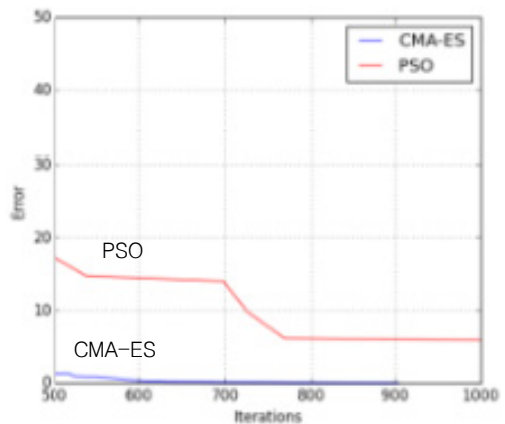
알고리즘의 비교에 앞서 두 알고리즘의 특성에 관해 알아볼 필요가 있다. 두 방식 모두 각 단계별로 예상되는 해의 개체들을 분산시켜서 얻은 계산결과를 더 나은 해를 찾기 위해 활용한다는 점에서 유사성이 있다고 할 수 있다. 원칙적으로 두 가지 최적화 알고리즘을 비교하기 위해서는 컴퓨터 계산정도를 분석하는 것이 정확하다고 할 수 있으나 두 알고리즘 모두 개체들의 목적함수 값을 도출하는 과정 외에는 특별히 큰 계산을 요구하는 부분이 없다고 할 수 있다. 이런 이유로 목적함수(본 연구에서는 탄도계산)의 호출



(a)



(b)



(c)

Fig. 5. Plot of errors as iteration runs, (a) different PSO seeds(10, 20, 50, 100), CMA-ES and PSO (b) iterations 0-1000, (c) iterations 500-1000

횟수에 따른 최적화 정도를 비교하고자 하였다. 본 연구의 탄도계산에는 계산시간이 크게 걸리지 않으나 향후 수행하게 될 연구에서 복잡한 목적함수를 가지게 될 경우를 가정하면 적은 호출횟수로 최적화하는 것이 의미를 가진다고 할 수 있다. 한편 이런 특성으로 인해 각 세대(개체들이 분산된 단계)에서 더 나은 해가 발견되지 않고 정체될 수도 있다. 하지만 확률기반의 개체 분산 과정에서 더 나은 해를 찾아나가는 방식이다.

두 알고리즘 모두 최적화 초기에 빠르게 오차를 줄여나가는 것을 알 수 있다. 여러 개체들을 분산시키고 이상적인 해의 근처로 빠르게 접근하는 과정이라고 할 수 있다. 두 알고리즘의 차이는 시행이 진행될 때에 나타난다. Fig. 5(c)의 그래프는 최적화의 종말단계에서의 오차를 보여준다. CMA-ES 알고리즘을 통해 얻은 결과로는 0.1 m 이하의 오차단위를 보여주었으나 PSO 알고리즘을 통한 결과로는 수 m의 오차 범위 정도의 최적화를 보여주었다. 나머지 결과들 역시 뒤쪽에서 표로 제시하겠지만, 최적화 알고리즘의 성능은 국소 최적해로 수렴하지 않고 전역 최적해를 얼마나 잘 찾아내느냐에 달려있다. PSO 알고리즘의 경우 어느 정도의 성능을 보여주는 지역 최적해에 수렴해버린 반면, CMA-ES 알고리즘을 사용하는 경우 계속해서 해의 개선이 일어났다고 할 수 있다. 이러한 성능의 차이는 풀고자 하는 문제의 특성에 크게 좌우되는 면이 있을 것이다. 본 연구의 대상 문제 같은 경우 최적해의 부근에 많은 국소해가 발생하므로 CMA-ES의 정규분포로 개체들을 분산하는 방식이 효과적이었다고 할 수 있다. 만약 국소해들이 여러 탐색범위에 넓게 펼쳐져 있다면, PSO 알고리즘이 더 효과를 발휘할 수도 있는 것이다. 이런 점을 통해 알 수 있듯이 각 풀고자 하는 문제의 특성에 맞는 최적화 알고리즘을 찾는 것 역시 중요한 부분이라 할 수 있다.

4.2 최적화 시뮬레이션 수행 결과

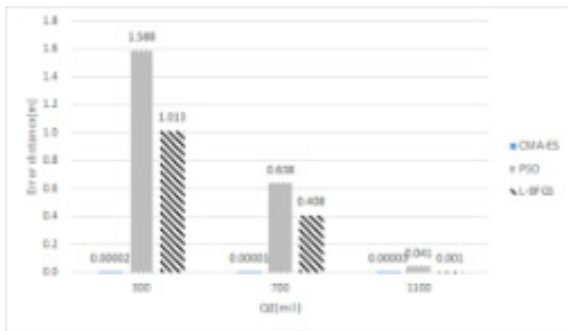
탄도수정계수는 사격시험 결과에 따라 결정되므로 같은 포탄이라고 해도 사용 장약별로 다른 값을 가지게 된다. 수정계수 C , f_L 은 각각 2, 1 근처의 값으로 유효숫자 5자리로 설정되어 있다. 탐색 범위는 C 의 경우 1에서 3으로, f_L 의 경우 0.8에서 1.2 사이로 하였다. 시뮬레이션에 사용된 원 탄도수정계수는 이전의 탄도모델과 사격시험 결과를 바탕으로 설정된 것이며 실제 사표작성에 사용되고 있는 탄도수정계수이다. 임

의로 주어진 초기값에서 최적화 알고리즘을 통해 정확한 탄도수정계수로 얼마나 잘 수렴하는지를 판단하였다. 결과로 각각의 수정 계수 값을 제시하는 것은 의미가 없으므로 충분한 시행 이후에 수렴된 결과의 오차값을 비교하였다.

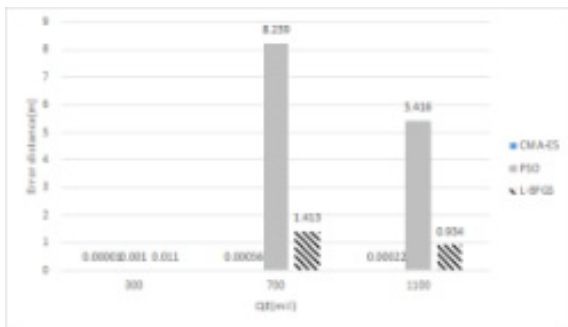
Fig. 6와 Table 1에 각각의 장약에 대해서 세 가지 알고리즘으로 탄도수정계수를 설정하는 과정을 보여주었다. 결과를 보면 CMA-ES 알고리즘을 사용한 경우 매우 작은 오차로 탄도수정계수를 설정한 것을 확인할 수 있다. Fig. 6의 그래프에서는 각 장약별로 세 가지 고각에 대한 각각 알고리즘의 오차를 나타내었다. 특히 PSO 알고리즘을 적용한 경우 하나의 고각에 대해서는 최적화가 되어서 작은 오차를 보여주지만 나머지 고각에서는 어느 정도 오차가 있는 것을 알 수 있다. 이것은 지역 최적점에 수렴해버린 현상으로 볼 수 있다. 시행횟수가 작을 때의 CMA-ES 알고리즘에서도 비슷한 현상이 나타나는데, 이후에 시행을 거듭할수록 CMA-ES 알고리즘의 경우 정규분포를 사용하는 개체 분산방식의 특성상 PSO 알고리즘보다 국소해를 벗어나는데 효과적이라서 최종적으로는 최적해에 도달할 수 있다. 다른 알고리즘을 활용하는 경우의 수 m단위 오차 역시 충분히 작은 값으로 판단할 수도 있으나 사격제원표 작성절차에서 각 항목마다 m단위의 오차가 발생한다는 것을 고려하면, 오차를 최소화하는 알고리즘의 적용이 필요하다고 할 수 있다.

Table 1. Resulting errors of trajectory simulations using CMA-ES, PSO, L-BFGS algorithms

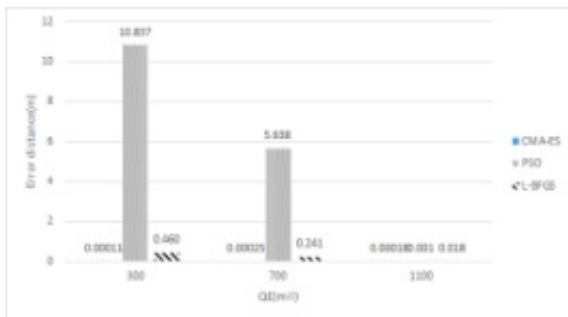
Charge	Algorithm	Error
A	CMA-ES	0.00006 m
	PSO	2.27 m
	L-BFGS	1.42 m
B	CMA-ES	0.0008 m
	PSO	13.7 m
	L-BFGS	2.36 m
C	CMA-ES	0.0005 m
	PSO	16.5 m
	L-BFGS	0.72 m



(a)



(b)



(c)

Fig. 6. Resulting errors of trajectory simulations using CMA-ES, PSO, L-BFGS algorithms(each graph from left to right), Charge (a) A, (b) B, (c) C cases

5. 결론

본 연구에서는 수정질점방식을 적용한 탄도모델을 설계하였으며, 해당 탄도모델이 실제 사격시험결과를

반영하도록 탄도수정계수를 설정하는 기법을 제시하였다. CMA-ES, PSO, L-BFGS 최적화 알고리즘을 각각 적용시켜 시뮬레이션 하였으며, 그 과정에서 CMA-ES 알고리즘을 이용해 설정한 탄도수정계수가 가장 정확하다는 것을 확인하였다. 탄도수정계수는 탄도모델링 과정에서 반드시 필요하지만, 기존에 연구가 부족한 상황에서 이러한 연구는 의미를 지닌다고 할 수 있으며, 최적화 대상이 되는 모델 자체의 해석을 요구하지 않는 휴리스틱 알고리즘의 특성상 새로운 수정계수들이 요구되는 상황에서도 적용이 가능할 것으로 보인다.

References

- [1] The Modified Point Mass and Five Degrees of Freedom Trajectory Models, STANAG 4355(Ed. 3), 2009.
- [2] Procedures to Determine The Fire Control Inputs for Use in Indirect Fire Control Systems, STANAG 4144(Ed. 2), 2005.
- [3] Leonard C. Hainz III and Mark Costello, "Modified Projectile Linear Theory for Rapid Trajectory Prediction," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 28, No. 5, pp. 1006-1014, 2005.
- [4] Costello, M., and Peterson, A., "Linear Theory of a Dual-Spin Projectile in Atmospheric Flight," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 23, No. 5, pp. 789-797, 2000.
- [5] Leszek Baranowski, "Feasibility Analysis of the Modified Point Mass Trajectory Model for the Need of Ground Artillery Fire Control Systems," Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 51, No. 3, pp. 511-522, 2013.
- [6] Robert F. Lieske, "Determination of Aerodynamic Drag and Exterior Ballistic Trajectory Simulation for the 155mm, DPICM, M864 Base-Burn Projectile," US Army Ballistic Research Lab, Rept. 3768, Aberdeen Proving Ground, MD, 1989.
- [7] Maurice Clerc, "Particle Swarm Optimization," ISTE Ltd. UK, pp. 21-28, 2006.
- [8] Poli, R., Kennedy, J., & Blackwell, T, "Particle Swarm Optimization. Swarm Intelligence," Vol. 1,

- No. 1, pp. 33-57, 2007.
- [9] Hansen, N., Miller, S., & Koumoutsakos, P. "Reducing the Time Complexity of the Derandomized Evolution Strategy with Covariance Matrix Adaptation (CMA-ES). Evolutionary Computation," Vol. 11, No. 1, pp. 1-18, 2003.
- [10] Hansen, N., & Kern, S., "Evaluating the CMA Evolution Strategy on Multimodal Test Functions. In Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VIII," Springer Berlin Heidelberg, Germany, pp. 282-291, 2004.
- [11] Byrd, Richard H, Lu, Peihuang, Nocedal, Jorge, Zhu, Ciyou, "A Limited Memory Algorithm for Bounded Constrained Optimization," SIAM Journal of Scientific Computing, Vol. 16, No. 6, pp. 1190-1208, 1995.